

ЛЕКЦІЯ 5. Електродинаміка як фізична теорія

План

1. Структура електродинаміки.
2. Основа електродинаміки.
3. Ядро електродинаміки та його подання у шкільному курсі фізики.
4. Наслідки електродинаміки.
5. Межі застосування електродинаміки.

1. Структура електродинаміки

СТРУКТУРА ЕЛЕКТРОДИНАМІКИ			
Основа	Ядро	Наслідки (виведення)	Інтерпретація
<p><i>Емпіричний базис:</i> Прояви та дії електромагнітного поля.</p> <p><i>Система понять:</i> електричне поле, електричний заряд, магнітне поле, електричний струм; <i>величини, що описують електричне поле:</i> напруженість електричного поля, потенціал, робота електричного поля, діелектрична проникність, <i>величини, що описують магнітне поле:</i> магнітна індукція, напруженість магнітного поля, магнітний потік, магнітна проникність, індуктивність.</p>	<p><i>Закони:</i> Рівняння Максвелла про зв'язки поля та заряду. <i>Фунд. фіз. постійні:</i> Електрична постійна. Магнітна постійна. Швидкість світла у вакуумі</p>	<p><i>Пояснення</i> опору провідників, виведення закону Ома <i>Застосування законів в техніці</i> (радіо, передача електроенергії на відстані, коливальні контури, електрогенератори, трансформатори, електродвигуни, акумулятори, підсилювачі) <i>Передбачення:</i> існування електромагнітних хвиль</p>	<p><i>Межі застосування:</i> інерціальні системи відліку.</p>

Закон Кулона, закон Ома, закон Ампера, Закон Біо-Савара- Лапласа			
--	--	--	--

2. Основа електродинаміки

Електричні заряди. Їх основні властивості

Електричний заряд – скалярна фізична величина, що характеризує властивості деяких частинок або тіл вступати за певних умов в електромагнітну взаємодію ш визначає значення сил і енергій при таких взаємодіях.

Дослідним шляхом було встановлено, що електричні заряди мають такі фундаментальні властивості:

1. Електричні заряди існують в двох видах – позитивні і негативні заряди.

Частинка, що володіє найменшим від’ємним зарядом, називається електроном.

$$e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ кг}$$

Стабільна частинка, що має найменший позитивний заряд, називається протоном.

$$q_p = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}$$

$$m_p = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ кг}$$

2. Величина і знак електричного заряду частинки чи тіла не залежить від вибору ІСВ, в якій він вимірюється.

3. Електричний заряд адитивний і заряд будь-якої системи завжди дорівнює сумі зарядів частинок, що складають систему.

Наприклад, заряд іону дорівнює сумі зарядів ядра атома і тих його електронів, які збереглись після іонізації атома.

4. Всі електричні заряди кратні елементарному:

$$q = \pm ne \quad (1), \text{ де } n = 1, 2, 3 \dots$$

5. Фундаментальною властивістю електрики є закон збереження електричних зарядів, що є узагальненням дослідних фактів.

Він стверджує, що: електричні заряди не створюються і не зникають, вони можуть лише переходити від одного тіла до іншого (електризація тертям, ударом) або переміщуватися всередині тіла (електризація через вплив або електростатична індукція).

Математично закон записується так:

$$\sum_{i=1}^n q_i = \text{const} \quad (2)$$

Закон Кулона

$$\vec{F}_{12} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\vec{r}_{12}}{r}$$

Закон Кулона справедливий тільки для взаємодій нерухомих точкових зарядів. Вимога нерухомості точкових зарядів в даному випадку необхідна для виключення питання про магнітні взаємодії, які виникають при русі зарядів.

Область застосування закону Кулона ширша області застосовності самої класичної фізики і простягається від самих великих відстаней (порядку кількох кілометрів) до 1 Фм (фермі), тобто порядку 10^{-15} м.

$$1 \text{ Фм} = 10^{-15} \text{ м} = 10^{-13} \text{ см.}$$

Точковим наз. заряд, розподілений на тілі, розміри якого значно менші, ніж будь-які відстані, що зустрічаються в даній задачі.

Електричне поле

Електричне поле – особливий вид матерії, через який здійснюється взаємодія між нерухомими точковими електричними зарядами.

Електростатичне поле утворюється в просторі нерухомими електричними зарядами. Електростатичне поле не змінюється з часом і не існує у відриві від електричних зарядів: електростатичні заряди є його джерелом.

Вихрове електричне поле може змінюватися з часом і може існувати у відриві від електричних зарядів (наприклад, електромагнітна хвиля).

Напруженість електричного поля

Поле в кожній точці можна охарактеризувати векторною величиною, яка за напрямком співпадає з вектором сили, що діє на одиничний заряд, внесений в дану точку поля.

Ця векторна величина наз. напруженістю електричного поля і виражається формулою $\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0}$ (1), $[E] = \frac{1\text{Н}}{1\text{Кл}} = \frac{\text{В}}{\text{м}}$.

Лінії напруженості (силові лінії) електричного поля

Потенціал, різниця потенціалів електричного поля

Величина $\varphi = \frac{A}{q_0}$ (4) називається потенціалом даної точки поля.

Потенціал в даній точці поля, є фізичка величина, що вимірюється роботою, яку здійснюють сили поля при переміщенні одиночного пробного заряду з цієї точки в нескінченність.

Потенціал точки поля, створеного від'ємним зарядом, є від'ємним.

За одиницю потенціалу в СІ прийнято потенціал такої точки поля, для переміщення з якої в нескінченність позитивного заряду в 1 Кл поля виконують роботу в 1 Дж

Робота по переміщенню заряду з однієї точки поля в іншу дорівнює добутку різниці потенціалів цих точок на заряд, що переміщується в полі.

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \frac{A_{12}}{q}$$

Поняття про електричний струм і його характеристики

Електричним струмом називається впорядкований (напрямлений) рух електричних зарядів.

Для виникнення і існування електричного струму необхідна наявність двох факторів:

- 1) наявність електричних зарядів, які могли б переміщуватись
- 2) наявність електричного поля, енергія якого витрачалася б на переміщення електричних зарядів

В якості кількісних характеристик електричного струму розглядають силу струму і густину струму.

Сила струму I в деякому провіднику дорівнює величині заряду, що проходить за одиницю часу крізь поперечний переріз провідника.

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} \quad (1)$$

Більш детально струм можна охарактеризувати за допомогою вектора густини струму. Цей вектор чисельно дорівнює відношенню сили струму dI крізь перпендикулярну до напрямку швидкості електричних зарядів площадку dS , до величини цієї площаді

$$j = \frac{dI}{dS} \quad (2)$$

Густина струму – векторна величина, вона має напрям середньої швидкості впорядкованого руху позитивних носіїв струму в даній точці провідника.

$$\vec{j} = gn\vec{v} \quad (3)$$

Електронна теорія струму

Проходження електричного струму вздовж металічного провідника супроводжується його провідника супроводжується його нагрівання.

Хаотичним рух вільних електронів в металі супроводжується їх зіткненнями один з одним і з іонами кристалічної ґратки. При наявності електричного поля електрони під час вільного пробігу рухаються рівноприскорено, набуваючи під дією поля додаткову кінетичну енергію. При їх зіткненнях з іонами кристалічної ґратки, здатними лише коливатись навколо середніх положень рівноваги, швидкість і напрям руху електронів змінюється, а додаткова кінетична енергія, набута іонами від електронів, перетворюється в енергію теплового руху.

