

Лекція №1 – Місце та роль некоректних задач у математиці

1.1. Поняття задачі у широкому значенні.

Однією з найоригінальніших за стилем математичної діяльності галузей сучасних математичних досліджень є теорія некоректних задач, адже більшість практичних проблем вимагають прийняття рішень в умовах невизначеності, перевизначеності, або суперечностей в системі даних. Саме по відношенню до подібних задач і виникає необхідність у варіативному пошуку розв'язання.

Вагомих результатів у створенні теорії некоректних задач досягли Ж. Адамар, А.Н. Тихонов, М.М. Лаврентьєв, В.К. Іванов, Т.А. Безусова, Н.Н. Яремко та ін.

Термін «*задача*» використовується в житті і науці дуже широко і має багато різних значень. Тому дотепер не існує загальноприйнятого означення поняття «задача». У психології поняття задачі характеризує спрямованість і мету діяльності людини, досягнення результату якої здійснюється певними засобами. У філософії задачу розглядають як системний об'єкт, основною характеристикою якого є цілісність. Математики визначають задачу через її структурні елементи. Деякі математики під задачею у широкому значенні розуміють вимогу відшукання області істинності.

В українській методиці навчання математики задача (за Г.П. Бевзом) розглядається як будь-яка вимога обчислити, побудувати, довести або дослідити що-небудь, що стосується просторових форм чи кількісних відношень, або запитання, рівносильне такій вимозі. Розв'язати задачу – означає виконати те, що вимагається в задачі. В українській мові (на відміну від російської та деяких інших мов) існує істотна відмінність між поняттями «розв'язок», «розв'язання», «розв'язування». **Розв'язок** – це кінцевий результат процесу розв'язування, відповідь або частина відповіді. (Але «розв'язок» не можна ототожнювати з «відповіддю»). Ми записуємо одну відповідь, хоча задача має кілька розв'язків. Відповідь дають і тоді, коли задача не має розв'язків). **Розв'язання** – це логічна конструкція, сукупність усіх міркувань, що приводять до потрібного висновку. **Розв'язування** – процес міркувань, який може бути усним і письмовим, самостійним і колективним тощо.

1.2. Класифікації задач.

Існують різноманітні класифікації задач. За характером умови наводить таку класифікацію задач:

1. Задачі з несформованою умовою. В умові задачі є всі дані, але запитання лише мається на увазі.

2. Задачі з надмірною умовою. В умові задано зайві дані, непотрібні для розв'язування, які «приховують» необхідні для виконання завдання дані.

3. Задачі з неповною умовою. В умові таких задач відсутні деякі дані, необхідні для розв'язування задачі, а отже дати конкретну відповідь на запитання завдання не завжди можливо.

4. Задачі з суперечливою умовою – містять в умові суперечність між даними.

Г.П. Бевз задачі на обчислення і побудову залежно від кількості розв'язків поділяє на визначені і невизначені. Задачі, які мають тільки один розв'язок, він називає **визначеними**. Якщо ж задача має два або більше розв'язків – **невизначеними**. Крім визначених і невизначених, учений за характером умови також розглядає задачі із зайвими даними, задачі з суперечливими даними (іноді їх називають перевизначеними), задачі з додатковими обмеженнями, задачі з послабленими вимогами. Існує й інша точка зору. З.І. Слєпкань невизначеними вважає тільки ті задачі, які мають безліч розв'язків, а задачі, які мають скінчену множину розв'язків називає визначеними.

Часто учні, студенти і вчителі математики вживають терміни **«правильна задача»**, **«неправильна задача»**. Тлумачення цих термінів знаходимо в працях Л.М. Фрідмана. На його думку, правильна задача має одночасно задовольняти таким вимогам:

1. Усі вказані в задачі елементи предметної області (об'єкти) мають існувати.

Задача «Змішали 10 л. 60%-ної соляної кислоти з 4 л. 95%-ної кислоти. Якої міцності утвориться суміш?» є неправильною, бо з хімії відомо, що міцність соляної кислоти не може бути вищою 42%.

Соляна кислота прозора, їдка рідина, має різкий запах і «димить» на повітрі внаслідок виділення газоподібного хлороводню. Технічна кислота має жовтий колір, який обумовлюється домішками головним чином солей заліза. У концентрації приблизно 0,5% присутня у шлунку людини. Максимальна концентрація при 20° С дорівнює 38% за масою, має густину 1,19 г/см³.

Аналогічно, якщо змішати 1 л спирту з 1 л води, то не вийде 2 л рідини. Вийде приблизно 1,8-1,9 літрів рідини.

2. Усі вказані в задачі відношення мають бути дійсно визначені для тих елементів предметної області, для яких ці відношення задані в умовах задачі.

3. Область визначення кожної із заданих в задачі змінних має бути непорожньою.

4. Усі твердження, задані в умові задачі, мають бути істинними.

5. Всі висловлення, встановлення істинності яких складає вимогу задачі, повинні міститися у вигляді відповідних висловлювальних форм в умові задачі.

Зауваження. Третя вимога звужує множину правильних задач, бо за нею всі задачі, в яких область допустимих значень кожної із заданих змінних є порожньою – неправильні. Правильно поставлена задача має містити всі необхідні дані, жодне з яких не повинно бути зайвим; її умова повинна бути достатньою, не містити суперечливих і надлишкових даних. З цієї точки зору **«правильно поставлену задачу»** можна розглядати як **«коректну задачу»**.