ПОЛТАВСЬКА ДЕРЖАВНА АГРАРНА АКАДЕМІЯ

А. Т. Опря, Л. О. Дорогань-Писаренко,
О. В. Єгорова, Ж. А. Кононенко

СТАТИСТИКА

(МОДУЛЬНИЙ ВАРІАНТ З ПРОГРАМОВАНОЮ ФОРМОЮ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ)

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

2-ге видання, перероблене та доповнене

Рекомендовано
Міністерством освіти і науки України
як навчальний посібник для студентів
вищих навчальних закладів

«Видавництво
«Центр учбової літератури»
Київ – 2014

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73
О-62

Гриф надано
Міністерством освіти і науки України
(лист № 1/11-6044 від 24.07.2009 р.)

Рецензенти:
Рогоза М. Є. – докор економічних наук, професор;
Савчук В. К. – доктор економічних наук, професор.

О-62 **Статистика (модульний варіант з програмованою формою контролю знань)** [текст] навчальний посібник / Опря А. Т., Дорогань-Писаренко Л. О., Єгорова О. В., Кононенко Ж. А.– (2-ге вид., перероб. і допов.). – – К. : «Центр учбової літератури», 2014. – 536 с.

ISBN 978-617-673-366-9

Розглядаються теми освітньо-професійної програми (2010 р.) навчального курсу «Статистика» економічних факультетів вищих навчальних закладів. Висвітлено питання математичної статистики і загальної теорії статистики в модульному варіанті з програмованою формою контролю знань.

Посібник передбачає індивідуальний самоконтроль засвоєних знань студентами в розрізі тем. Застосована лінійна комбінована програма контролю знань, а саме ті її варіанти, коли студент повинен знайти правильну відповідь із кількох відповідей і перейти до вивчення наступного фрагмента тексту. Поточний контроль здійснюється на базі відповідей, розташованих на полях кожної сторінки посібника, а також по тексту книги, де в дужках подано два варіанти відповіді (одна вірна). При цьому крім поточного контролю, матеріал посібника містить підсумковий контроль знань.

Теоретичний курс навчального посібника, а також тести підсумкового контролю знань і окремі поточного підготував доктор економічних наук, професор Опря А.Т.; питання для самостійного вивчення, самоконтролю знань - кандидат економічних наук, доцент Дорогань-Писаренко Л.О., програмований поточний самоконтроль знань – кандидат економічних наук, доцент Кононенко Ж.А.; завдання для практичних занять – кандидат економічних наук, доцент Єгорова О.В.

Призначено для студентів, які навчаються за спеціальностями напряму 0501 «Економіка і підприємництво».

УДК 311(075.8)
ББК 60.6я73

ISBN 978-617-673-366-9

ЗМІСТ

ВСТУП

Вимоги до статистики як фундаментальної навчальної дисципліни (поряд з математикою та інформатикою), а також нагальна потреба в підвищенні її наукового рівня зумовлюють необхідність перебудови і самого навчального курсу. А саме, викладання статистики повинне забезпе-
методологічної чувати створення надійної _____________ бази поглибленого економічного аналізу з комплексним використанням традиційних статистичних і сучасних математико-статистичних методів.

Оволодіння матеріалом відповідних тем має дати студенту перші навички самостійної роботи
масовими з _________ статистичними даними і забезпечити створення теоретичної бази для наукового пошуку в курсовому та дипломному
практичній проектуванні, а з часом – і у майбутній _______
науковій чи ___________ діяльності.

При підготовці підручника враховано досвід викладання навчальних курсів «Статистика» та «Методика викладання статистики» в Національному аграрному університеті та інших вузах, наявність раніше опублікованих підручників, навчальних посібників і інших навчально-методичних і нормативних матеріалів.

Враховуючи відчутні психологічні перешкоди щодо широкого використання методів математичної статистики у вирішенні різного
аналітичних роду ___________ задач, окремі теми підручника викладено у максимально можливому наближенні висвітлення їх прикладного значення, а при необхідності – їх математичної природи (а не математичних доведень). Особливого значення
економічній надано ____________ інтерпретації результатів математичних розрахунків, що повинно сприяти творчому засвоєнню статистичних прийомів обробки економічної інформації.

Зважаючи на теоретичну важливість деяких

тем та їх практичну значущість в аналізі
соціально-економічних явищ, а також те, що для
підготовки магістрів і аспірантів потрібно більш
глибокий _________ розгляд питань теорії, методології та
практики статистичних досліджень, окремі розді-
ли роботи викладено більш поглиблено і ширше,
з висвітленням ряду питань за результатами
власних досліджень автора.

При написанні підручника враховувався той
факт, що галузь економічних досліджень, в якій
передбачається застосування математико-статис-
специфічна тичних методів, __________, а саме те, що неза-
лежність одиниць спостереження і нормальний
характер розподілу тут не є правилом. Вказана
особливість значно ускладнює методи статистич-
ної оцінки. Такі обставини зумовили детальніше
викладення окремих тем навчальної програми.
Серед них: вибірковий метод спостереження,
дисперсійний і кореляційно-регресійний аналіз.

Підручник розрахований на програмований
контроль засвоєних знань студентами в розрізі
окремих тем. Автор застосував лінійну програму
контролю знань, а саме той її варіант, коли
правильну студент повинен знайти ___________ відповідь із
кількох відповідей і перейти до наступного кадру
інформації.

Форма подання програмованого матеріалу і
переваги сконцентрованість його змісту мають такі ______
перед посібниками та підручниками з традицій-
ною формою викладення: 1) сприятимуть пере-
вірці засвоєння знань по результатах відповідей
(кількість правильних відповідей), що свідчить
про успіхи студента в процесі вивчення кожної
теми; 2) власний безперервний контроль служи-
тиме зворотним зв'язком щодо розуміння студен-
том матеріалу; 3) пристосованість для самостій-
ного вивчення курсу; 4) можливість уточнення
найбільш істотних питань; 5) можливість звести
широке коло питань до основних (вузлових).

МОДУЛЬ 1

ТЕМА 1. МЕТОДОЛОГІЧНІ ЗАСАДИ СТАТИСТИКИ

§ 1.1. Загальне поняття статистики, її галузі

Термін «статистика» походить від латинського «status», що означає положення, стан явищ. Від кореня цього слова виникли слова «stato» (держава), «statista» (статистик, знавець держави), «statistiks» (статистика – певна сума знань, зведень про державу). Цей термін існує століття, хоч зміст його неодноразово змінювався.

У науковій літературі слово «статистика» вживають із XVIII століття за змістом як державознавство. Проте статистика почала свій розвиток значно раніше – у середині XVII століття.

Нині термін «**статистика**» вживають у кількох значеннях:

1) це – дані, які характеризують масові суспільні явища;

2) процес збирання, зберігання і обробки даних про масові суспільні явища, тобто галузь практичної діяльності, спрямованої на одержання, обробку, аналіз і видання масових даних про явища і процеси суспільного життя;

3) це – наука, яка вивчає величину, розміри і кількісну сторону __________ суспільних явищ у нерозривному зв'язку з якісною стороною цих явищ, з їх соціально-економічним змістом.

масових

Наукова система статистики складається із статистичної теорії, статистичної методології та зведених результатів статистичних досліджень.

Статистична теорія являє собою __________ про розміри суспільних явищ і статистичних показників, які їх характеризують. Вона включає також вивчення ____________ між статистичними показниками, розвитку, змін змісту і форми статистичних показників.

загальне вчення

зв'язків

Статистична методологія – це сукупність статистичних методів дослідження. Вона

даних	розробляє питання збирання зведень про розміри суспільних явищ, вивчення зв'язків між величинами та динаміки, принципів і прийомів аналізу статистичних (даних/зв’язків).
єдність	Статистична наука являє собою нерозривну _________ статистичної теорії і статистичної методології.
сукупність	Зведені результати статистичних досліджень – це _________ конкретних науково обґрунтованих статистичних даних (наприклад, показники кількості тварин за їх видами на певну дату, показники обсягу продукції галузі за певний рік і т. д.).
суспільна масових	Найпоширенішим у статистичній літературі є визначення статистики як науки, сформульоване у 1945 р. на науковій нараді з питань статистики: «Статистика – самостійна _________ наука. Вона вивчає кількісну сторону ________ суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісною стороною. Статистика вивчає кількісну сторону суспільного виробництва в єдності виробничих сил і виробничих відносин, а також явищ культурного і політичного життя суспільства. Вона вивчає вплив природних і технічних факторів на кількісні зміни суспільного життя та вплив розвитку суспільного виробництва на природні умови життя суспільства».
предмета методом самостійної	У науковій літературі можна зустріти й іншу думку щодо визначення статистики як науки. Окремі автори вважають, що статистика не має свого ________ дослідження, а є лише своєрідним ________ пізнання. Ми не погоджуємось з такою думкою, адже наук, які не мають свого предмета дослідження, не може бути. Тобто це, по суті, заперечує існування статистики як _________________ науки.
	Відповідно до наукової дисципліни (статистичної науки) статистикою називають навчальну дисципліну у вищих і середніх

спеціальних навчальних закладах.

Терміном «статистика» також називають сукупність цифрових зведень, які характери-
суспільного   зують ті чи інші явища __________ життя або їх
сукупність (наприклад, статистика посівних площ, статистика урожайності тощо).

Статистикою в математичній статистиці
параметр   називають деякий (показник/параметр) f, який
залежить від $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$. Значення параметра є одним з ряду можливих. Отже, кожна статистика в цьому розумінні має свій розподіл імовірностей.

Приклад. Припустимо, x_i – середня зарплата у i-му підприємстві району. Середню зарплату по всіх підприємствах району можна в такому разі назвати статистикою. Якщо показники підприємств порівняти між собою, то максимальна чи мінімальна зарплата теж будуть статистиками. Особливістю змісту терміна «статистика» в цьому розумінні є те, що тут підкреслюється наявність чіткого математичного правила (алгоритму) одержання величини параметра із
спостережень   сукупності (вибірки/спостережень) елементів.

Статистика як самостійна наука пройшла складний шлях свого становлення. У процесі
виділилися   розвитку в її складі (виділилися/значаться):
математична статистика, загальна теорія статистики, соціально-економічна статистика (у більш вузькому розумінні – соціальна та економічна статистика), галузеві статистики.

Існує градація статистик і за сферами людської діяльності, сферами обігу,
економічних   диференціацією ________________ наук.

Якщо розглядати перелічені вище види як систему наукових статистичних дисциплін, слід
нові   назвати і деякі ____ розділи статистики, створені під впливом інтеграційних зв'язків з іншими
моделювання   науками, це – статистичне _____________,
прогнозування   статистичне _____________ та ін.

Розглянемо коротко зміст кожного з видів статистики за традиційною схемою їх поділу.

Математична статистика – це галузь
математичних ___________ знань. Вона розробляє раціональні
прийоми __________ (способи) систематизації, обробки і аналізу даних статистичних спостережень масових явищ з метою встановлення характерних для
закономірностей них статистичних _____________, використання для наукових і практичних висновків.

У математичній статистиці більшість методів обробки статистичних даних ґрунтується
імовірнісній на (імовірнісній/вірогідній) природі цих даних. Галузь застосування таких статистичних методів обмежується вимогами, щоб явища, які досліджуються, були підпорядковані достатньо
імовірнісним визначеним _______________ закономірностям. Математична статистика абстрагується від матеріального змісту масових явищ, які вона
математичним характеризує, озброює дослідника ___________ апаратом.

Найважливіші розділи математичної статистики такі: статистичні ряди розподілу, оцінка параметрів розподілу, закони розподілу вибіркових характеристик, перевірка статистичних гіпотез, дисперсійний, кореляційно-регресійний, коваріаційний аналіз. Останнім часом знаходять поширене
багатомірного використання методи ______________ статистичного аналізу – факторний аналіз, метод головних компонент, кластерний аналіз тощо. Названі методи математичної статистики дещо складніші від зазначених вище і потребують для
математичних їх опанування певних _________ знань. Вони також вивчаються як окремі розділи математичної статистики.

Математична статистика виконує роль основи для застосування власне математичних методів, які являють собою інструментарій статистичної науки.

принципи правила і методи стадій	**Загальна теорія статистики** містить __________ статистичної науки стосовно до різних сторін суспільного життя, тобто загальні _______________ статистичного дослідження. Вона розробляє понятійний апарат статистичної науки, систему категорій, розглядає у загальному вигляді методи збирання, зведення, узагальнення і аналізу статистичних даних. Курс загальної теорії статистики побудований відповідно до _______ статистичного дослідження.
властивості	Предметом пізнання загальної теорії статистики є найбільш загальні ___________ кількісних відносин соціально-економічних явищ. В складі її вивчаються такі найважливіші розділи: статистичне спостереження, статистичне групування, середні величини. Вибіркове спостереження, ряди динаміки, індекси статистичні графіки.
розробляє всіма	Загальна теорія статистики (вивчає/розробляє) загальні показники і методи вивчення структури явищ і змін їх у часі, закономірностей і тенденцій їх розвитку та причинно-наслідкових зв'язків між ними, а також принципи і методи статистичного моделювання і статистичного прогнозування. Показники і методи загальної теорії статистики використовуються ______ іншими галузями статистики.
кількісну і якісну соціальних соціальних статистичні	**Соціальна статистика** – галузь статистики, яка вивчає _____________ сторони масових суспільних явищ і процесів, що відбуваються у соціальному житті, і розробляє Інтегровану систему показників здійснення (економічних/соціальних) процесів і явищ. Такі показники всебічно характеризують стан і розвиток ___________ умов життя, розкривають існуючі тенденції і закономірності розвитку соціальних процесів, дають повну картину устрою і способу життя людини у конкретних історичних умовах розвитку суспільства. Використовуючи __________ методи, соціальна

статистика вивчає політичну, планову й ідеологічну сторони життя, такі соціальні його аспекти, як формування особистості, сім'ї, добробут населення. До найважливіших

показників

(методів/показників) соціальної статистики належать показники складу і устрою суспільства, структура і склад населення країни, рівень його освіти і культури, стан здоров'я і медичного обслуговування, зайнятість трудових ресурсів, рівень реальних доходів, споживання матеріальних благ і послуг, житлово-комунальні й побутові умови, умови праці та відпочинку тощо.

соціальною статистикою

У більш вузькому розумінні ___________ ___________ називають кримінальну, клінічну, моральну, санітарну, статистику навколишнього середовища і т. ін. Умови соціальних перебудов у суспільстві вимагають відображення в показниках соціальної статистики демократизації суспільного життя, самоуправління, ринкових відносин і т. ін.

загальної теорії

кількісну

Економічна статистика як галузь єдиної статистичної науки, спираючись на положення ___________________ статистики, вивчає (кількісну/якісну) сторону масових суспільних явищ і процесів у сфері матеріального виробництва з метою виявлення пропорцій тенденцій і закономірностей їх розвитку. Тобто

кількісно

ураханням

вона __________ характеризує дію економічних законів, досліджує обсяг, структуру і динаміку явищ, показує взаємозалежності економічних процесів з __________ конкретних природних та історичних умов розвитку суспільства. Економічна статистика досліджує всю економіку країни, даючи їй (масову/числову) характеристику.

числову

Об'єкт вивчення економічної статистики – процеси розширеного відтворення, його здійснення в умовах ринкових відносин і кінцеві результати для народного господарства в цілому,

предметом

її ________, як галузі практичної діяльності масових держави, є кількісна сторона _________ економічних явищ, які в сукупності характеризують народне господарство.

процесу **Галузеві статистики** вивчають показники _________ виробництва в галузях матеріального виробництва (сільському господарстві, промисловості), в галузях, де продовжується процес виробництва у сфері обігу (торгівля, зв'язок, транспорт тощо); показники роботи галузей невиробничої сфери (житлово-комунального господарства, науки, фізичної культури і спорту

галузевих тощо). До ________ статистик належать деякі розділи статистики, пов'язані із функціональним аспектом диференціації економічних наук: статистика праці, статистика фінансів. Ці

розвиваються статистики __________ і ___________ методи і

доповнюють систему показників, розроблених загальною теорією статистики і економічною статистикою стосовно до особливостей конкретних галузей.

Як наслідок інтеграції статистики з інформатикою і кібернетикою виникає розділ статистики – теорія автоматизованої статистичної інформаційної системи. У результаті інтеграції статистики з математичною статистикою і теорією ймовірностей намітився

статистичне розділ статистики – (статистичне/інформаційне) моделювання і прогнозування.

§ 1.2. Статистичні сукупності

Вивчення статистичною наукою масових суспільних явищ означає, що статистичні показники завжди є наслідком узагальнення деякої сукупності фактів. Поняття сукупності у статистиці має дуже важливе значення. Під **статистичною сукупністю** розуміють масу однорідних у певному відношенні елементів (явищ, фактів і

якісну т. ін.), які мають єдину _____ основу, але різняться між собою за певними ознаками.

Під однояківністю, або однорідністю, розуміють ____________ елементів, що складають сукупність, загальному закону розвитку або їх закону розвитку або їх однотиповість (наприклад, інформація про сукупність одиниць господарств, малих підприємств; про сукупність одиниць виробленої ними продукції і т. ін.).

підпорядкованість

сукупність

Статистична (група/сукупність) складається з окремих одиниць (наприклад, у конкретному малому підприємстві є зведення про вид, вантажопідйомність, кількість днів роботи, витрати на ремонт по кожному автомобілю). Такі окремі ________ елементи, або індивідуальні явища, які складають статистичну сукупність, називають **одиницями сукупності**.

первинні

мети

Залежно від _____ досліджень однорідність сукупності можна вивчати у різноманітних аспектах розвитку. Так, по тваринництву у господарстві – це породний склад, продуктивність, класність, захворюваність тощо.

Повне уявлення про статистичні сукупності можна мати лише при досконалому вивченні їх _____. У навчальній літературі найбільш вдало ці питання розкриті в навчальному посібнику І.П.Суслова[1]. Розглянемо це питання в запропонованій автором послідовності.

ознак

Статистичні сукупності у сфері суспільного життя можна поділити на дві (групи/моделі):

групи

1) сукупності, створені самим життям, які утворюють єдність незалежно від того, чи підлягають вони вивченню статистикою (наприклад, вивчення у господарстві сукупності робітників за освітою, віком, участю у громадській роботі тощо);

2) сукупності, утворені спеціально з метою статистичного аналізу (наприклад, сукупності підприємств за видами їх комерційної діяльності, за чисельністю в них кваліфікованих робітників,

[1] Суслов Й. П. Общая теория статистики. – М.: Статистика, 1978. – 250 с.

кількістю унікальних видів вироблюваної продукції і т. ін.).

однорідність
не пов'язаними

Як бачимо, сукупностям першої і другої груп притаманна ____________, але в першій з них одиниці тісно і реально взаємопов'язані, а у другій групі досліджувані сукупності можуть бути безпосередньо ____________ між собою.

дещо ціле
різняться

Таким чином, одиниці статистичної сукупності, утворюючи разом _________, за рядом своїх властивостей і особливостей __________ між собою. Тобто важливою рисою статистичної сукупності є наявність варіації між її ознаками. Вивчення статистичної сукупності на основі цієї варіації становить важливе завдання статистичної науки.

критеріїв
специфіки
просторовому
часовому
аналітичні

У формуванні однорідної статистичної сукупності важливе місце відводиться застосуванню математико-статистичних (ознак/критеріїв). Створення однорідної статистичної сукупності вважається вихідним (і важливим) моментом в організації обґрунтованого застосування апарату математичної статистики у соціально-економічних дослідженнях. Тут вирішальне значення має з'ясування __________ формування однорідної статистичної сукупності у _________ і __________ розрізах. В умовах, коли рівень забезпеченості технічними засобами недостатній, статистичні сукупності формують малі за обсягом з наміром подальшого переходу до великих за обсягом. Наприклад, по підсумовуючих показниках у малій сукупності одержують нові підсумки за цими ж показниками в більшій за обсягом сукупності. Але такий підхід знижує _________ можливості у використанні статистичної інформації.

Вирішення цього питання можливе лише через створення автоматизованих банків даних

[1] Слуцький Є. Є. Теорія кореляції і елементи вчення про криві розподілу // Відомості Київського комерційного інституту. – К., 1912. Кн. XVI. с. 2.

