

НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ В СТАРШІЙ ШКОЛІ
НА ПРОФІЛЬНОМУ РІВНІ
(Методичні рекомендації)

**Бурда М. І., Васильєва Д. В.,
Волошена В. В., Глобін О. І.**

Анотація. Методичні рекомендації містять дидактичні й методичні вимоги до організації компетентнісно орієнтованого навчання математики на профільному рівні. Обґрунтовано, що наведені вимоги і шляхи їх реалізації сприяють ефективному формуванню компетентностей учнів – математичних (змістових, процесуально-операційних, інформаційно-технологічних, дослідницьких), надпредметних математичних (міжпредметних і спеціалізуючих як елемент професійної підготовки) та ключових. Пропонуються інноваційні технології організації навчального процесу на засадах компетентнісного підходу.

Методичні рекомендації призначено вчителям математики, науковцям, аспірантам і докторантам, які досліджують проблеми шкільної математичної освіти та авторам підручників.

ЗМІСТ

1. Від знаннєво орієнтованої математичної освіти до компетентнісної	3
2. Математична і ключові компетентності та загальні вимоги до їх формування....	5
3. Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей	13
4. Інноваційні підходи до організації навчання	24
Висновки	31

1. Від знаннєво орієнтованої освітньої парадигми до компетентнісної

Мета навчання математики на профільному рівні полягає у забезпеченні свідомого й міцного оволодіння математичною і ключовими компетентностями, які потрібні у повсякденному житті і майбутній професійній діяльності, достатніми для вивчення інших шкільних дисциплін та продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями із значною математичною складовою. Відповідно до мети навчання, компетентнісний підхід виступає орієнтиром шкільної математичної освіти. Його реалізація передбачає формування в учнів компетентностей (математичної і ключових) як інтегрованого результату навчання, який включає знання, уміння, досвід, цінності і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці. Тому для реалізації компетентнісного підходу принциповою є ідея про нерозривну єдність, цілісність знань, умінь і особистісних якостей людини. У зазначеному контексті навчання математики має включати такі компоненти: аксіологічний, мотиваційний, когнітивний, інформаційний, інтелектуальний, загальнокультурний, комунікативний, світоглядний. Ці компоненти входять до складу математичної та ключових компетентностей, які безпосередньо чи опосередковано формуються під час вивчення математики в старшій школі.

Математична компетентність розглядається як особистісна здатність, що інтегрує *змістовно-інтелектуальну* (знає і розуміє), *рефлексивно-діяльнісну* (уміє і застосовує) та *мотиваційно-ціннісну* (виявляє ставлення й оцінює) складові. Відповідні знання, уміння, досвід, ставлення формуються і розвиваються в учнів протягом усього періоду навчання математики у старшій школі. Компетентнісного змісту навчальна діяльність школярів набуває під час самостійного перенесення учнями засвоєних математичних знань, умінь і способів діяльності в область їх практичних застосувань, міжпредметних зв'язків, міжособистісних стосунків тощо.

Запровадження компетентнісного підходу у навчанні математики вимагає відходу від традиційної інформаційно-накопичувальної спрямованості процесу

навчання і приділенню більшої уваги формуванню і розвитку у школярів здатності самостійно практично діяти, застосовувати індивідуальний позитивний досвід та досягати успіху у нестандартних, творчих, життєвих ситуаціях, тобто формуванню ключових компетентностей, необхідних для життя в сучасному суспільстві. Тому актуальним є впровадження методик і технологій навчання, які сприятимуть формуванню особистості учня, його світогляду, ціннісних орієнтацій, умінь самостійно вчитися, критично мислити, розвитку здатності до самопізнання, до самореалізації у різних видах діяльності.

Реалізація компетентнісного підходу у навчанні математики визначається переходом від знаннєво орієнтованої освітньої парадигми до компетентнісної. Відмінності методичної системи компетентнісного навчання зумовлені зміною освітніх парадигм (див. таблицю).

Таблиця

Компонент методичної системи	Знаннєва парадигма	Компетентнісна парадигма
Цінності	<ul style="list-style-type: none"> • освіта для суспільного виробництва 	<ul style="list-style-type: none"> • освіта для самореалізації людини в житті, для особистої кар'єри; • освіта в інтересах суспільства; • освіта для виробництва
Мотиви	<ul style="list-style-type: none"> • навчання учнів як обов'язок; • діяльність вчителя як виконання професійного обов'язку 	<ul style="list-style-type: none"> • зацікавленість учнів у навчанні, особисте задоволення від досягнення результатів; • зацікавленість вчителя в розвитку учнів, задоволення від спілкування з ними
Цілі навчання	<ul style="list-style-type: none"> • спрямованість навчання на отримання наукових знань; • результати навчання в молодості як 	<ul style="list-style-type: none"> • спрямованість навчання на оволодіння основами людської культури; • отримання досвіду застосування знань у практичній діяльності; • навчання протягом усього життя

	«запас знань на все життя»	
Форми та методи навчання	<ul style="list-style-type: none"> • стала структура навчальних предметів; • сталі, нормативно визначені форми організації навчального процесу; • пріоритет колективних форм організації занять під керівництвом учителя; • авторитарні методи навчання 	<ul style="list-style-type: none"> • динамічна структура навчальних предметів; • динамічні форми організації навчального процесу; • пріоритет самостійної роботи учнів з допомогою, в разі необхідності, вчителя; • демократичні, побудовані на засадах взаємоповаги, методи навчання
Засоби навчання	<ul style="list-style-type: none"> • основним засобом навчання є навчальна книга 	<ul style="list-style-type: none"> • навчальна книга доповнюється комп'ютерними засобами, ресурсами інформаційно-комунікаційних систем
Процес навчання	<ul style="list-style-type: none"> • передача знань, умінь, навичок; • навчання носить переважно репродуктивний характер; • знання й способи діяльності передаються учням у готовому вигляді 	<ul style="list-style-type: none"> • оволодіння учнями компетенціями; • урок – одна з можливих форм навчання, розширення позаурочних форм роботи – самостійна робота в бібліотеці, комп'ютерному класі, проектній групі тощо

2. Математична і ключові компетентності та загальні вимоги до їх формування

Математична та ключові компетентності. Навчання математики на профільному рівні має забезпечувати математичну освіту – достатню для успішного вивчення інших, в першу чергу природничих предметів, продовження навчання у вищих закладах освіти за спеціальностями, або безпосередньо пов'язаними з математикою, або за спеціальностями, де математика відіграє роль апарату для вивчення й аналізу закономірностей реальних явищ і процесів. Тому зміст навчання має реалізувати основні функції математичної освіти: власне математичну освіту, освіту за допомогою математики та спеціалізуючу як елемент професійної підготовки. Досягнення цих функцій передбачає, що під час навчання на профільному рівні забезпечується формування компетентностей учнів – математичних, надпредметних математичних (міжпредметних і спеціалізуючих як елемент професійної підготовки) та ключових. До математичних компетентностей віднесемо змістові, процесуально-операційні, дослідницькі, інформаційно-технологічні.