Позначимо середню швидкість направленої руху вільних електронів через \vec{v} . Якщо концентрація електронів n , то крізь поперечний переріз провідника S проникає струм

$$I = \frac{q}{\Delta t} = \frac{e \cdot nV}{\Delta t} = \frac{en\vec{v}S\Delta t}{\Delta t}$$
$$I = en\vec{v}S \quad (1)$$

У відповідності з класичною електронною теорією струму, створеною працями нім. фізика Пауля Друде і нідерландського фізика-теоретика Хенріка Антона Лоренца, на початку нашого століття, електрони провідності в металах розглядаються як електронний газ, що має властивості одноатомного газу. Середня довжина вільного пробігу електронів між

зіткненнями з іонами кристалічної ґратки $\bar{\lambda}$ по порядку величини дорівнює періоду кристалічної ґратки металу.

$$\bar{\lambda} \approx 1 \text{ \AA} \approx 10^{-10} \text{ м}$$

Користуючись закономірностями кінетичної теорії ідеального газу, визначимо середню квадратичну швидкість теплового руху електронів

$$\frac{mv^2}{2} = \frac{3}{2}kT, \text{ при } 0^\circ \text{ С}$$

$$v_{\text{ср.кв.}} \approx 100 \frac{\text{км}}{\text{с}}$$

Так як $\vec{j} = ne\vec{v}$, можна оцінити порядок середньої швидкості впорядкованого руху електронів.

$$\text{Для міді, при } j = 11 \cdot 10^6 \frac{\text{А}}{\text{м}^2} \quad \bar{v} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

$$\vec{j} = \frac{1}{\rho} \vec{E} = \gamma \vec{E} \quad (5) \text{ – закон Ома у векторній формі.}$$

Його фізичний зміст: \vec{j} - характеризує інтенсивність процесу струму в даній точці; \vec{E} - причину, що викликає цей процес; а γ - умови, в яких він протікає. Це просте співвідношення залишається справедливим і в змінних полях.

Співвідношення (5) можна трактувати як вираження факту, що сили тертя, прикладені до електронів в провіднику, пропорційні середній швидкості їх впорядкованого руху під дією поля. Дійсно, чим більша швидкість руху вільних електронів, що визначають густину струму, тим більша напруженість електричного поля потрібна для підтримання струму, тобто для подолання сил тертя. В цьому і полягає з електронної точки зору зміст закону Ома.

Недоліки класичної електронної теорії провідності металів

1. Експериментально встановлено, що в значному інтервалі температур питомий опір пропорційний температурі

$$\rho \sim T$$

Але з теорії Друде-Лоренца слідує, що $\rho \sim \sqrt{v^{-2}} \sim \sqrt{T}$, що суперечить дослідним даним.

2. Ще більші труднощі виникли при підрахунку теплоємності металів. При її обчисленні не можна нехтувати теплоємністю електронного газу, який має відповідно класичній електронній теорії всі властивості ідеального газу.

Якщо для простоти вважати, що кожний атом металу вносить по одному електрону в електронний газ, то один грам-атом металу містить $6,02 \cdot 10^{23}$ іонів і стільки ж електронів. Теплоємність, зумовлена іонами, дорівнює $3R$, де R – універсальна газова стала (закон Дюлонга-Пті).

Теплоємність електронів, якщо вважати їх звичайним газом дорівнює $\frac{3}{2}R$.

Тому сумарна теплоємність металу повинна дорівнювати $\frac{9}{2}R$. Теплоємність діелектрика, в якому немає електронного газу, дорівнює $3R$. Але експерименти показали, що молярні теплоємності металів і діелектриків практично не відрізняються. Це означає, що електронний газ не вносить помітного внеску в теплоємність металу.

Закон Ома для повного кола

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}$$

Розглянемо два окремих випадки:

1) коротке замикання: $R=0$

Тоді $I = \frac{\mathcal{E}}{r} = I_{\max}$, і $U=0$. При цьому в джерелі виділяється велика

потужність і воно може зіпсуватись

2) якщо електричне коло розімкнуте ($R=\infty$), то

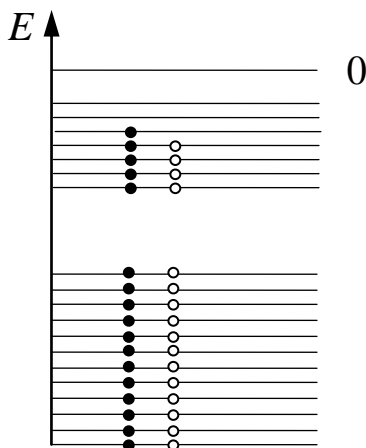
$I = \frac{\mathcal{E}}{\infty} = 0$ і напруга буде максимальною:

$$U = \frac{\mathcal{E}}{1 + \frac{r}{R}} = \mathcal{E}$$

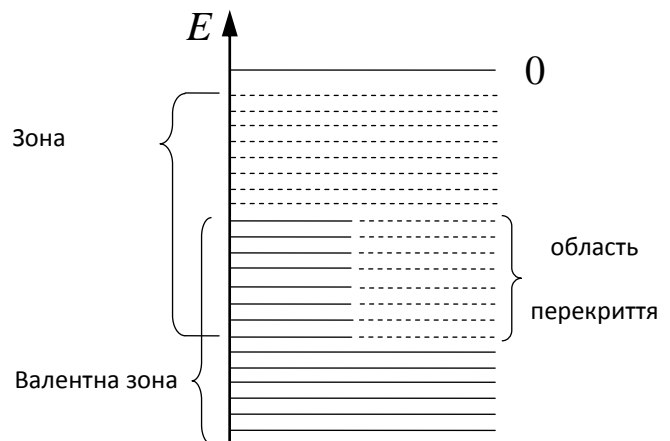
Отже, ЕРС чисельно дорівнює максимальній напрузі на клеммах розімкнутого джерела.

Електричний струм в металах.

У металах верхня дозволена енергетична зона заповнена частково і біля рівня Фермі є вільні місця. Якщо в металі створити електричне поле, то під



мал. 1

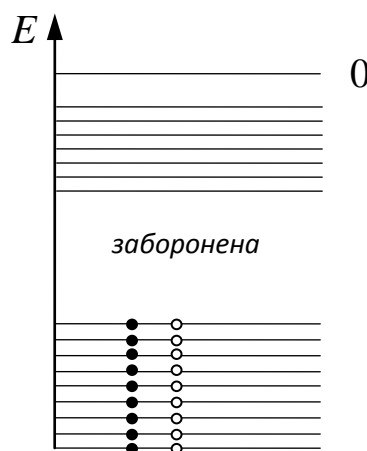


мал. 2

дією поля електрони будуть переходити стрибками з нижчих енергетичних рівнів на вакантні місця поблизу рівня Фермі і утворювати електричний струм (мал. 1).

