

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ЗАПОРІЗЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ  
КАФЕДРА ФУНДАМЕНТАЛЬНОЇ ТА ПРИКЛАДНОЇ МАТЕМАТИКИ

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Декан математичного факультету

\_\_\_\_\_ С.І. Гоменюк \_\_\_\_\_  
(підпис) (ініціали та прізвище)

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023 р.

**ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ ТА МАТЕМАТИЧНА СТАТИСТИКА**

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

підготовки бакалавра  
очної (денної) та заочної (дистанційної) форм здобуття освіти  
спеціальності 111 – «Комп'ютерні науки»,  
освітньо-професійна програма «Комп'ютерні науки»

**Укладач** Клименко М.І., к.ф.-м.н., доцент, доцент кафедри фундаментальної та прикладної математики

Обговорено та ухвалено  
на засіданні кафедри  
фундаментальної та  
прикладної математики  
Протокол № 1 від 31.08.2023 р.  
Завідувач кафедри

\_\_\_\_\_ С. М. Гребенюк

Ухвалено науково-методичною радою  
математичного факультету

Протокол № 1 від 01.09.2023 р.

Голова науково-методичної ради  
математичного факультету

\_\_\_\_\_ О. С. Пшенична

Гарант освітньо-програми  
«Комп'ютерні науки»

\_\_\_\_\_ Н. В. Матвіїшина

2023 рік

## 1. Опис навчальної дисципліни

Галузь знань, спеціальність, освітня програма, рівень вищої освіти	Нормативні показники для планування і розподілу дисципліни на змістові модулі	Характеристика навчальної дисципліни	
		Очна (денна) форма здобуття освіти	заочна (дистанційна) форма навчання
Галузь знань 11 – Математика та статистика	Кількість кредитів – 4	Нормативна	
		Фахова	
Спеціальність 111 – Математика	Кількість годин – 120	<b>Семестр</b>	
		3-й	3
Освітньо-професійна програма «Математика»	Змістових модулів – 6	<b>Лекції</b>	
		28 год.	4 год.
Рівень вищої освіти: магістерський	Кількість поточних контрольних заходів – 16	<b>Лабораторні роботи</b>	
		28 год.	4 год.
		<b>Самостійна робота</b>	
		64 год.	112
		<b>Вид підсумкового семестрового контролю: екзамен</b>	

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Метою** вивчення навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» є оволодіння студентами науковими основами, методикою та особливостями практичного застосування сучасного апарату методами теорії ймовірностей та математичної статистики для дослідження закономірностей масових випадкових подій, а також оволодіння методами обробки статистичних даних.

Основними **завданнями** вивчення дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» є: формування у студентів цілісної системи знань та навичок щодо сучасної теорії та практики дослідження випадкових подій та випадкових величин, обробки статистичних даних, формування та перевірки статистичних гіпотез, а також формування основи знань щодо стохастичних подій та величин та методів обробки статистичних спостережень для подальшого вивчення дисциплін професійного спрямування.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен **знати**: методи знаходження ймовірностей випадкових подій, обчислення ймовірностей складних подій, знати дискретні та неперервні випадкові величини, методи обчислювати їх характеристики, сутність та методи дослідження систем

випадкових величин, застосування вибіркового методу, сутність та призначення статистичних досліджень.

**вміти:** обчислювати ймовірності елементарних та складених подій, досліджувати дискретні та неперервні величини, аналізувати стохастичні зв'язки між величинами, обчислювати та інтерпретувати основні статистичні показники, застосовувати статистичні методи у професійній діяльності.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен набути таких результатів навчання та компетентностей:

Заплановані робочою програмою результати навчання та компетентності	Методи і контрольні заходи, що забезпечують досягнення результатів навчання та компетентностей
<p><b>ПР1.</b> Застосувати знання основних форм і законів абстрактно-логічного мислення, основ методології наукового пізнання, форм і методів вилучення, аналізу, обробки та синтезу інформації синтезу в предметній області комп'ютерних наук.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; евристичний метод.</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, самостійні роботи за змістовими модулями, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>
<p><b>ПР2.</b> Використовувати сучасний математичний апарат неперервного та дискретного аналізу в професійній діяльності для розв'язування задач теоретичного та прикладного характеру у процесі проектування та реалізації об'єктів інформації.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; проблемно-пошуковий метод.</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, теоретичне опитування при захисті лабораторних робіт та індивідуального завдання, самостійні роботи за змістовими модулями, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>
<p><b>ПР3.</b> Використовувати знання закономірностей випадкових явищ, їх властивостей та операцій над ними, моделей випадкових процесів та сучасних програмних середовищ для розв'язування задач статистичної обробки даних і побудови прогнозних моделей.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; проблемно-пошуковий метод.</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, самостійні роботи за змістовими модулями, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>
<p><b>ЗК1.</b> Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; проблемно-пошуковий метод.</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>
<p><b>ЗК6.</b> Здатність вчитися і оволодівати сучасними знаннями.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; проблемно-пошуковий метод</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>
<p><b>СК1.</b> Здатність до математичного формулювання та досліджування неперервних математичних моделей, обґрунтування вибору методів і підходів для розв'язування теоретичних та прикладних задач у галузі комп'ютерних наук, аналізу та інтерпретування даних.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; проблемно-пошуковий метод</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>