Змістові (має уявлення про ідеї та методи математики, її роль у пізнанні дійсності; володіє формально-логічними (означення, властивості, ознаки математичних об'єктів) і оперативними (методи, прийоми, способи діяльності) знаннями і відповідними якостями мислення; розуміє математичні формули і моделі як такі, що дають змогу описувати властивості об'єктів, процесів та явищ).

Процесуально-операційні (зображує математичні об'єкти, встановлює і обґрунтовує їхні властивості; класифікує їх за ознаками; обґрунтовує математичні твердження; застосовує означення, властивості і ознаки математичних об'єктів до розв'язування задач; вимірює й обчислює геометричні величини; застосовує математичні методи, прийоми і способи діяльності у процесі розв'язування суто математичних і практичних задач).

Дослідницькі (висуває та перевіряє гіпотези; складає програми діяльності, передбачає її результати; приймає рішення в умовах неповної, надлишкової,

точної та ймовірнісної інформації; оцінює правильність і раціональність розв'язаних задач, інтерпретує отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження).

Інформаційно-технологічні (використовує інформаційно-комунікаційні технології у навчальній діяльності; відшукує і опрацьовує математичну інформацію (підручники, довідники, Інтернет ресурси); оцінює здобуту інформацію, систематизує й узагальнює її, робить правильні висновки).

Враховуючи мету навчання математики на профільному рівні, її роль у вивченні інших предметів, важливим завданням є вироблення надпредметних математичних компетентностей – міжпредметних (геометрія і алгебра та початки аналізу, математика та інші предмети) та спеціалізуючих (як елемент професійної підготовки). Ці компетентності передбачають, що учень:

- *розуміє* значення математики для успішного вивчення інших дисциплін, повноцінної діяльності в різних сферах суспільного життя, зокрема у майбутній професійній діяльності;
- *розпізнає і формулює* проблеми, що виникають у змісті інших предметів або у сфері майбутньої професійної діяльності, і які можна розв'язати математичними методами;
- *застосовує* математичні моделі до вивчення інших навчальних предметів (фізики, інформатики, астрономії, хімії, біології та ін.) та до ситуацій, пов'язаних із майбутньою професійною діяльністю.

Крім того, зміст навчання має сприяти *формуванню ключових компетентностей*. У Концепції «Нова українська школа» виділено 10 ключових компетентностей (спілкування державною (і рідною — у разі відмінності) мовами; спілкування іноземними мовами; математична компетентність; основні компетентності у природничих науках і технологіях; інформаційно-цифрова компетентність; уміння вчитися впродовж життя; ініціативність і підприємливість; соціальна та громадянська компетентності; обізнаність та самовираження у сфері культури; екологічна грамотність і здорове життя). У навчальних програмах для 10 – 11 класів (2017 р.) такі ключові компетентності

як підприємливість, екологічна грамотність і здоровий спосіб життя, соціальна та громадянська компетентності виокремлено у чотири наскрізні лінії («Екологічна безпека та сталий розвиток», «Громадянська відповідальність», «Здоров'я і безпека», «Підприємливість та фінансова грамотність»). Ці компетентності спрямовані на посилення мотивації, інтересу до навчання, на вироблення в учнів здатності застосовувати знання й уміння у різних сферах діяльності, реальних практичних ситуаціях. Їх набувають під час розв'язування задач практичного змісту.

Загальні вимоги до формування компетентностей. Математична і ключові компетентності взаємозв'язані. Їх формування передбачає дотримання певних дидактичних і методичних вимог до процесу навчання. Насамперед, це *посилення прикладної спрямованості змісту навчання математики*, яка забезпечує цілісну соціально ефективну математичну підготовку учнів – успішне використання знань, умінь і навичок як при вивченні теоретичного матеріалу, розв'язанні суто математичних задач та задач практичного змісту, так і при вивченні інших предметів. Йдеться про перенесення акцентів із збільшення обсягу інформації, призначеної для засвоєння учнями, на вироблення вмінь її використовувати для досягнення певних цілей. Знати математику – це вміти її застосовувати.

Однією з найважливіших вимог є *вироблення стійкої мотивації, інтересу до набуття компетентностей*. Це розуміння значення математичної освіти для життєдіяльності особистості в сучасному суспільстві, для освоєння і впровадження нових технологій, розуміння принципів будови і правильного використання сучасної техніки, інформаційних технологій, сприймання наукових і технічних ідей. Учні мають також розуміти, що математика забезпечує успішне вивчення інших дисциплін, передусім предметів природничого циклу, оскільки виступає не лише як галузь знань, а й як потужний метод наукового пізнання в інших науках.

Вибір фізико-математичного, математичного профілю навчання передбачає наявність в учня усвідомленого інтересу, мотивів до навчання

математики, схильності до вибору в майбутньому професії, пов'язаної з нею. Одним із способів мотивації є створення проблемних ситуацій, розв'язання яких вимагає ґрунтовних математичних знань та значних зусиль. Відшуковуючи способи розв'язання проблем, учні стикаються з недостатністю наявних у них математичних знань та необхідністю оволодіння новою предметною інформацією. Розвитку пізнавальних математичних інтересів сприяють також дібрані різноманітні задачі підвищеної складності з достатнім логічним навантаженням. Доцільно також ознайомлювати учнів із значенням математики в діяльності людини сьогодні і, особливо, в історичному контексті (на її основі започатковувалися і розвивалися інші науки), якомога ширше використовувати образно-чуттєвий, естетичний, художньо-графічний, емоційно-ціннісний потенціал математики. Важливу роль у навчанні відіграє систематичне використання історичного матеріалу, який підвищує мотивацію, інтерес до вивчення математики, стимулює потяг до наукової творчості, пробуджує критичне ставлення до фактів, дає учням уявлення про математику як невід'ємну складову загальнолюдської культури. На доступних прикладах бажано показувати учням, як розвивалися математичні поняття, теорії та методи. Ознайомлення з іменами та біографіями видатних учених, зокрема українських математиків, сприятиме національному і патріотичному вихованню школярів.

Зміст навчального матеріалу має відповідати етапам пізнання: перший – від одиничного через особливе до загального і другий – від загального, через логічне обґрунтування до практики. Тобто доцільно, де це можливо, показувати виникнення математичного факту із практичної ситуації та (після його обґрунтування) ілюструвати застосування на практиці, в майбутній професійній діяльності, при вивченні інших дисциплін. Ці етапи мають бути притаманними навчальній діяльності, оскільки впливають на розвиток творчості учня, його активність, ініціативу, привчають проводити невеликі дослідження, самостійно відкривати нові математичні факти. У зв'язку з цим вивчення математичних фактів, як правило, має спиратися на емпіричний досвід учня (відповідні приклади з реальної дійсності, зі сфери майбутньої професійної діяльності,

факти з інших навчальних предметів, моделі чи малюнки, які мають виконувати не лише ілюстративну, а й евристичну роль), що робитиме їх доступними. Це дає змогу з'ясувати суттєві ознаки понять, властивості математичних об'єктів і, на основі цього, самостійно формулювати відповідні твердження.