Електронна провідність буде і тоді, коли внаслідок розщеплення атомних енергетичних рівнів на зони останні перекриваються. На заповнену валентну зону накладається незаповнена зона провідності, розміщена вище (мал. 2). Тоді виникає гібридна зона, заповнена електронами частково. Під впливом електричного поля електрони переходять на вищі енергетичні рівні гібридної зони і створюють струм. Це характерно для лужно-земельних елементів.

У твердих діелектриках при 0°K верхня енергетична зона повністю укомплектована електронами (валентна зона), ширина забороненої зони велика, над нею розміщена вільна зона (мал. 3). Тепер не досить енергії, якої набувають електрони під впливом електричного поля, щоб відбувся міжзональний перехід електронів. Струму не буде (мал. 3).

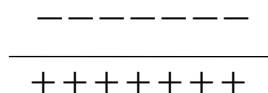


мал. 3

Робота виходу електрона з металу

Якщо в металах є вільні електрони, то виникає питання – чому вони не виходять за межі металу?

Електрони в металі рухаються з різними швидкостями, і той електрон, який має достатню кінетичну енергію, може вирватися з металу. Але тоді на цей електрон діятиме сила з боку індукованого позитивного заряду всередині



мал. 4

металу, притягуючи електрон назад в метал. Крім того, електрони, яким вдалося вилетіти з металу, утворюють над його поверхнею електронну хмару, густина якої швидко зменшується з віддаленням від поверхні металу. В електронній хмарці встановлюється динамічна рівновага. Можна сказати, що поверхня металу являє собою подвійний електричний шар, подібний до зарядженого плоского конденсатора. Товщина цього шару становить кілька міжатомних відстаней у металі. Цей шар перешкоджає виходу електронів з металу. Різниця потенціалів між електронною хмарою і металом наз. поверхневим стрибком потенціалу, або контактною різницею потенціалів між металом і навколишнім середовищем. Для чистих металів ΔU має значення в кілька вольт.

Роботу, яку треба виконати для того, щоб перевести електрон з металу в навколишній простір, називають роботою виходу.

$$A=e\Delta U$$

Роботу при переміщенні заряду, рівного за модулем $1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл, між точками з різницею потенціалів в 1В, називають електрон-вольтом і позначають еВ.

$$1 \text{ еВ} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл} \cdot 1\text{В} = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ Дж}$$

Для Cs – $A=1,81$ еВ, Zn – $A=3,74$ еВ, Ni – $A=5,03$ еВ.

Робота виходу залежить від стану поверхні металу і особливо від домішок
Електричний струм у напівпровідниках

4.1. Власна і домішкова провідність напівпровідників

До напівпровідників належать деякі метали, окисли металів, сульфіді (сполуки сірки), селеніді (сполуки селену), деякі сплави. Значна частина напівпровідників має кристалічну будову.

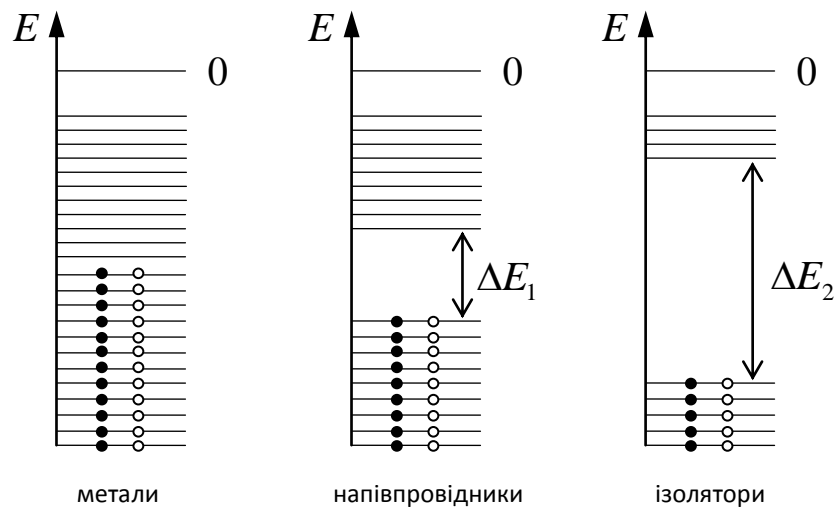
Електричні властивості напівпровідників залежать від освітленості, дії зовнішніх полів, температури, домішок тощо. Температурна залежність питомої електропровідності напівпровідника визначається експоненціальним законом

$$\gamma = \gamma_0 e^{-\frac{\Delta W_0}{2kT}}$$

де T – абс. темпер., γ_0 – константа, характерна для даного напівпровідника, k – стала Больцмана, ΔW_0 – енергія активації, тобто енергія, необхідна для переведення електронів з валентної зони в зону провідності.

При $T = 0^\circ\text{K}$ напівпровідники є ізоляторами, а при високих температурах їх електропровідність наближається до провідності металів.

Порівняємо енергетичні спектри електронів у металах, напівпровідниках і

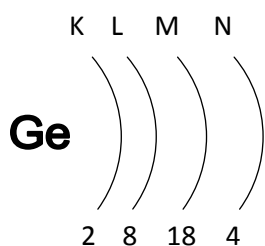


мал. 1

діелектриках при $T = 0^\circ\text{K}$.

У металах заповнена зона і зона провідності стикаються (або навіть перекриваються), а в напівпровідниках між валентною зоною і зоною провідності “вклинюється” заборонена зона шириною ΔE_1 . Для ізоляторів ширина забороненої зони ще більша $\Delta E_2 > \Delta E_1$.

Щоб напівпровідник став провідним, треба частину електронів перевести з валентної зони в зону провідності. Це досягається різними способами. Для цього розглянемо будову типового напівпровідника Ge.



Електрони внутрішніх насичених шарів не беруть участі у хімічних реакціях. 4 зовнішні електрони шару

N зв'язані з ядром атома слабо (валентні електрони) і можуть вступати в хімічні зв'язки з іншими атомами.

У найпростішому випадку такий зв'язок здійснюється двома валентними електронами, які належать обом атомам, що взаємодіють. Такий хімічний парноелектронний зв'язок атомів наз. ковалентним.

Коли з окремих атомів германію утворюється кристалічна решітка, то в процесі зближення атомів кожний валентний електрон починає обертатися навколо двох ядер – свого і сусіднього. Атоми германію утворюють кубічну ґратку, в якій кожний атом зв'язаний парноелектронними зв'язками з чотирма найближчими атомами. Зовнішні орбіти кожного атома доповнюються до восьми електронів і утворюється найбільш стійкий стан.

Розрізняють електропровідність н-в власну і домішкову.

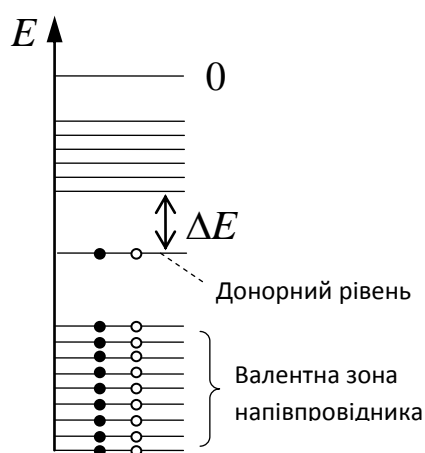
Власна електропровідність зумовлена переміщенням електронів власних атомів, вона буває електронною і дірковою. Пояснимо її механізм.

