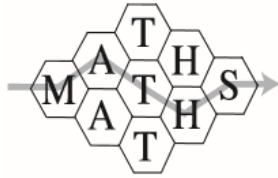


ЧВЕРТЬФІНАЛ 31 МІЖНАРОДНОГО МАТЕМАТИЧНОГО ЧЕМПІОНАТУ

ПОЧАТОК УСІХ КАТЕГОРІЙ

1. (коефіцієнт 1)

Скількома різними способами можна «написати» слово **MATHS**, починаючи з комірки **M** і закінчуючи коміркою **S**? З кожної комірки рухатись можна лише до сусідньої комірки (комірки вважаються сусідніми, якщо вони мають спільну сторону).



2. (коефіцієнт 2)

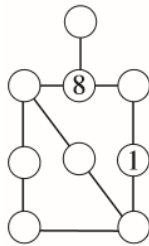
Скільки існує квадратів, усі вершини яких розміщені в зображених точках?

Квадрати можуть бути різних розмірів і різного розміщення.



3. (коефіцієнт 3)

В кружечки, зображені на малюнку, впишіть попарно різні числа від 1 до 9 (числа 1 та 8 уже вписані) так, щоб суми всіх чисел вздовж кожного з шести відрізків дорівнювали б 14.



4. (коефіцієнт 4)

Матильда пронумерувала усі сторінки блокнота, починаючи з цифри 1. При цьому кількість використаних цифр на 21 більша, ніж кількість пронумерованих сторінок блокнота.

Скільки сторінок пронумерувала Матильда?

5. (коефіцієнт 5)

Є три доміношки. На малюнку вони розміщені так, що зображають шестицифрове число 321110.



Скільки різних шестицифрових чисел можна зобразити за допомогою цих доміношок?

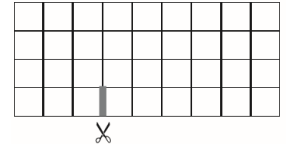
(Доміношки можна переставляти і повертати.)

КІНЕЦЬ КАТЕГОРІЙ 1-3 КЛАСИ

6. (коефіцієнт 6)

Матіас розрізав прямокутник 4×9 на дві частини, з яких можна скласти квадрат. (Розрізання було здійснено вздовж ліній сітки і починалося так, як показано на малюнку)

Зобразіть ламану, вздовж якої було зроблено розріз.



7. (коефіцієнт 7)

На початку року відношення кількості дівчаток до загальної кількості учнів класу становило 3:7. Впродовж року прибуло 4 дівчинки і в класі кількість хлопчиків та кількість дівчаток стала однаковою.

Скільки хлопчиків у класі?

8. (коефіцієнт 8)

Квадрат є напівмагічним, якщо в ньому всі суми чисел по рядках і по стовпцях є однаковими, а одночасно на обох діагоналях – ні. На малюнку зображено такий квадрат, сформований з чисел від 1 до 9. Сума чисел на його діагоналях дорівнює $15+18=33$. Розгляньте всі можливі напівмагічні квадрати з чисел від 1 до 9, знайдіть серед них той, у якого сума чисел на обох діагоналях є найбільшою.

9	2	4
1	6	8
5	7	3

Запишіть цю суму.

КІНЕЦЬ КАТЕГОРІЙ 4-5 КЛАСИ

Увага! Щоб задачі від 9 до 18 були зараховані, потрібно вказати кількість розв'язків та навести один чи два розв'язки. Якщо задача має один розв'язок, то наводиться він, якщо ж задача має два та більше розв'язків, то вказується кількість розв'язків, а наводиться приклад двох.

9. (коефіцієнт 9)

В клітинки таблиці 3×3 впишіть попарно різні числа від 1 до 9 (число 4 вже вписано) так, щоб трицифрове число, зображене у другому рядку, було в два рази більше, ніж трицифрове число першого рядка, а трицифрове число третього рядка було у три рази більше, ніж трицифрове число першого рядка.

		4

10. (коефіцієнт 10)

У ребусі **AAD+EMTI=FFJM** однакові букви зображають однакові числа, а різні – різні.

(Використайте лише цифри від 1 до 8)

Знайдіть число FFJM.

11. (коефіцієнт 11)

Анет записала на дошці такі дати: 15, 16 і 19 травня; 17 і 18 червня; 14 і 16 липня; 14, 15, і 17 серпня. Серед них є дата народження Анет. Своему другові Жюльєну Анет повідомила лише число дати народження, а подрузі Матильді – лише місяць дати народження. Дивлячись на дошку, Матильда сказала Жюльєну: «Я не знаю її дату народження, але точно можу сказати, що і ти не знаєш». Жюльєн, дивлячись на дошку, відповів: «Я не знав дату народження Анет, але тепер я її вже знаю». Після цього Матильда заявила, що тепер теж може назвати дату народження Анет.

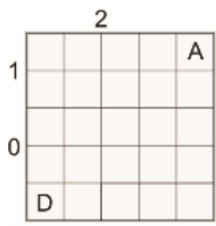
Коли народилася Анет?