Необхідною умовою успішного набуття компетентностей є діяльнісна спрямованість навчання, що передбачає: постійне залучення учнів до різних видів навчально-пізнавальної діяльності; оволодіння не лише готовими знаннями, а й способами їх засвоєння, способами міркувань, що застосовуються у математиці; створення методичних ситуацій, які стимулюють самостійні відкриття учнями математичних фактів. Важливо, щоб у процесі навчання учень засвоював як формально-логічні, так і оперативні знання (як треба діяти в конкретних ситуаціях, щоб досягти поставленої мети). Останні сприяють виробленню умінь застосовувати математичні методи, прийоми і способи діяльності у процесі розв'язування суто математичних і практичних задач, доводити твердження, використовувати знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів. Доцільно надавати учням поради у вигляді правил або вказівок щодо того, як діяти у певній навчальній ситуації. Такі поради спрямовані на розпізнавання математичних залежностей, використання понять, теорем або способів розв'язування задач і сприяють ефективному формуванню як окремих, так і узагальнених умінь. Наприклад.

1. Якщо потрібно встановити паралельність двох прямих у просторі, то перевірте:

- 1) чи знайдеться пряма, паралельна кожній із даних прямих;
- 2) чи будуть дані прямі лініями перетину двох паралельних площин третьою площиною;
- 3) чи знайдеться площина, перпендикулярна до кожної з даних прямих.

2. Щоб знайти відстань між мимобіжними прямими:

- 1) проведіть через одну з цих прямих площину, паралельну другій прямій;
- 2) знайдіть відстань від будь-якої точки прямої до паралельної площини.

3. Щоб вписати піраміду в кулю:

- 1) побудуйте переріз кулі, паралельний її великому кругу;
- 2) впишіть у коло перерізу многокутник – основу піраміди;
- 3) розмістіть у полюсі кулі вершину піраміди і проведіть її бічні ребра.

Навчання на профільному рівні передбачає також *самостійне складання учнями алгоритмічних приписів чи евристик*, що включає такі етапи:

- 1) виділення групи задач, встановлення оператора задач і тих знань, на базі яких їх можна розв'язати;
- 2) осмислення способу розв'язання групи задач на двох-трьох задачах-моделях (задачі, розв'язання яких включає всі операції, притаманні даному способу діяльності), виділення потрібних операцій та роздільне їх закріплення й узагальнення;
- 3) визначення раціональної послідовності виконання операцій та складання на її основі моделі способу діяльності – евристичної схеми;
- 4) встановлення повноти і меж застосування способу діяльності, його відповідності програмним вимогам.

Тобто, знання учня, що вивчає профільний курс математики, обов'язково мають включати діяльнісний компонент – де і як їх застосовувати.

Практико-орієнтована спрямованість змісту навчання математики полягає в його орієнтації на формування в учнів умінь застосовувати математичний апарат до розв'язування проблем, що виникають у техніці, технологіях, суміжних науках, професійній діяльності та побуті. Відбувається таке формування в процесі розв'язування прикладних задач, а також формулювання математичних задач за вербальним описом типових практичних ситуацій. Інший аспект практичної орієнтації навчання математики полягає в посиленні внутрішньо предметних і міжпредметних зв'язків.

Дієвим засобом посилення прикладної спрямованості навчання є *застосування методу математичного моделювання*. Він дає змогу розширити межі застосування математичних методів, зокрема у природничих, гуманітарних і соціальних дисциплінах. Один із шляхів – подальше ознайомлення учнів як з поняттям математичної моделі, так із методом математичного моделювання,

вироблення уявлень про роль цього методу в науковому пізнанні та практиці, формування вмінь будувати і досліджувати математичні моделі. Ці завдання найбільш повно реалізуються під час розв'язування задач на оптимізацію, де потрібно знайти найбільше та найменше значення функцій, що залежать від довільного числа змінних величин. Питання прийняття оптимальних рішень людині доводиться розглядати на різних рівнях – від побутового до проблем управління, транспорту, ефективного використання природних багатств. Тому навчальний матеріал повинен містити оптимізаційні задачі різних рівнів складності та основні способи їх розв'язання.

Формування компетентностей передбачає *забезпечення диференційованого навчання математики* – навчання учнів з різними навчальними досягненнями. Відповідність змісту навчання віковим і пізнавальним особливостям учнів, перспективам їхнього розвитку здебільшого досягається шляхом варіювання обсягу математичної інформації і гнучкості у визначенні вимог до засвоєння її учнями.

Навчання математики на профільному рівні передбачає суттєве *збільшення частки самостійної діяльності* учнів. При цьому основна функція вчителя полягає у педагогічному супроводі кожного учня в його пізнавальній діяльності, корекції його навчальних досягнень, допомозі в актуалізації необхідних знань. Іншими словами, вчитель покликаний не лише вчити школярів математики, а й створювати такі навчальні ситуації, в яких учні самостійно чи у співробітництві один з одним (або з учителем) опановують математичні знання, уміння та навички. Організації самостійної роботи учнів сприятимуть, крім вказівок і порад, контрольні запитання, запитання узагальнюючого характеру та тестові завдання різного рівня складності. Особливість їх полягає в тому, що на кожне запитання у відповідному параграфі є точна відповідь, а всі запитання охоплюють весь основний зміст підручника. Даючи відповідь на запитання і виконуючи тести, учень переосмислює, узагальнює і систематизує вивчені відомості, приводить у систему отримані уміння й навички, привчається самостійно працювати з підручником. Нагальною вимогою до навчання є

систематизація навчального матеріалу (таблиці, схеми, задачі за даними таблиць, класифікації), що покращує застосування його до розв'язування задач, полегшує зорове сприймання тексту.

Важливо забезпечити інтенсивне навчання, що передбачає систематичне використання програмно-педагогічних засобів. Вони дають змогу активізувати навчально-пізнавальну, дослідницьку діяльність учнів, посилити самостійність в опануванні компетенціями, викликати інтерес до навчання математики. У процесі використання цих засобів враховують такі їх можливості:

- 1) *інтегрованість* (застосування однієї й тієї самої наочності з різним цільовим призначенням; поєднання наочно-образної інформації зі знаково-символьною, спільний аналіз яких сприяє виробленню евристичних, дослідницьких умінь; підкріплення графічних образів понять, властивостей геометричних фігур їх числовими характеристиками, що дає змогу проводити дослідження);
- 2) *конструктивність* (перенесення комп'ютерних зображень реальних предметів та їх властивостей на відповідні моделі, де увага приділяється поелементному їх створенню, внаслідок чого учень самостійно формулює означення нових понять, властивості математичних об'єктів чи способи діяльності);
- 3) *інтерактивність* (використання ППЗ у різних методичних технологіях; підтримка активних методів навчання; моделювання і конструювання математичних об'єктів; логічна організація фрагментів навчального матеріалу);
- 4) *візуалізація* (унаочнення абстрактних понять, різних граничних переходів шляхом використання відповідних динамічних моделей; різне їх перетворення (переміщення, зміна форми і розмірів, розташування на площині) сприяє розвитку образного мислення, його творчих та евристичних складових).

