ЛЕКЦІЯ 3

ІНСТРУМЕНТАЛЬНА ПОХИБКА

Інструментальна похибка вимірювання визначається похибкою застосовуваних засобів вимірювання, тобто вимірювальних приладів і мір. Інструментальна похибка, названа іноді *приладовою похибкою*, обумовлена багатьма причинами, пов'язаними з конструкцією приладу, якістю його виготовлення і застосовуваних матеріалів, старанністю регулювання, умовами застосування і т.д. Інструментальна похибка має як систематичну, так і випадкову складову. Співвідношення між ними може бути неоднаковим для різних приладів (зазначається в паспорті приладу), однак частіше переважає систематична похибка. Інструментальну похибку можна встановити при порівнянні показань даного приладу з показаннями більш точного. У цьому випадку можна одержати таблицю або графік виправлень, використання яких підвищує точність приладу.

Для багатьох засобів вимірювання широкого застосування виробники зазначають, що інструментальна похибка із досить великою ймовірністю ($P \geq 0{,}95$) не перевищує певного значення $\Delta_{інстр}$, називаного межею похибки, яка допускається. Наприклад, вимірювальна лінійка довжиною 1000 мм має $\Delta_{інстр} = \pm 0{,}20$ мм, тобто виробник не гарантує, що штрихи нанесені з більшою точністю.

Зв'язок між ціною поділки шкали і $\Delta_{інстр}$ строго не встановлюється, тому судити про точність приладу на підставі ціни поділки шкали можна тільки дуже орієнтовно.

Вимірювальні прилади служать, як відомо, для вимірювання змінних в часі величин і являють собою матеріальні системи, що характеризуються різними інерційними властивостями (механічними, тепловими та ін.). Інерційність приладів при змінному режимі роботи приводить до запізнювання їх показань, тобто до відставання показань від зміни вимірюваної величини, що викликає динамічні **похибки**.

Величина запізнювання показань залежить в основному від принципу дії і будови вимірювального приладу. На неї впливають інерція рухливої частини приладу, теплоємність і теплопровідність термочутливого елемента і спосіб його установлення, довжина і діаметр сполучних трубок та ін.

Залежність показань приладу від зміни вимірюваної величини в несталому режимі (перехідному процесі) називається **динамічною характеристикою** вимірювального приладу. Вид динамічної характеристики визначається характером зміни, що відбувається з вимірювальною величиною і типом вимірювального приладу.

Похибка кожного конкретного приладу є систематичною, але її значення звичайно невідоме, а виходить її неможливо виключити введенням у результат вимірювання відповідного виправлення.

Звичайно ціна найменшої поділки шкали стрілкового приладу погоджена з похибкою самого приладу. Якщо клас точності використовуваного приладу невідомий, за похибку $\sigma_{прил}$ завжди беруть

половину ціни її найменшої поділки. Зрозуміло, що при зчитуванні показань зі шкали недоцільно намагатися визначити одиниці розподілу, тому що результат вимірювання від цього не стане точнішим. Межа припустимої похибки цифрового вимірювального приладу розраховують за паспортним даними, утримуючу формулу для розрахунку похибки саме даного приладу.

Тому що "приладова" похибка Δx має випадковий характер і не залежить від випадкової похибки багаторазових вимірювань, то при тому самому p=0,7 загальна випадкова похибка багаторазових вимірювань

$$\Delta x_{вип} = \alpha_{n,p} \cdot \sigma + \Delta x_{прил}. \quad (1.24)$$

У підсумку випадкова помилка вимірювань є сумою випадкових помилок різної природи:

$$\Delta x_{вип} = \alpha_{n,p} \cdot \sigma + \Delta x_{прил} + \Delta x_{відлік}. \quad (1.25)$$