на всіх рівнях управління народним господарством країни (район, область, країна). У цьому зв'язку особливого значення набувають

правила і принципи ____________________ визначення статистичних

характеристик (характеристик/сукупностей), утворених на підставі об'єднання підсукупностей. Серед таких характеристик слід назвати загальну середню, одержану на підставі групових середніх. У таких умовах об'єднання статистичних сукупностей

правила складання знадобиться знання ______________________

і розкладання дисперсій ________________________ (цим моментам присвячені спеціальні розділи підручника). На підставі цього правила виникає нове правило поєднання коефіцієнтів варіації, рівнянь і коефіцієнтів кореляції, рядів динаміки, індексів помилок вибірки і ряд інших методичних нюансів.

механізм

Наукові дослідження у цьому напрямі дали змогу знайти загальний (спосіб/механізм) співвідношення загальних статистичних характеристик (по всій сукупності) з локальними, одержаними по частинах всієї статистичної сукупності. З’ясування механізму цих співвідношень принципово важливе для розвитку ряду понять і категорій статистичної теорії. Зокрема, у даному випадку діє така схема утворення статистичної сукупності: від більшої за обсягом сукупності до меншої і далі – до окремого її елемента.

формування
реалізацію

Таким чином, _________ статистичної сукупності передбачає (реалізацію/вивчення) одночасно діючих, протилежних один одному прийомів: об’єднання і роз’єднання елементів і частин статистичної сукупності.

завдань

Виникає запитання: навіщо потрібні такі операції у формуваннях сукупностей? Відповідь міститься у постановці і формулюванні таких (цілей/завдань):

загальні

1) за встановленими правилами на підставі локальних статистичних характеристик визначити ___________ характеристики;

локальні

2) виходячи із загальних статистичних характеристик сукупності, на підставі заданих критеріїв знайти __________ статистичні характеристики.

«статистична»

Це все свідчить про важливість категорії («статистична/математична сукупність»), адже особливості законів розвитку суспільних явищ вимагають статистичних методів пізнання досліджуваних сукупностей, а шлях цей досить складний і пролягає через методи, які розробляє статистична наука.

§ 1.3. Предмет статистки

1.3.1. Предмет статистики як суспільної науки

Визначити предмет будь-якої науки – означає вирішити питання про її зміст і місце серед інших наук, а також характер взаємовідносин з ними. Питання визначення предмета (також змісту і структури) статистичної теорії суспільних явищ і процесів являє собою об'єкт пожвавлених дискусій протягом усієї історії розвитку статистики. Актуальним воно залишається і на сучасному етапі розвитку статистичної науки. Управління народним господарством в умовах ринку висуває нові вимоги до статистико-економічного аналізу суспільних явищ, розкриття специфічних тенденцій і закономірностей у змінах цих явищ, зумовлених новими формами і методами господарювання.

тенденції
закономірності

Слід враховувати також ______ і ____________ в розвитку статистичної науки. Перш за все це загальний процес «математизації» всіх наук і статистичної зокрема. Істотних змін набувають організація і форми проведення статистичного спостереження у зв'язку з широкою автоматизацією статистичних розрахунків.

зміст

Питання про ______ статистичної науки (а звідси і про її предмет) вважається одним із складних. Для вірного його розуміння треба виходити насамперед із висловленої вище думки про співвідношення якісного і кількісного аналізу суспільних явищ.

Предметом статистики є розміри і кількісні співвідношення масових суспільних явищ, закономірності їх формування, розвитку та взаємозв’язку.

Отже, предметом дослідження статистики є

масові явища

_______________ соціально-економічного життя; вона вивчає кількісну сторону цих явищ у нерозривному зв’язку з їх якісним змістом у конкретних умовах простору та часу.

Важливо відзначити, що особливістю статистики є те, що вона вивчає масові суспільні явища, а це означає, що в статистичних показниках узагальнюються ті чи інші

факти

(числа/факти) досліджуваних сукупностей. У своїх показниках статистика, характеризуючи конкретну міру явищ, встановлює загальні властивості, виявляє відмінності окремих рис, об’єднує окремі елементи в однорідні групи, виявляє певні типи досліджуваних явищ.

Масовому явищу притаманна особливість наявності в ньому множини елементів схожих за

властивостями

істотними (властивостями/елементами). Наявність певної властивості у будь-якого поодинокого елемента є випадковістю. Об’єднання таких елементів у єдине ціле нівелює дію випадковості, тобто дає результат практично незалежний від випадку.

Спираючись на данні масових суспільних явищ, статистика за допомогою

кількісних

(кількісних/якісних) характеристик показує ступінь розвитку явищ (чи процесів), напрямки та темпи їх змін, характер (тісноту) взаємозв’язку та взаємозалежності.

Широке впровадження математико-статистичних методів в економічний аналіз, автоматизація процесів збирання, зберігання, передачі і обробки статистичної інформації зумовлюють нові підходи щодо визначення предмета, змісту і структури статистичної теорії суспільних явищ і процесів.

Найбільш вдало (на нашу думку) зазначене питання висвітлене вченим-статистиком В.І.Сіськовим. Його принциповий підхід до розробки змісту статистичної теорії і визначення її предмета ґрунтується на співвідношенні якісного і кількісного аналізу. Виходячи з цієї принципової позиції, розглянемо зміст теорії статистики, зокрема соціально-економічної, за такою логічно-структурною схемою: 1 – принцип побудови системи статистичних показників; 2 – класифікація і зміст типів статистичних задач; 3 – поняття і принципи формування однорідної статистичної сукупності; 4 – система статистичних методів аналізу; 5 – зміст і організація статистичної інформації.

методології

наука

загальні закони

статистичний метод

Наявність у підручниках і навчальних посібниках переважно питань статистичної __________ слід вважати об'єктивно необхідним, але коли мова йде про предмет статистики, то мається на увазі статистика не стільки як навчальна дисципліна, скільки як (об'єкт/наука), завданням якої є пізнання кількісних сторін масових суспільних явищ у конкретних умовах простору і часу. Навчальний предмет «Статистика» включає як ______________ для всіх масових явищ, так і __________________. Але коли вивчають певний масовий процес, загальні закони масових явищ дають основу для методу його дослідження. Звідси можна зробити висновок, що статистика як навчальний предмет зводиться до вивчення в основному статистичного методу.

погляди

У науковій статистичній літературі є різні (погляди/варіанти) відносно визначення предмета статистики як науки. Окремі автори навіть не визнають наявність предмета у безпредметних

статистиці, вважаючи її наукою методологічною. Безпідставність такої точки зору очевидна, адже немає _______________ наук і самі методи, як вже зазначалось, зумовлені її предметом. Прихильники цієї точки зору забувають про існування економічної статистики, галузевих статистик та статистик сфер діяльності, тобто статистик, пов'язаних з практичною діяльністю.

суспільної

Переважна більшість вчених-статистиків є прихильниками визначення статистики як __________ науки, а звідси і визначення її предмета згідно із концепціями, викладеними вище. Слід визнати аксіоматичним, що оскільки об'єктом вивчення статистики є суспільство, її відносять до суспільних наук. Але на відміну від інших суспільних наук (останні мають один об'єкт і предмет) статистика має специфічний предмет. Наприклад, якщо політекономія пізнає суспільство за допомогою таких категорій, як товар, гроші, вартість, кредит тощо, у статистиці в ролі основних категорій виступають узагальнюючі статистичні показники.

1.3.2. Предмет математичної статистики, її місце в системі статистичних дисциплін

теорії ймовірності

В умовах широкого застосування методів сучасної математики в усіх галузях наукових досліджень, фундаментальних і прикладних, а також у вирішенні ряду практичних проблем суспільного життя увага надається математичній статистиці. Як галузь математичних знань вона, базується на ________________ і є наукою про методи умовиводу щодо властивостей дослідженої статистичної сукупності. Математична статистика гармонічно поєднана з загальною науковою методологією, з інтерпретацією явищ з позицій їх діалектичного розвитку та з особливими методами спеціальних галузей статистичної науки. Пропонуючи свою математичну техніку стосовно до імовірнісного характеру досліджу-

методом	ваних явищ і процесів, вона стає ___________ по відношенню до спеціальних наук, в яких вона застосовується. Її математичний апарат плідно використовується при вивченні явищ і процесів, що відбуваються в житті суспільства.
	У даний час математична статистика знаходить широке застосування в економіці різних галузей народного господарства, біології, фізиці, хімії, медицині та ін. На основі її методів
аналітичних	можна вирішувати і багато __________ задач в галузі економіки. Зокрема, кількісні характеристики, одержані в результаті математико-статистичного аналізу, дозволяють мати більш глибоке уявлення про характер
причинно-наслідкових	_________________ зв'язків явищ, а також одержати стійкі надійні параметри для здійснення економічних розрахунків і особливо з метою прогнозування.
	Комп’ютерні технології створюють реальні можливості широкого впровадження методів математичної статистики для розв’язання різного роду економічних задач.
окрема	Як (галузева/окрема) наукова дисципліна математична статистика визначилася в другій половині XIX сторіччя. До цього часу значні успіхи вже були досягнуті в теорії ймовірностей, яка дала теоретичну основу для математичної статистики. Поштовхом до її розвитку були експериментальні дослідження в галузі наук про природу.
самостійна	Як (самостійна/підрядна) наукова дисципліна математична статистка є складовим елементом статистичної науки взагалі, її
специфічним	_____________ методом дослідження. Відповідаючи на питання різних наук, математична статистика сформувалася в найбагатший арсенал математико-статистичних прийомів обробки емпіричних даних. При цьому гармонічно поєднуються її наукова методологія,

інтерпретація явищ на основі філософії і специфічні методи статистичної науки.

Сучасні наукові дослідження характеризуються розвитком і взаємопроникненням різних наук. Математична статистика виступає як наукова дисципліна, що передбачає ___________ по відношенню до спеціальних наук. Але не слід ототожнювати поняття «статистичні методи» і «математико-статистичні методи». Під останніми розуміють методи, які безпосередньо пов'язані з (відкритою/імовірнісною) оцінкою результатів статистичного спостереження, що передбачають визначення величини математичної імовірності. Іншими словами, якщо мова йде не про описуючі функції статистики, то в усякому статистичному висновку визначальним початком є ___________. Математична статистика з її імовірнісною методологією створює (породжує) навіть деякі галузі теоретичних знань, відокремлені від певних наук. Наприклад, у фізиці та механіці (там, де мова йде про кількісне вивчення речовини) математична статистика інколи виявляється єдиним інструментом пізнання. У вивченні суспільних явищ вона (створює/показує) математичний апарат соціально-економічної статистики, яка лише при його наявності здатна проникнути у специфічну природу досліджуваних явищ і процесів.

свій метод

імовірнісною

теорія ймовірностей

створює

Відомий російський вчений статистик-математик професор Є. Є. Слуцький ще у 1912 році писав про значимість методів математичної статистики: «Ми приходимо, таким чином до кардинальної вимоги, яку життя ставить діячам статистики: статистик повинен бути математиком, бо його наука є наука математична».[1]

Математична статистика – основа для застосування власне математичних методів. Що ж складає її предмет?

формальна
байдужа

Предмет математичної статистики – це __________ математична сторона статистичних методів дослідження, __________ до специфічної природи об'єктів, які вивчаються. Згідно з цим визначенням предмет математичної статистики є чисто _____________________ математико-статистичних методів незалежно від специфіки і сфери їх застосування.

математичною теорією

засновано
теоретичною

Як відмічалося раніше, математична статистика – самостійна наукова дисципліна, (заснована/визнана) на теорії ймовірностей, остання є її ___________ базою. Характеризуючи математичну статистику як науку, яка займається розробкою методів одержання, опису і обробки даних статистичних спостережень з метою вивчення закономірностей випадкових масових явищ, відзначимо, що категорія «статистична закономірність» нерозривно пов’язана з основною категорією теорії статистики – «статистична сукупність». Оскільки в наступному викладі різних питань ця категорія буде зустрічатися часто, дамо їй визначення.

сукупність

ознаками

Статистична (одиниця/сукупність) – це сукупність однорідних об'єктів чи явищ, об'єднаних за певними __________ у єдине ціле. Окремі одиниці статистичних сукупностей відрізняються між собою. У цьому зв'язку виникає необхідність застосування деяких описуваних параметрів статистичної сукупності – статистичних характеристик. Назвемо найважливіші з них: середні величини (арифметична, гармонійна, геометрична, квадратична, мода, медіана та ін.) міри варіації (дисперсія, середнє квадратичне відхилення та ін.), міри асиметрії, моменти сукупності і ряд інших. Ці питання будуть предметом розгляду спеціальних тем.

Завдання

(Завдання/предмет) математичної статистики в цілому пов'язані з вирішенням питань обробки даних статистичних спостережень. Залежно від характеру статистичного виміру явищ які вивчаються і мети аналізу їм надають тієї чи іншої форми.

Основні завдання математичної статистики, що є практично найважливішими можна об'єднати, виділивши три великі групи (категорії):

1. Встановлення законів розподілу різних випадкових змінних, одержаних у результаті статистичного спостереження. Оскільки аналізована сукупність являє собою не повний обсяг даних (вибірку і результати, одержані на їх основі, обумовлені елементами випадковості), потрібно знати, які саме риси досліджуваних

стійкими, випадковими

явищ є ________, а які – ____________, адже дані беруться не в повному обсязі. Вирішення цієї задачі можливе за умови правильного вибору

методів

_________ обробки даних.

Методи, що використовуються, повинні встановити і зберегти характерні (типові) риси явища, і елімінуватися. Отже, категорія завдань математичної статистики включає певну систему методів систематизації і перетворення даних статистичного спостереження. Математично ця задача може бути сформульована так: у результаті незалежних випробувань випадкової змінної величини - х одержано її значення: $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$. Потрібно приблизно оцінити невідому

розподілу

функцію _________ *f(x)* випадкової величини *x*.

2. Друга категорія завдань, які вирішуються математичною статистикою, – це **перевірка**

гіпотез

статистичних (гіпотез/правил), яка є мовби логічним продовженням попередньої. Зокрема, маючи визначену сукупність даних (як правило, невелику за обсягом), дослідник зобов'язаний

характер закономірності

висунути ту чи іншу гіпотезу про ___________ ______________, що притаманний явищу, яке вивчається. Висунуту гіпотезу необхідно перевірити. Так, треба з'ясувати чи підтверджують дані всієї сукупності

спостереження гіпотезу про те, що середня їх величина дорівнюватиме відповідній середній для ______________, із якої проведена вибірка.

законів розподілу

підпорядковане

Одне з основних завдань цієї категорії – перевірка гіпотез відносно ______________, тобто чи підтверджують дані вибірки гіпотезу про те, що досліджуване явище ____________ закону нормального розподілу (чи будь-якому іншому закону). У математичній постановці ця задача може бути сформульована так: на підставі деяких передбачень можна вважати, що функція розподілу досліджуваної випадкової змінної величини x є f(x). Чи збігаються спостережувані значення з гіпотезою, якщо випадкова величина x дійсно має розподіл f(x)?

3. До третьої категорії завдань, які вирішує математична статистика, відноситься **оцінка невідомих параметрів різних розподілів.** Необхідність рішення цього роду завдань випливає з таких міркувань. Оскільки дослідник має справу не з усією сукупністю одиниць явища, яке вивчається, а тільки з їх частиною (_________), рівень деяких статистичних характеристик для всієї сукупності залишається невідомим (наприклад, середня, дисперсія та ін.). У цьому випадку варто застосувати __________ _____ для оцінки тієї чи іншої характеристики, одержаної за даними вибіркового спостереження. Математична статистика має у своєму розпорядженні цілий арсенал методів для вирішення задач оцінок розподілу, а також їхньої надійності (точності).

вибіркою

специфічний метод

У математичній постановці задача оцінки (невідомих/якісних) параметрів розподілу може бути сформульована так: випадкова змінна x має функцію розподілу певного виду, зумовлену деякими параметрами, з невідомими значеннями. За даними _____________, необхідно знайти оцінки цих параметрів.

невідомих

спостереження

§ 1.4. Метод статистики

Статистична методологія являє собою сукупність прийомів, правил і методів дослідження. Під терміном «метод» розуміють спосіб теоретичного дослідження або практичного здійснення чого-небудь (наприклад, філософський метод, передовий метод). Коли мова йде про метод науки взагалі, то мають на увазі найбільш загальні способи підходу до вивчення будь-яких явищ. Під методом конкретної науки розуміють

специфічні

окремі __________ прийоми і методи, пристосовані до дослідження її предмета.

діалектичний

Загальнонауковим вважається ______________ метод. Керуючись його принципами, статистика розробляє свої специфічні прийоми і методи, а також відпрацьовує таку систему показників, яка

кількісні

дозволяє вивчати ________ сторони суспільних явищ і процесів.

комплексності

Особливість (специфіка) статистичних методів полягає в їх ________________, що зумовлено як різноманітністю форм статистичних закономірностей, так і складністю самого процесу статистичного дослідження. Специфіка методів пояснюється змістом виконуваної роботи у процесі дослідження тих чи інших соціально-економічних явищ. Природа останніх досить складна і непередбачена, тому вивчати їх треба у взаємозв'язку і взаємообумовленості. Для цього статистична теорія розробила досить широке коло методологічних І методичних

кількісно

засобів, які дозволяють _________ вимірювати досліджувані зв'язки (особливо причинно-наслідкові).

методологічна

Філософський підхід як ______________ основа статистичної науки вимагає розгляду явищ і процесів в їх русі, постійних змінах і розвитку. Із цією метою розроблена відповідна

показників

система (показників/ рівнянь), які дають змогу охарактеризувати варіації змін рівнів явищ, визначити тенденції і закономірності їх розвитку.

Важливим моментом філософського підходу до вивчення суспільних явищ є визначення границь переходу кількісних явищ у якісні форми їх прояву. Наприклад, в умовах ринкової економіки встановлення об'єктивно необхідних кількісних границь, які б дозволили відокремити якісний стан явищ (зокрема, це форми організації праці, види і форми підприємницької діяльності тощо), можна

статистичними методами

вирішити ______________________ (групування, дисперсійний метод та ін.).

Філософська основа статистики знаходить

специфічних методах

своє втілення в її __________________. Залежно від пристосування останніх до тих чи інших етапів статистичного дослідження прийнята така їх класифікація за стадіями дослідження.

1. Методи статистичного спостереження. Вони являють собою перший етап статистичного дослідження і виконують функції у збиранні і

первинних

оцінці якості __________ статистичних даних. У зв'язку з масовим характером даних застосовується метод масового статистичного спостереження. Під останнім розуміють спостереження над множиною елементів, які складають статистичну сукупність. Вивчаючи такі сукупності за допомогою масових спостережень, статистика викриває притаманні

загальні риси

їм _____________, процеси, закономірності. Робота ця досить копітка, складна і тому потребує наукової організації. До масових спостережень належать обстеження, збирання звітності, переписи і т. д.

2. Методи зведення і групування первинного статистичного матеріалу. Зведення включає методи перевірки, систематизації, обробки, підсумовування даних і представлення їх у формі статистичних таблиць.

забезпечує

Зведення (доповнює/забезпечує) систематизацію первинної інформації, підрахунок чисельності одиниць сукупності і об'єму ознак, що їх характеризують. Важливим етапом цієї стадії дослідження є розподіл інформації (розчленування) за ознаками її відмінності, тобто групування статистичних даних. Специфіка методів групування зумовлюється завданнями дослідження і якістю первинної інформації.

дозволяють

Методи групування ___________ розділити досліджувану сукупність на однорідні в певному відношенні частини. Наприклад, розчленування сукупності сільськогосподарських підприємств певного регіону за типом і формою власності (державні, колективні, індивідуальні (фермерські).

визначення

3. Методи (визначення/пошуку) узагальнюючих зведених синтетичних показників. Вони становлять третю стадію статистичного дослідження і вирішують завдання визначення певних параметрів.

весь арсенал

показники

масові процеси

розподілу

Стадія узагальнення і аналізу зведеного матеріалу передбачає виявлення характерних властивостей і закономірностей соціально-економічних явищ, взаємозалежностей факторних та результативних ознак і т. ін. На цьому етапі використовується ___________ статистичних прийомів і методів дослідження, розраховуються такі узагальнюючі статистичні (дані/показники): абсолютні, відносні й середні величнім. Окремі загальні риси формування названих вище показників визначають шляхом виміру їх варіації. Вимірювання варіації спеціальними прийомами дає змогу одержати характеристику умов, в яких здійснюються (масові процеси/явища), для цього досліджують закони (зростання/розподілу).

