

Методичні рекомендації

Критерій знаків

Перевірити гіпотезу про відмінність значень показника, виміряного двічі на одній і тій же вибірці (Вимір 1 і Вимір 2). Результати тестування наведено у таблиці.

№	Вимір 1	Вимір 2
1	6	14
2	11	5
3	12	8
4	8	10
5	5	14
6	10	7
7	7	12
8	6	13
9	3	11
10	9	9
11	4	15
12	5	16

1. Сформулюємо гіпотези:

H_0 : Значення показника, виміряного двічі на одній і тій же вибірці, значуще не відрізняються;

H_1 : Значення показника, виміряного двічі одній і тій же вибірці, значуще відрізняються.

2. Визначимо знак різниці показників для двох умов за допомогою логічної функції **ЕСЛИ**. Лапки з'являються автоматично і останнє значення це пропуск – довга клавіша на клавіатурі (рис. 1).

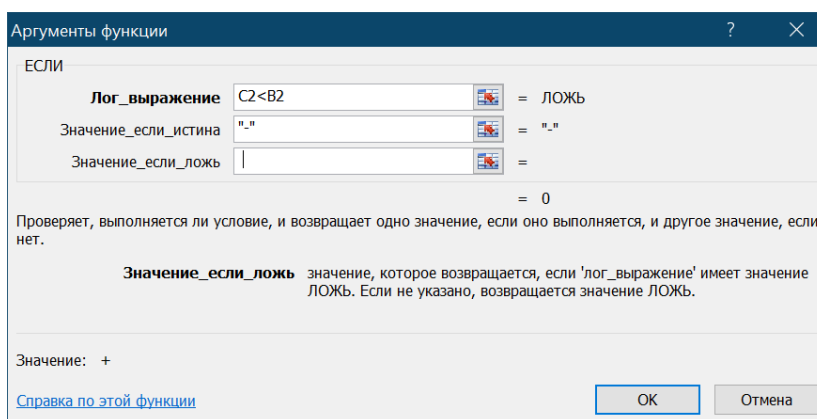


Рис. 1. Вікно функції ЕСЛИ

	A	B	C	D
1	№	Вимір 1	Вимір 2	Знак
2	1	6	14	+
3	2	11	5	-
4	3	12	8	-
5	4	8	10	+
6	5	5	14	+
7	6	10	7	-
8	7	7	12	+
9	8	6	13	+
10	9	3	11	+
11	10	9	9	
12	11	4	15	+
13	12	5	16	+

	A	B	C	D
1	№	Вимі	Вимір 2	Знак
2	1	6	14	=ЕСЛИ(C2>B2;"+";ЕСЛИ(C2<B2;"-";" "))
3	2	11	5	=ЕСЛИ(C3>B3;"+";ЕСЛИ(C3<B3;"-";" "))
4	3	12	8	=ЕСЛИ(C4>B4;"+";ЕСЛИ(C4<B4;"-";" "))
5	4	8	10	=ЕСЛИ(C5>B5;"+";ЕСЛИ(C5<B5;"-";" "))
6	5	5	14	=ЕСЛИ(C6>B6;"+";ЕСЛИ(C6<B6;"-";" "))
7	6	10	7	=ЕСЛИ(C7>B7;"+";ЕСЛИ(C7<B7;"-";" "))
8	7	7	12	=ЕСЛИ(C8>B8;"+";ЕСЛИ(C8<B8;"-";" "))
9	8	6	13	=ЕСЛИ(C9>B9;"+";ЕСЛИ(C9<B9;"-";" "))
10	9	3	11	=ЕСЛИ(C10>B10;"+";ЕСЛИ(C10<B10;"-";" "))
11	10	9	9	=ЕСЛИ(C11>B11;"+";ЕСЛИ(C11<B11;"-";" "))
12	11	4	15	=ЕСЛИ(C12>B12;"+";ЕСЛИ(C12<B12;"-";" "))
13	12	5	16	=ЕСЛИ(C13>B13;"+";ЕСЛИ(C13<B13;"-";" "))

Рис. 2. Визначення знаку змін між Виміром 1 і Виміром 2

3. Підрахувати кількість позитивних (n+) та негативних (n-) зрушень у діапазоні D2:D13. Для цього використовується статистична функція СЧЁТЕСЛИ. Визначити n як суму типових та нетипових зрушень. Розрахунки наведені на рис. 3.