Результат вимірювань записують у вигляді

$$x = \bar{x} \pm \Delta x_{вип}. \quad (1.26)$$

Відносна випадкова похибка

$$\varepsilon = \frac{\Delta x_{вип}}{\bar{x}}. \quad (1.27)$$

Сумарну середню квадратичну похибку, обумовлену спільною дією інструментальної і випадкової похибок, можна оцінити за формулою

$$\sigma_{сум} = \sqrt{\frac{1}{3}\Delta^2_{інстр} + \sigma^2}. \quad (1.28)$$

Якщо вимірювання виконані кілька разів і як результат взято середнє значення, то в (1.28) замість σ треба поставити $\sigma_{\bar{x}}$. У випадках, коли одна із цих складових переважає над іншою, можна знехтувати малою похибкою. Випадкова похибка вважається нехтовно малою, якщо $\Delta_{інстр}>8\sigma$ ($\Delta_{інстр}>8\sigma_{\bar{x}}$). Інструментальна похибка вважається нехтовно малою, якщо $\Delta_{інстр}<8\sigma$ ($\Delta_{інстр}<8\sigma_{\bar{x}}$).

Кінцевий результат багаторазового вимірювання містить у собі як випадкову, так і приладову похибку. Випадкова похибка зменшується зі збільшенням кількості окремих вимірювань, а приладова похибка не змінюється, залишаючись у межах $\pm\sigma_{прил}$. При виконанні багаторазового вимірювання бажано одержати стільки окремих вимірювань, скільки необхідно для виконання співвідношення $\Delta x_{вип} << \sigma_{прил}$.

У такому випадку похибка остаточного результату буде цілком визначена лише приладовою похибкою. Однак частіше трапляється ситуація,

коли випадкова і приладова похибки близькі за значенням, а тому обидві впливають на остаточний результат. Тоді їх необхідно враховувати спільно і за сумарну похибку беруть

$$\Delta x = \sqrt{(\Delta x_{вип})^2 + (\sigma_{прил})^2}\,. \qquad (1.29)$$

Оскільки випадкову похибку звичайно оцінюють із довірчою ймовірністю 0,68, а $\sigma_{прил}$ - оцінка максимальної похибки приладу, то можна вважати, що вираз (1.27) задає довірчий інтервал також з імовірністю не менше 0,68. При виконанні однократного вимірювання оцінкою похибки результату служить $\Delta x=\sigma_{прил}/3$, що враховує тільки гранично припустиму приладову похибку.

Трапляються ситуації, коли випадкову і приладову похибки вдається зрівняти без обчислень $\Delta x_{вип}$. Це можливо, якщо результати окремих вимірювань не виходять за межі припустимої приладової похибки:

$$(x_{max} - x_{min}) \le 2\,\sigma_{прил}\,,$$

де x_{min}, x_{max} - найбільше і найменше значення вимірюваної величини. Підвищення точності багаторазового вимірювання в такому випадку неможливе, а похибкою остаточного результату буде $\sigma_{прил}/3$.

1.7 Класи точності приладів вимірювання

Дуже часто на шкалі вимірювального приладу, на передній панелі або в технічному документі (паспорті) [1-4], зазначений його клас точності. Клас точності - це число, знаючи яке можна визначити похибку вимірювання цього приладу. Береться вираження класу точності за допомогою відносних чисел і абсолютних значень похибки. У випадку якщо клас точності виражається відносним числом, то це число вибирається з ряду [1; 1,5; (1,6); 2; 2,5; (3); 4; 5; 6]×10^n, де показник ступеня n може дорівнювати 1; 0; -1; -2 і т.д. Величини, зазначені в круглих дужках, для знову розроблювальних засобів вимірювання застосовувати не рекомендується. Наприклад: на шкалі приладу просто зазначене число з наведеного ряду, наприклад 0,2 - це означає, що наведена похибка дорівнює $\gamma = \pm 0{,}2$ % .

Клас точності – найбільше значення наведеної похибки вимірювального приладу.

