

Практичне заняття за темою 3

Приклади вирішення задач

Приклад 1

Початковий капітал особи, яка приймає рішення, становить 4 грн.

Функція корисності грошей для цієї особи $U(X) = \sqrt{X}$. Особі пропонують лотерею, в якій можна виграти 12 грн з імовірністю 0,5 або нічого не виграти (тобто нейтральний результат у 0 грн) також з імовірністю 0,5. Чи слід особі брати участь у лотереї?

Розв'язання

Корисність 4 грн для особи, яка приймає рішення, становить

$$U(4) = \sqrt{4} = 2 \text{ (грн)}.$$

Корисність капіталу особи після виграшу 12 грн становить

$$U(4+12) = \sqrt{16} = 4 \text{ (грн)}.$$

Після виграшу у 0 грн корисність становитиме

$$U(4+0) = \sqrt{4} = 2 \text{ (грн)}.$$

Середня очікувана корисність дорівнює $0,5 \cdot 4 + 0,5 \cdot 2 = 2 + 1 = 3$ (грн).

Це більш ніж початкова сума капіталу, отже, особі слід брати участь у лотереї.

Приклад 2

Особа має функцію корисності $U(x) = 0,01x^2$. Вона має три альтернативні варіанти вибору нового місця роботи. Перше місце пов'язане зі стабільним прибутком у 2 грн. Друге місце роботи пов'язане з ризиком: або мати прибуток у 3 грн з імовірністю 0,5 або прибуток у 1 грн з імовірністю 0,5. Третє місце роботи також пов'язане з ризиком мати 4 грн з імовірністю 0,5 або не мати жодного доходу. Яке місце роботи обрати цій особі?

Приклад 3

Припустимо, ви заощадили 5000 грн, щоб наступного року придбати меблі. Знайомий бізнесмен пропонує вам укласти гроші в його бізнес. У разі невдачі ви втрачаєте 5000 грн і можливість купити меблі. У разі успіху через рік ви одержуєте 30 000 грн. Фахівець із маркетингу оцінює ймовірність успіху в 0,3. Альтернативний варіант — покласти гроші в банк під 9 % річних без жодного ризику. Яке рішення ви приймете?

Розв'язання

Спочатку скористаємося критерієм максимізації доходу. Переоцінимо доходи за допомогою оцінок корисності, а потім застосуємо правило максимізації очікуваної корисності.

За грошовою шкалою інвестування коштів у бізнес дає найбільший очікуваний дохід. Тому використання цього правила тягне за собою ризик у розрахунку на більший прибуток. Проте цей вибір не можна вважати оптимальним, тому що в разі втрати грошей купівля меблів залишиться лише мрією.

Таблиця 2.1 – Доходи від альтернативних варіантів

Можливі результати	Можливі альтернативи: вкласти 5000 грн.		Імовірність
	бізнес	банк	
Успіх у бізнесі	30 000	5450	0,3
Невдача в бізнесі	0	5450	0,7
Очікуваний дохід, грн.	9000	5450	X
Рішення	Обираємо на основі максимізації доходу		

Шкала корисності для цього прикладу має такий вигляд:

- 0 — найменший дохід — 0 грн.;
- 100 — найбільший дохід — 30 000 грн., тобто $U(0) = 0$ та $U(30\,000) = 100$.

На практиці неважливо, як буде градуйована шкала корисності — від 0 до 100 або від 0 до 1, має значення лише домірність.

Для доходу 5450 грн. не потрібна оцінка корисності, варто тільки визначити, якою має бути ймовірність P доходу 5450 грн., якщо ви вважаєте його настільки ж привабливим, наскільки й дохід 30 000 грн. з імовірністю P , і 0 з імовірністю $(1 - P)$.

Припустімо, для вас достатня ймовірність щонайменше 60 % успіху, тобто $P = 0,6$, тоді корисність 5450 грн.:

$$U(5450) = P \cdot 100 = 0,6 \cdot 100 = 60.$$

У табл. 9.1 наведено оцінки корисності.

Таблиця 2.2 – Таблиця корисності

Можливі результати	Можливі альтернативи: вкласти 5000 грн у		Імовірність
	бізнес	банк	
Успіх у бізнесі	100	60	0,3
Невдача в бізнесі	0	60	0,7
Очікуваний дохід, грн	30	60	X
Рішення	Обираємо через найбільшу очікувану корисність		

Вкладення грошей у банк — рішення з найбільшою очікуваною корисністю, однак це прямо протилежно вибору, зробленому на основі критерію очікуваного доходу, через урахування ризику, пов'язаного з можливим результатом бізнесу. Для того щоб оцінити цей ризик, накреслимо графік, що враховує оцінки корисності й доходи. Зробити це можна, проставивши значення $U(0)$ та $U(100)$ і з'єднавши їх прямою лінією.