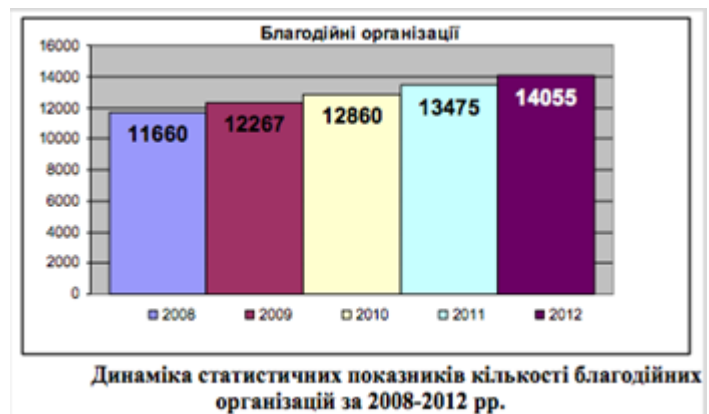
3. Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей

Реалізація наскрізних ліній ключових компетентностей у процесі навчання математики на профільному рівні розглядається у контексті інтеграції математичних, надпредметних і ключових компетентностей, здійснення

міжпредметних зав'язків і професійної орієнтації учнівської молоді. За цих умов наскрізні лінії реалізуються на різних етапах уроку, на різних рівнях навчання та з різною метою. Матеріал, що стосується набуття ключових компетентностей, може бути різним за обсягом, а його включення у навчальний процес – коротко чи довго тривалим, епізодичним чи перманентним. Рівні реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей мають відповідати структурі математичної компетентності: змістові та оперативні знання; процесуально-операційні уміння; інформаційно-технологічна та дослідницька діяльність.

Наприклад, під час вивчення теми «Графічне подання інформації про вибірку» (11 клас) з метою реалізації наскрізної лінії «Громадянська відповідальність» учням доцільно запропонувати таке багатокomпонентне завдання про благодійну діяльність в Україні.

На діаграмі відображено динаміку статистичних показників кількості благодійних організацій в Україні за 5 років. Варто зазначити, що впродовж усіх років державної незалежності України фіксується статистичне зростання



кількості зареєстрованих благодійних організацій. За даними Єдиного державного реєстру установ та організацій України, оприлюдненими Державною службою статистики України, на початку 2013 р., було зареєстровано 14 055 благодійних організацій. Станом на 1 вересня 2013 р. їх кількість зросла до 14 653.

- 1) Знайдіть середнє значення кількості благодійних організацій в Україні за 5 років.
- 2) Дізнайтеся про кількість благодійних організацій, що функціонували щороку з 2013 р. дотепер.
- 3) Побудуйте діаграму «Динаміка статистичних показників кількості благодійних організацій з 2010 по 2017 роки».

- 4) З'ясуйте, як змінилося середнє значення кількості благодійних організацій в Україні за ці 5 років (порівняно з даними, отриманими у завданні).

Виконуючи це завдання, учні формують і математичну компетентність, а саме: ознайомлюються зі стовпчастими діаграмами, як одним із видів математичних моделей, що дають змогу описувати властивості об'єктів, процесів та явищ; набувають знань про середні показники та характеристики вибірки; приймають рішення в умовах неповної інформації; відшуковують і опрацьовують потрібні відомості з Інтернет-ресурсів; оцінюють здобуту інформацію, систематизують її, використовують інформаційно-комунікаційні технології для побудови діаграми; інтерпретують отримані результати з урахуванням конкретних умов і цілей дослідження. Крім цього, такі завдання сприяють формуванню особистості учня. Відомості про зростання кількості благодійних організацій в Україні сприяють формуванню в учнів здатності активно, відповідально й ефективно реалізовувати громадянські права та обов'язки, усвідомленню суті та значення своєї діяльності, її наслідків для суспільства і соціального розвитку.

У старшій школі *урізноманітнюються форми реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей*: виконання навчальних проєктів; організація цілеспрямованої позакласної роботи, зокрема міжпредметних конференцій, запровадження тематичних гуртків чи елективних курсів. Для реалізації наскрізної лінії «Підприємливість і фінансова грамотність» можна використати такі курси за вибором чи аналогічні гуртки: Желтуха Т. В. «Математика прибутків» (курс за вибором для учнів 10 – 11 класів економічного профілю), Ліпчевський Л. В. «Основи фінансової математики та математичної економіки» (курс за вибором для учнів 10 – 11 класів економічного профілю), Суцук-Слюсаренко В. І. «Комп'ютерна математика для економістів» (курс за вибором для учнів 11 класів економічного профілю) тощо.

Інтегровані позакласні заходи доцільно проводити для реалізації наскрізних ліній «Здоров'я і безпека» та «Екологічна безпека й сталий розвиток»,

які спрямовані на формування емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя і формувати навколо себе безпечне життєве середовище, а також на розвиток в учнів соціальної активності, відповідальності та екологічної свідомості, готовності до збереження довкілля. Інтегрувати можна і кілька навчальних предметів чи галузей знань. Цікавою для учнів старшої школи може бути міжпредметна конференція «Корисне і шкідливе навколо нас», під час якої учні зможуть використати і поповнити знання з математики, інформатики, біології, фізики, географії, хімії, економіки, правознавства тощо.

Реалізувати наскрізні лінії ключових компетентностей можна на різних етапах уроку і з різною метою. Перед викладанням нової теми – з метою мотивації чи підвищення інтересу до її вивчення. У процесі вивчення теми як засіб активізації навчально-пізнавальної діяльності учнів. Після вивчення і закріплення теми – з метою узагальнення та систематизації вивченого матеріалу, набуття досвіду його використання, формування відповідного ставлення учнів до розглядуваної проблеми. Наприклад, перед розглядом теми «Ділення многочленів» (10 клас) учням можна розповісти про перше дослідження видатного українського математика Георгія Вороного, яке він зробив у 16 років, будучи ще гімназистом. Сталося це так. У 1884 р. відомий математик і педагог, тоді ще молодий професор Київського університету, Володимир Єрмаков почав видавати в Києві «Журнал елементарної математики», в якому пропонувалася для висвітлення тема: «Розклад многочленів на множники, побудований на властивостях коренів квадратного рівняння». Як з'ясувалося, на запропоновану тему редакція отримала лише одну роботу, а саме – з м. Прилук від Г. Вороного. У 1885 р. в журналі було надруковано його першу статтю, де крім розв'язання поставленої задачі, наводилася значна кількість прикладів. Ці відомості підкреслюють важливість теми і мотивують учнів до її вивчення. Крім того, на уроці створюється сприятлива емоційна обстановка для реалізації наскрізної лінії «Громадянська відповідальність», оскільки молодь потребує взірця для наслідування, а в інтересах суспільства – формувати зразки для наслідування за допомогою справді видатних особистостей.

Не варто оминати матеріал патріотичного змісту. Потрібно звертати увагу учнів на українських математиків, на їх внесок у розвиток науки. Отримання відомостей про видатних земляків виховує гордість за свою Батьківщину, рідний край. Одним із таких прикладів може стати біографія академіка Всеукраїнської академії наук Михайла Пилиповича Кравчука, якого 1938 р. безпідставно репресували і заслали на Колиму, де він і загинув. На його пам'ятнику в Києві написано девіз його життя: «Моя любов — Україна і математика». Учням бажано якомога більше розповідати про справжніх патріотів України.