Наведеною похибкою вимірювального приладу називають відношення абсолютної похибки вимірювального приладу Δ_c до нормованого значення X_N, вираженого у *відсотках:*

$$\gamma = \frac{\Delta_c}{X_N} \times 100\,. \qquad (1.30)$$

За нормоване значення використовується верхня межа вимірювань, діапазон вимірювань та ін., тобто

$$\gamma = \frac{\Delta_c}{(X_в - X_н)} \times 100 \qquad (1.31)$$

Відносною похибкою вимірювального приладу називають відношення абсолютної похибки вимірювального приладу Δ_c до дійсного значення вимірювальної величини $X_Д$, яка виражена у відсотках,

$$\delta = \frac{\Delta_c}{X_Д} \times 100. \qquad (1.32)$$

На шкалі приладу зазначене число з наведеного ряду, обведене кружком. Наприклад, на шкалі написано 1,0. У цьому випадку нарисоване число встановлює відносну похибку, виражену у відсотках : $\delta = \pm 1{,}0\%$. Нехай, наприклад, межа вимірювання приладу 100 мА, при вимірюванні стрілка показує 80 мА. У цьому випадку $\Delta_c = \delta \cdot X = \pm 0{,}01 \cdot 80$ мА$= \pm 0{,}8$ мА.

Клас точності на приладі може бути виражений за допомогою двох чисел з того самого ряду, розділених косою рискою. Наприклад, на лицьовому боці приладу написано 0,02/0,01. У цьому випадку відносна похибка обчислюється за формулою

$$\delta = \frac{\Delta_c}{X} = \pm\left[c + d \cdot \left(\left| \frac{X_K}{X} \right| - 1 \right) \right], \qquad (1.33)$$

де c=0,02%; d=0,01;

X_K – більша (за модулем) межа вимірювань.

1.8 Облік похибки і порядок виконання округлення в записі остаточного результату вимірювання

Завершенням обробки даних багаторазового прямого вимірювання при заданій довірчій імовірності є два числа: середнє значення обмірюваної величини і його похибка (напівширина довірчого інтервалу). Ці числа є остаточним результатом багаторазового вимірювання і повинні бути спільно записані в стандартній формі, що містить тільки достовірні, тобто надійно обмірювані цифри цих чисел:

$$x = \bar{x} \pm \Delta x. \qquad (1.34)$$

Помилкою було б вважати, що висока точність обчислень при обробці даних може сприяти одержанню більше точного результату вимірювання.

Адже обробка даних, якою б складною і трудомісткою вона не була, є вторинною стосовно природи досліджуваного об'єкта і процесу вимірювання. В остаточних числових значеннях це варто враховувати, що і роблять шляхом їхнього округлення.

Необхідність округлення є простим наслідком невизначеності при оцінюванні остаточних результатів, що знаходять за даними експерименту. Обмежена кількість вимірювань вносить невизначеність як у середнє значення, так і в похибку. У математичній статистиці показано, що відносна неточність оцінювання величини $s(\bar{x})$ становить приблизно $1/\sqrt{n-1}$, де n – кількість використовуваних окремих вимірювань. При n ~10 відносна похибка оцінювання $s(\bar{x})$ може досягати 30%. Зрозуміло, що тоді немає сенсу приводити в похибки зайві цифри, які виявляться свідомо ненадійними. Правда, при виконанні проміжних розрахунків корисно мати одну або дві додаткові цифри, які знадобляться в процесі округлення. Порядок округлення результатів вимірювання проводиться за таким принципом:

1. Виконати попередній запис остаточного результату вимірювання у вигляді $x = \bar{x} \pm \Delta x$ і винести за загальну дужку однакові порядки середнього і похибки, тобто множник вигляду 10^k, де k – ціле число. Числа в дужках переписати в десятковому вигляді з використанням коми, забравши тим самим порядкові множники, що залишилися.

2. Округлити в дужках число, що відповідає похибці: до однієї значущої (ненульовій) цифри ліворуч, якщо ця цифра більше 2, або до двох перших цифр у протилежному разі. При округленні використовують правило: якщо цифра, яка розміщена за тією, що менше 5, то її просто відкидають, інакше цифру, яку залишають, збільшують на одиницю. Якщо цифра, що відкидається дорівнює 5, то найменша помилка досягається при округленні за правилом Гауса до найближчого парного числа. Наприклад, 4,5 округляють до 4, у той самий час 3,5 округляють до 4.

3. Округлити в дужках число, що відповідає середньому значенню: останніми праворуч залишають цифри тих розрядів, які збереглися в похибці після її округлення.

4. Остаточно записати $x = \bar{x} \pm \Delta x$ з урахуванням виконаних округлень. Загальний порядок і одиниці вимірювання величини приводять за дужками - отримана стандартна форма запису.