	A	B	C	D
1	№	Вимір 1	Вимір 2	Знак
2	1	6	14	+
3	2	11	5	-
4	3	12	8	-
5	4	8	10	+
6	5	5	14	+
7	6	10	7	-
8	7	7	12	+
9	8	6	13	+
10	9	3	11	+
11	10	9	9	
12	11	4	15	+
13	12	5	16	+
14				
15				
16	Розрахунки			
17	n+=	8		
18	n-=	3		
19	n=	11		

	A	B	C	D
1	№	Вимір 1	Вимір 2	Знак
2	1	6	14	=ЕСЛИ(C2>B2;"+";ЕСЛИ(C2<B2;"-";" "))
3	2	11	5	=ЕСЛИ(C3>B3;"+";ЕСЛИ(C3<B3;"-";" "))
4	3	12	8	=ЕСЛИ(C4>B4;"+";ЕСЛИ(C4<B4;"-";" "))
5	4	8	10	=ЕСЛИ(C5>B5;"+";ЕСЛИ(C5<B5;"-";" "))
6	5	5	14	=ЕСЛИ(C6>B6;"+";ЕСЛИ(C6<B6;"-";" "))
7	6	10	7	=ЕСЛИ(C7>B7;"+";ЕСЛИ(C7<B7;"-";" "))
8	7	7	12	=ЕСЛИ(C8>B8;"+";ЕСЛИ(C8<B8;"-";" "))
9	8	6	13	=ЕСЛИ(C9>B9;"+";ЕСЛИ(C9<B9;"-";" "))
10	9	3	11	=ЕСЛИ(C10>B10;"+";ЕСЛИ(C10<B10;"-";" "))
11	10	9	9	=ЕСЛИ(C11>B11;"+";ЕСЛИ(C11<B11;"-";" "))
12	11	4	15	=ЕСЛИ(C12>B12;"+";ЕСЛИ(C12<B12;"-";" "))
13	12	5	16	=ЕСЛИ(C13>B13;"+";ЕСЛИ(C13<B13;"-";" "))
14				
15				
16	Розрахунки			
17	n+=	=СЧЁТЕСЛИ(D2:D13;"+")		
18	n-=	=СЧЁТЕСЛИ(D2:D13;"-")		
19	n=	=СУММ(B17:B18)		

Рис. 3. Визначення типового і нетипового зсувів та обчислення n

4. Нетиповим знаком є "-" і тому емпіричне значення критерію дорівнює кількості нетипових знаків: $G_{\text{емп}} = 3$.

5. За таблицею додатка А знайдемо критичні значення для $n = 11$:

$$G_{\text{кр}} = \begin{cases} 2, & \text{для } \alpha \leq 0,05 \\ 1, & \text{для } \alpha \leq 0,01 \end{cases}$$

6. Побудуємо вісь значущості:

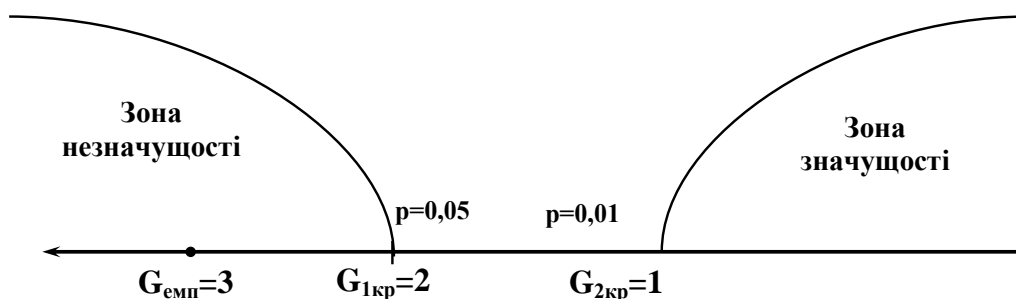


Рис. 4. Вісь значущості для критерія знаків

7. $G_{емп}$ знаходиться в зоні незначущості, тому приймається гіпотеза H_0 . Отже, значення показника, виміряного двічі одній і тій же вибірці, не різняться.