За рахунок додаткової енергії частина електронів переходить з валентної зони в зону провідності – ці електрони стають вільними. Електрони, що перейшли в зону провідності під впливом ел. поля, утворюють струм. З переходом електрона у верхню зону провідності у валентній зоні з'являються вільні енергетичні рівні або позитивні дірки. Електрони, які залишаються у валентній зоні, під впливом поля переходять з нижчих енергетичних рівнів цієї зони на вищі, де були вільні місця. При цьому виникають нові дірки, які рухаються в напрямі, протилежному до напрямку переміщення електронів.

Під домішками розуміють введені у кристалічну решітку атоми інших елементів.

В одних випадках вони є додатковими постачальниками електронів у кристалі (атоми таких домішок наз. донорами), а в інших – центрами захоплення електронів у кристалах (атоми таких домішок наз. акцепторами – споживачами). А тому домішкова провідність напівпровідників буває електронна і діркова.

Розглянемо домішкову електронну провідність на прикладі германію з домішками атомів миш'яку. Германій IV-валентний, а миш'як – V-валентний елемент. Коли в кристалічній решітці атом германію заміщується атомом миш'яку, чотири електрони миш'яку утворюють міцний парноелектронний зв'язок з чотирма сусідніми атомами германію, а п'ятий електрон миш'яку, слабо зв'язаний зі своїм атомом, легко робиться вільним навіть при кімнатній температурі. Такий напівпровідник має властивість електронної домішкової провідності або провідності n-типу.

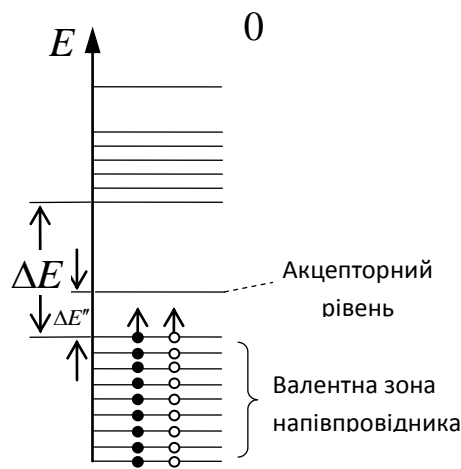


мал. 2

Енергія домішкових електронів менша від енергії нижчого рівня зони провідності напівпровідника. Тому енергетичні рівні домішкових електронів (донорні рівні) лежать у забороненій зоні напівпровідника, причому ближче до зони провідності, ніж до заповненої зони.

Оскільки енергія активації ΔE дуже мала (для кремнію з домішками миш'яку $\Delta E = 0,054$ eV), то за рахунок теплової енергії електрони домішок з донорного рівня переходять у зону провідності напівпровідника.

Домішкову діркову провідність германій матиме тоді, коли домішковий елемент буде тривалентний, наприклад, індій, бор. Коли атом германію заміщується атомом індію, останній утворює міцний зв'язок тільки з трьома валентними електронами германію і для утворення повного парноелектронного зв'язку не вистачає одного електрона. Тому один з електронів сусіднього атома германію заповнює в атомі індію валентний четвертий зв'язок. Атоми індію стають центрами захоплення електронів. На місці електрона, який відірвався від германію, з'являється "позитивна дірка".



мал. 3

Акцепторні атоми вносять додаткові незайняті енергетичні рівні, які лежать в області забороненої зони ближче до верхнього рівня валентної зони напівпровідника. Додаткові рівні називаються рівнями прилипання, або акцепторними.

Так як $\Delta E'' < \Delta E$, то під впливом теплового руху електрони переходять з рівнів біля верхнього краю заповненої зони напівпровідника на акцепторні рівні домішок. При цьому у валентній зоні напівпровідника виникають вільні енергетичні рівні, або дірки. Ці дірки заповнюються електронами з нижчих енергетичних рівнів. Отже, раніше заповнена зона напівпровідника стає зоною діркової провідності.

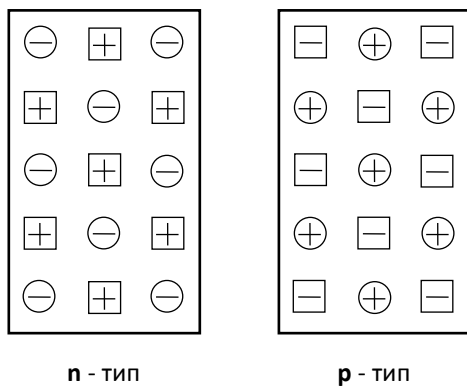
Такий тип провідності напівпровідника наз. дірковою домішковою провідністю або провідністю p-типу.

4.2 Контактні явища в напівпровідниках

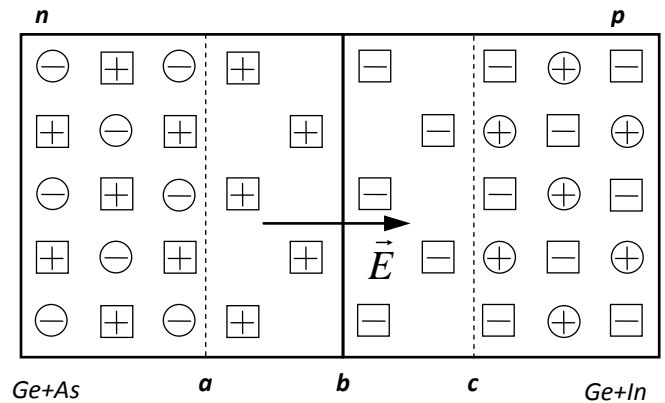
Розглянемо контакт напівпровідників р і n-типу. У n-типі (Ge з домішками миш'яку) схематично зобразимо іони миш'яку квадратами, а вільні електрони позначимо кружками. У р-типі (Ge з домішками індію) – негативні іони індію зобразимо квадратами “-”, а дірки – кружками із знаком “+”.

Такий контакт наз. електронно-дірковим переходом (n-p-перехід).

Під впливом теплового руху електрони дифундують у р-область і рекомбінують з дірками, а дірки, які перейшли в n-область, рекомбінують з



мал. 4



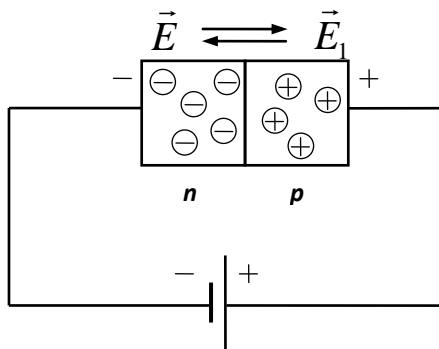
мал. 5

електронами. Тому в шарі ab буде збіднення електронів і з'явиться позитивний об'ємний заряд, а в шарі bc буде збіднення дірок і з'явиться надлишок негативних зарядів. На межі n-p-переходу виникає подвійний електричний шар товщиною ac, в якому вектор \vec{E}_1 направлений від n-області до p-області.

У шарі ac під впливом поля \vec{E}_1 виникає великий опір для основних носіїв струму. Цю область біля межі n-p-переходу із зниженою концентрацією електронів і дірок, в якій опір підвищений, називають запірним шаром. У запірному шарі виникає контактна різниця потенціалів, або, як кажуть, утворюється потенціальний бар'єр (кілька десятків вольтів) для основних носіїв струму.