Тенденції і закономірності у русі показників у часовому розрізі вивчають дослідженням рядів динаміки, спеціальних (математичних) прийомів їх обробки і моделювання. Щодо

складних індексний	________ економічних явищ – для їх вивчення використовують _________ метод аналізу, який дозволяє синтезувати безпосередньо невимірювані величини.
графіків	Причинно-наслідкові зв'язки соціально-економічних явищ досліджуються методами аналітичних групувань, кореляційно-регресійного і дисперсійного аналізу. Значно розширюються аналітичні можливості статистичних методів при умілому використанні статистичних __________ (графо-аналітичиий метод), номограм, табличного, балансового і багатомірного методів аналізу.
предмет	Зазначені методи і прийоми досліджень та принципи їх використання у статистико-економічному аналізі являють собою _______ курсу загальної теорії статистики і математичної статистики.
метод індукції дедукції невизначеними обмежену	Щодо теоретичних аспектів питання про статистичний (аналіз/метод), то слід відзначити, що він має ту ж саму основу, що й форми наукового методу, в яких застосовуються індукція і дедукція. Дослідник спочатку здійснює спостереження, а потім шляхом експерименту (чи аналізу) переходить за допомогою ___________ до побудови теорії. Побудувавши теорію, він робить за допомогою __________ передбачення результатів наступних експериментів, які в інших умовах передбачити було б неможливо. Потім збирають фактичні дані, які підтверджують або спростовують правильність передбачень, і процес продовжується шляхом розвитку основної теорії або побудови нової. У статистичних дослідженнях наведена спрощена схема реального процесу, яка має свої особливості, адже статистика має справу переважно з (невідомими/невизначеними) ситуаціями. Якщо ж ступінь невизначеності досить значний, результати матимуть ___________ сферу застосування. Наявність невизначеності

	ситуацій зумовлює в статистичному аналізі нескінченні труднощі. Тому вчені-статистики постійно працюють над винайденням нових або видозміною (удосконаленням) існуючих методів. Нові вимоги до економіки орієнтують на застосування досить складних і витончених методів статистики, зокрема методів
математичної	______________ статистики.
	Значення математики для розвитку статистики зросло останнім часом у зв'язку з широким
електронної	використанням ___________ техніки. Але це не означає, що використання складного математичного апарату може перетворити статистику в математику. Остання досліджує
просторові	(просторові/обмежені) форми та кількісні співвідношення реального світу у «чистому
матеріальний	вигляді», тоді як статистика вивчає ___________ зміст явищ, використовуючи математику як
інструмент	_________ дослідження. Це дозволяє упорядкувати інформаційні масиви, прискорити їх обробку, передачу та зберігання, а також перевести фактичні дані на формалізовану мову для здійснення масових розрахунків.
	Зараз ведеться досить велика дослідницька робота щодо вивчення самого методу статистики. Тобто статистична теорія ще не є чимось закінченим і не може давати задовільних рішень усіх без винятку проблем. У статистиці, як і в інших науках, ще існує багато невідомого, але не буде перебільшенням сказати, що управління сучасною економікою було б неможливим без допомоги статистики.
економічному	Статистика сприяє ____________ прогресу, коли її використовують як інструмент дослідницької роботи, вона є також важливим фактором наукових досліджень у цілому.
дослідження	Статистичні (дані/дослідження) завжди цікаві, навіть якщо вони і не доведені до кінця накресленого дослідником шляху (в науці це

	інколи трапляється), але на самому шляху досліджень пізнається дуже багато.
	Майбутнє статистики як науки очевидне, хоча треба завжди пам'ятати, що будь-якій науці
помилки	притаманні _____________, а тому вона завжди потребує удосконалення. Помилки, які зустрічаються в статистиці, найчастіше виникають не з причин недосконалості статистичної науки, а
невміле	через (невміле/навмисне) (неправильне) застосування статистичних методів.

Питання для самоконтролю

1. У яких значеннях вживають термін «статистика»?
2. Назвіть складові статистичної науки.
3. Що є предметом статистики як суспільної науки?
4. Що є предметом математичної статистики?
5. Що вивчає економічна статистика?
6. Поясніть поняття «статистична сукупність», «одиниця сукупності».
7. Дайте визначення поняття «метод».
8. Що включає статистична методологія?
9. Назвіть етапи статистичного дослідження.
10. Як класифікують статистичні методи за стадіями статистичного дослідження?

Питання для самостійного вивчення

1. Етапи розвитку статистичної науки.
2. Видатні представники статистичної науки.
3. Становлення та розвиток статистичної науки в Україні.
4. Нормативно-інструктивна база проведення статистичних досліджень в Україні.
5. Організаційна структура та функції Державної служби статистики України.
6. Система національних рахунків
7. Основні категорії статистики.
8. Що розуміють під статистичною закономірністю?
9. Зв’язок між статистикою та іншими суспільними науками.
10. Застосування загальнонаукових методів в статистичних дослідженнях.

ТЕМА 2. СТАТИСТИЧНЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

§ 2.1. Поняття статистичного спостереження, основні вимоги щодо його здійснення

Щоб одержати інформацію про стан і розвиток економіки країни чи інші дані, що характеризують культурний і матеріальний рівень суспільства, здійснюють статистичне дослідження. Останнє складається з трьох послідовних етапів: статистичне спостереження зведення та групування зібраних матеріалів і аналіз результатів зведення.

Статистичне спостереження виступає як один із головних методів статистики і як одна з найважливіших стадій статистичного дослідження.

збір даних

Статистичне спостереження – це планомірний, науково організований _________ про явища і процеси суспільного життя шляхом реєстрації по заздалегідь розробленій програмі спостереження. У процесі статистичного (спостереження/дослідження) одержують первинну статистичну інформацію, яка потрібна для здійснення функцій статистики.

спостереження

Так, при статистичному спостереженні, наприклад, аграрних підприємств в області реєструються дані про їх число, склад працівників, вироблювану продукцію, доходи, поголів'я худоби, розмір посівних площ і т. ін. Або інший приклад: при вивченні деяких явищ суспільного життя виявляється _____________ наявність даних обліку і звітності, оскільки вони не завжди можуть дати повну і точну картину будь-якого явища чи процесу. Візьмемо, наприклад, визначення чисельності і складу населення в країні. Це питання має велике державне значення. А між тим, звітності, яка б давала точну відповідь щодо чисельності і складу населення, немає. Тому виникає потреба в організації _________ спостереження. Або такий приклад: рівень цін на сільськогосподарському ринку. Спостереження за рівнем цін – питання державної політики і становить великий інтерес

недостатньою

спеціального

для економічного аналізу. В той же час необхідної звітності, по цьому питанню не існує.

спеціально — У всіх подібних випадках здійснюється ____________ організоване статистичне спостереження. Останнє вважається фундаментом статистичного дослідження, адже у процесі його здійснення формується інформація, яка на наступних етапах дослідження підлягає обробці і

інформація — аналізу. (База даних/інформація) статистичного спостереження повинна бути об'єктивною і якісною, а отже, забезпечуватись правильною науковою організацією її одержання, належним виконанням самого спостереження.

Завдання статистичного спостереження зумовлюється завданнями, які ставляться перед дослідженням певних процесів і явищ і випливають з потреб управління ними. Суть їх

повної — полягає в одержанні у найкоротший строк _____

вірогідної — і ________ інформації про досліджувані факти. Тобто найважливішим завданням статистичного спостереження є вірогідне, об'єктивне від ображення спостережуваних (досліджуваних) явищ і процесів суспільного життя. Завдання статистичного спостереження (як і мету) слід чітко формулювати відповідно до результатів дослідження та з урахуванням об'єкта спостереження.

Наукова організація статистичного спостереження зумовлює дотримання певних

вимог — (принципів/вимог) щодо його здійснення. Назвемо їх.

1. Явища, які підлягають спостереженню, повинні мати певне народногосподарське значення, а також наукову чи практичну

цінність — (цінність/якість).

2. Оскільки суспільні явища знаходяться у постійній зміні й розвитку та мають різний якісний стан, статистичне спостереження повинне

масових — забезпечувати збір (цілісних/масових) даних, в яких відбивається вся сукупність фактів. Неповних

нота зведень про досліджувані процеси призведе
помилкових до ____________ висновків з результатів аналізу.

3. Складний взаємозв'язок і взаємопереплетіння економічних явищ зумовлює орієнтацію статистичного спостереження на збирання не тільки інформації, яка безпосередньо характеризує досліджуваний об'єкт, а й такої, що сприяє зміні його стану. Отже, дані спостереження повинні бути повними. Під повнотою даних
просторового охоплення розуміють повноту ______________________
одиниць досліджуваної сукупності, істотних сторін явищ, а також повноту охоплення у часі.

4. Інформація, одержувана за результатами статистичного спостереження, повинна бути
вірогідною (вірогідною/точною). Тобто спостережувані дані підлягають ретельній і всебічній перевірці з боку
якості їх ________. Особливість зазначеної вимоги полягає у тому, що у разі одержання недостовірної інформації, не можна усунути її дефекти в процесі подальшої обробки, що ускладнює прийняття науково обґрунтованих рішень. Зрозуміло, що статистична інформація вважається якісною, якщо вона правдива, вірогідна і точна.

5. Статистичне спостереження здійснюється на науковій основі по заздалегідь розробленій програмі, яка забезпечує науковий підхід до вирішення методологічних і організаційних питань.

6. Дані статистичного спостереження
порівнювані повинні бути (вирівняні/порівнювані). Лише в такому разі забезпечується їх узагальнення і зіставлення у просторі і часі.

У випадках, коли статистична інформація необхідна для здійснення управлінських функцій, до неї ставиться така вимога, як своєчасність. Зрозуміло, що статистичні дані, навіть якщо вони достатньо точні (чи вірогідні),
несвоєчасно але надходять _____________, не можуть бути

використані для прийняття управлінських рішень.

послідовності

Крім стислості запитань, одна з важливих вимог полягає у дотриманні їх _____________, оскільки певні відповіді повинні контролювати одна одну. Наприклад, при проведенні перепису населення у формулярі не випадково запитання про вік стоїть раніше, ніж про освіту, заняття, джерела засобів існування. Відомості про вік контролюють правильність інших відповідей.

організаційного плану

Наукова організація статистичного спостереження передбачає визначення об'єкта і одиниці спостереження, розробку і відпрацювання програми. Здійснюється статистичне спостереження відповідно до ___________________ його проведення.

сукупність

Об'єкт статистичного спостереження – це ___________ суспільних явищ і процесів, які підлягають статистичному спостереженню. Наприклад, при вивченні сільського господарства об'єктом спостереження є сукупність сільськогосподарських підприємств.

ґрунтуватися

відокремлення

Виділення об'єкта спостереження – завдання, як правило, складне і відповідальне. Масові суспільні явища і процеси наділені багатьма властивостями, вони тісно пов'язані між собою. Тому виділення об'єкта дослідження повинне (ґрунтуватися/групуватися) на наукових принципах його визначення. Останнє має давати підстави для ___________ даного об'єкта від суміжних з ним об'єктів, які являють собою предмет самостійного дослідження. Визначення об'єкта статистичного спостереження повинне мати точні вказівки щодо його рис і властивостей.

Наприклад, буде недостатнім вказати, що спостереженню підлягає сукупність сільськогосподарських підприємств. Виділення сільськогосподарських підприємств як об'єкта статистич-

завдань зіставних	ного спостереження потребує точного встановлення системи ознак сільськогосподарського підприємства. Залежно від (предмета/завдань) спостереження такими ознаками можуть бути: форма власності, виробничий напрям, рівень технічного оснащення, організаційні форми господарювання і т. ін. Точне визначення об'єкта спостереження необхідне для одержання __________ даних, уникнення можливих випадків подвійного обліку окремих фактів або пропуску певної категорії його елементів.
одиниць	Для об'єкта статистичного спостереження характерне те, що його не можна вивчати безпосередньо у цілому, для цього потрібне виділення в його складі окремих (одиниць/груп).
істотних ознак первинний	**Одиниця статистичного спостереження** – це складовий елемент об'єкта дослідження, який є основою рахунку і носієм ____________ і властивостей, які підлягають реєстрації. Це __________ елемент об'єкта дослідження. Одиницю спостереження встановлюють виходячи із завдань спостереження і складності об'єкта дослідження.
приймається	Тому в кожному конкретному статистичному дослідженні масових фактів (приймається/вивчається) одна або декілька одиниць спостереження. Так, при перепису населення одиницею спостереження, як правило, є людина. Але якщо дослідженню підлягає і домогосподарство, то в цьому випадку встановлюються вже дві одиниці спостереження: людина і домогосподарство.
	При статистичному дослідженні галузі сільського господарства в різних випадках і залежно від завдань дослідження можуть бути прийняті різні одиниці спостереження. Наприклад, при вивченні продуктивності праці та її оплати одиницею спостереження буде окремий працівник; при вивченні структури сільського

господарства за розмірами підприємств одиницею спостереження буде кожне окреме підприємство, тобто відокремлена адміністративно-господарська одиниця. До останньої належать колективні сільськогосподарські підприємства, держгоспи, фермерські господарства, індивідуальні (підсобні) господарства працівників аграрного сектора та ін.

правильне — (Досліджене/правильне) визначення одиниці спостереження має істотне значення для організації і проведення статистичного

дослідження — __________. Цим значною мірою зумовлюється об'єктивність одержаних результатів.

Таким чином, визначення об'єкта і одиниці статистичного спостереження має ґрунтуватися

принципах — на наукових (засадах/принципах) – це треба добре уявляти кожному, хто бере участь в його організації та проведенні.

§ 2.2. Програма статистичного спостереження

Програма статистичного спостереження являє собою перелік питань, на які треба одержати відповіді в процесі збирання статистичних зведень щодо кожної досліджуваної одиниці. Один і той самий об'єкт може бути обстежений з різних боків. Тому склад і зміст питань програми спостереження залежить від завдань дослідження і особливостей об'єкта. Вона повинна охоплювати широке і повне коло

відомостей — (відомостей/даних). Чим ширша програма, тим повніше висвітлюється досліджуване явище.

зайвих — Проте в неї не слід включати _____ питань, які могли б ускладнити і розтягнути термін розробки даних. У той же час не слід складати програму надто вузько, адже в дослідження можуть не потрапити важливі питання.

програми — При складанні (плану/програми) велике значення має чітке формулювання питань, оскільки у більшості статистичних спостережень це складна і трудомістка робота, у виконанні якої беруть участь десятки і навіть сотні тисяч (при перепису населення) чоловік. Поставлені питан-

зрозумілими

ня мають бути однаково ___________ для всіх.

Відповіді на питання програми спостереження записують у документ особливої форми – **статистичний формуляр**. Він являє собою

первинний

___________ документ, в якому фіксують

відповіді

__________ на питання програми по кожній з одиниць сукупності, це носій первинної інформації. Формуляри мають різні назви: форма первинного обліку або звітності, акт, бланк, табель, картка (фішка), анкета, опитувальний листок Для всіх перелічених видів формулярів

елементи

характерні деякі обов'язкові (елементи/сегменти): змістовна частина, яка включає перелік питань програми, зведена графа або декілька граф для запису відповідей і шифрів (кодів) відповідей, титульна і адресна частини. На титульній сторінці записується назва статистичного спостереження (наприклад, «Перепис худоби в приватному секторі»), назва організації, яка проводить спостереження, а також зазначається, ким і коли затверджено формуляр або статистичне спостереження.

В адресну частину записують адресу обстежуваних (опитуваних) одиниць спостереження. Крім того, у формах статистичної звітності вказується, коли і куди треба надсилати

правильність

одержану інформацію. (Повнота/ правильність) даних обстеження стверджується підписами відповідальних осіб.

У практиці статистичного спостереження застосовують формуляри двох видів: картковий

індивідуальний

(____________) і списковий.

Картковим (або індивідуальним) називається статистичний бланк (фішка), який містить

одну

дані лише про _______ одиницю спостереження. Загальна кількість карток повинна дорівнювати кількості одиниць досліджуваної сукупності. Так, при перепису населення 2001 року на кожну особу складався окремий переписний лист.

Списковий формуляр – це статистичний бланк, в якому реєструються відомості по кількох одиницях спостереження. Наприклад, при перепису населення 1970 р. списковий формуляр було розраховано на реєстрацію у ньому зведень по шести особах, при перепису населення у 1989 р.– по двох.

ручної

Формуляри-картки зручні для _______ обробки занесених в них даних, але потребують значно більших трудових і матеріальних витрат, ніж формуляри-списки. Останні економніші і зручніші для автоматизованої обробки і контролю даних. Карткові формуляри використовуються при складанні звітів підприємств і

широкої

закладів, які потребують _________ програми статистичного спостереження.

періодичних

Спискові формуляри частіше використовуються при ____________ спостереженнях. Прикладом такого формуляра може бути переписний лист перепису населення 1989 р. Конструкція статистичних формулярів зумовлюється значною мірою впливом з боку технічних засобів обробки інформації. Це знаходить свій прояв у тому, що формуляри статистичного спостереження у деяких випадках виступають одночасно і безпосередніми носіями інформації

ЕОМ

при введенні їх в ____. Саме за таких умов вирішується питання безперервної технології автоматизації статистичних робіт, коли первинна інформація заноситься в автоматизований-банк даних (АБД).

автоматизованої

Вплив (автоматизованої/ручної) системи обробки статистичної інформації на конструкцію формулярів знаходить прояв у тому, що відповіді в них розташовані у зручному для шифрування (кодування) порядку.

Ефективність виконання розробленої програми спостережень значною мірою

якістю

зумовлюється _______ інструктивного матеріалу. Для цього складають інструкцію (інколи її називають Статистичною інструкцією, або Доповідною інструкцією).

Інструкція – це документ, який пояснює

програми

питання ________ статистичного спостереження, його мету, порядок заповнення статистичного формуляра і частково організаційні питання. Інструкція є одним з найважливіших документів спостереження. Вона може містити вказівки відносно тих питань, які виникають у процесі проведення спостереження: об'єкт і одиниця спостереження, час і строки проведення, критичний момент спостереження і т. ін.

додаткові

У багатьох випадках необхідні _________ пояснення того, як правильно розуміти дане питання і як вірно записати відповідь на нього. Як правило, інструкції пишуть для осіб, які здійснюють перепис або заповнюють форми статистичної звітності. Вони дуже важливі для забезпечення однакового розуміння питання у

спірних і сумнівних

всіх ________________ випадках. Наприклад, при перепису населення 2001 р. ставилось запитання «Ваше етнічне походження (укажіть національність (народність) або етнічну групу)». Для запису відповіді особам, які здійснювали перепис, треба було дати певні вказівки, щоб запобігти різнобою у відповідях. Для цього були дані інструкції, де вказувалося: «Записується національність (народність) або етнічна група, яку вказує сам респондент. Національність дітей визначається батьками. У разі виникнення ускладнень з визначенням національності дитини, коли батьки належать до різних національностей, перевага надається національності матері». Таке уточнення порядку записів на запитання перепису дає придатний для обробки первинний матеріал.

Відсутність в інструкції тлумачень певного питання призведе до того, що кожна особа (обліковець) буде розуміти запитання по-своєму, внаслідок чого зібрані матеріали зовсім знеціняться.

текст

Вказівки інструкції повинні бути конкретні й чіткі, а (зміст/текст) стислим і лаконічним. Інструкції до форм статистичної звітності здебільшого друкуються на самій формі документа.

поясненні змісту

Отже, головне призначення інструкції полягає у _____________ питань програми, як треба давати на них відповіді і заповнювати формуляр. Найбільш типові ситуації повинні розглядатися на прикладі.