Критерій Вілкоксона

За попереднім прикладом провести перевірку гіпотез за критерієм Вілкоксона.

1. Сформулюємо гіпотези:

H_0 : Значення показника, виміряного двічі на одній і тій же вибірці, не відрізняються;

H_1 : Значення показника, виміряного двічі одній і тій же вибірці, різняться.

2. Визначається різниця значень ознак. Знайти модуль значення різниці, для чого скористатися математичною функцією **ABS**. Нульовий зсув видалити (комірка **E11**). Відповідно **n=11**.

3. Визначити ранги за допомогою статистичної функції **РАНГ.СР**.

4. Визначити суми рангів позитивних та негативних зрушень. Підрахувати кількість позитивних (n^+) та негативних (n^-) у діапазоні **D2:D13**. Для цього скористатися статистичною функцією **СУММЕСЛИ** (рис. 5, рис. 6).

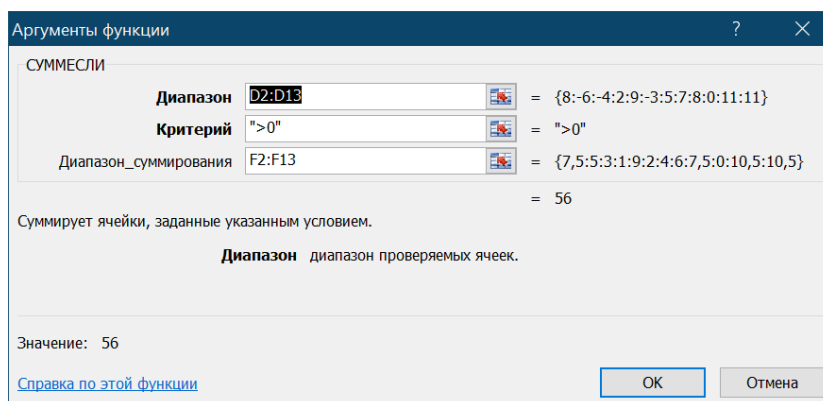


Рис. 5. Вікно функції **СУММЕСЛИ** для обчислення позитивних зрушень

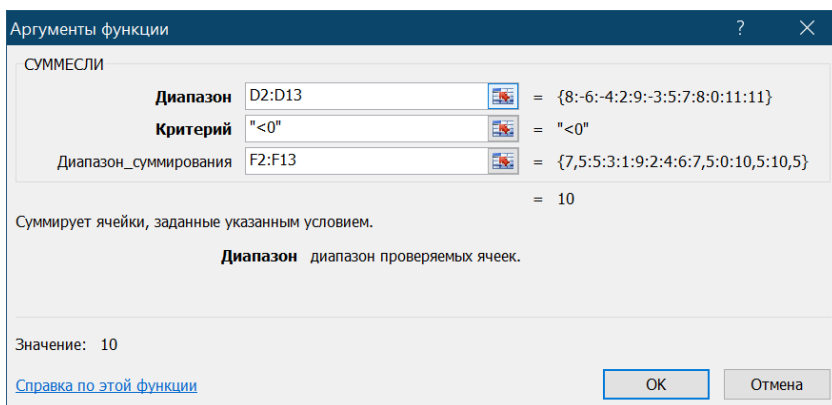


Рис. 6. Вікно функції СУММЕСЛИ для обчислення негативних зрушень

5. Визначити типові й нетипові зсуви за допомогою логічної функції ЕСЛИ (рис. 7).