Наскрізні лінії ключових компетентностей реалізують здебільшого під час *розв'язування задач практичного змісту* – задач, що виникають за межами математики, але розв'язуються з використанням математичного апарату. У виданих підручниках і навчальних посібниках таких задач чимало. Проте, рекомендується надавати перевагу тим задачам, які стосуються сучасних суспільно-економічних запитів і цінностей. Це, насамперед, енергозбереження (газ, світло, вода, тепло – цінний ресурс, який треба заощаджувати), фінансова грамотність (планування і раціональні витрати власних, сімейних коштів, правильна співпраця з фінансовими установами), здоров'я і екологія (бережливе ставлення до природних ресурсів, чистота довкілля, вибір здорового способу життя тощо). Тобто, задачі мають сприяти виробленню в учнів ціннісних орієнтацій, правильної поведінки стосовно енергоресурсів, свого здоров'я, своїх фінансів, навколишнього середовища, стосунків між людьми, сприяти усвідомленню значення математичної освіти для успішної життєдіяльності в сучасному суспільстві.

Задачі практичного змісту є для учнів складними. Тому вони мають усвідомити, що застосування математики до розв'язування будь-яких практичних задач поділяється на такі етапи:

- 1) формалізація (перехід від ситуації, описаної у задачі, до математичної моделі цієї ситуації, і від неї до сформульованої математичної задачі);
- 2) розв'язування задачі у межах побудованої моделі;

3) інтерпретація отриманого розв'язку задачі – застосування його до вихідної ситуації.

Отже, навчальний матеріал має забезпечувати оволодіння учнями математичною культурою такого рівня, коли освоюються всі етапи застосування математики до розв'язування задач, які виникають у людській практиці. Це стосується, насамперед, етапів формалізації та інтерпретації.

На етапі формалізації учень має зрозуміти суть понять умови практичної задачі, виділити відповідні зв'язки між поняттями реальної ситуації, проаналізувати повноту даних умови, виразити мовою математики дані поняття і зв'язки між ними. Тобто, перейти від практичної ситуації до її математичної моделі (рівняння, системи рівнянь, нерівності, функції тощо). Етап інтерпретації передбачає зворотній перехід – від розв'язування математичної задачі до даної практичної. Учні потрібно вміти з'ясувати відповідність отриманих результатів умові даної практичної задачі, відбирати, при необхідності, потрібні розв'язки математичної задачі, оцінювати точність отриманих результатів.

Розглянемо детальніше реалізацію наскрізних ліній ключових компетентностей під час навчання математики.

1. Наскрізна лінія *«Екологічна безпека й сталий розвиток»* має формувати в учнів соціальну активність, відповідальність та екологічну свідомість, готовність до збереження довкілля і розвитку суспільства. Екологічне виховання учнів можна здійснювати в таких напрямках: складання графіків і діаграм, які ілюструють функціональні залежності результатів впливу людської діяльності на природу; аналіз прикладів економного та ефективного використання природних ресурсів; розкриття математичних закономірностей певних явищ природи; виховання екологічного розуміння та екологічної культури, відповідальності за стан навколишнього середовища.

Наприклад.

1) Ступінь забруднення доріг свинцем (у мг на м² за рік) обчислюють за формулою $C = 0,012Ae^{-0,11k} + 0,37\sqrt[3]{A}$, де A – інтенсивність руху (кількість транспортних засобів) за добу і k – відстань від краю дороги в метрах. Задайте

функцію, що визначає ступінь забруднення доріг свинцем, за умови, що інтенсивність руху за добу на цій дорозі дорівнює 1728 транспортних засобів. На якій відстані від краю дорожнього полотна починається безпечна зона, якщо границею безпеки вважають ступінь забруднення 10 мг/м² за рік?

2) На даний момент населення планети становить 7 млрд осіб. Щорічний приріст населення становить 1,9 %. Через який час чисельність населення збільшиться вдвічі за збереження сучасного темпу приросту?

Набута учнями екологічна компетентність сприяє бережливому ставленню учнів до природи, її збереженню та примноженню, готовності брати участь у вирішенні питань охорони довкілля, соціальной активності, відповідальності та екологічної свідомості, виробленню умінь критично оцінювати перспективи розвитку навколишнього середовища тощо.

2. Наскрізна лінія «*Громадянська відповідальність*» покликана сприяти формуванню відповідального члена громади і суспільства, що розуміє принципи й механізми функціонування суспільства. Для формування в учнів громадянської відповідальності можна пропонувати задачі про:

- права й обов'язки громадянина України, права дитини і механізми їх захисту;
- роль законів у житті суспільства і готовність свідомо виконувати існуючі закони;
- сутність демократії, демократичні цінності, демократичну державу і активну участь громадян в її житті, роль ЗМІ у суспільному житті;
- громадянську ідентифікацію, прийняття суспільних рішень і форми участі громадян у житті громади і суспільства;
- вмотивованість до суспільно значимих дій і вчинків, уміння передбачати наслідки своїх дій і вчинків;
- основи співпраці та спілкування з іншими людьми, шляхи розв'язання конфліктних ситуацій, толерантне ставлення до інших людей.

Задачі такої тематики мають складатися на основі реальних фактів, що сприяють усвідомленню кожним учнем власної ролі у процесі природо- чи

енергозбереження. Повчальними і цікавими для старшокласників можуть стати задачі на порівняння рівня споживання електроенергії в різних країнах Європи.

Наприклад. У таблиці подано значення середньомісячного споживання електроенергії у 2016 р. на одне домогосподарство. Дізнайтеся про середньомісячне споживання електроенергії у 2016 р. для вашої родини і внесіть його до таблиці. За даними таблиці побудуйте стовпчасту діаграму. Проаналізуйте графічне подання інформації про задану вибірку. Зробіть висновки.

Країна	Польща	Румунія	Словаччина	Україна	Угорщина
Обсяг (кВт · год)	167	135	227	161	218

Звичайні правила поведінки в побуті стають звичками і формують раціональне ставлення до наданих ресурсів, привчають не витратити їх дарма. Якщо закривати кран під час чищення зубів, можна зекономити до 10 літрів води, а якщо чистити їх двічі на день – економія сягне майже 20 літрів.

Для виховання загальнолюдських і національних цінностей, поваги і толерантного ставлення до людей з особливими потребами учням бажано пропонувати задачі про здобутки українців.

Наприклад. На літніх Паралімпійських іграх 2016 р. у Ріо-де-Жанейро (Бразилія) команда України здобула рекордні нагороди: 41 золоту, 37 срібних та 39 бронзових медалей і вперше піднялася на третє місце в медальному заліку. Три з цих медалей (золоту, срібну і бронзову) отримали троє спортсменів за стрільбу. Розглянемо можливу ситуацію: три спортсмени стріляють в мішень по одному разу. Ймовірність влучення для першого з них дорівнює 0,8; для другого – 0,85; для третього – 0,9. Визначити ймовірність того, що: 1) всі спортсмени влучать у мішень; 2) жоден не влучить; 3) лише один спортсмен влучить у мішень; 4) тільки два спортсмени влучать у мішень; 5) хоча б один спортсмен влучить у мішень.