методологія

Слід зазначити, що (методологія/методика) розробки програми статистичного спостереження в останні 20 років зазнала досить значних змін у зв'язку із створенням автоматизованих банків даних, яка зумовила функціонування автоматизованої системи державної статистики (АСДС). Наявність останніх дала змогу запровадити в галузі матеріального виробництва регістрову форму статистичного спостереження, яка полягає у створенні регістра, або

картотеки

автоматизованої _________ сукупності одиниць статистичного спостереження певного типу. Перехід до автоматизованої статистичної інформаційної системи (АСІС) створює широкі можливості удосконалення програми спостереження, а саме: відбувається об'єднання інформаційних баз державної статистики, галузевих і регіональних органів управління, підприємств, об'єднань та інших ланок управління.

Наведемо приклад розробки програми і проведення статистичного спостереження.

Проводиться статистичне спостереження

результатів роботи за господарський рік державних сільськогосподарських підприємств області. Поставлено завдання вивчити загальне виробництво продукції цими підприємствами і його зв'язок з основними факторами виробництва. По кожному підприємству є дані річних звітів і якісної оцінки землі.

програму спостереження контроль	Розробити (план/програму), провести статистичне (спостереження/зведення) і здійснити (контроль/завдання) даних.
	Розглянемо послідовність виконання поставленого завдання за наступними етапами.
питання	1. З'ясовують (питання/дані), що собою являє продукція підприємств і показники, якими визначається її обсяг. Відомо: а) державні підприємства виробляють два види продукції – рослинницьку і тваринницьку; б) обсяг продукції по кожному продукту обліковують у натуральному виразі, а в цілому – по вартості у порівнянних фактичних цінах. Виходячи з поставленого завдання, вивчення загального обсягу виробництва продукції, в програму спостереження включають дані про виробництво
всієї грошовому	не окремих видів продукції, а _____ продукції у (числовому/грошовому) виразі. Щоб мати можливість зіставлення обсягів виробництва продукції по спостережуваних підприємствах, вартість продукції беруть не в фактичних, а у порівнянних цінах.
фактори	2. З'ясовують основні (причини/фактори), які визначають обсяг виробництва продукції. Теоретично відомо, що основними факторами виробництва у сільському господарстві є земля, трудові ресурси, основні засоби виробництва, добрива і корми.
показники	Отже, у програму спостереження включають (показники/дані) обсягу зазначених факторів: 1) площа сільськогосподарських угідь, га; 2) площа орних земель, га; 3) середньорічна

чисельність працівників підприємства, чол.; 4) грошові витрати на добрива; 4) грошові витрати на використані корми; 6) бал оцінки якості землі.

порядок

3. Вирішують питання про (мету/порядок) запису в програмі спостереження обраних показників. Із метою зручності проведення обстеження розташовують показники відповідно

послідовності

до ____________ їх наведення у формах звітності: вказують номери сторінок, рядків, граф, де записані ці дані. Показник якості орних земель, який береться з матеріалів оцінки ґрунтів, записують у кінці програми.

програму

Таким чином, одержуємо _________ у вигляді: 1) вартість валової продукції сільського господарства у постійних цінах, всього, грн. (тут і далі в дужках указують номери сторінок, рядків і граф); 2) в тому числі продукція рослинництва, грн. (...); 3) середньорічна чисельність працівників на підприємстві, чол. (...); 4) середньорічна вартість основних виробничих фондів сільськогосподарського призначення, тис. грн. (...); 5) сума витрат на органічні і мінеральні добрива, грн. (...); 6) площа сільськогосподарських угідь, га (...); 7) у тому числі ріллі, га (...); 8) сума витрат на згодовані корми, грн. (...); 9) оцінка якості землі, балів.

формуляр

4. Розробляють (таблицю/формуляр) статистичного спостереження, в який записують значення ознак по кожному підприємству. Таким формуляром може бути відомість. Але для нашого випадку краще для кожного підприємства відкрити картки у вигляді так званих фішок (рис. 1).

Як бачимо, у формуляр занесені значення ознак у пронумеровані рядки (графи) у тій послідовності, в якій вони вказані у програмі спостереження: у рядок 1 записано вартість валової продукції всього, у рядок 9 – бал оцінки якості землі.

Рис. 1. Формуляр статистичного спостереження (фішка)

1	9600000	Підприємство «Світоч»	Район ___ підгрупа__	Область _____ група__	87	9
2	6316000					10
3	425					11
4	12810					12
5	46860					13
6	4 800					14
7	2 990					15
8	1278 000					16

5. Здійснюють статистичне спостереження, а саме – заносять у фішки значення перелічених у ________ ознак по кожному підприємству, як це показано на прикладі державного підприємства «Світоч».

програмі

6. Проводять (контроль/аналіз) одержаної інформації (способи контролю матеріалів спостереження будуть розглянуті далі).

контроль

§ 2.3. Організаційний план статистичного спостереження, забезпечення точності даних

Організаційний план статистичного спостереження – це складова частина загального плану спостереження, в якій викладено порядок його організації і проведення. У ньому даються роз'яснення програмно-методологічних і організаційних питань. До перших належать формулювання мети і завдань спостереження, визначення його об'єкта і одиниці, розробка програми. До організаційних питань належать: фіксація місця, часу і строків спостереження, вказівки на те, хто його проводить, як воно проводиться і як здійснюється постачання статистичними формулярами осіб, які виконують спостереження, способи доставки заповнених формулярів у відповідні __________ органи. Сюди відносять також ряд специфічних (організаційних/підготовчих) робіт, зокрема таких, як підбір та навчання кадрів, що залучаються до проведення спостереження, підготовка графічного матеріалу та ін.

статистичні

підготовчих

конкретизуються

В організаційному плані статистичного спостереження (конкретизуються/визначаються) права і обов'язки окремих установ і організацій, які беруть участь у заходах спостереження.

органи

При плануванні спостереження насамперед визначають (органи/завдання) спостереження – організаторів і виконавців робіт, а також права і обов'язки кожного співвиконавця.

Програму і план статистичного спостереження розробляють органи державної статистики на рівні Державної служби статистики України. Низові органи державної статистики переважно виконують роботу по збору статистичних даних, їх первинному контролю і зведенню по певній програмі.

зведення

У плані вказують **строк проведення спостереження**, тобто час початку і закінчення збирання зведень. Цей час не можна ототожнювати **з часом спостереження**, тобто часом, до якого належать _______. Статистичні показники характеризують досліджуване явище або за певний період, або на певний момент часу. Наприклад, дані про кількість виробленої продукції можна взяти тільки за період (день, декаду, місяць, квартал, рік), а показники запасів матеріальних цінностей можуть бути представлені на певний момент часу (на початок місяця, на початок кварталу, на початок або кінець року і т. ін.).

територія
особи, організації

У плані має бути точно визначена (площа/територія), на якій здійснюється спостереження, а також ______ і _________, відповідальні за проведення підготовчих робіт, збір, перевірку і обробку інформації по окремих ділянках території.

список

Серед організаційних питань значне місце у плані відводять проведенню підготовчих робіт. Насамперед треба скласти (список/план) звітних одиниць, тобто тих, які будуть обстежені. Цей список (колективних підприємств, державних підприємств, приватних підприємств і т. ін.) необхідний для перевірки повноти зведень, що надходять, а також визначення обсягу робіт і розрахунку необхідної кількості робітників для проведення статистичного спостереження.

Важливим підготовчим заходом є

потреби

розрахунок (необхідності/потреби) в кадрах для проведення спостереження, їх добір та інструктаж. Необхідно заздалегідь віддрукувати і розіслати бланки документів та інструкції щодо їх заповнення. Інструктаж вважається однією з найважливіших підготовчих робіт статистичного спостереження. Успіх проведення останнього багато в чому залежить від рівня підготовленості кадрів.

При підготовці складних статистичних спостережень, як правило, в плані передбача-

пробних

ється проведення (пробних/попередніх) спостережень з метою перевірки на практиці проекту плану і програми основного спостереження. Матеріали таких пробних спостережень використовують для уточнення, доповнення і конкретизації програми і плану спостереження, а також інструкцій.

Серед підготовчих робіт чільне місце повинне належати (особливо це стосується

пропаганді

перепису населення) (пропаганді/меті) спостереження серед населення. Засоби масової

роз'яснювальну

інформації повинні вести ____________ роботу щодо завдань і мети спостереження, що значною мірою сприятиме підвищенню ефективності вирішення планово-організаційних питань спостереження. Роз'яснювальна робота про мету і завдання проведення спостереження здійснюється через пресу, радіо, телебачення та інші засоби масової інформації.

організаційний

Таким чином, (поточний/організаційний) план статистичного спостереження передбачає:

визначення часу спостереження, часу і місця його проведення, порядок передачі матеріалів спостереження, комплекс підготовчих робіт, заходи, що забезпечують точність (вірогідність) статистичних даних. Кожній з названих вище категорій і етапів статистичного спостереження можна дати такі визначення.

Час спостереження – це момент або період часу, якого стосується статистична інформація (дані). Наприклад, інформацію про виробництво сільськогосподарської продукції збирають за певний період часу – день, декаду, місяць, квартал, рік.

критичного

Перепис населення передбачає належність даних до певного (____________) моменту часу. Так, критичним моментом перепису населення 2001 р. було 24 години у ніч з 4 на 5 грудня 2001 р.

проведення

Час (проведення/надання) спостереження, як правило, не збігається з часом спостереження. Наприклад, перепис населення 2001 р. здійснювався впродовж десяти днів – з 5 до 14 грудня.

Місце проведення спостереження вибирають, виходячи зі способу спостереження і особливостей об'єкта спостереження. Так, інформацію про виробництво продукції сільськогосподарським підприємством реєструють у бухгалтерії підприємства, а при перепису населення – вдома, у лікарнях, поїздах, на вокзалах тощо.

організатора
виконавця

Органами спостереження можуть бути різні установи системи державної статистики, відомства, підприємства і громадські організації. Серед них визначають ______________ (установа системи державної статистики) і __________. Права і обов'язки кожного учасника статистичного спостереження повинні бути чітко визначеними.

Органи державної статистики повинні не тільки організовувати проведення статистичного спостереження, а й ретельно перевіряти точність одержаних результатів при його здійсненні. Перевірка вірогідності даних – найважливіша умова успішної роботи у справі спостереження. Щоб забезпечити вірогідність даних, необхідно повсякденно, систематично контролювати, чи вірно зрозумілі і застосовуються статистичні

програми

___________ та інструкції, чи забезпечується повнота одержаних зведень, правильність даних бухгалтерського і оперативного обліку.

У процесі здійснення спостереження можуть бути допущені помилки, їх називають

помилками спостереження

__________________. Види і природа виникнення таких помилок будуть розглянуті далі.

§ 2.4. Організаційні форми, види і способи статистичного спостереження

У статистичній практиці застосовуються різні форми статистичних спостережень. Із погляду організації спостереження розрізняють дві його основні форми: звітність і спеціально-організоване статистичне спостереження

Звітність як форма статистичного спостереження характеризується тим, що статистичні органи систематично одержують від підприємств і організацій (закладів тощо) в установлені строки зведення про умови і результати роботи за минулий період. Обсяг і зміст такої інформації визначаються затвердженими формами звіту. Як джерела даних для звітності використовують документи оперативно-технічного і бухгалтерського обліку. Обліково-статистичний апарат підприємств обробляє первинні записи у документах і результати заносить у форми звітів.

звітність

У нашій країні ________ є основною формою статистичного спостереження. Основну масу зведень, необхідних для управління народним господарством, а також для наукових досліджень, статистичні органи одержують у формі звітності.

форма

Таким чином, **звітність** – це (бланк/форма) статистичного спостереження, при якій статистичні дані надходять у статистичні органи від підприємств і установ у вигляді обов'язкових і таких, що мають юридичну силу звітів про їх роботу. Організацію статистичної звітності здійснює ________________ статистики України. Він затверджує форму, порядок і строки подання звітності.

Державна служба

Перелік усіх форм із зазначенням їх реквізитів називають **(таблицею/табелем) звітності**. Кожна форма звітності повинна мати такі відомості: назву, номер і дату затвердження; назву підприємства, його адресу і під порядкованість; адреси, куди подається звітність, періодичність, дату подання, спосіб передачі; змістовну частину у вигляді таблиці; посадовий склад осіб, відповідальних за розробку і вірогідність звітних даних, тобто зобов'язаних підписати звіт.

табелем

Статистична звітність характеризується суворою регламентацією і відносною стабільністю вирішення всіх програмно-методологічних і організаційних питань спостереження. Подання її за передбаченими адресами і строками є обов'язковим для підприємств і організацій. Категорично забороняється всім державним органам управління вимагати, а підприємствам і організаціям подавати будь-які звіти, не передбачені державною звітністю.

Статистична звітність є основним джерелом інформації. яка забезпечує керівництво економікою на загальнодержавному, галузевому і регіональному рівнях управління. Слід (розрізняти/оцінювати) звітності: загально- і внутрішньовідомчу; міжгалузеву і галузеву; типову і спеціалізовану; первинну і зведену;

розрізняти

особливо виділяється звітність тимчасова оперативна.

способом

За (завданням/способом), подання розрізняють звітність **поштову** і **термінову**. Остання передається факсимільним зв’язком, електронними каналами зв’язку, по телефону та нарочним.

періодичністю

За (періодичністю/кількістю) розрізняють звітність **періодичну і одночасову**. Періодична подається через однакові проміжки часу або в точно визначені дати (наприклад, 5-го числа кожного місяця; не пізніше 1-го жовтня кожного року і т. ін.). Одночасова звітність подається у міру необхідності без певної періодичності. Періодична звітність поділяється на **поточну** – період її подання менше року (тиждень, місяць, квартал тощо) і річну – період її подання календарний рік.

періодом

Існує також статистична звітність, яка подається раз на рік поза зв'язком з початком чи закінченням календарного року, і звітність з (періодом/терміном) більше року (два рази у 5 років, один раз у 2 роки тощо).

Так звана **типова звітність** містить показники, загальні для різних видів діяльності (чи виробництва). Якщо збирають дані, специфічні для окремих видів діяльності (чи виробництв), їх відображують показниками у відповідній **спеціалізованій** звітності.

другою

Як зазначалося вище, (другою/іншою) за значенням організаційною формою спостереження є **спеціально організоване статистичне спостереження**. Інколи його називають (до речі, помилково) просто «перепис». Застосовують спеціально організоване статистичне спостереження у таких випадках: 1) коли не можна застосувати звітність (наприклад, облік діяльності особистих господарств населення); 2) складати звітність нераціонально; 3) необхідно детально вивчити явище поряд з вивченням його у формі звітності; 4) потрібно перевірити вірогідність даних звітності; 5) для вирішення самостійних науково-практичних завдань.

поєднує

Спеціально організоване статистичне спостереження (обмежує/поєднує), в собі такі організаційні форми: а) перепис, б) суцільне і несуцільне обстеження.

не збираються

Перепис як вид спеціально організованого статистичного обстеження проводиться з метою одержати дані про явище на певний момент часу Тобто обчислити чисельність і склад об’єкта статистичного спостереження за рядом характерних для нього ознак, які ____________ в порядку статистичної звітності (наприклад, перепис населення, перепис виробничого обладнання і т. ін.). У ряді випадків переписи доповнюють (істотно уточнюють) дані поточного обліку. Вони вимагають ретельної попередньої підготовки. Характерними (особливостями/даними) перепису є: одночасність проведення його на всій передбаченій території; єдність програми спостереження; стислість строків статистичного спостереження станом на один і той же момент часу – **критичний момент перепису**.

особливостями

типи

Існує два (види/типи) переписів: одні переписи проводять на підставі даних обліку і звітності підприємств і організацій, інші – на підставі спеціально організованої реєстрації фактів.

першого

Переписи (першого/визначеного) типу, як правило, проводять робітники підприємств і установ під керівництвом органів державної статистики. Цей тип перепису називають одночасним обліком. Прикладом першого типу можуть бути переписи промислового обладнання, залишків важливих видів матеріалів (чорних, кольорових металів, будівельних матеріалів тощо), облік тракторного парку у сільському господарстві, заключний облік посівних площ за видами підприємств і т. ін.

другого	Прикладом (другого/важливого) типу переписів, при яких статистичні формуляри заповнюються шляхом спеціально організованої реєстрації фактів, є перепис населення. Це спеціально організоване статистичне спостереження, метою якого є одержання інформації про чисельність, розміщення і склад населення. Реєстрація потрібних фактів здійснюється шляхом опитування. Наукові принципи проведення переписів передбачають встановлення критичного моменту перепису, періоду перепису, способу збирання зведень.
охоплення	Залежно від повноти (охоплення/даних) статистичної сукупності розрізняють суцільне і несуцільне статистичне спостереження.
усі	При **суцільному статистичному спостереженні** обстеженню підлягають ____ одиниці, які входять у склад досліджуваної сукупності. Однак не слід розуміти так, що суцільне спостереження обов'язково у всіх випадках повинне охоплювати досліджуване явище по всій країні. Досліджувана сукупність може обмежитись територіальними, відомчими, галузевими й іншими рамками. Важливим тут є те що в межах цієї сукупності обов'язково реєструються зведення про кожну одиницю досліджуваного об'єкта. Прикладом суцільного спостереження є перепис населення.
частина	При **несуцільному спостереженні** обстежується лише ________ одиниць статистичної сукупності. При його організації ставиться завдання (як правило) поширити результати спостереження на всю сукупність. Прикладом такого виду спостереження може бути обстеження: втрат урожаю сільськогосподарських культур, схожості насіння, ступеня засміченості посівів, бюджету сімей населення і т. ін.
види	Основні (типи/види) несуцільного спостереження такі: вибіркове, обстеження способом основного масиву, монографічне і анкетне.

Вибірковим називають таке статистичне спостереження, при якому обстеженню підлягає частина статистичної сукупності, відібраної на

науково розроблених

основі ________________ принципів відбору. Це найпростіший і найбільш досконалий вид несуцільного обстеження.

Обстеження основного масиву (або способом основного масиву) являє собою таке

несуцільне

__________ обстеження, при якому з усієї сукупності одиниць для спостереження відбирається така їх частина, в якій обсяг досліджуваної

50 %

ознаки становить питому вагу, більшу за _____ загального обсягу сукупності (табл. 1).

Таблиця 1

Групи підприємств за рівнем середньомісячної зарплати одного працівника

Середньорічний рівень зарплати, грн.	**Кількість підприємств у групі**	**Середньорічний рівень зарплати в групі**	**Питома вага підприємств до загальної сукупності, %**
До 3500	5	3200	15,1
3500 - 3700	7	3660	21,2
3700 - 3900	12	3812	36,4
3900 - 4100	6	4000	18,2
Понад 4100	3	4408	9,1
Разом	33	-	100,0

Як свідчать дані табл. 1, у 33 підприємствах середньомісячний рівень зарплати одного робітника варіює від 3200 до 4408 гривень. Основним масивом у даній сукупності можна вважати 21 підприємство з рівнем середньої зарплати понад 3700 грн.; оскільки питома вага їх у загальній кількості перевищує 50 % (36,4 +

63,7

18,2+9,1=___).

Державна статистика обстеженням основного масиву вивчає ціни на ринках продажу різного виду продукції і виробів.

Метод основного масиву вважається

несуцільним

недосконалим _________ методом обстеження. Інколи його називають групувально–цензовим методом. Недоліком методу основного масиву

вилучається — вважається те, що з обстеження __________ частина одиниць сукупності, якою нехтують як неістотною.

монографічного — Для (**монографічного/суцільного) спостереження** характерним є детальне вивчення окремих одиниць статистичної сукупності або невеликих їх груп, подібних у певному відношенні. Одиниці або групи явищ повинні

типовими — бути __________, щоб на їх підставі можна було судити про характер цих явищ. Прикладом монографічного обстеження може бути вивчення досвіду передового підприємства або їх групи. У статистиці монографічне спостереження застосовують при вивченні і популяризації передового досвіду, а також процесу розвитку окремого трудового колективу, недоліків у роботі тощо.

Об'єктом монографічного спостереження, крім підприємства, може бути виробнича бригада, школа, ВНЗ, місто, регіон, домогосподарство та інші об'єкти.

Таким чином, монографічний

спосіб — (метод/спосіб) – це обстеження поодинокого прикладу, який повинен ілюструвати всю статистичну сукупність, що в свою чергу дозволяє конкретизувати наші знання цієї сукупності. Предметом монографічного

типові — дослідження можуть бути елементи, ______ для даної сукупності, або ж елементи, які характеризують її розвиток.