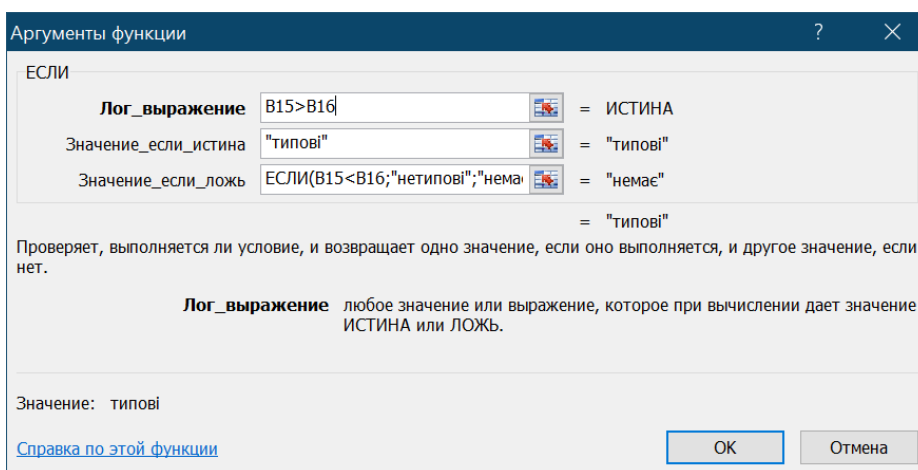


Рис. 7. Вікно функції ЕСЛИ для визначення типу зсуву

6. Нетиповим знаком є "-" і тому емпіричне значення критерію дорівнює сумі рангів нетипових зсувів $T_{емп} = 10$.

Це можна визначити за допомогою функції ЕСЛИ (рис. 8).

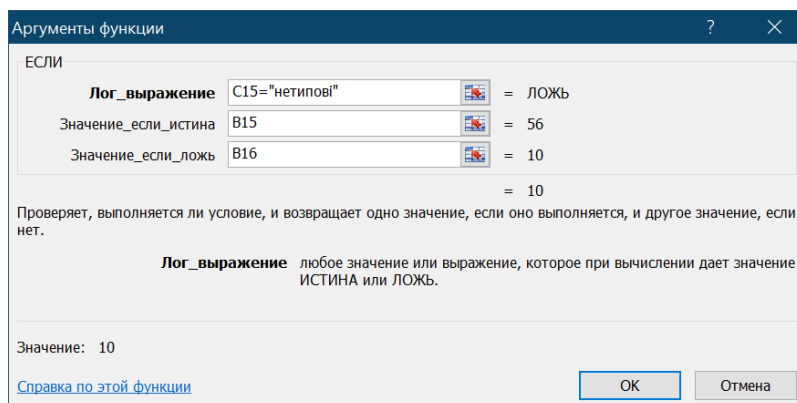


Рис. 8. Визначення емпіричного значення критерія Вілкоксона

Розрахунки наведені на рис. 9 та рис. 10.

	A	B	C	D	E	F
1	№	Вимір 1	Вимір 2	d	d	Ранги d
2	1	6	14	8	8	7,5
3	2	11	5	-6	6	5
4	3	12	8	-4	4	3
5	4	8	10	2	2	1
6	5	5	14	9	9	9
7	6	10	7	-3	3	2
8	7	7	12	5	5	4
9	8	6	13	7	7	6
10	9	3	11	8	8	7,5
11	10	9	9	0		
12	11	4	15	11	11	10,5
13	12	5	16	11	11	10,5
14	Розрахунки					66
15	R ₊ =	56	типові			
16	R ₋ =	10	нетипові			
17	n=	11				
18	Темп=	10				
19						

Рис. 9. Результати обчислення емпіричного значення критерія Вілкоксона

	A	B	C	D	E	F
1	№	Вимір 1	Вимір 2	d	d	Ранги d
2	1	6	14	=C2-B2	=ABS(D2)	=РАНГ.СР(E2:\$E\$2:\$E\$13;1)
3	2	11	5	=C3-B3	=ABS(D3)	=РАНГ.СР(E3:\$E\$2:\$E\$13;1)
4	3	12	8	=C4-B4	=ABS(D4)	=РАНГ.СР(E4:\$E\$2:\$E\$13;1)
5	4	8	10	=C5-B5	=ABS(D5)	=РАНГ.СР(E5:\$E\$2:\$E\$13;1)
6	5	5	14	=C6-B6	=ABS(D6)	=РАНГ.СР(E6:\$E\$2:\$E\$13;1)
7	6	10	7	=C7-B7	=ABS(D7)	=РАНГ.СР(E7:\$E\$2:\$E\$13;1)
8	7	7	12	=C8-B8	=ABS(D8)	=РАНГ.СР(E8:\$E\$2:\$E\$13;1)
9	8	6	13	=C9-B9	=ABS(D9)	=РАНГ.СР(E9:\$E\$2:\$E\$13;1)
10	9	3	11	=C10-B10	=ABS(D10)	=РАНГ.СР(E10:\$E\$2:\$E\$13;1)
11	10	9	9	=C11-B11		
12	11	4	15	=C12-B12	=ABS(D12)	=РАНГ.СР(E12:\$E\$2:\$E\$13;1)
13	12	5	16	=C13-B13	=ABS(D13)	=РАНГ.СР(E13:\$E\$2:\$E\$13;1)
14	Розрахунки					=СУММ(F2:F13)
15	R ₊ =	=СУММЕСЛИ(D2:D13;">0";F2:F13)	=ЕСЛИ(B15>B16;"типові";ЕСЛИ(B15<B16;"нетипові";"немає"))			
16	R ₋ =	=СУММЕСЛИ(D2:D13;"<0";F2:F13)	=ЕСЛИ(B16>B15;"типові";ЕСЛИ(B16<B15;"нетипові";"немає"))			
17	n=	11				
18	Темп=	=ЕСЛИ(C15="нетипові";B15;B16)				