<p><b>СК2.</b> Здатність до виявлення статистичних закономірностей недетермінованих явищ, застосування методів обчислювального інтелекту, зокрема, статичної, нейромережевої та нечіткої обробки даних, методів машинного навчання та генетичного програмування тощо.</p>	<p><b>Методи навчання:</b> аналіз та синтез; індуктивні та дедуктивні методи; проблемно-пошуковий метод.</p> <p><b>Контрольні заходи:</b> лабораторні роботи, індивідуальне завдання, залікове тестування.</p>
---	--

**Всі зазначені вище методи навчання і контрольні заходи спрямовані на набуття інтегральної компетентності:** здатність розв'язувати складні спеціалізовані задачі та практичні проблеми у галузі комп'ютерних наук або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів комп'ютерних наук, інформаційних технологій і характеризується комплексністю та невизначеністю умов.

**Міждисциплінарні зв'язки.** Вивчення курсу теорії ймовірності та математичної статистики ґрунтується на знаннях, отриманими студентів при вивченні дисциплін «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Дискретна математика (для програмістів)». Знання, отримані при вивченні дисципліни «Теорія ймовірностей та математична статистика» дає можливість створити основу для подальшого вивчення дисциплін: дослідження операцій, теорія прийняття рішень, та інших дисциплін, у яких використовується апарат випадкових подій та випадкових величин.

### 3. Програма навчальної дисципліни

#### *Змістовий модуль 1. Основні поняття теорії ймовірності.*

Предмет теорії ймовірностей. Випадкові події. Операції над подіями. Класичне означення ймовірності. Аксиоми теорії ймовірностей. Аксиоматичне означення ймовірностей. Геометрична ймовірність. Статистична ймовірність.

#### *Змістовий модуль 2. Теореми множення та додавання ймовірностей та наслідки.*

Залежні та незалежні події. Умовні ймовірності. Ймовірність добутку подій. Теорема про ймовірність суми незалежних подій несумісних подій. Ймовірність суми сумісних подій. Формула повної ймовірностей. Формула Байєса.

#### *Змістовий модуль 3. Повторні незалежні випробування*

Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Найімовірніше число появи подій у схемі Бернуллі. Локальна та інтегральна теорема Муавра – Лапласа. Оцінка ймовірності події через частоту. Формула Пуассона.

#### *Змістовий модуль 4. Випадкові величини.*

Поняття випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини. Поняття дискретної та неперервної випадкових величин. Характеристики дискретних випадкових величин. Приклади дискретних випадкових величин. Ймовірність та диференціальна функція розподілу ймовірностей. Обчислення чисельних характеристик неперервних випадкових величин. Нормальний закон розподілу, його властивості та характеристики. Закон великих чисел.

#### *Змістовий модуль 5. Системи випадкових величин.*

Поняття систем випадкових величин. Система дискретних випадкових величин та їх характеристики. Система неперервних випадкових величин. Залежності випадкових величин. Кореляція випадкових величин

#### *Змістовий модуль 6. Елементи математичної статистики.*

Задачі математичної статистики. Генеральна сукупність та вибірка. Статистичні оцінки параметрів розподілу. Перевірка статистичних гіпотез. Перевірка гіпотези про розподіл генеральної сукупності.