При звичайній температурі в електронів і дірок не вистачає енергії, щоб подолати цей бар'єр. Дію запірного шару можна змінювати послабленням або підсиленням поля E_1 .

1. Ввімкнемо зовнішнє джерело е.р.с., як показано на мал.:



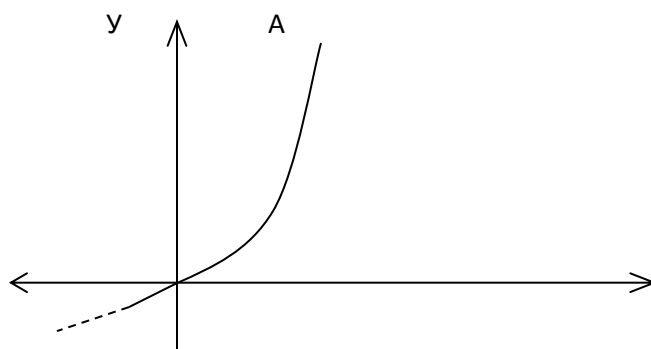
мал. 6

Тепер зовнішнє електричне поле E послаблює зустрічне поле E_1 , знижується потенціальний бар'єр і опір перехідного шару зменшується, а струм через р-п-перехід зростає. Рост струму відбувається за рахунок збагачення основних носіїв струму в запірному шарі.

Напрямок поля E , в якому електричний струм проходить через запірний шар з малим опором, називається прямим, або пропускним.

2. Змінимо полярність увімкнення батареї. У цьому випадку E і E_1 матимуть однаковий напрям, потенціальний бар'єр і опір запірного шару ще більше зростають. Електрони і дірки зіштовбуються в протилежні боки від р-п-переходу, і збіднюються основні носії струму, тому величина його спадає. Таний напрям поля E наз. зворотним, або непропускним. Незначний обернений струм може бути лише за рахунок неосновних носіїв струму.

На мал. 7 показано вольт-амперну характеристику для р-п-переходу. Кривій А відповідає прямий струм, а кривій В – малий обернений струм. При досить високій оберненій напрузі пробій р-п-переходу. При цьому величина струму дуже зростає і контактний шар руйнується.



Магнітне поле

Магнітне поле є вид матерії воно виявляється за дією на магнітну стрілку, провідник зі струмом.

Для магнітного поля роль пробного заряду відіграє прямолінійний відрізок провідника, по якому протікає струм. Величина, що характеризує цей індикатор магнітного поля, називається елементом струму і визначається як вектор, напрям якого співпадає з напрямом струму, а значення дорівнює добутку сили струму I на довжину l провідника.

Вектор магнітної індукції

Силовою характеристикою магнітного поля в кожній точці є вектор магнітної індукції \vec{B} .

За напрям вектора магнітної індукції в заданій точці поля приймають напрям вектора сили, з якою поле діє на північний полюс нескінченно малої магнітної стрілки, розміщеної в цій точці.

Для графічного зображення магнітного поля користуються лініями магнітної індукції. Лініями магн. індукції наз. криві, дотичні до яких у кожній точці збігаються з напрямом вектора \vec{B} в цих точках поля.

Лінії магн. індукції завжди замкнуті і охоплюють провідник зі струмом. Для визначення напрямку ліній магн. індукції користуються правилом свердлика: якщо свердлик повертати так, щоб його поступальний рух збігався з напрямом струму I , то обертальний рух рукоятки покаже напрям ліній магнітної індукції.

Величину вектора магнітної індукції визначимо за законом Ампера. Експериментально Ампер встановив, що сила F , яка діє на прямолінійний провідник із струмом, що перебуває в однорідному магнітному полі, прямо пропорційна струму I і довжині провідника l , магнітній індукції \vec{B} і синусові кута α між напрямом струму і вектором \vec{B} , тобто

$$F = kBI \sin \alpha \quad (1)$$

k – к-т пропорційності, у СІ $k=1$

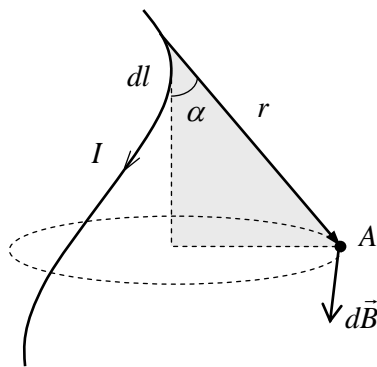
Закон Біо-Савара-Лапласа

Досліджуючи поле поблизу прямолінійного і достатньо довгого провідника зі струмом, французькі фізики Біо і Савар встановили, що

$$B \sim \frac{I}{r}$$

Загальний закон, який дозволяє обчислювати значення B поблизу провідника зі струмом довільної форми, встановив Лаплас.

$$dB = k\mu_a \frac{Idl \sin(\vec{dl}, \hat{r})}{r^2} \quad (1) \text{ – основний закон електромагнетизму.}$$



мал. 1

μ_a – абсолютна магнітна проникність середовища, що залежить не тільки від властивостей середовища, а й від вибору системи одиниць вимірювання. Тому користуються відносною магнітною проникністю $\mu = \frac{\mu_a}{\mu_0}$, де μ_0 – магнітна проникність вакууму.

$$\text{В СІ } k = \frac{1}{4\pi}, \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{А} \cdot \text{м}}{\text{А}^2} = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Вб} \cdot \text{м}}{\text{А}^2}$$

Тоді закон Б-С-Л в СІ має вигляд

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 \mu}{4\pi} \frac{Idl \sin(\vec{dl}, \hat{r})}{r^2} \quad (2)$$

Вводиться також напруженість магнітного поля \vec{H} – векторна величина, яка не залежить від магнітних властивостей середовища і характеризує магнітне поле в кожній точці за пов'язаним з ним струмом і положенням точки.

$$\vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0 \mu}$$

$$\text{Тоді} \quad d\vec{H} = \frac{I}{4\pi r^2} [\vec{dl}, \vec{r}] \quad (3)$$

Вектори $d\vec{B}$ і $d\vec{H}$ збігаються за напрямом

Магнітні властивості атомів

Електрон, що циркулює в атомі, являє собою елементарний струм. Середнє значення вектора магн. індукції на осі буде таке ж, начебто по колу протікає струм $i = \frac{e}{T}$, де $T = \frac{2\pi r}{V}$ – період обертання електрона.

Тоді магнітний момент електрона

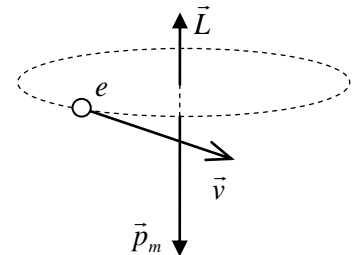
$$P_m = i \cdot \pi r^2 = \frac{e\pi r^2}{T} = \frac{\pi r^2 e V}{2\pi r} = \frac{eVr}{2}$$

або $p_m = \frac{e}{2m} mVr$ (1), де $L = mVr$ (2) – момент імпульса електрона.