3. Наскрізна лінія «Здоров'я і безпека» передбачає становлення учня як емоційно стійкого члена суспільства, здатного вести здоровий спосіб життя і

формуванню навколо себе безпечне життєве середовище. Необхідність збереження здоров'я молоді і запобігання його руйнації – важлива проблема сьогодення. Математика має вагомий потенціал для розуміння учнями цінності життя і здоров'я.

Наприклад. 1) Ємність легенів людини, віком не менше 10 років, наближено виражається функцією $V(x) = \frac{110(\ln x - 2)}{x}$, де $x \in [10; 100]$ – вік людини у роках, $V(x)$ – ємність легенів у літрах. Установіть, в якому віці ємність легенів людини максимальна і чому вона наближено дорівнює.

2) Інтенсивність виділення пилу F (у мг/с) в непровітрюваній вирубці під час відпрацювання марганцевих руд залежить від продуктивності комбайна. Встановлено, що для певних умов ця залежність наближено визначається формулою $F = 3,16 e^{28 \cdot 10^{-3} A}$, де A – продуктивність комбайна (у т/год). Заповніть таблицю і побудуйте графік функції $F(A)$ для вказаних значень аргументу. За допомогою графіка знайдіть наближені значення $F(25)$ і $F(45)$.

Дізнайтеся більше про особливості роботи гірників та шкідливість пилу для організму людини.

A (у т/Год)	20	30	40	50	60
F (у мг/с)					

Потребу в збереженні власного фізичного, психічного та духовного здоров'я можна сформуванню в учнів у процесі розв'язування задач, що стосуються:

- раціонального харчування, рухової активності, санітарно-гігієнічного режиму праці та відпочинку тощо;
- ефективного спілкування, співчуття, розв'язування конфліктів, поведінки в умовах тиску, погроз, дискримінації, спільної діяльності та співробітництва;
- самоусвідомлення та самооцінки, аналізу проблем і прийняття рішень, визначення життєвих цілей та програм, самоконтролю, мотивації успіху та тренування волі тощо.

Набута учнями здоров'язбережувальна компетентність сприятиме здоровому способу життя та застереженню від шкідливих звичок.

4. Наскрізна лінія «Підприємливість та фінансова грамотність» націлена на розвиток лідерських ініціатив, здатність успішно діяти в швидкозмінному середовищі, розуміння учнями практичних аспектів фінансових питань, спроможність застосовувати знання й уміння у реальних життєвих ситуаціях.

Виховання підприємливості – це не лише формування ділових якостей, таких як ощадливість, розважливість, здатність до генерування нових ідей та втілення їх в життя, мотиваційна готовність діяти в ситуації невизначеності і ризику, контроль ситуації і вибудова ефективної комунікації в діловому спілкуванні. Воно передбачає й накопичення знань, що стосуються власності, реалізації нових економічних ідей, окремих проблем у повсякденному чи професійному житті. Окремі питання підприємницької діяльності можна розглядати в процесі розв'язування задач.

Наприклад. 1) Виробник з'ясував, що тижневий прибуток P (в грн) фірми залежить від тижневого рекламного бюджету x (в грн) за формулою $P(x) = -x + 200\sqrt{x} - 1000$. Знайдіть найбільший прибуток, отриманий протягом тижня, і з'ясуйте, при яких внесках у рекламний бюджет прибуток фірми зростає, а при яких – спадає.

2) На початку ХХ ст. за гетьманату українці сплачували чотири прямі податки та шість акцизів. У той період було введено дві монополії. Припускаємо, що підприємець сплачує три прямі податки, один акциз та має право на одну монополію. Скільки різних варіантів може бути?

Цікавими для розкриття окремих аспектів підприємливості можуть бути історичні задачі, які можна пропонувати для повторення вивченого матеріалу.

Наприклад.

1. Старовинна задача. Одного разу розумний бідняк попросив у скупого багатія притулку на два тижні на таких умовах: «За це я тобі першого дня заплачу 1 крб, другого – 2, третього – 3 і т. д., збільшуючи щоденну плату на 1 крб. Ти ж

будеш подавати милостиню: першого дня 1 копійку, другого – 2, третього – 4 і т. д., збільшуючи щодня милостиню вдвічі». Багатій з радістю на це згодився, вважаючи умови вигідними. Скільки грошей одержав багатій?

2. Задача Ейлера. Чоловік, продаючи коня, запропонував покупцеві заплатити лише за цвяхи, якими прибито до копит того коня підкови. За перший цвях – 1 пфеніг, за другий – 2, за третій – 4 і т. д. За кожний – удвічі більше, ніж за попередній. За скільки він продавав коня, якщо цвяхів було 32?

Фінансова грамотність – це вміння застосовувати фінансові знання та використовувати здобуті фінансові навички, щоб отримувати максимальну користь від управління власними фінансами. Зрозуміти ключові фінансові поняття і використовувати їх для прийняття рішень про доходи, витрати і заощадження для вибору відповідних фінансових інструментів, планування бюджету, нагромадження коштів на подальші цілі тощо допомагає фінансова освіченість.

Для розвитку в учнів фінансової грамотності бажано пропонувати задачі, що стосуються фінансових операцій, вартості товарів і послуг, благодійності, податків тощо. Для учнів цікавими будуть задачі про розподіл фінансів у родині, про ринок цінних паперів, податки та їх розподіл, правила нарахування пенсій, про банківські послуги, страхування та ризики тощо. Такі задачі можна пропонувати також під час повторення навчального матеріалу за основну школу (відсотки, прогресії тощо).

Наприклад. Підприємець узяв у банку кредит у розмірі 100 000 грн під певний відсоток річних. Через рік цей відсоток було збільшено на 4 %. На кінець другого року підприємець повернув у банк 148 800 грн. Під який відсоток річних було надано кредит у перший рік?

Математика старшої школи має значний потенціал для розгляду питань економіки та фінансів. Наприклад, під час вивчення теми «Застосування інтегралів» можна запропонувати таку задачу:

Продуктивність праці бригади робітників протягом зміни наближено визначається формулою $f(t) = -2,53t^2 + 24,75t + 111,1$, де t – робочий час у

годинах. Визначте обсяг продукції, виготовленої за 5 робочих годин. Установіть вартість усієї продукції, виробленої за цей час, якщо вартість трьох одиниць продукції становить 100 грн.

Сформувати в учнів математичні та ключові компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, надати їм допомогу у виборі особистісно значущої системи ціннісних орієнтацій – першочергове завдання навчання математики.

4. Інноваційні підходи до організації навчання

Методика, технології і методи компетентісно орієнтованого навчання математики мають відповідати таким основним умовам:

- опора на суб’єктивний досвід учнів під час відбору навчальних завдань, перевага самостійної пізнавальної діяльності учнів;
- мотивація дослідницької діяльності, розвиток творчості учнів, урізноманітнення видів діяльності (практичні, пошукові, проектні, лабораторні, творчі роботи);
- використання індивідуальної, парної, групової та колективної пізнавальної діяльності в різних поєднаннях;
- застосування інформаційно-комунікаційних технологій у навчанні математики, сучасного програмного забезпечення до розв’язування математичних завдань;
- використання практико-орієнтованих навчальних ситуацій як для постановки проблеми (введення в завдання), так і для її безпосереднього вирішення та використання завдань з надлишковою (недостатньою) інформацією;
- сприяння створенню учнями власного індивідуального освітнього продукту (свій спосіб розв’язання задачі, бачення власного підходу до вирішення проблеми тощо). Розв’язування задач не обов’язково мають бути оптимальними. Учень має право на помилку;
- цілеспрямований розвиток в учнів пізнавальної (як я працював, які

методи використовував, які з них привели до результату, які були помилковими і чому, як би я тепер вирішував проблему та інше), соціальної (як ми працювали в групі, як були розподілені обов'язки, як ми з ними впоралися, яких ми припустилися помилок в організації роботи та інше), психологічної (як я себе почував, сподобалося мені робота (в групі, із завданням) чи ні, чому, як (з ким) би я хотів працювати і чому та інше) рефлексії.