### 4. Структура навчальної дисципліни

Змістовий модуль	Усього годин	Аудиторні (контактні) години						Самостійна робота, год		Система накопичення балів		
		Усього годин		Лекційні заняття, год.		Практичні заняття, год.		о/д ф.	з/дист ф.	Теор. зав-ня, к-ть балів	Практ. зав-ня, к-ть балів	Усього балів
		о/д ф.	з/дист ф.	о/д ф.	з/дист ф.	о/д ф.	з/дист ф.					
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>	<b>6</b>	<b>7</b>	<b>8</b>	<b>9</b>	<b>10</b>	<b>11</b>	<b>12</b>	<b>13</b>

1	20	8	4	4	2	4	2	12	16	4	4	8
2	20	8	0	4		4		12	20	6	6	12
3	20	12	0	6		6		8	20	5	5	10
4	20	8	4	4	2	4	2	12	16	6	6	12
5	20	12	0	6		6		8	20	4	4	8
6	20	8	0	4		4		12	20	4	4	8
Усього за змістові модулі	120	56	8	28	4	28	4	64	112	30	30	60
Підсумковий контроль екзамен	30							30	30	10	30	40
Загалом								116	142			
	<b>150</b>									<b>100</b>		

### 5. Теми лекційних занять

№ теми з/прогр.	Назва теми лекції	Кількість годин, о/д.ф.	Кількість годин, з/дист ф.
1	Простір елементарних подій. Означення ймовірності.	2	2
2	Елементи комбінаторики та їх застосування до обчислення ймовірностей.	2	
3	Теорема множення та додавання ймовірностей	2	2
4	Формула повної ймовірності. Формула Байєса	2	
5	Схема Бернуллі. Формула Бернуллі	2	
6	Локальна та інтегральні теореми Муавра-Лапласа	2	
7	Схема Пуассона. Формула Пуассона	2	
8	Дискретні та неперервні випадкової величини	2	
9	Характеристики випадкової величини та їх обчислення	2	
10	Поняття систем випадкових величин та їх характеристики	2	
11	Сутність та задачі математичної статистики	2	
12	Статистичні оцінки параметрів генеральної сукупності	2	
13	Перевірка статистичних гіпотез про параметри генеральної сукупності	2	
14	Перевірка гіпотези про розподіл генеральної сукупності	2	
Разом		12	4

### 6. Теми лабораторних робіт

№ теми з/прогр.	Назва теми	Кількість годин, о/д.ф.	Кількість годин, з/дист ф.
1	Елементи комбінаторики. Обчислення ймовірності події за означенням	2	2
2	Операції над подіями. Формули повної ймовірності та Байєса	2	
3	Повторні незалежні випробування	2	
4	Випадкові величини та їх характеристики.	2	2
5	Системи випадкових величин.	2	
6	Оцінка параметрів розподілу генеральної сукупності	2	
7	Кореляційний та регресійний аналіз	2	
Разом		28	4

## 7. Самостійна робота

№ теми з/прогр.	Назва теми	Кількість годин, о/д.ф.	Кількість годин, з/дист ф.
1	Простір елементарних подій. Означення ймовірності.	4	6
1	Елементи комбінаторики та їх застосування до обчислення ймовірностей.	4	5
1	Геометрична та статистична ймовірності	4	5
2	Теорема про ймовірність добутку подій	3	5
2	Теорема про ймовірність суми подій	3	5
2	Формула повної ймовірності	3	5
2	Формула Байєса	3	5
3	Схеми Бернуллі та Пуассона	2	5
3	Формула Бернуллі	2	5
3	Локальні та інтегральні теореми Муавра-Лапласа	2	5
3	Формула Пуассона	2	5
4	Дискретні випадкові величини. Закон розподілу та функція розподілу.	3	4
4	Характеристики дискретних випадкових величин	3	4
4	Біноміальний розподіл	3	4
4	Найпростіший потік подій	3	4
5	Неперервна випадкова величина, приклади	2	2
5	Інтегральна та диференціальні функції розподілу та їх властивості	2	2
5	Обчислення характеристик неперервних випадкових величин	2	2
5	Нормальний закон розподілу	2	2
6	Система двох дискретних випадкових величин	3	3
6	Числові характеристики системи.	3	3
6	Показники описової статистики та їх розрахунки	3	3
6	Кореляційно-регресійний аналіз	3	3
Разом		64	112