Монографічне спостереження здійснюють з

метою — (допомогою/метою) виявлення тенденції розвитку прогресивних явищ і поширення передового досвіду. Цей вид спостережень допомагає

резерви — викрити невикористані ________, що досягається монографічним описуванням передових підприємств і досвіду окремих бригад, ланок чи осіб. Монографічне обстеження використовують для коригування даних суцільного обстеження.

Анкетне обстеження ґрунтується на принципі добровільного заповнення окремими особами (адресатами) надісланих їм спеціальних анкет. Цей спосіб спостереження широко застосовується у конкретних
соціологічних (соціологічних/особистих) дослідженнях. його використовують редакції газет, журналів, установи зв'язку, науковці певних галузей, зокрема економічної науки.

Анкетне обстеження певною мірою близьке
вибіркового до (вибіркового/одиничного) спостереження. Але при вибірковому одиниці статистичної сукупності підлягають безпосередньому обстеженню. При анкетних обстеженнях звертаються із запитаннями до тих осіб чи організацій, які можуть дати необхідну інформацію. Таким чином, характерна
риса (риса/одиниця) анкети – непряме спостереження.

Даний спосіб обстеження завжди
здійснюється (використовується/здійснюється) для висвітлення специфічної, чітко обмеженої проблеми. Воно завжди висвітлює будь-яке часткове, визначене
запитання питання. (Запитання/завдання) анкет не завжди мають суто статистичний, числовий характер. Інколи обстеження доповнюється запитаннями якісного описового характеру, наприклад, запитаннями про думку щодо причин спостережуваних фактів.

Наприклад, треба вивчити причини зниження обсягів виробництва тваринницької продукції фермерськими господарствами, а також з'ясувати, якими засобами можна допомогти справі. Якщо відповіді в одержаних анкетах не задовольняють, посилається анкетна комісія, яка проводить бесіди в господарствах і на цій основі складає звіт. Бесіди мають бути спрямовані на одержання статистичних даних, інколи виходять за ці рамки. Комісія робить спробу встановити причини зниження обсягів виробництва і вислуховує численні думки. з цього питання. Як правило, головну частину анкети і складає з'ясування думок.

проводиться

Анкетування (визначається/проводиться) як статистичними органами, так і науково-дослідними установами (останніми досить часто).

історію

Анкетне опитування має давню (історію/традицію). Наприклад, за часів Наполеона у Франції анкетним методом вивчались питання стосовно скоєних злочинів. У Великобританії анкети застосовувалися ще раніше – у XVII столітті.

типи

Існує два (типи/способи) анкетних обстежень: перший тип – анкети направляються певному, як правило, невеликому колу спеціалістів з даного питання; другий тип – ґрунтується на масовому збиранні відповідей і обробці їх статистичними методами з метою одержання «середньої» думки.

методі

При анкетному (методі/зборі) обстежені результати його можуть бути викривлені, оскільки програма такого обстеження зачіпає інтереси опитуваних осіб. Останні в своїх відповідях можуть дати таку прикрасу повідомлюваним даним, яка їм вигідна, і навпаки – замовчувати невигідні факти. Крім того, відповіді надсилають лише ті, хто зацікавлений у збиранні даних, про які йдеться у питаннях анкети. Тому анкета не завжди дає репрезентативні результати. Окремими статистиками анкета вважається вкрай недосконалим засобом статистичного обстеження.

часом

За (типом/часом) проведення статистичні спостереження поділяють на поточні (безперервні), періодичні й одноразові.

виникнення

Поточне спостереження полягає в безперервній реєстрації фактів і явищ у міру їх __________. Прикладом може бути реєстрація народжених дітей, шлюбів і розлучень у

РАГСах, облік виробленої продукції на промислових підприємствах та ін.

заздалегідь установлені

Періодичним спостереженням називають таке, що повторюється через певні, __________ ___________ проміжки часу. При даному спостереженні явища реєструють через певні періоди. Прикладом періодичного спостереження може бути щомісячний звіт підприємств про стан тваринництва, а також щорічні переписи худоби станом на 1 січня.

Одноразове спостереження проводять для вивчення якогось явища на певний момент часу (у разі потреби). Прикладом одноразових спостережень є переписи плодоягідних насаджень та ін.

способами

Статистичне спостереження здійснюється такими (моделями/способами): безпосереднім, документальним і опитуванням.

особистого

Спосіб **безпосереднього спостереження** характеризується тим, що представники органів державної статистики й інших організацій записують дані у статистичні формуляри після __________ огляду, підрахунку, вимірювання чи зважування одиниць спостереження.

первинного

Документальний – основний спосіб статистичного спостереження. Його здійснюють на підставі документів оперативно-технічного та бухгалтерського обліку. Цей спосіб використовують при складанні підприємствами і організаціями звітності на підставі документів (первинного/початкового) обліку. Оскільки джерелом зведень при складанні первинних документів є безпосереднє спостереження, то при належному контролі за веденням первинного обліку і правильністю заповнення статистичної звітності документальний спосіб спостереження дає найточніші результати.

Опитування

(Перепитування/опитування/) – це спосіб спостереження, при якому відповіді на запитання статистичного формуляра записують зі слів чи письмових відповідей опитуваних осіб. Опитування може бути **організоване** по-різному: усне (експедиційний спосіб), самореєстрацією, кореспондентським і анкетним способами.

усному

При _________ *опитуванні* працівник, який проводить спостереження, сам заповнює статистичний формуляр, розмовляючи з опитуваною особою.

самореєстрації

При способі (самореєстрації/запису) опитувані особи особисто заповнюють бланк формуляра згідно із вказівками щодо його заповнення. Цей спосіб спостереження застосовують, наприклад, при обстеженні бюджетів домогосподарств.

кореспондентському

При (кореспондентському/письмовому) способі відомості статистичним органам повідомляють добровільні кореспонденти.

Анкетний спосіб збору даних ґрунтується, як було зазначено, на принципі добровільного заповнення адресатами анкет (листів опитування). Як правило, заповнених анкет повертається менше, ніж розсилається. Крім цього, перевірити вірогідність даних практично неможливо. Тому анкетний спосіб застосовують у тих випадках,

висока

коли не вимагається _______ точність зведень, а потрібні наближені характеристики. Цей спосіб використовують при вивченні попиту населення на окремі товари чи продукти харчування та ін. Державна статистика анкетний спосіб спостереження не застосовує.

Також опитування можна проводити за допомогою засобів масової інформації (при якому анкету публікують в газеті або журналі з пропозицією читачеві заповнити і надіслати в редакцію, або питання задають на телебаченні чи радіо) або комп'ютеризованим способом, при якому розповсюдження та збір анкет здійснюється в сеті Internet шляхом розсилки анкет по електронній пошті або шляхом опитування на сайтах.

характером

Вибір форми, виду і способу статистичного спостереження визначається (характером/видом) об'єкта, що вивчається, вимогами до ступеня точності показників, фінансовими можливостями й іншими факторами.

інтегрованої

Створення автоматизованої системи державної статистики зумовило принципово новий підхід до техніки і технології збирання інформації, її передачі, обробки і зберігання. Єдина інформаційна база у вигляді автоматизованих банків даних створила необхідні умови для ___________ територіально-розподільчої системи, яка здійснює шляхом одноразової фіксації нагромадження, обробку, зберігання, пошук і видачу інформації для багатоцільового і багаторазового використання. При цьому раціональним стає не тільки сам процес збирання і обробки інформації, а й удосконалюються методологія, система показників і їх статистичний аналіз із використанням економіко-математичних методів.

§ 2.5. Помилки статистичного спостереження. Способи контролю інформації

Вірогідність статистичних даних – закон державної статистики. Забезпечується вона належним складанням програми і плану спостереження, науковою організацією збирання, обробки і аналізу інформації. Хоч як старанно не було б організоване статистичне спостереження, зібрані матеріали можуть мати різні за характером і виникненням неточності: неповне охоплення одиниць спостереження, що підлягають реєстрації; пропуски окремих записів; помилки поодиноких записів тощо. Якщо повноту охоплення одиниць спостереження і пропуски окремих показників встановити неважко, то знайти допущені похибки поодиноких записів, так звані помилки спостереження, справа не з легких.

точності — Помилки в процесі спостереження призводять до зниження його _______.

відповідності — **Точністю** статистичного спостереження називають ступінь ___________ величини будь-якого показника (ознаки), встановленої за допомогою спостереження, дійсній величині. Вона вимірюється різницею або співвідношенням цих величин.

Розбіжність між величиною будь-якого показника, встановленого шляхом спостереження, і дійсним його розміром називають **помилками** статистичного **спостереження**. Помилки спостереження поділяють на два

види — (типи/види): помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

Помилки реєстрації виникають внаслідок неправильного встановлення фактів або неправильного їх запису у формуляр.

Помилки репрезентативності мають місце лише при вибірковому обстеженні і виникають внаслідок того, що вибіркова сукупність

всю — недостатньо повно відтворює ____ досліджувану сукупність. Докладніше помилки репрезентативності описані в темі 5, §5.4.

Помилки реєстрації можуть бути як при суцільному, так і при несуцільному спостереженні. Вони можуть бути навмисними і ненавмисними. **Навмисні** помилки є наслідком

свідомого — __________ перекручення дійсності у бік збільшення або зменшення дійсних розмірів досліджуваної ознаки.

незалежно — **Ненавмисні** помилки виникають _________ від бажання осіб, які повідомляють або реєструють дані.

Ненавмисні помилки реєстрації можуть мати випадковий або систематичний характер.

Випадкові ненавмисні помилки реєстрації – це помилки, які виникають внаслідок різних

випадкових причин: описка, обмовка і т. ін. Вони
призводять до відхилень даних спостереження
фактичних — від __________ розмірів ознаки з однаковою
ймовірністю як у бік збільшення, так і в бік
зменшення даних. При досить великій кількості
одиниць спостережень випадкові помилки
можуть взаємно погашатися і не справляти
істотного — __________ впливу на результати спостереження.

Систематичні ненавмисні помилки
реєстрації виникають з певних невипадкових
причин і призводять до відхилень даних
спостереження від фактичних розмірів ознаки в
бік збільшення або зменшення. Причиною таких
помилок може бути несправність вимірювальних
приладів, нечітке формулювання питань,
недосконалість статистичного інструментарію,
схильність людей до округлення цифр і т. ін.

Навмисні помилки реєстрації завжди мають
систематичний характер.

Логічно завершується статистичне
прийманням матеріалів — спостереження __________________________
дослідження. Коли матеріал статистичного
спостереження одержано повністю від усіх
одиниць, що підлягають спостереженню,
перевіряють повноту (якість) заповнення
бланків. Якщо при прийманні матеріалу
спостереження виявлено незаповнені (або
частково заповнені) бланки, це означає що при
статистичному спостереженні пропущена
одиниця спостереження — ______________________. Тому відповідальна
особа, приймаючи статистичні формуляри
повноту — (бланки) в першу чергу перевіряє __________ їх
заповнення і у випадку необхідності вживає
заходи для їх виправлення.

Поряд з перевіркою повноти заповнення
вірогідністю — бланків здійснюється контроль за _____________ і
правильністю — _______________ відповідей. При прийманні
матеріалів спостереження головна увага приді-
ляється правильності заповнення відповідних

бланків і перевірці вірогідності (точності) показників.

Контролю за вірогідністю статистичних даних статистичні органи приділяють особливу увагу. Такі функції (обов'язки) державна статистика виконує у тісному контакті з органами контролю, прокуратури і громадськими організаціями.

Із метою виявлення і усунення допущених при реєстрації помилок статистичні органи здійснюють арифметичний і логічний контроль зібраного матеріалу.

Арифметичний контроль полягає у перевірці точності арифметичних підрахунків і розрахунків: перевірка підсумкових показників у документах, перевірка правильності підрахунків процентів, середніх величин і т. ін.

Логічний контроль полягав у зіставленні відповідей на запитання і з'ясування їх ________ узгодженості. У процесі логічного контролю можуть бути встановлені нереальні або малоправдоподібні відповіді.

логічної

Розглянемо загальні прийоми логічного контролю.

1. Зіставлення відповідей на різні взаємопов'язані питання у формулярах. Наприклад, запис у формулярі про те, що дитина дошкільного віку має середню освіту, є помилковим.

2. Порівняння записів у документі, що перевіряється, з аналогічними записами в інших документах.

3. Зіставлення звітних показників за суміжні періоди.

4. Застосування методу балансової узгодженості показників. Найчастіше використовують таку балансову рівність: наявність на початок періоду плюс надходження мінус вибуття дорівнює наявності на кінець звітного періоду.

5. Проведення безпосередньо за переписами

контрольних перевірок – суцільних або вибіркових.

Зазначені прийоми перевірки статистичних даних шляхом арифметичного і логічного контролю (проводять/використовують) як при перевірці матеріалів спеціально організованих статистичних спостережень, так і звітності. Можна стверджувати, що арифметичний контроль чітко (встановлює/приймає) наявність помилки, а логічний – у більшості випадків лише (прогнозує/виявляє) можливість помилки. При цьому, якщо проведення арифметичного контролю вимагає від статистика елементарної грамотності, то логічний – може здійснюватися лише висококваліфікованими спеціалістами.

Значна вірогідність статистичних даних зумовлюється діючою системою (заходів/показників), спрямованих на зменшення і уникнення помилок. Серед них слід назвати такі: якісний первинний облік; розробка наукових рекомендацій з питань перевірки вірогідності даних; добір кваліфікованих кадрів-статистиків, автоматизація статистичних робіт і т. д.

використовують

встановлює

виявляє

заходів

Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення поняттю «статистичне спостереження».
2. Що є об’єктом статистичного спостереження?
3. Що розуміють під суб’єктом статистичного спостереження?
4. Які документи складають для проведення статистичного спостереження?
5. За якими ознаками класифікують статистичне спостереження?
6. Назвіть форми статистичного спостереження.
7. Перелічить види несуцільного спостереження.
8. Наведіть приклади вибіркового спостереження.
9. Охарактеризуйте звітність як основну форму статистичного спостереження.
10. Які види звітності виділяють за частотою подання.

11. Як здійснюють перепис населення?
12. Особливості статистичного спостереження анкетним способом.
13. Поясніть поняття «помилка статистичного спостереження».
14. Способи контролю даних статистичного спостереження.

Питання для самостійного вивчення

1. Охарактеризуйте емпіричний етап статистичного дослідження.
2. Робочі документи статистичного дослідження.
3. Переваги та недоліки спостереження як методу збору даних.
4. Правила складання анкет.
5. Класифікація питань, які використовуються в анкетах.
6. Логічний контроль і апробація складеної анкети.
7. Класифікація видів інтерв'ю.
8. Правила проведення інтерв'ю.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 2.1. За наведеним прикладом визначити мету та завдання статистичного спостереження, його об'єкт, предмет, одиницю спостереження та сукупності (за необхідності), запропонувати місце, час і період дослідження для наступних ситуацій:

а) планується проведення статистичне спостереження динаміки цін на сільськогосподарську техніку в Україні за 10 останніх років;

б) необхідно дослідити динаміку споживчих кредитів, виданих комерційними банками Україні;

в) планується проведення дослідження динаміки чисельності працівників підприємств харчової галузі усіх форм власності за 5 останніх років;

г) планується проведення статистичного спостереження за рівнем продуктивності праці працівників аграрної сфери Полтавської області.

Наприклад, планується проведення дослідження динаміки цін на житло в регіоні за 2008-2013 рр. Елементами дослідження є:

- мета дослідження – вивчити зміни цін на житло у регіоні, що відбулися впродовж останніх п'яти років;
- завдання дослідження:
    - зібрати дані щодо середніх цін на житлові приміщення у регіоні впродовж досліджуваного періоду;
    - дослідити об'єктивні та суб'єктивні чинники, що впливали на вартість житла за досліджуваний період;
    - виявити загальну тенденцію змін цін на житло, дати прогноз на перспективу;
- об'єкт дослідження – нерухоме майно, що належить до житлового фонду, яке виступало об'єктом купівлі-продажу впродовж досліджуваного часу;
- предмет дослідження – номінальна (інвентаризаційна) та реальна (ринкова) вартість одиниць сукупності у національній валюті (або в умовних одиницях);
- одиниці сукупності:
    - квартири та житлові будинки приватного сектору, диференційовані за кількістю кімнат та районами розташування, що виступали об'єктами купівлі-продажу впродовж досліджуваного часу;
    - або квадратні метри загальної площі житлових приміщень, диференційованих за районами розташування;
- одиниці дослідження – посадові особи агентств, бірж та інших суб'єктів ринку нерухомості, державні та приватні нотаріуси, що здійснюють реєстрацію угод купівлі-продажу майна;
- місце дослідження – місцезнаходження одиниць дослідження (фактична адреса);
- час дослідження – з 01.01.2008 р. по 31.12.2013 р.;
- період дослідження – з 01.03.2014 р. по 31.03.2014 р.

ТЕМА 3. ЗВЕДЕННЯ І ГРУПУВАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ

§ 3.1. Зміст і завдання статистичного зведення

Статистичне спостереження, дає об’ємний, але різноманітний матеріал про окремі явища досліджуваної сукупності, ще не дозволяє зробити будь-які висновки про цю сукупність. Адже в результаті збирання фактів дійсність стає відомою, але ще не пізнаною. Щоб за науково зібраними фактами зробити об’єктивні висновки, глибоко пізнати дійсність, ці фактори необхідно узагальнити, теоретично обміркувати.

першим

другим

внутрішні зв’язки

Як відомо з викладеного раніше, статистичне спостереження збігається з _______ ступенем людського пізнання дійсності – емпіричним. Теоретичне узагальнення фактів є _________ ступенем складнішого процесу пізнання світу, адже на цьому етапі здійснюється наукове узагальнення статистичних даних. Таке узагальнення дає можливість встановити _______________ між явищами, їх кількісно-якісні перетворення. Але було б помилковим вважати, що теоретичне обміркування і узагальнення фактів здійснюється тільки після того, як зібрані факти. Обміркування матеріалів починається уже в процесі їх збирання, але процес теоретичного узагальнення здійснюється лише після того, коли зібрані всі факти, які цікавлять дослідника.

зведенням

Процес теоретичного узагальнення статистичних даних, зведення фактів у єдине ціле в статистиці називають (зведенням/аналізом) статистичних даних.

сукупність

Статистичне зведення являє собою (сукупність/цілісність) прийомів, які дозволяють одержати узагальнюючі статистичні показники як зведені ознаки масових явищ, що характеризують стан, взаємозв’язки і закономірності розвитку явищ в цілому.

підсумовування

Не треба змішувати поняття «статистичне зведення» і «зведення» у вузькому розумінні слова. Під останнім розуміють _____________ даних про число одиниць сукупності і значень їх ознак. Тобто, це один з етапів статистичного зведення. В цілому статистичне зведення включає такі етапи: 1) статистичне групування; 2) підсумовування даних (зведення у вузькому розумінні слова); 3) табличне і графічне оформлення одержаних даних.

Одержана в процесі зведення система статистичних показників підлягає подальшому аналізу в наукових і практичних цілях.

первинна

Таким чином, статистичне зведення – це (загальна/первинна) наукова обробка даних спостереження для характеристики суцільного явища узагальнюючими показниками.

другий

Зведення являє собою __________ ступінь статистичного дослідження і від його якості значною мірою залежить результат всієї статистичної роботи.

завдання

За допомогою статистичного зведення розв’язують такі (проблеми/завдання): 1) групування даних; 2) розробка системи показників для характеристики груп і всієї статистичної сукупності; 3) обчислення групових і загальних показників; 4) зведення результатів обчислення у статистичних таблицях.

операцій

Відповідно до цих завдань статистичне зведення передбачає виконання таких (операцій/заходів): 1) вторинний контроль (логічний і арифметичний) якості матеріалів статистичного спостереження; 2) шифрування, тобто присвоєння певних номерів (або літер) значенням окремих ознак, за якими здійснюється групування матеріалів; 3) розкладання матеріалів на якісно однорідні групи; 4) підрахунок підсумовуючих даних, занесення підсумків у спеціальні зведенні формуляри.

програмою

Статистичне зведення здійснюють за спеціальною заздалегідь розробленою (задачею/програмою). Залежно від мети і завдань дослідження програма встановлює групувальні ознаки для утворення однорідних у певному відношенні груп, їх число, макети розроблених таблиць, які містять об'єкти дослідження і показники, що їх характеризують.