Отже, орбітальний магнітний момент електрона $p_m^{i\delta a.}$ пов'язаний з орбітальним моментом імпульсу.

$$p_m^{i\delta a.} = \frac{e}{2m_l} L^{i\delta a.} \quad (3)$$

$$\vec{p}_m^{i\delta a.} = -\frac{e}{2m_l} \vec{L}^{i\delta a.} \quad (3a)$$



мал. 1

Магнітний момент атома складається з магнітних моментів електронів і магнітного моменту ядра. Але дослід показав, що магнітний момент ядра \sim в 2000 разів менше магнітного моменту електрона. Тому магн. моментом зазаяда нехтують.

Як відомо

$$L_z^{i\delta a.} = \frac{m\hbar}{2\pi} \quad (4),$$

де m – магнітне квантове число, \hbar – стала Планка.

Тоді

$$p_m^{i\delta a.} = \frac{e}{2m_l} L_z^{i\delta a.} = m \frac{e\hbar}{2\pi m_l} = m\mu_B \quad (5)$$

Величина $\mu_B = \frac{eh}{2\pi m_e} = 9,27 \cdot 10^{-24} \text{Å}^2$ наз. магнетоном Бора – світова константа.

Магнетон Бора – це мінімальне відмінне від нуля значення проекції магнітного моменту електрона на довільний напрямок. Проекція магнітного моменту атома на деяку вісь або дорівнює нулю, або кратна магнетону Бора.

Вектором намагніченості \vec{M} наз. магнітний момент одиниці об'єму намагніченої речовини. Для його обчислення треба знайти векторну суму магнітних моментів всіх атомів, що містяться в одиниці об'єму намагніченої речовини.

$$\vec{M} = \frac{\Delta \vec{p}_m}{\Delta V} = \frac{1}{\Delta V} \sum_{i=1}^n \vec{p}_{mai} \quad (6),$$

де n – кількість частинок в об'ємі ΔV , \vec{p}_{mai} – магнітний момент i -тої частинки.

$$[M] = \frac{1 \text{Å} \cdot \text{Å}^2}{\text{Å}^3} = \frac{\text{Å}}{\text{Å}}$$

Експериментально встановлено, що для неферомагнітних тіл вектор намагніченості пропорційний напруженості зовнішнього магнітного поля

$$\vec{M} = \chi \vec{H} \quad (7),$$

де χ - магнітна сприйнятливості речовини (безрозмірна величина).

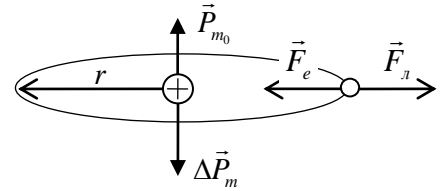
Для діамагнетиків $\chi < 0$, для парамагнетиків $\chi > 0$, для феромагнетиків $\chi = \chi(H)$ – є функцією напруженості зовнішнього магн. поля.

Вектор намагніченості визначає індукцію магнітного поля $\vec{B}_{реч.}$, що створюється намагніченою речовиною.

За аналогією з тим, як пов'язана індукція поля струмів з напруженістю цього поля ($\vec{B}_{стр.} = \mu_0 \vec{H}$), запишемо співвідношення між індукцією поля речовини і його намагніченістю:

$$\vec{B}_{реч.} = \mu_0 \vec{M} \quad (8)$$

Індукція магнітного поля в речовині, яка суцільно заповнює магнітне поле, дорівнює:



$$\vec{B} = \vec{B}_{\text{сmp.}} + \vec{B}_{\text{реч.}} = \mu_0(\vec{H} + \vec{M}) = \mu_0(\vec{H} + \chi_m \vec{H}) = \mu_0(1 + \chi_m) \vec{H} \quad (9)$$

Величина $\mu = 1 + \chi_m$ наз. магнітною проникністю речовини.

Якщо речовину внести в магнітне поле, то магнітні моменти атомів частково або повністю орієнтуються в напрямі $\mu_0 \vec{H}$. Крім того, зовнішнє поле змінює швидкості орбітальних рухів електронів в атомах.

3. Ядро електродинаміки та його подання у шкільному курсі фізики. Система рівнянь Максвелла

в інтегральній формі

в диференціальній формі

$$\oint_L \vec{E}_t dl = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \right)_n dS \quad (1)$$

$$\text{rot} \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1a)$$

$$\oint_S \vec{B}_n dS = 0 \quad (2)$$

$$\text{div} \vec{B} = 0 \quad (2a)$$

$$\oint_L \vec{H}_t dl = - \int_S \vec{j}_n dS + \int_S \left(\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \right)_n dS \quad (3)$$

$$\text{rot} \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \quad (3a)$$

$$\oint_S \vec{D}_n dS = \int_V \rho dV \quad (4)$$

$$\text{div} \vec{D} = \rho \quad (4a)$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon \vec{E}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$$

$$\vec{j} = \gamma \vec{E} \text{ – закон Ома в дифференц. формі}$$

$$W = \frac{1}{2} \int_V (ED + HB) dV$$

Рівняння (1), (1a) є узагальненням явища електромагнітної індукції, воно стверджує, що змінне в часі магнітне поле утворює вихрове електричне поле.

Лінії напруженості електричного поля \vec{E} охоплюють лінії індукції змінного

магнітного поля \vec{B} у вигляді замкнутих кривих.

Рівняння (2), (2а) виражає теорему Гаусса стосовно витоку ліній магнітної індукції через будь яку замкнуту поверхню і стверджує, що ці лінії завжди замкнуті; усяке магнітне поле вихровею

Рівняння (3), (3а) стверджує, що навколо всякого струму провідності та змінного електричного поля неодмінно існує вихрове магнітне поле, причому $\vec{H} \perp \vec{E}$.

Рівняння (4), (4а) виражає теорему Гаусса стосовно потоку ліній індукції електричного поля і стверджує, що лінії вектора \vec{D} можуть починатися і закінчуватися на заряджених частинках або тілах; електростатичне поле неодмінно пов'язане з зарядженими тілами.

У відповідності з рівняннями (1), (1а) і (3), (3а) можуть існувати електромагнітні хвилі, які поширюються з швидкістю

$$c = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} = 3 \cdot 10^8 \frac{m}{c},$$

що підтвердив експеримент.

У напрямі поширення електромагнітну хвилю можна зобразити двома сіносоїдами E і H , які лежать у взаємно перпендикулярних площинах. Площиною поляризації називається площина коливань магнітного вектора.

4. Наслідки електродинаміки.

Розглянемо теоретичне обґрунтування в електронній теорії експериментального закону Ома

$$I = \frac{U}{R} \equiv \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R} \quad (2)$$

Нехай на кінцях провідника довжиною L підтримується постійна різниця потенціалів $\varphi_1 - \varphi_2$. Напруженість E поля в провіднику

$$E = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{L} \quad (3)$$

На кожний вільний електрон поле діє з силою

$$F = Ee$$

Прискорення, з яким рухається електрон між зіткненнями

$$a = \frac{F}{m} = \frac{eE}{m} = \frac{e(\varphi_1 - \varphi_2)}{mL}$$

Середня швидкість впорядкованого руху за час τ вільного пробігу

$$\bar{u} = \frac{0 + a\tau}{2} = \frac{a\tau}{2}$$

Так як $\bar{u} \ll v$, то $\tau = \frac{\bar{\lambda}}{v}$

$$\text{Тоді } \bar{u} = \frac{a\bar{\lambda}}{2v} = \frac{e(\varphi_1 - \varphi_2)\bar{\lambda}}{2mLv}$$

Так як $I = en\bar{u}S$, і підставляючи значення \bar{u}

$$I = \frac{enS \cdot e(\varphi_1 - \varphi_2)\bar{\lambda}}{2mLv} = \frac{(\varphi_1 - \varphi_2)e^2\bar{\lambda}nS}{2mvL}$$

$$I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\frac{2mv}{e^2\bar{\lambda}n} \cdot \frac{L}{S}} \quad (4)$$

позначимо $\frac{2m\bar{v}}{e^2\bar{\lambda}n} = \rho$ (5), тоді $I = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{\rho \cdot \frac{L}{S}} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{R}$.