### 8. Види і зміст поточних контрольних заходів

№ змістового модуля	Вид поточного контрольного заходу	Зміст поточного контрольного заходу	Критерії оцінювання	Усього балів
1	Теоретичне опитування: лабораторна робота № 1.	<b>Відповісти на питання за темами змістового модуля 1</b> Визначення ймовірності, простір елементарних подій, алгебра подій, алгебраїчні операції над подіями. <b>Вимоги до виконання:</b> Контрольна робота виконується у аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин	Два теоретичні питання, кожне з яких оцінюється Три питання, перші 2 питання оцінюються по 1 балу, третє – в 2 бали. Максимум 4 балів	4
	Практичне завдання: лабораторна робота №1.	<b>Завдання:</b> Обчислити ймовірності подій, використовуючи класичне означення ймовірності. <b>Вимоги до виконання:</b> Завдання виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин	Два завдання, кожне оцінюється у 3 бали. Максимум 6 балів	6
<b>Усього за ЗМ 1 контр. заходів</b>	1			<b>10</b>
2	Теоретичне опитування: лабораторна робота №2.	<b>Відповісти на питання за темами змістового модуля 2:</b> Умовна ймовірність. Залежні та незалежні події. Теорема множення ймовірностей. Ймовірність суми сумісних та несумісних подій.	Два питання, кожні оцінюються у 2 бали. Максимум 4 балів	4
	Практичне завдання лабораторної роботи №2.	<b>Завдання:</b> знаходження ймовірності складених подій <b>Вимоги до виконання:</b> лабораторна робота виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин	Два завдання, кожне оцінюється у 3 бали, максимум 6 балів	6
<b>Усього за ЗМ 2 контр. заходів</b>	1			<b>8</b>
3	Теоретичне опитування лабораторної роботи №3.	<b>Відповісти на питання за темами змістового модуля № 3:</b> Схема Бернуллі. Формула Бернуллі. Локальна та інтегральна теорема Муавра-Лапласа. Формула Пуассона. Найімовірніше число подій.	Три питання, перші 2 питання оцінюються по 1 балу, третє – в 2 бали. Максимум 4 балів	4

№ змістового модуля	Вид поточного контрольного заходу	Зміст поточного контрольного заходу	Критерії оцінювання	Усього балів
	Практичне завдання: лабораторної роботи №3.	<b>Завдання:</b> Розв'язати задачі на схеми Бернуллі та Пуассона. <b>Вимоги до виконання:</b> лабораторна робота виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин.	Два завдання, кожне оцінюється у 3 бали, максимум 4 бали	6
<b>Усього за ЗМ 3 контр. заходів</b>	2			<b>10</b>
<b>4</b>	Теоретичне опитування лабораторної роботи №4.	<b>Відповісти на питання за темами:</b> Поняття дискретної випадкової величини. Знаходження числових характеристик дискретних випадкових величин.	Три питання, перші 2 питання оцінюється по 1 баллу, третє – в 2 бали. Максимум 4 балів	4
	Практичне завдання лабораторної роботи №4.	<b>Завдання:</b> Побудувати закон розподілу заданої дискретної випадкової величини та знайти її числові характеристики. <b>Вимоги до виконання:</b> Контрольна робота виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин.	Два завдання, кожне оцінюється у 3 бали, максимум 6 бали	6
<b>Усього за ЗМ 4 контр. заходів</b>	1			<b>8</b>
<b>5</b>	Теоретичне опитування лабораторної роботи №5.	Відповісти на питання за темами змістового модулю 5: Інтегральні та диференціальні функції розподілу неперервних випадкових величин. Знаходження числових характеристик. Нормальний закон розподілу. Показниковий закон розподілу.	Три питання, перші 2 питання оцінюється по 1 балу, третє – в 2 бали. Максимум 4 балів	4
	Практичне завдання лабораторної роботи №5.	<b>Завдання:</b> Побудувати графіки функції розподілу та щільності розподілу. Знайти математичне сподівання та дисперсію заданої неперервної випадкової величини. <b>Вимоги до виконання:</b> лабораторна робота виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин	Два завдання, кожне оцінюється у 3 бали. Максимум 6 балів	6
<b>Усього за ЗМ 5</b>	1			<b>10</b>