Оскільки суспільні явища досить різноманітні, програма повинна бути складена так, щоб одержаний в результаті зведення

характеризував — матеріал (доводив/характеризував) досліджуване явище з різних боків.

Крім програми зведення, ще складають

план — (план/прогноз) його проведення; у ньому дають вказівки про послідовність і строки виконання окремих частин зведення і викладення його матеріалів, передбачають виконавців, вид зведення і способи контролю узагальнюючих даних тощо.

Таким чином, поняття статистичного зведення у широкому розумінні слова охоплює

комплекс — цілий __________ статистичних операцій, спрямованих на об'єднання зареєстрованих при спостереженні поодиноких випадків у групи, подібні у тому чи іншому відношенні; підрахунок підсумків по виділених групах і по всій сукупності в цілому; оформлення результатів групувань і зведення у вигляді статистичних таблиць.

види — З погляду організації розрізняють два _____ статистичного зведення: централізоване і децентралізоване.

Централізоване зведення проводять в одному центральному органі, наприклад, Державному комітеті статистики України, куди заздалегідь надсилають усі матеріали статистичного спостереження.

Децентралізоване зведення здійснюють поступово в різних ланках системи статистичних органів; на рівні району, області, країни Централізований вид зведення має свої переваги

децентралізованим — перед ____________________ у тому, що є

можливість проведення його за єдиною
затратах праці — методологією при значно менших ____________
і високій точності розрахунків. До його недоліків
низьку оперативність — слід віднести _________________ використання
результатів зведень на місцях і складність у виправленні виявлених помилок спостереження. Централізоване зведення має місце, як правило, у великих спеціально організованих статистичних спостереженнях (наприклад, переписи).

У статистичній практиці найчастіше застосовують децентралізоване зведення; інколи
поєднують — ці два види __________.

Розрізняють зведення первинне і вторинне.

Первинне зведення – це таке, при якому обробка і підрахунок даних здійснюються безпосередньо в процесі статистичного спостереження. При **вторинному зведенні** обробка і підрахунок матеріалів відбуваються за результатами первинного зведення. Як правило, це стосується децентралізованого зведення.

Якщо процес зведення зводиться до звичайного підсумовування даних, тобто до одержання підсумовуючих показників, його називають **простим зведенням**. Але ним обмежуються лише у випадках, коли немає істотної різниці між досліджуваними явищами, що на практиці зустрічається дуже рідко. Як правило, досліджувані статистикою соціально-
неоднорідні — економічні явища за своїм складом __________ й
істотно різняться між собою. Тому завдання статистичного зведення не обмежуються простим підрахунком показників, адже в такому випадку ігноруються існуючі істотні різниці між явищами. Статистика повинна виявляти ці різниці і досконало вивчати їх. У такому разі зведення статистичних даних здійснюють
групувань — шляхом їх _________ за певними ознаками з
подальшим розрахунком системи показників по кожній групі з підрахунком групових і загальних

підсумовуючих показників. Зведення, що включає групування даних, називається (**груповим/частковим).** Тільки методом групувань можна обробити зібрані матеріали, щоб одержати зведені узагальнюючі показники, які б об'єктивно відображували існуючі реалії у досліджуваній сукупності явищ.

груповим

Отже, статистичне групування даних спостереження є ________________ основою наукового зведення.

методологічною

§ 3.2. Статистичне групування, його суть, завдання і види

Як відомо, масові суспільні явища або сукупності складаються з одиниць, які різняться між собою як якісно, так і кількісно. Ці різниці можуть бути істотними, тобто викликаними певними істотними факторами, і неістотними, що являють собою випадкові відхилення. Але і в сукупностях якісно однорідних, які мають незначну кількісну варіацію, у процесі розвитку спочатку збільшуються ________ відмінності, а потім кількісні відмінності переходять у ______ з властивою їм уже другою мірою. Самі якісні відмінності в даних випадках виступають явно, видимо, в інших – приховано за кількісними (даними/змінами).

кількісні
якісні
змінами

Тому одне з головних завдань статистики полягає в тому, щоб _____________ складну, неоднорідну сукупність одиниць спостереження на однорідні всередині, але істотно різні між собою групи; своєчасно _________ за зростанням кількісних різниць якісні переходи. Таке завдання в статистиці вирішується за допомогою методу статистичних (групувань/прийомів).

розділити
виявити
групувань

Статистичне групування являє собою (захід/процес) утворення подібних в тому чи іншому відношенні груп, який здійснюється за наявними статистичними даними. Причому процес утворення груп слід розглядати з різних

процес

боків. Якщо дослідник зустрічається з єдиною
множиною різних суспільних явищ, то
групування треба розглядати як уявне
розчленування такої множини явищ на подібні
групи (логічна операція аналізу). Якщо ж
виходити з того, що, безпосередньо приступаючи
до групувань, дослідник уже має дані про окремі
одиниці спостереження, то групування можна
розглядати як уявне об'єднання окремих одиниць
у схожі групи (логічна операція синтезу). Отже,
групування – це єдиний аналітико-синтетичний
процес і розчленування, і об'єднання суспільних
явищ, у результаті якого утворюються відповідні
групи. У ньому практично знаходить свій прояв
закон (метод/закон) великих чисел, адже у показниках,
обчислених на достатньо великій кількості
одиниць сукупності в групах, взаємопогашається
випадковість і лишається істотне, необхідне.

Таким чином, метод статистичних
групувань, крім характеристики механізму
взаємодії всієї різноманітності типів і форм тих
чи інших явищ, доводить істотність показників,
які повинні дати характеристику стану і розвитку
сукупності. А з цього випливає, що цілий ряд
статистичних методів (метод середніх величин,
вибірковий, кореляційно-регресійний та інші)
певною мірою спирається на метод статистичних
основу групувань як на свою (групу/основу). Як не
можна проводити статистичного групування без
попереднього науково обґрунтованого статис-
тичного спостереження, так само не можна
ефективно використовувати методи середніх і
відносних величин, аналізу зв’язків і т. ін., не
попередньо проводячи ___________ статистичних групувань
(безумовно, якщо воно не закладено в самій
схемі статистичного спостереження).

Що ж становить основу статистичного
групування, в чому його суть?

елемент

Групування – невід'ємний (елемент/вид) зведення, його найважливіший етап. Це процес утворення груп одиниць сукупності, однорідних у певному істотному відношенні, а також тих, що мають однакові або близькі значення групувальної ознаки. Групуванням називають розподіл статистичної сукупності на групи (частини) за рядом характерних для них ознак. Це статистичний метод розчленування складного масового явища на істотно різні групи з метою всебічної характеристики його стану, розвитку і взаємозв'язків.

суть

Із наведеного визначення випливає, що ___ методу статистичних групувань полягає у тому, що складне масове явище розглядається не як єдине нероздільне ціле, а у ньому виділяються окремі групи одиниць із статистичними показниками, які дають кількісну характеристику якісно своєрідній частині одиниць усієї сукупності. Тобто кожна з одержаних груп об'єднує

однорідні

________ одиниці сукупності. Групи встановлюють на підставі аналізу суті досліджуваного явища. У результаті внутрішньогрупових підрахунків одержують характеристику у вигляді системи статистичних показників. Необхідність такого підходу до вивчення масових явищ зумовлюється тим, що в складних масових явищах існують якісні відмінності між окремими одиницями, адже кожна з них має свої індивідуальні риси. У цілому ж всі такі одиниці мають загальні риси, які формують дане явище. Наприклад, розглянемо урожайність зернових культур у підприємствах району. Щоб мати уявлення про урожайність, недостатньо знань лише про загальний її рівень, адже всередині даної статистичної сукупності (підприємства району) містяться одиниці спостереження зі своїми індивідуальними властивостями. Це підприємства з конкретними природними умовами, специфікою технологій вирощування, різним рівнем забезпеченості матеріальними і трудовими ресурсами і т. ін.

Використання методу статистичних групувань знаходить місце і при вивченні ______ сукупностей, де ще не спостерігається якісних перетворень, але є _________________. У таких випадках важливо відокремити групи з різними значеннями ознак і вивчити взаємозв'язки досліджуваних ознак з іншими ознаками даного явища. Наприклад, явище продуктивності молочного стада корів у підприємствах району розглядається як середній надій від однієї корови (за добу, декаду, місяць, рік) без врахування породного складу, року лактації, віку тварин тощо. Виділення груп підприємств за рівнем продуктивності корів дає змогу вивчати взаємозв'язки даної ознаки, тобто продуктивності корів, з іншими ознаками, такими як рівень годівлі, навантаження тварин на одного працюючого, продуктивність праці та ін.

якісно однорідних

кількісні відмінності

Особливого значення метод статистичних групувань набуває у вивченні соціально-економічних явищ. Останні мають досить складний характер розвитку і якісних перетворень. До речі, сам метод групувань було (використано/розроблено) стосовно до вивчення суспільних явищ і тому він знаходить широке застосування в аналізі саме соціально-економічних процесів, що відбуваються у суспільстві.

розроблено

У цілому мета групувань зводиться до встановлення чисельності кожної окремо взятої групи (категорії) та вивчення впливу причин і залежностей явищ.

Метод статистичних групувань робить статистику одним з наймогутніших знарядь _________________ і використовується для вирішення різних завдань, які виникають у процесі наукового статистичного дослідження. Їх

соціального пізнання

звести

можна (звести/об’єднати) до трьох основних: 1) виділення соціально-економічних типів явищ; 2) вивчення (характеристика) структури досліджуваного явища; 3) вивчення зв'язків і взаємозалежностей між явищами (характеристика взаємозв'язків між варіюючими ознаками).

види

Відповідно до вирішуваних завдань розрізняють такі ______ групувань: типологічні, структурні й аналітичні.

перше

Із теорії групувань випливає, що зведені статистичні характеристики можна використовувати лише до якісно однорідних сукупностей. Отже, ______ завдання методу групувань полягає у тому, щоб на підставі економічної теорії розподілити масу досліджуваних явищ на однорідні в соціально-економічному відношенні групи, виділити соціально-економічні типи явищ і процесів.

одноякісні

Таким чином, **типологічне групування** – це групування, за допомогою якого у досліджуваній сукупності явищ відокремлюються _____________ в істотному відношенні групи, перш за все класи і соціально-економічні типи. Наприклад, групування населення за соціальною ознакою – класовим складом, підприємств – за формою власності, продукції – за економічним призначенням і т. д.

відносин і законів

Необхідність проведення типологічних групувань випливає з характеру суспільних _______________, що діють у об'єктивній реальності. Якщо не проведене типологічне групування, тобто чітке розмежування соціально-економічних типів явищ, то ніякі найтонкіші прийоми наступної статистичної обробки даних досліджуваної сукупності не в змозі дати об'єктивні результати дослідження.

Прикладом типологічних групувань можуть бути дані табл. 2.

Таблиця 2
Групування господарств району за формою власності

Тип господарства	Роки		
	2010	2011	2012
Колективні сільськогосподарські підприємства	30	31	31
Державні сільськогосподарські підприємства	6	5	5
Фермерські господарства	36	42	46

однотипної

Другим важливим завданням статистичних групувань є дослідження структури типових однорідних груп. Виділення якісно __________ сукупності ще не значить, що в ній всі одиниці за всіма ознаками однакові. Наприклад, всі фермерські господарства як тип господарств однорідні, але вони істотно різняться за розмірами угідь, наявністю техніки та знарядь, чисельністю худоби і рядом інших ознак. Виявити і дати характеристику цим відмінам – завдання статистики.

склад; однорідної

Отже, **структурне групування** (інколи його називають варіаційним) – це групування, яке характеризує розподіл одиниць однотипних (однорідних) сукупностей за будь-якими ознаками. Тобто групування, яке дозволяє виявити _____ (внутрішню будову) __________ у якісному відношенні сукупності за певними ознаками. Цей вид групувань знаходить винятково широке застосування при дослідженні соціально-економічних явищ.

частин

Таке групування дає інформацію про те, з яких (видів/частин) складається досліджувана множина явищ, яка будова типів явищ і якими показниками характеризуються окремі частини.

базою

На відміну від пізнавального значення типологічних групувань, структурне групування для одержання висновків щодо поточного стану господарства, для оперативного керівництва роботою підприємства та його галузей служить (базою/опорою) для розрахунку наявних у підприємстві резервів. Так, на рівні адміністративного району можна здійснити групування підприємств (однотипних) за ознаками зростання продуктивності праці та її оплати, зниження собівартості виробництва, витрат енергетичних ресурсів, сировини тощо.

За допомогою структурних групувань

внутрішня

вивчається перш за все (внутрішня/особиста) структура типів статистичних сукупностей. Таке групування здійснюється після і на основі

типологічних

_____________ групувань. Але інколи вивчається структура загальних сукупностей, які включають

неоднорідні

(складні/неоднорідні) в певному відношенні явища. Так, досліджується структура всіх сільськогосподарських підприємств області, структура працівників певної галузі і т. ін.

Якщо структурне групування здійснюється в територіальному розрізі, його називають

територіальним

_________________.

Типологічні і структурні групування, виконані на базі показників за кілька періодів, дають уявлення про відповідні зміни досліджуваних явищ у часі.

За допомогою структурних групувань вивчають склад населення за віком, статтю, місцем проживання, національністю і т. ін.; склад робітників за стажем роботи, віком тощо; склад аграрних підприємств за видами земельних угідь тощо.

Прикладом структурних групувань можуть бути дані табл. 3.

Таблиця 3

Склад населення області за місцем проживання, %

Місце проживання	Роки		
	2010	2011	2012
Місто	30,7	32,6	35,9
Село	69,3	67,4	64,1
Всього	100,0	100,0	100,0

Наступне завдання, яке вирішується за допомогою статистичних групувань – це дослідження ______________ варіюючих ознак у межах одноякісної сукупності. Такі групування називають аналітичними. **Аналітичне групування** дає змогу встановлювати та вивчати (причинно-наслідкові/вагомі) зв'язки між досліджуваними явищами та їх ознаками (при цьому слід пам'ятати, що аналітичні функції притаманні всім видам групувань, і перш за все типологічним. Взаємопов'язані (дані/ознаки) поділяють на **факторні і результативні**. При цьому групи утворюють, як правило, за факторною ознакою, а для кожної виділеної групи розраховується або середнє значення результативної ознаки, якщо вона кількісна, або відносні величини, якщо вона якісна. Взаємозв'язок проявляється у систематичній зміні результативної ознаки у зв'язку зі зміною факторної ознаки.

взаємозв'язків

причинно-наслідкові

ознаки

Прикладом аналітичного групування може бути групування підприємств за рівнем продуктивності праці, за рівнем оплати праці тощо, коли вивчається вплив цих факторних ознак на собівартість продукції – результативну ознаку.

Таблиця 4 являє собою аналітичне групування підприємств за рівнем затрат праці на виробництво 1 центнера продукції. Тут показник затрат праці є ___________ ознакою, а собівартість центнера – _____________.

факторною

результативною

Таблиця 4

Вплив продуктивності праці на собівартість виробництва продукції

Групи підприємств за рівнем затрат на виробництво 1 центнера, люд.-г	Кількість підприємств у групі	Собівартість 1 центнера, грн
I -7-10	10	126,20
II-10-13	20	161,58
III-13-15	6	193,36
Всього	36	161,38

Як бачимо, між продуктивністю праці (затратами праці) і собівартістю існує пряма залежність, адже збільшення затрат праці зумовлює зростання собівартості, і навпаки.

характеризується

Притаманним для аналітичних групувань є те, що кожна група факторної ознаки (утворюється/характеризується) середніми величинами результативної ознаки.

зв’язок

Таким чином, аналітичне групування відіграє важливу роль у вивченні зв'язків між ознаками, виявляючи цей (зв’язок/тип) і створюючи можливість його кількісної характеристики.

завдання

видів

умовним

Основні (завдання/вимоги), які вирішують статистичні групування, тісно пов'язані між собою, взаємно переплітаються і доповнюють одне одного. Тому розмежування трьох (типів/видів) групувань (типологічні, структурні і аналітичні), коротка характеристика яких наведена вище, є певною мірою _________. В окремих випадках одне й те саме групування дає можливість виявити типи явищ, охарактеризувати їх структуру і констатувати наявність певних взаємозв’язків між ознаками.

Складні явища, які мають багато істотних сторін (наприклад, сільськогосподарське виробництво), не можна всебічно охарактеризувати одним групуванням; необхідна, як правило, система їх (наприклад, групування за виробничим напрямом, за продуктивністю праці, за рівнем її фондоозброєності і т. д.).

виявляти зв’язки

У зв'язку із зазначеним вище, назва «аналітичні групування» не зовсім вдала, адже таке визначення рівною мірою стосується типологічних і структурних групувань, оскільки вони несуть в собі також пізнавальні, тобто аналітичні функції. Більш вдало, на наш погляд, їх суть відображає назва «факторно-результативні групування», адже їх призначення – ____________________ між факторними і результативними ознаками. Основою такого виду групувань є вивчення дії зміни однієї або кількох факторних ознак на зміну результативної ознаки.

просте
комбінаційне

Розрізняють групування за однією ознакою – ________ групування і групування за двома і більше ознаками – ____________ групування. При комбінаційному групуванні групи, виділені за однією ознакою (наприклад, за виробничим напрямом), розбивають на підгрупи за другою ознакою (наприклад, за рівнем продуктивності праці). Комбінаційне групування має більш широкі аналітичні можливості, ніж просте, його використовують переважно для вивчення взаємозв'язків між ознаками. Порядок комбінації

економічно

ознак обґрунтовується (фінансово/економічно) і може бути легко змінений (при необхідності). Якщо по кожній з ознак є підсумкова група, комбінаційне групування можна «згорнути» у будь-якому напрямі в просте.

Наведемо приклад (схему) комбінаційного групування сільськогосподарських підприємств за трьома ознаками: за розміром площ сільськогосподарських угідь, якістю та рівнем удобреності ґрунтів (табл. 5).

двома

В останньому підсумковому розділі, який об'єднує підприємства незалежно від розмірів площ сільськогосподарських угідь, знаходяться дані по підприємствах, згрупованих лише за _______ ознаками: за якістю ґрунтів і рівнем їх удобреності. Вибираючи три підсумкових рядки в кожному розділі, знайдемо групи за розміром площ сільськогосподарських угідь і рівнем удобреності у колонках, об'єднаних у вертикальну рубрику «всього», – комбінацію розміру угідь і удобреності площ. Просте групування за розміром площ сільськогосподарських угідь знаходимо по горизонтальних рядках «всього» у тій же вертикальній рубриці; просте групування за якістю ґрунтів – у тій самій вертикальній рубриці у її нижньому розділі (останніх чотирьох рядках); просте групування за рівнем внесених добрив на одиницю площі – у останньому рядку таблиці.

Таблиця 5
Макет таблиці комбінаційного групування за трьома ознаками

Групи підпри-ємств за площею с.-г. угідь, га	Підгрупи підприємств за якістю ґрунту, балів	Підгрупи підприємств за кількістю внесених мінеральних добрив на 1 га, ц діючої речовини			
		C_1 – до 2,0	C_2 – 2,0-2,5	C_3 – понад 2,5	Усього
A_1 – до 4600	B_1 – до 60 B_2 – 60-70 B_3 – понад 70				
	Усього				
A_2 – 4600-5000	B_1 – до 60 B_2 – 60-70 B_3 – понад 70				
	Усього				
A_3 – понад-5000	B_1 – до 60 B_2 – 60-70 B_3 – понад 70				
	Усього				
Усього	B_1 – до 60 B_2 – 60-70 B_3 – понад 70				
	Всього				

У кінці таблиці праворуч внизу дається загальний підсумок по всій сукупності сільськогосподарських підприємств (Σ).

синтетичні

За групувальні ознаки можна брати (аналітичні/синтетичні) результативні показники господарської діяльності (наприклад, собівартість 1 ц продукції, рівень рентабельності і т. ін.) і ознаки, які є факторами виробництва. У першому випадку групування називають **результативним,** у другому – **факторним**.