Рис. 10. Формули обчислення емпіричного значення критерія Вілкоксона

6. По таблиці Додатку Б знайдені критичні значення для $n = 11$:

$$T_{кр} = \begin{cases} 13, & \text{для } \alpha \leq 0,05 \\ 7 & \text{для } \alpha \leq 0,01 \end{cases}$$

5. Побудуємо вісь значущості:

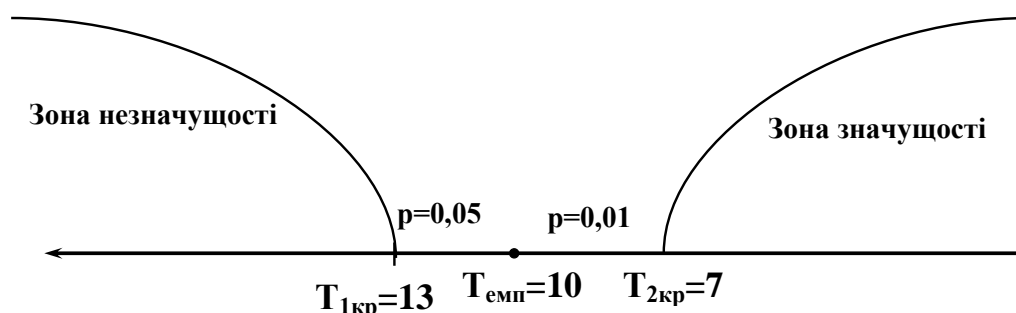


Рис. 11. Вісь значущості для критерія Вілкоксона

б. $T_{емп}$ знаходиться в зоні невизначеності, тому необхідно скористатися іншим критерієм або збільшити вибірку. Хоча можна просто порівняти $T_{емп}$ з $T_{1кр}$. Оскільки $T_{емп} < T_{1кр}$, то на рівні значущості $\alpha \leq 0,05$ гіпотеза H_0 відхиляється та приймається альтернативна гіпотеза H_1 .

Критерій Фрідмана

Перевіримо гіпотезу про відмінність чотирьох залежних вибірок за рівнем сформованості ознаки. Результати тестування наведено у таблиці.

№	Умова 1	Умова 2	Умова 3	Умова 4
1	6	14	5	14
2	11	5	4	12
3	12	13	7	10
4	8	10	11	12
5	5	14	10	14
6	10	7	12	12

1. Сформулюємо гіпотези:

H_0 : Значення показника, вимірюного чотири рази на одній й тій же вибірці, не відрізняються;

H_0 : Значення показника, вимірюного чотири рази на одній й тій же вибірці, не відрізняються.

2. Виконаємо ранжування по рядкам та одночасно знайдено суму рангів, яка має дорівнювати 10. Для ранжування скористалися статистичною функцією **РАНГ.СР**. Зверніть увагу, на те, що посилання на діапазон **B2:E2** – змішане знак \$ стоїть перед номером рядка. А для обчислення суми рангів використовується функція **СУММ** (рис. 12).

№	Умова 1	Умова 2	Умова 3	Умова 4	Σ
1	3	1,5	4	1,5	10
2	2	3	4	1	10
3	2	1	4	3	10
4	4	3	2	1	10
5	4	1,5	3	1,5	10
6	3	4	1,5	1,5	10

Рис. 12. Ранжування вибірок

3. Далі знаходяться суми рангів по стовпцям.