Організація дослідної діяльності учнів. З кожним навчальним роком має відбуватися нарощення такої діяльності учнів. Для частини учнів варто пропонувати самостійно вивчити деякі теми або окремі їх частини. Наприклад, перед вивченням тригонометричних функцій доцільно пропонувати учням самостійно дослідити, що таке періодичні процеси і як вони функціонують у життєдіяльності людини, науках, природі, техніці, мистецтві, будівництві тощо. Вони працюють самостійно і лише радяться з учителем. Учні впродовж дослідної діяльності набувають досвіду порівнювати та узагальнювати, ознайомлюються із методами наукового пізнання та етапами дослідної діяльності, що сприяє формуванню вміння виділяти проблеми, висловлювати припущення, планувати експериментальну діяльність, робити висновки.

Навчання математики з використанням ІКТ сприяє ефективній активізації навчально-пізнавальної та дослідної діяльності учнів на кожному етапі уроку, актуалізації опорних знань учнів та підвищення мотивації вивчення нової теми, урізноманітненню форм і методів подання нового матеріалу, здійсненню контролю, самоконтролю та корекції набутих учнями знань і вмінь, формуванню стійкого інтересу до навчання математики. ІКТ може бути засобом: підготовки до уроку; демонстраційного супроводу уроку; організації самостійної роботи учнів у позаурочний час тощо.

Старшокласників, що вивчають математику на профільному рівні, доцільно ознайомити з програмним забезпеченням (наприклад, Excel, Advanced Grapher, GRAN, GeoGebra), використання якого зменшує витрати часу на виконання тих чи інших математичних завдань. Учитель задає домашнє завдання, яке зручно і швидко розв'язати за допомогою певного програмного

забезпечення. Це стимулює учнів до використання ІКТ вдома для розв'язування тих чи інших завдань.

При вивченні математики на профільному рівні можна застосовувати як педагогічні програмні засоби (GRAN1, GRAN 2D, GRAN 3D, DG, DIANA, FANCY, LIMES, GeoGebra, AdGrapher), так і інструментальні засоби наукового та інженерного призначення (EUREKA, DERIVE, MAPLE, MathCad, Matlab, MATHEMATICA, MuPad) та бібліотек електронних наочностей.

Математичний пакет MathCad орієнтований, насамперед, на здійснення числових розрахунків. Пакети MATLAB, Scilab, Octave і FreeMat створені, у першу чергу, для роботи з числовими матрицями і векторами. Математичні пакети Maple, Mathematica, Maxima і MuPAD розраховані на здійснення аналітичних обчислень.

Підвищенню ефективності уроків математики сприяє використання програмних засобів навчального призначення. За їх допомогою доступнішим стає вивчення низки тем курсу алгебри і початків аналізу та геометрії: побудова графіків функцій, розв'язування рівнянь, систем рівнянь і нерівностей, знаходження площ фігур, обмежених графіками функцій, побудова перерізів геометричних тіл, обчислення об'ємів тіл обертання тощо.

Оскільки функції є математичними моделями багатьох процесів, що вивчають у фізиці, хімії, біології, економіці та інших науках, то доцільно спрямувати навчально-пізнавальну діяльність старшокласників на відшукування та опис властивостей функцій та побудову їх графіків. Багато функцій, що описують реальні процеси, мають складні формули, тому їх графіки важко побудувати. Це спонукає учнів використовувати ІКТ.

Способи візуалізації навчального матеріалу. Візуалізація – це унаочнення, створення умов для безпосереднього спостереження, одержання видимого зображення яких-небудь предметів, явищ чи процесів у зручній для зорового сприйняття формі.

Щоб візуалізувати навчальний матеріал, варто його ретельно відібрати, структурувати і оформити в наочний образ так, щоб складне зробити зрозумілим,

громіздке – компактним, довготривале – лаконічним тощо. Різні способи подання інформації та встановлення зав'язків між ними сприяють активізації мислення учнів, розвитку в них таких розумових операцій як аналіз, синтез, порівняння, аналогія, класифікація, узагальнення, абстрагування тощо.

Спектр форм візуалізації навчального матеріалу достатньо широкий. Наприклад, комп'ютерні презентації, флеш-анімації, відео/аудіо матеріали, зображення, діаграми, схеми, графіки, інтелект-карти тощо. Розглянемо деякі з них.

Презентації – послідовність слайдів, тобто електронних сторінок. Створені презентації легко продемонструвати учням у класі, роздрукувати всю або окрему її частину, вислати на електронну пошту учню, який був відсутній у класі, або ж завантажити на блог вчителя (забезпечуючи можливість ознайомлення з нею учнів, вчителів та батьків). Презентації можна використовувати для будь-якого типу уроку (звісно не на всьому уроці, а на лише деяких його етапах).

Розглянемо програмне забезпечення за допомогою якого можна створювати різного роду презентації.

У Power Point передбачено можливість використання гіперпосилань, що дає змогу розробити розгалужену презентацію, яка «реагує» на втручання користувача (наприклад, надання правильної або неправильної відповіді на те чи інше запитання).

Для вчителів, які працюють у класах, що оснащені доступом до Інтернет, актуальним будуть наступні програмні засоби.

Sway – програма, за допомогою якої легко створювати онлайн презентації та ділитися ними (надсилаючи посилання). Не потрібно висилати кожному учню презентацію, виконану в Power Point, а досить надати учням посилання, що веде до вашої презентації створеної у Sway.

Створити анімовану презентацію можна за допомогою сервісу PowToon. У цьому онлайн-сервісі можна створити відео на основі шаблону або з «чистого аркуша». Готові роботи можна безпосередньо завантажувати на YouTube.

Презентації може створювати вчитель, наприклад, для уроків пояснення нового матеріалу, або ж для уроків узагальнення і систематизації; учень для презентації своєї пошукової і проектної роботи, або ж учитель і учень разом. В YouTube міститься досить велика кількість готових україномовних роликів, що створено для різних уроків.

Завдяки Google-презентаціям можна створювати презентації декількома людьми. Наприклад, учителі різних предметів можуть готувати презентацію для інтегрованого уроку або ж декілька учнів можуть одночасно, де б вони не перебували, працювати над презентацією своєї групової проектної роботи. Також за допомогою Google-презентацій учитель може створювати електронні підручники чи задачники.