№ змістового модуля	Вид поточного контрольного заходу	Зміст поточного контрольного заходу	Критерії оцінювання	Усього балів
<b>контр. заходів</b>				
<b>6</b>	Теоретичне опитування лабораторної роботи №6.	<b>Відповісти на питання за темами змістового модулю 6:</b> Система випадкових величин. Кореляційні моменти. Коефіцієнт кореляції. Обчислення характеристик систем дискретних та неперервних величин.	Два питання оцінюється по 2 бали. Максимум 4 балів	4
	Практичне завдання лабораторної роботи №6.	<b>Завдання:</b> Обчислити характеристики заданої системи двох дискретних випадкових величин. <b>Вимоги до виконання:</b> лабораторна робота виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин	Одне завдання, що оцінюється у 6 балів.	6
	Теоретичне опитування лабораторної роботи №7.	<b>Відповісти на питання за темами змістового модулю 6:</b> Кореляційна залежність випадкових величин. Кореляційні моменти. Коефіцієнт кореляції. Парні та множинні лінійні регресійні моделі. Оцінка їх якості.		
	Практичне завдання лабораторної роботи №7.	<b>Завдання:</b> Для заданих статистичних даних побудувати рівняння парної лінійної регресії. Нелінійна регресія. За заданими статистичної дані про функціонування виробничої системи побудувати модель виробничої функції у вигляді лінійної множинної регресія. <b>Вимоги до виконання:</b> лабораторна робота виконується в аудиторії або на платформі Moodle протягом 4 годин		
<b>Усього за ЗМ 6 контр. заходів</b>	4			<b>10</b>

### 8. Підсумковий семестровий контроль

Форма	Види підсумкових контрольних заходів	Зміст підсумкового контрольного заходу	Критерії оцінювання	Усього балів
<i>1</i>	<i>2</i>	<i>3</i>	<i>4</i>	<i>5</i>
Іспит	Теоретичне тестування	Тестування на платформі Moodle, відповідь на 10 тестових завдань.	Правильна відповідь, на кожне питання оцінюється в 1 бал	10

	Індивідуальне завдання	Виконання десяти практичних завдань.	Індивідуальне завдання виконується студентами вдома протягом семестру. Десять завдань, кожне по 3 бали.	30
Усього				<b>40</b>

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

За шкалою ECTS	За шкалою університету	За національною шкалою	
		Екзамен	Залік
A	90 – 100 (відмінно)	5 (відмінно)	Зараховано
B	85 – 89 (дуже добре)	4 (добре)	
C	75 – 84 (добре)		
D	70 – 74 (задовільно)	3 (задовільно)	
E	60 – 69 (достатньо)		
FX	35 – 59 (незадовільно – з можливістю повторного складання)	2 (незадовільно)	Не зараховано
F	1 – 34 (незадовільно – з обов'язковим повторним курсом)		

## 9. Рекомендована література

### Основна

1. Маклячук М.П. Лекції з теорії ймовірностей та математичної статистики. Київ: КНУ ім. Т. Шевченка, 2020. 177 с.
2. Найко Д.А., Шевчук О.Ф. Теорія ймовірностей та математична статистика. Вінниця: ВНАУ, 2020. 382 с.
3. Жалдак М.І., Кузьміна Н.М., Михалін Г.О. Збірник задач і вправ з теорії ймовірностей і математичної статистики. Полтава: Довкілля-К, 2010. 724 с.
4. Кушлик О.І. та ін. Теорія ймовірностей та математична статистика. Київ: КПІ: 2014. 205 с.
5. Колосов та ін. Теорія ймовірностей та математична статистика. Харків: ХНАМГ: 2011. 128 с.
6. Васильків І.М. Основи теорії ймовірностей та математичної статистики. Львів: ЛНУ ім. І. Франка. 2022. 184 с.
7. Більчук В.М. Теорія ймовірностей, випадкові процеси та математична статистика. Харків: ХУПС, 2009. 436 с.

8. Жильцов О.Б. Теорія ймовірностей та математична статистика у прикладах та задачах. Київ: Київ. Ун-т ім. Б. Грінченка, 2015. 336 с.
9. Огірко О.І., Галайко Н.В. Теорія ймовірностей та математична статистика Львів: ЛьвДУВС, 2017. 292 с.

### Інформаційні ресурси

1. Система електронного забезпечення навчання ЗНУ. URL: <https://moodle.znu.edu.ua/course/view.php?id=15864>
2. Сайт кафедри фундаментальної та прикладної математики. URL: [http://kma-znu.ucoz.ru/index/uchebnaja\\_literatura/0-49](http://kma-znu.ucoz.ru/index/uchebnaja_literatura/0-49)
3. Бібліотека TWIRPX. Електронні ресурси з математичного аналізу. URL: <https://www.twirpx.com/files/mathematics/analysis/>
4. Навчально-методичні розробки співробітників кафедри фундаментальної математики . URL: [http://kma-znu.ucoz.ru/index/matematiceskij\\_analiz/0-51](http://kma-znu.ucoz.ru/index/matematiceskij_analiz/0-51)