4. Для розрахунку значення $\sum(T_j)^2$ використовується математична функція **СУММКВ**.

5. Обчислення емпіричного значення критерія Фрідмана здійснюється по формулі (2). Результати обчислення представлені на рис. 13.

9	A	B	C	D	E	F	9	A	B	C	D	E	F	
10	№	Ранги					10	№	Ранги					
		Умова 1	Умова 2	Умова 3	Умова 4	Σ		Умова 1	Умова 2	Умова 3	Умова 4	Σ		
11	1	3	1,5	4	1,5	10	11	=РАНГ.СР(B2;SB2;SE2;0)	=РАНГ.СР(C2;SB2;SE2;0)	=РАНГ.СР(D2;SB2;SE2;0)	=РАНГ.СР(E2;SB2;SE2;0)	=СУММКВ(B2;E2)		
12	2	2	3	4	1	10	12	=РАНГ.СР(B3;SB3;SE3;0)	=РАНГ.СР(C3;SB3;SE3;0)	=РАНГ.СР(D3;SB3;SE3;0)	=РАНГ.СР(E3;SB3;SE3;0)	=СУММКВ(B3;E3)		
13	3	2	1	4	3	10	13	=РАНГ.СР(B4;SB4;SE4;0)	=РАНГ.СР(C4;SB4;SE4;0)	=РАНГ.СР(D4;SB4;SE4;0)	=РАНГ.СР(E4;SB4;SE4;0)	=СУММКВ(B4;E4)		
14	4	4	3	2	1	10	14	=РАНГ.СР(B5;SB5;SE5;0)	=РАНГ.СР(C5;SB5;SE5;0)	=РАНГ.СР(D5;SB5;SE5;0)	=РАНГ.СР(E5;SB5;SE5;0)	=СУММКВ(B5;E5)		
15	5	4	1,5	3	1,5	10	15	=РАНГ.СР(B6;SB6;SE6;0)	=РАНГ.СР(C6;SB6;SE6;0)	=РАНГ.СР(D6;SB6;SE6;0)	=РАНГ.СР(E6;SB6;SE6;0)	=СУММКВ(B6;E6)		
16	6	3	4	1,5	1,5	10	16	=РАНГ.СР(B7;SB7;SE7;0)	=РАНГ.СР(C7;SB7;SE7;0)	=РАНГ.СР(D7;SB7;SE7;0)	=РАНГ.СР(E7;SB7;SE7;0)	=СУММКВ(B7;E7)		
17	T_j	18	14	18,5	9,5		17	T_j	=СУММ(B11;B16)	=СУММ(C11;C16)	=СУММ(D11;D16)	=СУММ(E11;E16)		
18	n	6					18	n	6					
19	c	4					19	c	4					
20	$\sum(T_j)^2$	952,5					20	$\sum(T_j)^2$	=СУММКВ(B17;E17)					
21	$\chi_{емп}^2$	5,25					21	$\chi_{емп}^2$	=12*(B18*B19*(B19+1))*B20-3*B18*(B19+1)					

Рис. 13. Обчислення емпіричного значення критерія Фрідмана

6. Оскільки $c = 4$ і $n = 6$, то критичні значення знайдено по таблиці В.3 додатку В для $df = c - 1 = 4 - 1 - 3$:

$$\chi_{кр}^2 = \begin{cases} 7,81, & \alpha \leq 0,05 \\ 11,34, & \alpha \leq 0,01 \end{cases}$$

7. Будуємо ось значущості:

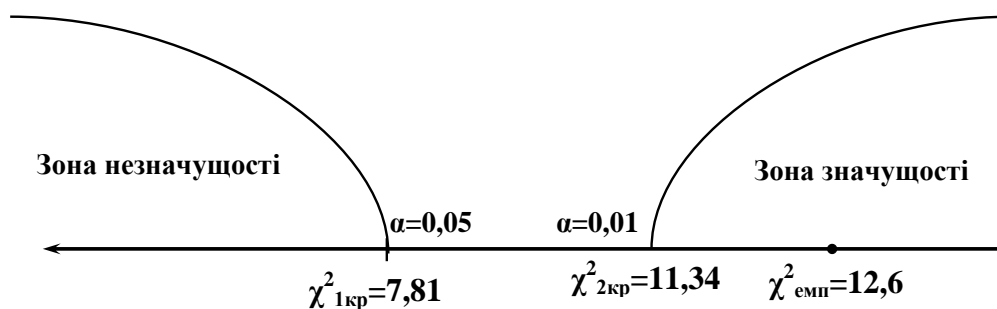


Рис. 14. Вісь значущості для критерія Фрідмана

8. Оскільки $\chi_{р\text{емп}}^2$ знаходиться в зоні значущості, то гіпотеза H_0 відкидається і приймається гіпотеза H_1 .

Отже, значення показника, виміряного чотири рази на одній й тій же вибірці, різняться.

Критерій тенденцій Пейджа

За умовою попереднього прикладу провести перевірку гіпотез за критерієм Пейджа.

1. Сформулюємо гіпотези:

H_0 : Значення показника, вимірюючого чотири рази на одній й тій же вибірці, не відрізняються;

H_0 : Значення показника, вимірюючого чотири рази на одній й тій же вибірці, не відрізняються.

2. Аналогічно як при обчисленні емпіричного значення критерія Фрідмана здійснено ранжування по рядкам (рис. 12).

3. Далі обчислюються суми рангів по стовпцям.

4. Під рядком з сумами рангів вводяться числа від 1 до 4 (номер вибірки j).

5. В наступному рядку суми рангів розташовуються в порядку зростання. Для цього застосовується статистична функція **НАИМЕНЬШИЙ** (рис. 15).

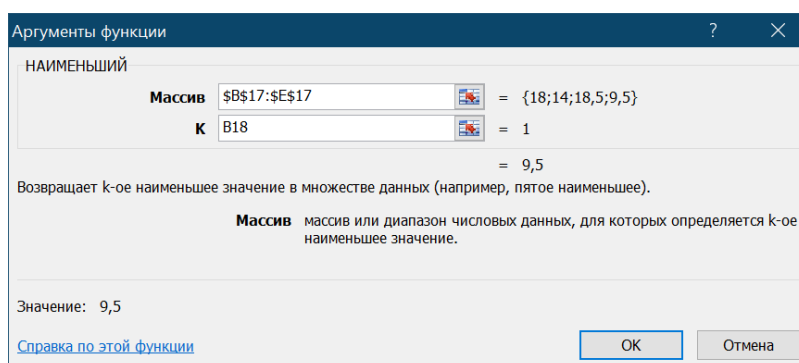


Рис. 15. Вікно функції НАИМЕНЬШИЙ

6. Далі обчислена сума добутоків за допомогою функції **СУММПРОИЗВ** (рис. 16).

Це і є емпіричне значення критерія Пейджа.

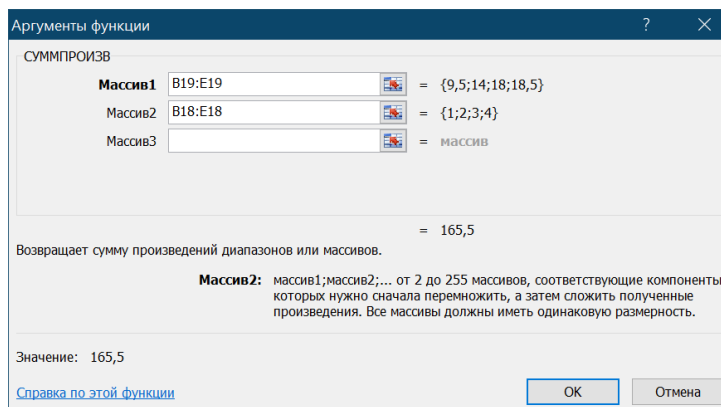


Рис. 16. Вікно функції СУММПРОИЗВ

Розрахунки емпіричного значення критерія Пейджа наведено на рис. 17 і рис. 18.