КІНЕЦЬ КАТЕГОРІЇ 6-7 КЛАСИ

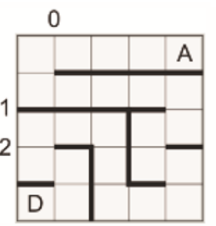
12. (коефіцієнт 12)

Є лабіринт у вигляді сітки 5x5 (дивись малюнок). Зобразить вертикальні та горизонтальні стінки лабіринту, так, щоб виконувались умови:

- цифри, що записані біля рядків, вказують кількість горизонтальних стінок лабіринту у відповідному рядку, а цифра біля стовпчика – кількість вертикальних стінок у цьому стовпчику;
- з клітинки A можна пройти по лабіринту в клітинку D єдиним способом, побувавши в усіх клітинках лабіринту, причому в кожній клітинці лише один раз.



На малюнку, зображеному справа, показано розв'язок подібної задачі.



13. (коефіцієнт 13)

Дано п'ять раціональних чисел. Відомо, що два з них такі, що кожне дорівнює добутку чотирьох інших. Серед даних п'яти чисел є чотири цілих числа, добуток яких дорівнює 2016. П'яте число – найбільше з п'яти чисел.

Знайдіть його.

Якщо задача має декілька розв'язків, то запишіть найбільший з розв'язків.

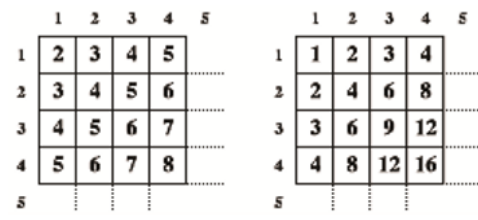
14. (коефіцієнт 14)

Сто карток, на яких відповідно написано в порядку зростання числа від 1 до 100, розмістили в ряд. Перша дія полягає в тому, що першу картку переміщують на нову позицію, перестрибнувши вправо через одну картку. Маємо: 2,1,3,4,5,6,7,8,9,...,100. Після цього виконують другу дію, а саме: новоявлені перша і друга картки по черзі перескакують вправо рівно через дві картки (спочатку перша, а потім друга). Маємо: 3,2,4,1,5,6,7,8,9,...,100. Далі виконують третю дію: новоявлені перша, друга і третя картки по черзі перескакують вправо рівно через три картки (спочатку перша, потім друга і нарешті третя). Маємо: 1,3,5,2,6,4,7,8,9,...,100. Після четвертої дії маємо: 6,1,4,3,7,5,8,2,9,...,100 і так далі.

Яке число написано на першій картці після того, як виконали сімнадцяту дію? Яке число написано на першій картці після того, як виконали вісімнадцяту дію?

КІНЕЦЬ КАТЕГОРІЇ 8-9 КЛАСИ

15. (коефіцієнт 15)

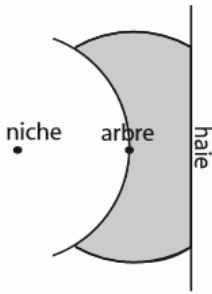


Мішель і Патрик вибудовують кожен свій квадрат. Мішель у своєму квадраті зробив таке: на перетині кожного рядка і кожного стовпця записує число, яке дорівнює сумі номерів відповідного стовпця і рядка. Патрик у своєму квадраті на перетині кожного рядка і кожного стовпця записує число, яке дорівнює добутку номерів відповідного стовпця і рядка. Час, відведений на вибудову квадратів, вичерпався і на диво виявилось, що суми записаних Мішелем і Патриком чисел однакові. Цікаво, що розмір квадрата в Мішеля був 99x99.

Який розмір мав квадрат Патрика?

16. (коефіцієнт 16)

В точці *niche* на ланцюгу, довжиною 8м, прив'язаний собака Плутто, який може бігати по колу. В точці *arbre* росте дерево на відстані 8м від точки *niche*. Білки Чіп і Дейл не можуть відбігати від цього



дерева більше, ніж на 8м. Відстань від дерева до паркану 4м. За парканом *haie* є кіт Люцифер, тому білкам не можна забігати за паркан. **Обчисліть площу ділянки, по якій можуть бігати білки, якщо відстань від точки *niche* до паркану 12м.** Відповідь округліть до цілих м². (Візьміть, якщо потрібно, $\pi=3,14$. $\sqrt{3}=1,732$, $\sqrt{2}=1,414$.)

КІНЕЦЬ КАТЕГОРІЇ 10-11 КЛАСИ

17. (коефіцієнт 17)

Обчислюють суму $0^2+1^2+2^2+3^2+4^2+\dots$. В той момент, коли вперше одночасно і доданок став паліндромом (принаймні двоцифровим), і сума стала паліндромом, додавання припиняють.

Запишіть доданок, на якому обчислення припиняються.

18. (коефіцієнт 18)

Для $n=3$ з цифр 1,2,3 записують всі можливі трицифрові числа, за винятком тих, у яких цифри зліва направо записані у порядку зростання. Таких чисел п'ять. Потім для $n=4$ за допомогою цифр 1,2,3,4 записують всі можливі чотирьохцифрові числа, за винятком тих, у яких є підряд три цифри, що записані у порядку зростання зліва направо. Таких чисел 17. Для $n=7$ таких чисел рівно 2017.

Скільки таких чисел для $n=8$?

КІНЕЦЬ КАТЕГОРІЇ СТУДЕНТИ ТА ВЧИТЕЛІ

Original tasks:

http://www.ffjm.org/upload/fichiers/QuartsdeFinale/1_4%20%20IND%202017_versionNB.pdf