в середньому

Групування за результативними ознаками дозволяють досить надійно виділити виробничі типи і дати ___________ характеристику їх особливостям. Але вони не дають можливості виділити всю різноманітність форм і показати ступінь впливу того чи іншого фактора на результат виробництва. Групування за

різноманітність

факторами дає змогу показати ______________ виникаючих форм і ступінь впливу того чи

результативні

іншого фактора на ______________ показники.

За допомогою факторних групувань

причинно-наслідкові

встановлюються і вивчаються (функціональні/ причинно-наслідкові/) зв'язки між ознаками однорідних явищ, виявляються фактори розвитку сукупності. Зокрема, це стосується аналітичних групувань, хоча аналітичні функції (як вже було сказано раніше) притаманні типологічним і структурним групуванням.

Факторні групування основані на вивченні того, як у масових явищах зі зміною одного або кількох факторних ознак змінюється результативна ознака.

При вивченні соціально-економічних зв'язків за допомогою факторних групувань

правил

треба дотримуватись певних _______. На думку І. П. Суслова, їх можна звести до таких.

1. Факторні ознаки служать основою групувань; з метою зручності і можливості зіставлення їх зображують, як правило, у вигляді

інтервалів

рівних закритих (груп/інтервалів); число інтервалів беруть від 3 до 6-8, встановлюють його шляхом проб різних варіантів (методичні підходи щодо встановлення числа груп розглянуто в наступному параграфі).

2. Результативну ознаку дають у вигляді інтенсивних статистичних показників. Для більшої визначеності і наочності ці ознаки часто підлягають деяким перетворенням.

3. Оскільки найважливішою підставою вивчення зв'язків за допомогою факторних групувань є положення про можливість погашення впливу інших причин, то правильні

групп і підгруп	висновки можуть бути зроблені лише на підставі _______ і __________ досить великого обсягу.
висновки	Далі автор відмічає, що факторні групування дають можливість робити _________ про наявність зв’язку, про його форму (прямий, обернений) і наближено характеризувати тісноту зв'язку.
істотності	Результати аналітичних групувань треба по можливості оцінювати з погляду їх (істотності/чинності). Це завдання вирішується за допомогою розрахунків тих чи інших математичних критеріїв. Питання про їх застосування розглянуто далі.
ознакам	В аналітичній роботі часто виникає питання – яким (даним/ознакам) віддавати перевагу при групуванні: факторним чи результативним?
результативні різниці	Факторні ознаки мають важливіше аналітичне значення, даючи можливість кількісно оцінити вплив окремих факторів на досліджувані явища. (Результативні/складні) ознаки, оскільки в основу групувань покладено результат впливу багатьох факторів, дозволяють у певних випадках «бачити» загальні типові __________ незалежно від форм, в яких вони виступають. Такі групування досить ефективні в аналізі соціально-економічних явищ, коли ставиться на меті принципова розвідувальна оцінка зв’язку різних факторів, які наводяться у присудку таблиці, з групувальною результативною ознакою.
економіки	На жаль, цей вид статистичних групувань ще не знайшов широкого використання у аналітичній роботі науковців і практичних працівників у галузі _____________.
поєднання комбінаційні	При статистичному групуванні велике пізнавальне значення має __________ факторних і результативних ознак. У такому разі будуються (зважені/комбінаційні) групування за формою факторно-результативних або результативно-

факторних. Тобто, одна з групувальних ознак є факторною, друга – результативною. Вибір схеми «факторно-результативна» чи «результативно-факторна» залежить від мети дослідження, знання природи економічних явищ і досконалого володіння методикою статистичних групувань.

§ 3.3. Методологія статистичних групувань

Науковому статистичному групуванню передує теоретико-економічний аналіз досліджуваного явища. і разом з тим використання сучасних статистичних методів дозволяє кількісно оцінити ступінь однорідності виділених груп, здійснити відбір істотних групувальних ознак, удосконалювати методику визначення величини інтервалів групувань.

Групування статистичної сукупності починають з вибору групувальних ознак. Але процедурі відбору ознак передує досить важливий етап дослідницької роботи, пов'язаний із з'ясуванням тенденцій розвитку явища, специфіки розвитку досліджуваних об'єктів та ін.

утворення

Від вибору групувальної ознаки залежить розв'язання питання про (визначення/утворення) груп. Групування за атрибутивною ознакою обмежується кількістю значень ознаки. Наприклад, поголів'я спортивних коней можна поділити лише на таку кількість груп за породним складом, скільки фактично є таких порід.

кількість

Після відбору групувальної ознаки постає питання про (кількість/типовість) груп, на які буде розподілена досліджувана сукупність, і про межі груп. Розв'язання даного питання залежить від конкретних умов і завдань.

величину
границі

На цьому етапі встановлюють _______ і _________ кожного інтервалу. Оскільки характер реально існуючих сукупностей та їх розподіл досить різноманітні, то існують різні методичні принципом

підходи

інтервали

кількості

обсягу

підходи у вирішенні питання про кількість груп. Загальним (принципом/предметом), з якого треба виходити, є характер матеріалу та чисельність досліджуваної сукупності. Характерні особливості розподілу не виявляються, якщо при невеликій сукупності одиниць спостереження взяти велике або дуже мале число груп. До цього питання існують різні (дані/підходи). Розглянемо їх.

Групувальна ознака може змінюватися дискретно (тобто перервно) і безперервно. Якщо мінливість ознаки має дискретний характер, число груп варіаційного ряду, як правило, визначається числом цих дискретних значень (якщо їх небагато). Наприклад, групування підприємств за наявністю виробничих бригад – 1, 2, 3 і т. д.

При мінливості ознаки безперервного характеру звертають увагу на ранжирований ряд. Якщо зростання рівнів групувальної ознаки відбувається з плавними переходами, перевага віддається **рівним інтервалам**. У разі стрибкоподібних змін групувальної ознаки будують групи з **нерівними інтервалами**. Границі у таких випадках встановлюють, як правило, в точках різких переходів.

Таким чином, у процесі групування за кількісною ознакою для обмеження окремих груп утворюють рівні або нерівні ____________.

Питання визначення (кількості/типу) груп в умовах порівняно поступових змін групувальної ознаки (у ранжированому ряду) може вирішуватися з різних методичних підходів.

Орієнтовно число інтервалів (груп) можна визначити шляхом добування квадратного кореня з ______ досліджуваної сукупності. При цьому число інтервалів не повинно бути меншим 5 і більшим 20. Так. при чисельності вибірки 50 одиниць спостереження число інтервалів дорівнює 7 ($\sqrt{50}$).

Якщо сукупність невелика за обсягом, інтервальний ряд будують таким чином, щоб у крайні групи (першу і третю) потрапило по 25 % одиниць сукупності, а в середню – 50 %. У цьому випадку групування складається з трьох

нерівних

__________ інтервалів. Наприклад, сукупність з 28 підприємств матиме розподіл: I група – 7 одиниць, II – 14, III група – 7 одиниць.

Визначення числа груп, запропоноване Стерджессом, полягає у розрахунку формули: $\eta_{інт} = 1 + 3{,}322 \lg n$, де $\eta_{інт}$ – число груп (інтервалів); n – чисельність сукупності. Застосовуючи цю формулу, будемо мати сукупності розміром 10-100 одиниць 4-7 груп: 100-1000 одиниць – 7-10; 1000-10000 – 12-14 груп. Як бачимо, відносне зростання числа груп із збільшенням сукупності відбувається досить інтенсивно в інтервалі 10–100 одиниць і уповільнюється в інтервалі 100-1000 одиниць. Майже зовсім відсутнє таке зростання у інтервалі 1000-10000 одиниць сукупності.

Потрібно відмітити, що підхід досить формальний і небезпечний, який звільнює від можливості економічного мислення. Адже підводити умовно кожний своєрідний емпіричний розподіл під єдиний тип без врахування особливостей конкретних сукупностей не можна.

Слід визнати найвдалішими рекомендації В. П. Левинського, який пропонує своєрідні нормативи числа інтервалів, зумовлені обсягами досліджуваної сукупності (табл. 6).

Таблиця 6

Рекомендоване число груп для різної кількості спостережень

Кількість одиниць спостережень	Рекомендоване число інтервалів (груп)
до 40	3-5
40-60	6-8
60-100	8-10
100-200	10-12
200-500	12-17

середня

Якщо число одиниць спостереження налічується до 40, число інтервалів становитиме 3 або 5. Розподіл сукупності на 4 групи небажаний, адже в такому випадку втрачається (середня/спільна) група (інтервал).

характеру

Перевага рекомендації В.П. Левинського у порівнянні з рекомендацією Стерджесса у тому, що вона не так жорстко пов'язує число груп з чисельністю одиниць спостереження. А в такому разі дослідникові надається можливість певного вибору числа груп залежно від (змісту/характеру) сукупності. В економічних дослідженнях найбільш поширений обсяг сукупності 100-500 одиниць. За формулою Стерджесса число груп дорівнюватиме 7-10, за рекомендацією В. П. Левинського – від 10 до 17 груп.

коливання

невдало

по краях

оптимальна

Слід пам'ятати, що кількість обраних інтервалів (груп) залежить від _____________ групувальної ознаки: чим воно більше, тим більше треба утворювати груп. Треба також намагатися, щоб виділені групи були достатньо заповнені одиницями спостереження. Наявність незаповнених інтервалів або потрапляння в них лише окремих одиниць сукупності – результат того, що ________ обрано інтервали, кількість їх взята, ймовірно, зайва. Наявність малонаповнених інтервалів (груп) має право на існування лише _________ групування, де концентруються характеристики як передових, так і відстаючих показників за розміром відносно середнього рівня. Особливо це стосується структурних групувань. Кількість груп тут не повинна бути досить великою чи досить малою. У першому випадку є ризик загубитися у дрібницях, у другому – не виявити досить важливі властивості досліджуваної сукупності. (Вірна/оптимальна) кількість інтервалів дозволяє викрити всі істотні особливості досліджуваної сукупності.

Отже, якщо вирішено питання про визначення числа груп, на яке буде поділена сукупність, вихідні варіанти розташовують у ранжирований ряд за групувальною ознакою. В умовах відсутності ускладнюючих обставин, тобто наявності порівно поступових змін факторної ознаки, найпростішим способом визначення величини інтервалу при побудові рівновеликих інтервалів буде відношення:

$\frac{x_{\max}-x_{\min}}{n}$,

$$i = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,$$

де i – величина інтервалу; $x_{\max}$ і $x_{\min}$ – відповідно максимальна і мінімальна варіанти; n – задане число груп (інтервалів).

віддалена

У випадках, коли невелика частина сукупності значно (віддалена/коливається) за розміром групувальної ознаки від сукупності основного масиву, за $x_{\max}$ приймається максимальна варіанта основного масиву.

Існують рекомендації щодо встановлення величини інтервалу групувань з деякими поправками до попередньої формули. У цьому

$\frac{x_{\max}-x_{\min}+1}{n}$

випадку формула набуває вигляду: $i = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$.

У випадках, коли максимальне і мінімальне значення у ранжированому ряду групувальних ознак значно відрізняється від решти показників, за $x_{\max}$ приймається суміжне наступне значення ознаки $x_{\max+1}$, а за $x_{\min}$ суміжне попереднє її значення $x_{\min-1}$.

У ряді випадків вихідна величина інтервалу групувань задається дослідником, а число груп у

$\frac{x_{\max}-x_{\min}}{i}$

такому разі є похідним, тобто: $\_\_\_\_\_\_\_\_ = n$

Якщо розрахована величина рівного інтервалу становить дробове число, його заокруглюють до цілого, цим самим розширюючи границі, якими охоплює інтервал розмаху коливності значень групувальної ознаки.

Маючи встановлене число інтервалів і

границі

величину інтервалу, визначають (границі/типи) інтервалів (груп). Так, нижня границя першого інтервалу (x_1) встановлюється за мінімальною варіантою (x_{min}). Верхня границя цього інтервалу (x_2) дорівнюватиме (x_{min+i}). Нижня границя другого інтервалу відповідає (умовно) верхній границі першого інтервалу (x_2), а верхня границя другого інтервалу (x_3) дорівнюватиме ($x_2 + i$) і т. д. При встановленні границь інтервалів (груп) необхідно пам'ятати, що верхня границя завжди

менша ______ від нижньої границі наступного інтервалу

ціну поділки на __________, тобто одиницю виміру.

Приклад. Дані про затрати праці на одиницю продукції 57 підприємств згрупувати, утворивши групи з рівними інтервалами.

На першому етапі визначають кількість інтервалів. Згідно з вищезазначеним, для сукупності одиниць спостереження 40-60 рекомендована кількість інтервалів дорівнює 6-8. Вибираємо число інтервалів 7, тобто поділимо сукупність на 7 груп за рівнем затрат праці на виробництво одиниці продукції.

Вихідні дані: 29,3; 31,0; 21,5; 21,4; 28,3; 35,7; 37,6; 19,8; 23,8; 21,6; 32,8; 27,6; 42,7;27,2; 32,3; 30,1; 30,2; 25,8; 24,6; 25,4; 29,8; 28,4; 21,7; 27,5; 23,8;37,4; 26,7; 16,5; 29,0; 21,1; 36,2; 29,6; 21,1; 26,3; 21,5; 27,5;29.5; 24,3; 21,3; 30,4; 30,4; 39,5; 25,8; 26,6; 24,4; 32,3; 26,6; 25,9; 32,8; 29,3; 32,3; 25,3; 32,6; 21,5; 23,3; 27,1; 29,6.

ранжирований

Розмістивши варіанти в ______________ ряд, маємо: 16,5; 19,3; 19,8; ... 37,6; 39,5; 42,7.

$\frac{42{,}7 - 16{,}5}{7} \approx 4$

Крок інтервалу дорівнюватиме:

$$i = \frac{x_{max} - x_{min}}{n_{iipm}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_$$

Заокругливши до цілих варіанти, розрахуємо нижні і верхні границі інтервалів: 1 – 16+4 – 20 (тобто 16–20); II – 20+4 (тобто 20–24) тощо.

Будуємо макет таблиці групованого розподілу частот результатів спостереження (табл. 7).

Наведений у таблиці ряд пар чисел складає емпіричний розподіл частот n_i- за значеннями x_i.

Сума частот дорівнює обсягу вибіркової сукупності: ($\sum n_i = n = 57$).

Таблиця 7
Групування підприємств за рівнем трудомісткості одиниці продукції

Групи підприємств за рівнем затрат праці на одиницю продукції, люд.-г	Кількість підприємств
I - до 20	3
II -20-24	11
III - 24-28	17
IV -28-32	14
V -32-36	7
VI - 36-40	4
VII –понад 40	1
Всього	57

емпіричний

Як уже було зазначено раніше, застосування методу статистичних групувань у дослідженні соціально-економічних явищ (так само як і інших видів явищ) повинно ґрунтуватися на знанні теоретичних положень і їх вимог. Чисто (емпіричний/теоретичний) підхід до узагальнення матеріалів спостереження може призвести до того, що дані, зібрані за науковими принципами і ретельно перевірені, можуть виявитися непридатними для поглибленого вивчення того чи іншого явища.

всебічної

Теорія групувань вимагає одержання ________ характеристики досліджуваного явища або його типів. Виділити і охарактеризувати типи можна лише за умов попереднього теоретичного висвітлення факторів, при поєднанні статистичних методів узагальнення з теоретичними положеннями наук, що вивчають дане явище.

основного процесу
визначає

Одним з основних положень теорії групувань вважається виділення із всієї різноманітності зв’язків _______________, який _________ всі інші зміни явища і веде до якісних перетворень.

На наступному етапі теоретичного обґрунтування з’ясовують, які нові якісні зміни дані відбуватимуться в ході розвитку даного процесу, тобто, які нові типи даного явища знаходять свій прояв і які виявляють їх найбільш істотні риси.

Викладене вище дає підстави стверджувати, що практичному застосуванню методу статистичних групувань передує ретельний
теоретичний аналіз __________________ факторів, виявлення
головного напряму розвитку досліджуваного явища і виділення із складної сукупності окремих груп одиниць, які належать до різних типів.

Але тут слід відзначити, що попереднє теоретичне вивчення даних при групуваннях не є догмою і не означає, що метод групувань відіграє певну технічну, тобто пасивну, роль в аналізі. Це зовсім не так. Використання статистичних групувань дає змогу одержати кількісну характеристику стану досліджуваних явищ, виявити якісні перетворення, перевірити наукові гіпотези відносно напряму розвитку явища і цим самим збагатити теорію питання, поставленого на дослідження.

Якщо вивчено зміст основного процесу і встановлено типи явищ, приступають до
основних форм з'ясування ____________, в яких здійснюється
розвиток типів явищ. Відповідно до форм розвитку явищ відбирають найбільш істотні ознаки, які дозволяють виділити групи із якісно однорідних одиниць спостереження. Врахування форм розвитку явища має велике значення при застосуванні статистичних групувань. Нехтування цим методичним положенням може призвести
суб'єктивних до ____________ висновків за результатами
групувань, адже в такому разі є ймовірність
викривлення змішування явищ і ______________ дійсних
кількісних характеристик. Наприклад, якщо згрупувати сільськогосподарські підприємства області за чисельністю поголів'я великої рогатої худоби, можна дійти висновків, що зі зменшенням поголів'я з розрахунку на одне підприємство підвищується ефективність виробництва, що слід вважати необ'єктивним.

Такий суб’єктивний висновок пояснюється тим,

форми розвитку

що при групуванні не враховано ______________ типів підприємств, оскільки в групу нечисленних за кількістю худоби підприємств потрапили такі, що мають високорозвинений рівень виробництва взагалі або спеціалізуються на виробництві окремих видів рослинницької продукції, маючи для цього відповідні оптимальні умови виробництва. Відповідно до форм розвитку типів при такому групуванні повинні враховуватися ознаки, які характеризують безпосередньо і розмір галузі і характер виробництва (його інтенсивність, концентрацію, спеціалізацію і т. ін.).

Таким чином, метод статистичних групувань дає об'єктивні результати в аналізі лише за умов, коли за виділеними групами буде

істотних

розраховано комплекс найбільш ________ статистичних показників, що характеризують основні сторони і взаємозв’язки досліджуваних явищ. Відбір показників здійснюють з

теоретичних положень

урахуванням ____________________ окремих наук, які розкривають якісні особливості суті досліджуваних процесів, а також з урахуванням вимог статистичної науки, яка вимагає наявності достатньо великої чисельності одиниць спостереження у групах і застосування найбільш істотної форми показників. Важливим моментом у практичному використанні результатів групувань слід вважати процесс перевірки їх на

вірогідність

___________. Це питання потребує детального розгляду окремо.

На початковому етапі здійснення статистичних групувань перевіряють «сумнівні» варіанти на належність їх до ряду розподілу. Із цією

τ-критерій

метою використовують (τ-критерій / χ-критерій). Так, перш ніж розрахувати величину рівновеликого інтервалу, попередньо оцінюються

крайні варіанти

_____________ ранжированого ряду розподілу на належність їх до останнього. Критерієм стандартизоване

належності сумнівних варіант до досліджуваної сукупності виступає (просте/стандартизоване) відхилення значень сумнівних варіант (це, як правило, мінімальна і максимальна й близькі до них варіанти) від середньої. Розмір стандартизованого відхилення не повинен перевищувати число 3, тобто:

$\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x} \le 3,$

$$\tau = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,$$

де τ – критерій належності; x_i – максимальне і мінімальне значення групувальної ознаки; σ_x – середнє квадратичне відхилення.

Розглянемо розрахунок названого критерію на прикладі вибіркової сукупності показників затрат праці на виробництво одиниці продукції, наведеної вище, визначимо належність максимальної (42,7) і мінімальної (16,5) варіанти до цієї сукупності (табл. 8).

Таблиця 8

Розрахунок τ-критерію по вибірковій сукупності показників трудомісткості продукції

Інтервал	Варіанти (центр) x_i	Частота	Розрахункові дані			
			$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
До 20	18 (умовно)	3	54	-10	100	300
20-24	22	11	242	-6	36	396
24-28	26	17	442	-2	4	68
28-32	30	14	420	2	4	56
32-36	34	7	238	6	36	252
36-40	38	4	152	10	100	400
Понад 40	42 (умовно)	1	42	14	196	196
Всього	-	57	1590	-	-	1668

За даними робочої табл. 8, обчислюємо $\bar{x}$ і σ_x.