З (5) видно, що питомий опір провідника залежить від його матеріалу і температури.

Так як $j = nev$, тоді $j = \frac{ne^2\bar{\lambda}}{2mi}E$

5. Межі застосування електродинаміки.

. (Завдання на самостійну роботу студентів).

Основи спеціальної теорії відносності

§ 1. Постулати спеціальної теорії відносності

Галілей виявив, що стан рівномірного прямолінійного руху не впливає на протікання механічних процесів.

В середині XIX ст. були створені теорія електромагнітних явищ (теорія Максвелла) та теорія теплових явищ – термодінаміка і статистична фізика. Виникло питання про те, як впливає рівномірний прямолінійний рух на всі фізичні явища.

Перший постулат СТВ – принцип відносності Ейнштейна – розповсюджує принцип відносності Галілея на всю фізику, стан рівномірного прямолінійного руху не впливає ні на які фізичні явища.

Принцип відносності можна сформулювати і так: тотожні досліди, поставлені в будь-якій ІСВ за тотожних початкових умов, дають тотожні результати. Або коротше: усі ІСВ рівноправні.

Іноді І постулат СТВ формулюють і так: ніякими дослідами, що проводяться всередині ІСВ, не можна виявити її рівномірного прямолінійного руху.

Перетворення Галілея не змінюють вид II закону Ньютона, але змінюють вид рівнянь Максвелла.

У класичній механіці неявно приймалось, що взаємодії чи сигнали можуть передаватись з нескінченною швидкістю (це ж стосувалось і швидкості світла).

Сучасна фізика вчить, що взаємодія (сигнали) можуть передаватися лише зі скінченною швидкістю.

II постулат СТВ: В ІСВ швидкість передачі сигналу не залежить від руху спостерігача і джерела сигналу і є величиною постійною.

На сьогодні вважається, що вона не може перевищувати швидкість світла у вакуумі $c \approx 3 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Коли швидкості тіл наближаються до швидкості світла, користуватися системою відліку з одним годинником дуже незручно. Ейнштейн запропонував “будувати” систему відліку інакше.

Визначення часу настання події в СТВ визначається за допомогою багатьох годинників. В якості тотожних годинників можна взяти атоми певного сорту, а в якості еталона довжини – довжину хвилі випромінювання цих атомів.

В кожен точку координатної системи розміщують нерухомі годинники. Узгодження показів годинників наз. синхронізацією. Не можна синхронізувати годинники в одному місці, а потім розмістити їх по місцям,

бо при цьому годинники будуть рухатися з прискоренням, яке впливає на їх хід. Тому спочатку треба розмістити годинники по місцям, а потім їх синхронізувати.

Якщо на осі X в т.1 знаходиться годинник і необхідно його



синхронізувати, то з т.О в момент часу $t=0$ посилають світловий чи радіосигнал в т.1. В момент приходу сигналу в т.1 на годиннику, що знаходиться в цій точці, слід поставити

час $t_1 = \frac{x_1}{c}$. Дві події в різних точках простору можна вважати одночасними, якщо в момент їх настання годинники, що знаходяться в цих точках і синхронізовані, показують один і той же час.

§ 2. Перетворення Лоренца та наслідки з них

Нехай ІСВ K' рухається зі швидкістю \vec{V} відносно ІСВ K (мал. 1). Якій-



небудь події відповідають в системі K значення координат і часу x, y, z, t , а в системі K' - x', y', z', t' . Якщо в момент $t=t'=0$ початки координат обох систем співпадали, то тоді між

координатами подій в обох системах мають місце такі співвідношення:

$$\left. \begin{aligned} x &= \frac{x' + Vt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y &= y' \\ z &= z' \\ t &= \frac{t' + \frac{V}{c^2}x'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} x' &= \frac{x - Vt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \\ y' &= y \\ z' &= z \\ t' &= \frac{t - \frac{V}{c^2}x}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \end{aligned} \right\} \quad (1a) \text{ перетворення Лоренца}$$

При $V \ll C$ перетворення Лоренца переходять в перетворення Галілея.

Одночасність подій в різних системах відліку

Нехай в системі K в т. x_1 і x_2 відбуваються одночасно дві події в момент часу $t_1 = t_2 = b$. Відповідно (1a) в K' будуть відповідати координати

$$x'_1 = \frac{x_1 - Vb}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad x'_2 = \frac{x_2 - Vb}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

і моменти часу

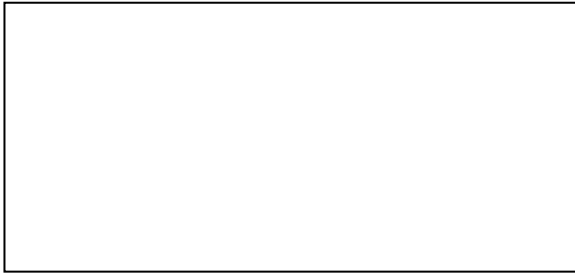
$$t'_1 = \frac{b - \frac{V}{c^2} x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \qquad t'_2 = \frac{b - \frac{V}{c^2} x_2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Якщо події в K відбуваються в одному місці простору, то в K' вони будуть співпадати і в просторі ($x'_1 = x'_2$) і часі ($t'_1 = t'_2$).

Якщо в K події відбуваються в різних точках ($x_1 \neq x_2$), то в K' вони також відбуваються в різних точках ($x'_1 \neq x'_2$), але не буде одночасними ($t'_1 \neq t'_2$). В різних системах K' (при різних V) різниця $t'_2 - t'_1$ буде різною за величиною і може відрізнятися за знаком. Це означає, що в одних системах подія 1 буде передувати події 2, в інших навпаки. Але це стосується лише подій, не пов'язаних причинним зв'язком. Причинно пов'язані події (наприклад, постріл і попадання кулі в мішень) ні в одній із систем відліку не будуть одночасними і в усіх системах подія, що є причиною, буде передувати наслідку.

Відносність довжин тіл

Нехай в системі K' вздовж осі x знаходиться нерухомий стержень довжиною $l_0 = x_2' - x_1'$. Відносно системи K стержень рухається зі швидкістю V . Тоді в момент часу $t_1 = t_2 = b$



$$x'_1 = \frac{x_1 - Vb}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad x'_2 = \frac{x_2 - Vb}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$\text{або } x'_2 - x'_1 = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

$$l = l_0 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} \quad (2)$$

Отже, довжина стержня l , виміряна в системі, відносно якої він рухається, виявляється менше довжини l_0 , виміряної в системі, відносно якої стержень знаходиться в спокої.