	A	B	C	D	E	F
9		Ранги				
10	№	Умова 1	Умова 2	Умова 3	Умова 4	Σ
11	1	3	1,5	4	1,5	10
12	2	2	3	4	1	10
13	3	2	1	4	3	10
14	4	4	3	2	1	10
15	5	4	1,5	3	1,5	10
16	6	3	4	1,5	1,5	10
17	T_j	18	14	18,5	9,5	
18	j	1	2	3	4	
19	T_j^*	9,5	14	18	18,5	
20	$L_{емп}$	165,5				

Рис. 17. Результати обчислення емпіричного значення критерія Пейджа

	A	B	C	D	E
9		Ранги			
10	№	Умова 1	Умова 2	Умова 3	Умова 4
11	1	=РАНГ.СР(B2:SB2:SE2;0)	=РАНГ.СР(C2:SB2:SE2;0)	=РАНГ.СР(D2:SB2:SE2;0)	=РАНГ.СР(E2:SB2:SE2;0)
12	2	=РАНГ.СР(B3:SB3:SE3;0)	=РАНГ.СР(C3:SB3:SE3;0)	=РАНГ.СР(D3:SB3:SE3;0)	=РАНГ.СР(E3:SB3:SE3;0)
13	3	=РАНГ.СР(B4:SB4:SE4;0)	=РАНГ.СР(C4:SB4:SE4;0)	=РАНГ.СР(D4:SB4:SE4;0)	=РАНГ.СР(E4:SB4:SE4;0)
14	4	=РАНГ.СР(B5:SB5:SE5;0)	=РАНГ.СР(C5:SB5:SE5;0)	=РАНГ.СР(D5:SB5:SE5;0)	=РАНГ.СР(E5:SB5:SE5;0)
15	5	=РАНГ.СР(B6:SB6:SE6;0)	=РАНГ.СР(C6:SB6:SE6;0)	=РАНГ.СР(D6:SB6:SE6;0)	=РАНГ.СР(E6:SB6:SE6;0)
16	6	=РАНГ.СР(B7:SB7:SE7;0)	=РАНГ.СР(C7:SB7:SE7;0)	=РАНГ.СР(D7:SB7:SE7;0)	=РАНГ.СР(E7:SB7:SE7;0)
17	T_j	=СУММ(B11:B16)	=СУММ(C11:C16)	=СУММ(D11:D16)	=СУММ(E11:E16)
18	j	1	2	3	4
19	T_j^*	=НАИМЕНЬШИЙ(\$B\$17:\$E\$17;B18)	=НАИМЕНЬШИЙ(\$B\$17:\$E\$17;C18)	=НАИМЕНЬШИЙ(\$B\$17:\$E\$17;D18)	=НАИМЕНЬШИЙ(\$B\$17:\$E\$17;E18)
20	$L_{емп}$	=СУММПРОИЗВ(B19:E19;B18:E18)			

Рис. 18. Формули обчислення емпіричного значення критерія Пейджа

7. Для $c = 4$ і $n = 6$, знайдені критичні значення по таблиці додатку Д:

$$L_{кр} = \begin{cases} 163, & \alpha \leq 0,05 \\ 167, & \alpha \leq 0,01 \end{cases}$$

8. Побудовано вісь значущості (рис. 19).

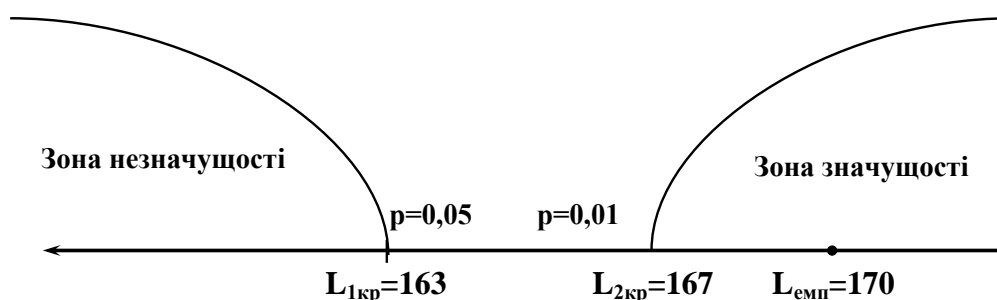


Рис. 19. Вісь значущості для критерія Пейджа

7. $L_{емп}$ знаходиться в зоні значущості, тому H_0 відхиляється та приймається гіпотеза H_1 .

Висновок: Значення показника, вимірюного чотири рази на одній і тій же вибірці, різняться.