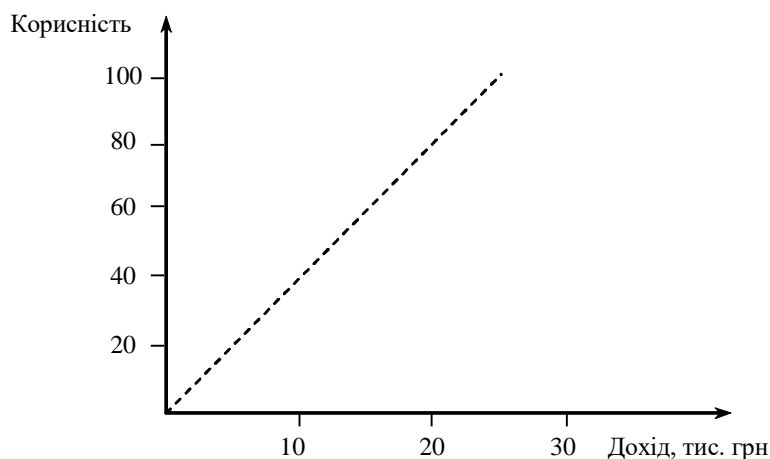


Рисунок 2.1 – Графік корисності

Якщо оцінка корисності 5450 грн перебуває вище цієї лінії, то особа, яка приймає рішення, належить до тих, хто уникає ризику, якщо нижче, то навпаки.

Завдання для самостійного опрацювання

1. Як за допомогою поняття лотереї визначити різне ставлення людини до ризику?
2. Наведіть приклади функції корисності.
3. Знайдіть імовірність того, що за p виграшів лотереї оптиміст втратить не менш як 100 дол.

Задача 1

Можливі два варіанти дій, що ведуть до різних результатів. Проранжируйте ці дії, за: математичним сподіванням; дисперсією; за коефіцієнтом варіації; за сподіваною корисністю. Побудуйте функції корисності.

Дані для задачі 1

Варіанти		Виграші, їхні ймовірності й корисності			
1	Величина виграшів	- 20	10	65	80
	Імовірність виграшів	0,1	0,2	0,3	0,4
	Корисність виграшів	0	0,3	0,5	1
2	Величина виграшів	- 30	20	30	50
	Імовірність виграшів	0,2	0,3	0,4	0,1
	Корисність виграшів	0,1	0,3	0,5	0,2

Задача 2

Особа має зростаючу функцію корисності вигляду $U(x) = 0,02x^2 \geq 0$ і повинна обрати нове місце роботи з двох альтернативних варіантів. У першому випадку її невизначений дохід може становити 1000 тис. грн з імовірністю 0,5 або 3000 грн з тією самою ймовірністю. У другому місці їй пропонують безризиковий дохід 2000 грн. Яке місце роботи доцільно обрати цій особі?

Задача 3

Функція корисності певної особи визначається логарифмічною залежністю $U(W) = \ln(W)$. Вона може з однаковими шансами виграти і програти 100 грн. Скільки особа готова буде заплатити, щоб уникнути ризику, якщо поточний рівень її добробуту дорівнює 1 тис. грн?

Задача 4

Особа, яка приймає рішення про випуск продукції, має таку шкалу корисності доходу:

Корисність доходу	0	10	20	35	60	100
Дохід, тис. грн	0	50	100	150	200	250

Зробіть висновок щодо схильності або несхильності цієї особи до ризику. Прогнозується, що на ринку можуть виникнути дві ситуації стосовно попиту на цей вид продукції: у першій ситуації дохід становить 70 тис. грн з імовірністю 0,75 або 210 тис. грн, а в другій — гарантовано 140 тис. грн. Який варіант обере ця особа за критеріями очікуваного доходу та очікуваної корисності? Розрахуйте її премію за ризик.

Задача 5

Власник підприємства постає перед ситуацією, коли з імовірністю 10 % пожежа може знищити все його майно, з імовірністю 10 % — зменшити його нерухомість до 10 тис. грн, з імовірністю 80 % вогонь не завдасть йому шкоди й вартість його майна залишиться рівною 20 тис. грн. Яку максимальну суму він готовий заплатити за страховку, якщо його функція корисності має логарифмічний вигляд $U(W) = \ln(W)$, а страхові виплати становлять 20 тис. грн для першого випадку і 10 тис. грн — для другого?

Задача 6

Нехай функція корисності бізнесмена має такий вигляд: $U(x) = 10 + 2x$, де x — грошовий виграш. Бізнесмен може вкласти в будівництво магазину 25 тис. грн і вважає, що з імовірністю 0,5 він дістане прибуток у 32 тис. грн, а з імовірністю 0,5 утратить увесь свій капітал. Визначте, чи варто здійснювати інвестування проекту; якщо буде зроблене інвестування, то яка очікувана корисність цього заходу?

Задача 7

Бізнесмен під час своєї відпустки бажає зробити навколосвітню подорож, що коштує 10 000 дол. Корисність подорожі можна оцінити кількістю грошей, витрачених на відпочинок (x). Функція корисності виражається залежністю $U(x) = \ln(x)$. Визначте:

- якщо існує 25 %-ва ймовірність утратити під час подорожі 1000 дол., то яка очікувана корисність навколосвітньої подорожі?
- яка максимальна грошова сума, що її бізнесмен готовий заплатити за страховку від втрати 1000 дол.?

Література [6–12; 19]