Відносність проміжків часу

Нехай в точці, нерухомій відносно K' , відбувається подія тривалістю $\Delta t_0 = t'_2 - t'_1$. Початку події відповідає в цій системі к-та $x'_1 = a$ і момент часу t'_1 . Кінцю події – $x'_2 = a$ і t'_2 . Відносно системи K точка, в якій відбувається подія, переміщується.

В системі K

$$t_1 = \frac{t'_1 + \frac{V}{c^2} a}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad t_2 = \frac{t'_2 + \frac{V}{c^2} a}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$$

Тоді

$$t_2 - t_1 = \frac{t'_2 - t'_1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}, \text{ або } \Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \quad (3)$$

Δt_0 визначено по годиннику, що рухається разом з тілом, Δt – за годинником системи, відносно якої тіло рухається зі швидкістю V .

Час Δt_0 , відрахований по годиннику, що рухається разом з тілом, називається власним часом цього тіла. Він завжди менший, ніж час, відрахований за рухомим відносно тіла годинником.

В складі космічних променів є частинки μ^+ і μ^- -мезони. Вони нестабільні – розпадаються на позитрон (електрон) і два нейтрино.

Власний час життя μ -мезона $2 \cdot 10^{-6}$ с. Тобто, рухаючись навіть зі швидкістю світла, μ -мезони можуть пройти шлях 600м. Але μ -мезони утворюються в

космічних променях на висоті 20-30км і досягають земної поверхні.

Додавання швидкостей

$$U_x = \frac{dx}{dt}, \quad U_y = \frac{dy}{dt}, \quad U_z = \frac{dz}{dt} \quad - \text{в } K$$

$$dx = \frac{dx' + Vdt'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}, \quad dy = dy', \quad dz = dz', \quad dt = \frac{dt' + \frac{V}{C^2} dx'}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}$$

$$\text{Тоді} \quad \left. \begin{aligned} U_x &= \frac{U'_x + V}{1 + \frac{VU'_x}{C^2}} \\ U_y &= \frac{U'_y \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}{1 + \frac{VU'_x}{C^2}} \\ U_z &= \frac{U'_z \sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}}{1 + \frac{VU'_x}{C^2}} \end{aligned} \right\} \quad (4) \quad \begin{array}{l} \text{формули перетворень швидкостей при переході} \\ \text{від однієї системи відліку до іншої} \end{array}$$

Якщо тіло рухається паралельно осі x , його швидкість U відносно K співпадає з U_x .

$$U = \frac{U' + V}{1 + \frac{U'V}{C^2}}$$

Нехай швидкість $U' = C$. Тоді

$$U = \frac{C + V}{1 + \frac{CV}{C^2}} = C$$

Релятивістська динаміка

$$\text{Для маси} \quad m = \frac{m_0}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad (5)$$

m_0 - інваріантна величина, що наз. масою спокою даного тіла.

$M = m(V)$ - релятивістська маса.

Помноживши на швидкість \vec{V} , отримаємо релятивістський вираз для

імпульсу матеріальної точки

$$\vec{p} = \frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \quad (6), \text{ при } V \ll C \text{ отримаємо } \vec{p} = m_0 \vec{V}$$

Релятивістський вираз II з. Ньютона має вигляд

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \right) = \vec{F} \quad (7), \text{ де } \vec{F} - \text{результуюча сил, що діють на тіло.}$$

Знайдемо релятивістський вираз для енергії матеріальної точки, користуючись (7) і помноживши його на $\vec{V} dt$.

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \right) \vec{V} dt = \vec{F} \vec{V} dt$$

Права частина цього співвідношення – елементарна робота, виконана над частинкою за час dt .

По закону збереження енергії, робота, виконана над частинкою, повинна дорівнювати приросту енергії частинки dE . Тому

$$\begin{aligned} dE &= \frac{d}{dt} \left(\frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \right) \vec{V} dt = \vec{V} d \left(\frac{m_0 \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \right) = \left\| V^2 = \vec{V}^2; V dV = \vec{V} d\vec{V} \right\| = \vec{V} \left[\frac{m_0 d\vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} + \frac{m_0 \vec{V} \left(\frac{\vec{V}}{C^2} d\vec{V} \right)}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2} \right)^{\frac{3}{2}}} \right] = \\ &= \frac{m_0 \vec{V} d\vec{V}}{\left(1 - \frac{V^2}{C^2} \right)^{\frac{3}{2}}} = \frac{m_0 C^2 d \left(\frac{V^2}{C^2} \right)}{2 \left(1 - \frac{V^2}{C^2} \right)^{\frac{3}{2}}} = d \left(\frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} \right) \end{aligned}$$

Інтегрування одержаного виразу дає

$$E = \frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} + const \quad \text{Ейнштейн прийняв константу рівною нулю.}$$

Тоді $E = \frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} = m C^2 \quad (8), \text{ де } m - \text{релятивістська маса частинки.}$

Якщо швидкість частинки $V = 0$, енергія приймає значення

$$E_0 = m_0 C^2 \quad (9)$$

Величина (9) носить назву енергії спокою частинки. Ця енергія і є внутрішньою енергією частинки, не пов'язану з рухом частинки як цілого.

Кінетичну енергію частинки визначимо як різницю між E і E_0

$$T = E - E_0 = \left(\frac{m_0 C^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} - m_0 C^2 \right) = m_0 C^2 \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{C^2}}} - 1 \right) \quad (10)$$

При $V \ll C$

$$T \approx m_0 C^2 \left(\frac{1}{1 - \frac{1}{2} \frac{V^2}{C^2}} - 1 \right) \approx m_0 C^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{V^2}{C^2} - 1 \right) = \frac{m_0 V^2}{2}$$

Тобто класичний вираз для кінетичної енергії частинки.

Виключивши з виразів (6) і (8) швидкість V , сприймаємо вираз для енергії частинки через імпульс p :

$$E = C \sqrt{p^2 + m_0^2 C^2} \quad (11)$$

Класичний вираз $E = \frac{p^2}{2m}$

Зазначимо, що формули (8) і (9) справедливі для складного тіла, що складається з багатьох частинок. Енергія E_0 тіла, що знаходиться у стані спокою, крім енергії спокою частинок, що входять до його складу, містить також кінетичну енергію частинок (зумовлену їх рухом відносно центра інерції тіла) і енергію їх взаємодії одна з одною. В енергію спокою, як і в повну енергію, не входить потенціальна енергія тіла у зовнішньому силовому полі.

Із виразу (8) слідує, що енергія і маса тіла завжди пропорційні. Будь-яка, за винятком зміни потенціальної енергії у зовнішньому полі, зміна енергії тіла ΔE супроводжується зміною маси тіла $\Delta m = \frac{\Delta E}{C^2}$, і навпаки

$$\Delta E = \Delta m C^2 \quad (12)$$

Це твердження носить назву закону взаємозв'язку маси і енергії.

Відмітимо, що пропорційність між релятивістською масою і енергією приводить до того, що твердження про збереження сумарної релятивістської

маси частинок є сказане іншими словами твердження про збереження повної енергії. Тому в фізиці не прийнято вести мову про закон збереження релятивістської маси як про окремий закон.