

Практичне заняття № 1. Елементарні математичні моделі

Задача 1. Перевезення вантажу з пункту A у пункт B , що знаходиться на відстані 100 км, коштує 200 г.о., а у пункт C , що знаходиться на відстані 400 км, коштує 350 г.о. Визначити залежність вартості перевезення y від відстані x .

Відповідь: $y = 0,5x + 150$.

Задача 2. Необхідно відновити межі квадратної ділянки землі за трьома стовпами, що збереглися на її межах. Один стовп знаходиться у центрі ділянки, по одному з решти – на двох протилежних межах. Скласти рівняння прямих, що відображають межі ділянки, якщо на плані координати стовпів: $M(1; 6)$ – у центрі, $A(5; 9)$, $B(3; 0)$ – на сторонах.

Відповідь: $x + 2y - 23 = 0$, $x + 2y - 3 = 0$, $2x - y - 6 = 0$, $2x - y + 14 = 0$.

Задача 3. Пункти A та B по прямій з'єднані шосе. На плані місцевості ці пункти мають координати (у кілометрах): $A(1; 5)$, $B(13; 14)$. Об'єкт $C(7; 7)$ (у цій же системі координат) потрібно з'єднати найкоротшим шляхом з цим шосе. Знайти на шосе точку входження у неї шляху та довжину цього шляху.

Відповідь: точка входження має координати $(5,8; 8,6)$. Довжина дороги 2 км.

Задача 4. У резервуар, що має форму прямого кругового конуса, опущеного вершиною вниз, надходить рідина зі сталою швидкістю $a \frac{M^3}{c}$. З якою швидкістю підвищується

рівень h рідини у резервуарі, якщо його висота дорівнює H м, а радіус основи становить R м?

Відповідь:
$$\frac{\sqrt[3]{(3aH^2)/(\pi R^2)}}{3\sqrt[3]{t^2}}.$$

Задача 5. Драбина, довжина якої становить 10 м, одним кінцем притулена до вертикальної стіни, а другим опирається у підлогу. Нижній кінець драбини відсувається від стіни зі швидкістю 2 м/хв. З якою швидкістю опускається верхній кінець драбини у момент, коли нижній кінець знаходиться на відстані 6 м від стіни?

Відповідь: $-1,5$ м/хв.

Задача 6. Залежність барометричного тиску p від висоти h визначається функцією $\ln\left(\frac{p}{p_0}\right) = c \cdot h$, де p_0 – нормальний (на рівні моря) тиск. На висоті 5440 м тиск дорівнює половині нормального. Знайти швидкість зміни барометричного тиску у залежності від висоти.

Відповідь: $-0,000125 h$.

Задача 7. Обчислити наближено збільшення об'єму циліндричної колони висотою $H = 4$ м та радіусом основи $R = 20$ см, якщо на неї наклали шар штукатурки товщиною 1 см.

Відповідь: $0,05$ м³.

Задача 8. Під яким кутом потрібно збити три однакових дошки, щоб виготовити жолоб з найбільшим перерізом?

Відповідь: 120° .