Відео. Для дистанційного навчання часто використовують відеозапис. Сучасні пристрої дають можливість легко записати відео, де вчитель пояснює учням матеріал. Актуальним також є відеозапис самої презентації, що підготував учитель з аудіо коментарями для неї. Щоб записати відео презентації, необхідно оволодіти програмою для запису з екрану монітору. Зручним інструментом є, наприклад, програма Camtasia Studio.

Схеми, діаграми. Сучасні учні набагато легше сприймають інформацію в компактному вигляді, бажано у вигляді малюнків. Тож на допомогу вчителю може прийти інфографіка і сервіс для її створення Piktochart. Учитель може створювати сучасні плакати або слайди для презентацій. Також можна залучати учнів до опрацювання інформації (наприклад, параграфа підручника) і наступного створення інфографіки за нею.

Інтелектуальні карти. Mindmeister – дає можливість створювати різні схеми. Матеріал з пройденої теми можна представити схематично, доповнивши його малюнками, звуками та відео з Інтернету. Цей сервіс корисний для уроків узагальнення та систематизації знань.

Зображення. Аудіо і відео. Учні можуть створювати стіннівки не лише в класі після уроків, а й дистанційно, працюючи паралельно над однією стіннівкою кожен у себе дома. Таку можливість дає віртуальна стіна Padlet. Сервіс дає

можливість працювати дистанційно як учням між собою, так і вчителю з учнями (переглянути результат їх роботи і внести правки до моменту презентації стіннівки у класі), так і вчителів між собою (при підготовці спільних уроків). Сервіс дає допомогає впроваджувати елементи дистанційного та «перевернутого навчання».

Сучасні технології навчання. На допомогу вчителю можуть прийти сучасні технології навчання, наприклад, так зване «Перевернуте навчання» – форма активного навчання, в якій типова подача нового матеріалу і організація домашніх завдань міняються місцями. Учні вдома аналізують короткі відеолекції, а в класі вивільнений час відводиться на виконання вправ, обговорення шляхів вирішення проблем, співпрацю учнів один з одним, застосування знань в новій ситуації, на створення учнями нового навчального продукту. За таких умов під час засвоєння нових знань учні не залежать від темпу викладу матеріалу вчителем, а на уроці у вчителя є більше часу для взаємодії і індивідуальної роботи з учнями.

Технологія «Веб-квест» включає такі елементи: вступ, де вказується термін проведення самостійної роботи і задаються вихідні умови; завдання різної складності для самостійного виконання; посилання на ресурси пошукової мережі Інтернет, які надають можливість знайти і «завантажити» необхідний матеріал; поетапний опис процесу виконання певного завдання з поясненням принципів переробки інформації, допоміжними питаннями, причинно-наслідковими таблицями, схемами, діаграмами; висновки, які містять орієнтовні результати виконання завдання, шляхи подальшої самостійної роботи над зазначеною темою.

Сервіси, що допомагають організувати дистанційне навчання. Під час дистанційного навчання важливим є спілкування учителів з учнями через мережу Інтернет: учні можуть одержувати завдання через розсилку чи на сторінках сайту школи; вчителі можуть проводити консультації (по Skype), записувати для учнів відео-уроки та завантажувати їх в YouTube, обмінюватися ідеями щодо підготовки проектів та їх виконання тощо. Використання інтернет-ресурсів дає можливість

організовувати спільну діяльність з документами (наприклад, спільне створення презентацій), проводити опитування та тестування, організувати документообіг.

Сервіси, які дають можливість комунікувати вчителю і учню в зручній для кожного формі. Активно в педагогічній практиці використовуються сервіси Google. Крім пошукової системи в Google представлено мережеві сервіси для спільної творчої діяльності: пошук даних, класифікація, спільне редагування, мультимедійна творчість тощо. Це електронна пошта Gmail, пошук книг Google BookSearch, науковий пошук Google Scholar, пошук за зображеннями Google Images, онлайн-сховище Google Drive з документами Google, калькулятор Google, чат Google Hangouts – обмін миттєвими повідомленнями, відеозв'язок і голосовий зв'язок (аналог Skype), перекладач Google Translate, календар Google, записник Google Keep, блог Google Blogger, Google Документ, Google Презентація, Google Таблиця, Google Рисунок, Google Форма тощо. Для того, щоб активно користуватися сервісами Google, варто створити свій профіль на сайті <https://www.google.com.ua/>. Цікавою і зручною для організації процесу навчання є робота в сервісі Google Classroom Manager, який дає учням можливість самостійно чи у групах виконувати завдання й передавати їх учителю через мережу, а програма самостійно опрацьовує і презентує результати, типізуючи помилки.

Організація контролю навчальних досягнень учнів та забезпечення зворотного зв'язку. У вільному доступі існує багато сервісів, за допомогою яких можна здійснювати: перевірку розуміння учнями навчального матеріалу; отримання (чи надання) зворотного зв'язку протягом усього навчального процесу; корекцію знань і планування навчальної роботи на підставі отриманих результатів; проведення дискусії.

Якщо в учнів класу є планшети або смартфони, то можна проводити тестування або конкурси чи вікторини за допомогою сервісів Kahoot, Quizizz, Quizalize, Triventy, Formative тощо.

Додаток Plickers дає змогу (за допомогою смартфона чи планшета) сканувати підняті дітьми картки з QR-кодами їх відповідей і дуже швидко оцінити відповіді всього класу і здійснити збір статистики. Для цього

потрібно зареєструватися на даному сервісі, створити класи та питання з вибором правильної відповіді з чотирьох чи типу так/ні (правильно/неправильно), а також роздрукувати картки. Для проведення тестування номер картки має відповідати номеру учня в списку класу.

За допомогою електронного навчального середовища Learning Apps зручно створювати електронні інтерактивні блоки (так звані програми або вправи). Learning Apps – це розробка загальнодоступної бібліотеки дидактичних доповнень до уроків, конструктор для розробки інтерактивних завдань для застосування на уроках і в позакласній роботі.

Висновки

Компетентність виступає результативно-діяльнісною характеристикою шкільної математичної освіти. Одне з центральних завдань навчання математики на профільному рівні – забезпечити оволодіння учнями математичними (змістовими, процесуально-операційними, інформаційно-технологічними, дослідницькими), надпредметними математичними (міжпредметними і спеціалізуючими як елемент професійної підготовки) та ключовими компетентностями. Набуття учнями цих компетентностей покращується, якщо в процесі навчання дотримуватися таких загальних вимог:

- забезпечення мотивації, інтересу до оволодіння компетентностями; відповідність змісту навчального матеріалу етапам пізнання;
- діяльнісна та практико-орієнтована спрямованість навчання;
- засвоєння не лише формально-логічних, але й оперативних знань;
- диференційований підхід до навчання за рахунок різнорівневої складності навчального матеріалу;
- організація самостійної навчально-пізнавальної та дослідної діяльності;
- застосування методу математичного моделювання як засобу реалізації міжпредметних зв'язків;
- систематичне використання програмно-педагогічних засобів (демонстраційних, моделюючих, тренажерних).

У процесі використання цих засобів доцільно враховувати такі їх можливості: інтегрованість, конструктивність, інтерактивність, візуалізація. Запропоновані види задач практичного змісту та прийоми вироблення вмінь їх розв'язувати сприяють ефективній реалізації наскрізних ліній ключових компетентностей.