$\frac{1590}{57} = 28;$

5,39.

$\frac{42{,}7 - 28}{5{,}39} = 2{,}73;$

$\frac{16{,}5 - 28}{5{,}39} = -2{,}13.$

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \_\_\_\_\_\_\_;$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (x_1 - x)^2 n_1}{\sum n_1}} = \_\_\_\_\_\_\_.$$

$$\tau_{\max} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_;$$

$$\tau_{\min} = \_\_\_\_\_\_\_\_.$$

По одержаних результатах розрахунків τ -критерію робимо висновок, що максимальна і мінімальна ознаки у досліджуваній сукупності є

типовими _________ для неї, адже їх розміри не перевищують числа 3 (–2,13; 2,73<3).

(Оскільки обчислення спеціальних параметрів $\bar{x}$ і σ_x буде предметом розгляду спеціальних тем, розрахунок даних статистичних характеристик тут не коментується).

Питання для самоконтролю

1. В чому полягають суть та завдання статистичного зведення?
2. Дайте визначення поняттю «статистичне групування».
3. До якого етапу статистичного дослідження відносять статистичне зведення і групування
4. Які завдання вирішують за допомогою методу групування?
5. Як класифікують статистичні групування?
6. Мета та особливості типологічних групувань.
7. Мета та особливості структурних групувань.
8. Мета та особливості аналітичних групувань.
9. Мета та особливості комбінаційних групувань.
10. Факторні та результативні групування.
11. Поясніть принципи формування інтервалів груп.
12. Як визначити величину інтервалу при групуванні з рівними інтервалами?
13. Які особливості групування малих сукупностей?
14. Що розуміють під вторинним групуванням?

Завдання для практичних занять

Завдання 3.1. Побудова групових таблиць для групування малої сукупності

Зміст завдання: за даними статистичного спостереження (додаток А) побудувати групову таблицю вихідних та розрахункових даних та скласти зведену групову таблицю.

Порядок виконання

Для виконання завдання (групування малої сукупності) з всієї сукупності одиниць (підприємств), наведених у додатку А, обираються 30.

Таблиця 9

Вихідні та розрахункові дані для побудови групової та комбінаційної таблиць

№	Чисельність працівників, осіб	Фонд оплати праці, тис. грн.	Виробництво валової продукції, тис. грн.	Середньорічна вартість основних виробничих засобів, тис. грн.	Фондоозброєність, тис. грн.	Середня оплата праці, тис. грн.	Виробництво продукції на одного працівника, тис. грн.
А	1	2	3	4	5=4/1	6=2/1	7=3/1
1 2 3 …							

Дані по кожному підприємству заносяться на картки (фішки) попередньо розробленого макету (рис. 2).

№ підприємства ________	
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Рис. 2. Формуляр статистичного спостереження (фішка)

Будується ранжирований ряд, в якому значення ознаки знаходяться у порядку зростання за групувальною ознакою – продуктивністю праці. При використанні фішок даний етап зводиться до їх упорядкування від найменшого значення до найбільшого за 7 показником.

При побудові інтервального ряду для малої сукупності ряд будують таким чином, щоб у крайні інтервали (перший і третій) потрапило по 25 % одиниць сукупності, а в середній – 50 %. При цьому отримують ряд розподілу з нерівними інтервалами.

Складається групова таблиця 10, у якій зазначаються основні результативні показники. В останній графі таблиці для кількісних показників (з 1 по 5 показник) наводиться їх сума, а для якісних (з 6 по 8 показник) – середнє значення.

Таблиця 10

Аналітичне групування за продуктивністю праці

Показники	Групи підприємств за рівнем виробництва продукції на одного працівника, тис. грн.			Всього, в середньому
	I - до …	II - …	III - понад …	
1. Кількість підприємств				
2. Чисельність працівників, осіб				
3. Фонд оплати праці, тис. грн.				
4. Виробництво валової продукції, тис. грн.				
5. Середньорічна вартість основних виробничих засобів, тис. грн.				
6. Продуктивність праці (виробництво валової продукції на одного працівника), тис. грн.				
7. Фондоозброєність (вартість основних виробничих засобів на одного працівника), тис. грн.				
8. Середня оплата праці працівників, тис. грн.				

Сформулюйте висновки щодо зв’язку між фондоозброєністю та продуктивністю праці, продуктивністю та оплатою праці тощо.

Завдання 3.2. Побудова групових таблиць

Зміст завдання: за даними статистичного спостереження (додаток А) побудувати групову таблицю. Сформулювати висновки щодо впливу факторної ознаки на результативні.

Порядок виконання

Для виконання завдання з сукупності одиниць, наведених у додатку А, обираються 50 підприємств. Дані статистичного спостереження заносяться на картки (фішки) відповідного макету (рис. 2).

Будується ранжирований ряд. Сукупність розподіляється на групи (інтервали). Орієнтовно число інтервалів можна визначити шляхом здобування кореня квадратного з обсягу сукупності.

Величина інтервалу становитиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

де і – величина інтервалу (інтервальна різниця, крок);

$x_{\max}, x_{\min}$ - максимальне та мінімальне значення ознаки;

n – кількість інтервалів.

Величину інтервалу, як правило, заокруглюють до цілого числа.

Послідовність побудови інтервалів: нижня границя першого інтервалу (x_1) встановлюється за мінімальною варіантою ($x_{\min}$), верхня його границя (x_2) дорівнюватиме ($x_{\min} + i$). Нижня границя другого інтервалу умовно відповідає верхній границі першого інтервалу (x_2), а його верхня границя (x_3) дорівнюватиме (x_2+i) і т.д.

Таблиця 11

Аналітичне групування за продуктивністю праці

Показники	Групи підприємств за рівнем виробництва продукції на одного працівника, тис. грн.					Всього, в середньому
1. Кількість підприємств						
… (з таблиці 10)						

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 3.3. Побудова комбінаційних таблиць

Зміст завдання: за даними статистичного спостереження (додаток А) побудувати комбінаційну таблицю. Сформулювати висновки щодо впливу факторних ознак на результативні.

Порядок виконання

Комбінаційною називається таблиця, підмет якої складається з груп за двома і більше ознаками. Комбінаційне групування дозволяє визначити вплив кожного фактора окремо і вплив всіх факторів одночасно.

Для виконання завдання використати 50 фішок, розроблених для завдання 3.2.

Спочатку будується ранжирований ряд за першою ознакою (рівнем фондоозброєності), за якою сукупність розподіляється на 2 групи за середнім значенням. Після розподілу підприємств за однією факторною ознакою, визначені групи аналогічно розподіляють на підгрупи за другою ознакою – рівнем виробництва продукції на одного працівника.

Таблиця 12

Комбінаційна таблиця
(групування за двома ознаками)

<table>
<tr><td rowspan="4">Показники</td><td colspan="4">Групи підприємств за рівнем фондоозброєності, тис. грн.</td></tr>
<tr><td colspan="2">A_1 – до</td><td colspan="2">A_2 – понад</td></tr>
<tr><td colspan="4">Підгрупи за рівнем виробництва продукції на одного працівника, тис. грн.</td></tr>
<tr><td>B_1–</td><td>B_2 –</td><td>B_1–</td><td>B_2 –</td></tr>
<tr><td>З таблиці 10</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

Сформулювати висновки.

МОДУЛЬ 2

ТЕМА 4. УЗАГАЛЬНЮЮ-ЧІ СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ

§ 4.1. Абсолютні показники, їх значення

У системі узагальнюючих статистичних показників мають широке застосування абсолютні показники, адже за їх допомогою можна одержати характеристики різних сторін соціально–економічних явищ: чисельність працівників певної галузі, кількість підприємств, фонд заробітної плати тощо.

Абсолютними показниками в статистиці називають показники, які виражають розмір (обсяг, рівень) кількісних ознак досліджуваних явищ. Це не абстрактні, а іменовані числа, які виражають розміри суспільних явищ у певних одиницях виміру.

Статистика розглядає індивідуальні і загальні (сумарні) абсолютні показники. **Індивідуальні** абсолютні показники відобража-

окремих одиниць

ють розміри кількісних ______________ досліджуваної сукупності, їх одержують у процесі статистичного спостереження (наприклад, посівна площа сільгосппідприємства, обсяг виробництва валової продукції конкретним приватним підприємством тощо).

Загальні абсолютні показники характеризують розмір кількісної ознаки деякої (певної)

сукупності одиниць

______________ (наприклад, посівні площі державних аграрних підприємств району, поголів’я великої рогатої худоби у приватному секторі району і т. ін.). Сумарні абсолютні показники одержують, як правило, шляхом

індивідуальних

додавання ________________ абсолютних показників; інколи їх обчислюють шляхом множення. В окремих випадках абсолютні показники одержують шляхом відповідних

розрахунків

____________. Так, у проміжках між переписом населення чисельність його на певну дату визначають шляхом розрахунків.

пізнавальне

Загальні абсолютні величини мають велике (практичне/пізнавальне) значення і знаходять широке використання в управлінні народним господарством країни. Зокрема, це абсолютні показники про чисельність трудових ресурсів, виробничі потужності, розміри посівних площ тощо.

іменовані

Як було зазначено вище, абсолютні показники – це завжди ________ числа. У ролі їх вимірників у статистиці застосовуються різноманітні одиниці виміру: натуральні, умовно – натуральні, вартісні і трудові.

натуральними

Одиниці виміру, які застосовуються для визначення кількості окремих видів матеріальних благ у їх натуральному виразі, тобто як певних споживних вартостей, називають (**натуральними/вартісними).** Останні широко застосовуються при визначенні розмірів виробництва і споживання різних видів продуктів. Отже, натуральні показники відображують розміри тих чи інших явищ у фізичних мірах, тобто мірах маси (тоннах, центнерах, кілограмах), довжини і площі (метрах, гектарах), об’єму (кубометрах).

умовно-натуральні

Для вимірювання об’ємів однорідних, але неоднакових явищ використовують (**умовно-натуральні/прогнозні)** одиниці виміру (наприклад, умовне поголів’я тварин, умовні еталонні трактори, умовні гектари тощо).

фізичну

За одиницю виміру для умовно-натуральних показників беруть, як правило, будь-яку ________ одиницю, наділену в певних розмірах властивістю, характерною для даного (конкретного) явища. Так, при розрахунках потреби у кормах застосовують коефіцієнти перерахунку худоби в умовні голови: для корів і для бугаїв-плідників – 1; молодняка великої рогатої худоби – 0,6; свиней – 0,3; овець і кіз – 0,1; коней – 1,0; птиці – 0,02.

Умовно-натуральні одиниці виміру дають змогу привести певні різновидності явищ до порівнянного виду і тим визначити їх загальний обсяг у натуральному виразі.

комбіновані

Для відображення розмірів деяких окремих складних явищ застосовують (**комбіновані/сумісні)** одиниці виміру. Так, для визначення обсягів транспортних робіт автомобільного парку виконану роботу вимірюють у тонно-кілометрах (1 т-км дорівнює перевезенню 1 т вантажу на відстань 1 км).

масовості

При визначенні затрат робочого часу на виробництві певного виду продукції застосовують комбіновану одиницю виміру (людино-годину). Для забезпечення ________ даних дослідження шляхом підсумовування кількості підприємств за кілька років одержують одиниці спостереження в комбінованих одиницях виміру – підприємство-роки.

вимірники

Поряд із зазначеними вище видами одиниць виміру в статистиці досить широко використовують трудові і вартісні __________.

трудових

До ___________ вимірників належать комбіновані одиниці виміру: людино-година, людино-день, людино-рік. Абсолютні показники в зазначених одиницях виміру застосовують при визначенні обсягів трудових ресурсів, розрахунку показників продуктивності праці, затрат праці на різну продукцію чи послуги тощо.

вартісний

За _________ вимірник приймають грошові одиниці виміру – гривні, долари, євро та ін. У грошовому виразі визначають вартість виробленої і реалізованої продукції (за всіма її вилами) в підприємстві, вартість активів, розміри доходів тощо. Абсолютні показники у вартісному вимірі дозволяють визначити загальні розміри багатьох народногосподарських економічних показників (наприклад, національний доход, обсяг виробленої і реалізованої продукції в країні і т. ін.).

укрупнених

Слід зазначити, що абсолютні показники інколи наводяться в (укрупнених/узагальнених) вимірниках. Так, дані про обсяг продукції можуть бути наведені у тисячах, мільйонах або мільярдах гривень. Пояснюється це тим, що укрупнені вимірники дають точніше уявлення про розміри досліджуваних явищ.

§ 4.2. Відносні показники, їх види і форми

відносних

зіставлення

Досліджуючи економічні явища чи процеси, статистика не обмежується розрахунком тільки абсолютних показників, яку б велику роль вони не відігравали в аналізі. Адже жодне явище не може бути зрозумілим, якщо його розглядати поза зв'язком з іншими явищами. Із цією метою абсолютним показникам дають порівняльну оцінку за допомогою (**вартісних/відносних) показників**. Тобто останні є результатом _______________ абсолютних показників. Значення відносних показників для аналізу досить велике, адже за їх допомогою порівнюють характеристики окремих одиниць груп і сукупностей у цілому, вивчають структуру явищ та закономірності їх розвитку, аналізують виконання плану, вимірюють темпи розвитку та інтенсивність поширення суспільних явищ.

дріб

порівняння

За формою відносний показник являє собою (дріб/відношення), чисельником якого є величина, котру порівнюють (в окремих випадках її називають поточною, або звітною), а знаменником – величина, з якою здійснюють порівняння. Знаменник відносної величини вважається **базою (порівняння/поділу)**. Так, питому вагу висококваліфікованих працівників підприємства розраховують діленням кількості осіб з високим рівнем кваліфікації на загальну чисельність працюючих. Базою порівняння у наведеному прикладі є загальна чисельність працюючих.

Якщо базову величину показника приймають за одиницю, формою її зображення буде

коефіцієнт

_________ (кратне відношення), якщо за 100 – формою зображення відносних показників

проценти

будуть _________.

Коефіцієнт як форма виразу відносної

разів

величини показує, у скільки ____ порівнювальна величина більша базової (чи яку частину від неї становить, якщо величина коефіцієнта менша за одиницю).

У статистичній практиці коефіцієнти, як правило, використовують для вираження

відносних

(відносних/базових) величин у випадках, коли порівнювальна величина перевищує базову більш як у 2–3 рази. Якщо таке співвідношення має менші розміри – застосовують процентні числа. У випадках, коли базову величину приймають за 1000, відносні показники виражають у проміле (%$_0$). Наприклад, якщо питома вага осіб сільського населення району з вищою освітою становить 16 ‰, це означає, що на кожну 1000 сільського населення у середньому припадає 16 чоловік з вищою освітою.

В окремих випадках відносні показники

розраховують

(мають/розраховують) на 10000 (продециміле), 100000, 1000000 одиниць (наприклад, у статистиці охорони здоров'я розраховують кількість ліжко-місць на 10000 населення).

Відносні величини, виражені на 1000, 10000, 100000 і т. д. одиниць, вживають з метою надання їм більш придатного для сприйняття вигляду, оскільки, підібравши вдало базу порівняння, можна запобігти дробовим числам.

Форму виразу відносного показника вибирають у кожному конкретному випадку залежно від характеру одиниць спостереження і результатів, які одержують при зіставленні однієї величини з іншою.

ознаками

Залежно від пізнавального значення відносні показники, які використовує статистика, класифікують за такими (видами/ознаками):

1) відношення між однойменними показниками;

2) відношення між різнойменними показниками.

розмірності

процентах

Перша група являє собою відносні величини, які не мають ___________, їх виражають, як правило, у __________ або у коефіцієнтах. Показники цієї групи досить різноманітні, за призначенням їх поділяють на такі види: 1) відносні величини структури; 2) відносні величини виконання плану; 3) відносні величини виконання планового завдання; 4) відносні величини динаміки; 5) відносні величини порівняння.

Друга група відносних показників включає: 1) відносні величини інтенсивності; 2) відносні величини координації.

питому вагу

частках одиниці

Відносні показники структури характеризують склад того чи іншого суспільного явища, тобто показують, яку __________ займають окремі частини в усьому явищі. Розраховують їх відношенням частини до цілого. Виражаються вони в процентах або _______________. Наприклад, загальні витрати на виробництво продукції становлять 600 тис. грн., а витрати на оплату 240 тис. грн. Отже, питома вага витрат на оплату праці у загальній сумі витрат становить 240:600 = 0,400, або 40 %.

Відносні показники виконання плану – це відношення фактичного рівня показника до рівня, запланованого на той же період. Наприклад, якщо було заплановано одержати урожайність зернових культур 46,0 ц/га, а фактично одержано 49,8 ц з одиниці площі, то відносна величина виконання плану становить (49,8 : 46,0) × 100 = 108,3 %, тобто план виконано на 108,3 %, або перевиконання становить 8,3 %.

Відносні показники виконання планового завдання являють собою відношення величини показника, встановленого на

плановий період ______________, до його величини, яка

фактично досягнута _________ на цей період, або будь-якої іншої, прийнятої за базу порівняння. Тобто, це відношення планового рівня у наступному періоді до фактичного рівня звітного періоду, прийнятого за базу порівняння. Так, встановлюється завдання: підвищити продуктивність праці щодо попереднього періоду на 16,0 % або знизити собівартість на 10,5 %.

До речі, якщо підійти критично до цього питання, то відносні величини даного виду не є показниками статистики. А розглядають їх у статистиці щодо дійсного їх зв'язку із статистичними відносними величинами, зокрема з показниками виконання плану.

Відносні показники динаміки характери-

часі зують зміни суспільних явищ і процесів у _____. Розраховують їх відношенням рівня відповідного наступного періоду до рівня попереднього періоду, або будь-якого іншого, прийнятого за базу порівняння. Відповідно до обраної бази

ланцюгові порівняння можуть бути _________ і

базисні __________. **Ланцюгові відносні величини динаміки** визначають відношенням рівнів наступного і попереднього періодів**. Базисні відносні величини динаміки** розраховують відношенням рівня відповідного наступного періоду до певного рівня, прийнятого за базу порівняння.

порівняння **Відносні показники** __________ – це результат зіставлення одних і тих же

різних сукупностей характеристик двох ___________, груп чи одиниць. Порівнюють при цьому будь-які кількісні характеристики: обсяги сукупностей (або груп), середні або сумарні величини тієї чи іншої ознаки. Наприклад, порівнюючи кількість автомобілів станом на початок року по двох підприємствах, одержимо відносну величину порівняння, яка дорівнює $\frac{66}{88}=0{,}750$ (або 75,0 %), тобто в порівняльному підприємстві чисельність автомобілів на 25,0 % менша, ніж у базовому підприємстві.

Відносні показники координації характеризують співвідношення між ________ цілого. Одну з частин цілого приймають за базу порівняння і знаходять відношення до неї всіх інших частин. Наприклад, за результатами перепису населення встановлюють співвідношення народжень хлопчиків і дівчаток (у розрахунку на 100 народжених певної статі). Або інший приклад. За результатами спостереження встановлено, що в підприємствах району з розрахунку на 100 чоловіків працює 116 жінок. Окремі автори схильні вважати відносні величини координації відносними показниками структури, що не зовсім вірно. Адже вони дають уявлення про структуру явищ, а лише визначають, скільки одиниць певної частини цілого припадає на іншу її частину, прийняту за базу порівняння.

складовими частинами

Відношення між різнойменними (різноякісними) показниками називають **відносними показниками інтенсивності**, або статистичними коефіцієнтами. Вони відображують ____________ одного явища порівняно з іншими __________________ ________. До них належать показники щільності поголів'я тварин у розрахунку на 100 га сільськогосподарських угідь (ріллі, площі зернових). Відносні показники цієї групи виражають завжди ___________ числами. При цьому у їх назву входять найменування одиниць виміру обох порівнюваних ознак.

ступінь поширення

взаємопов'язаними явищами

іменованими

середніми

Слід відзначити, що відносні показники можуть бути _________ величинами (наприклад, середній темп зростання, середній темп приросту, середній процент виконання плану тощо), їх розраховують двома (способами/умовами):

способами

1) як середні з окремих відносних показників;

2) як відношення двох сумарних абсолютних показників, що включають абсолютні величини, покладені в основу розрахунку окремих відносних величин. Розглянемо приклад обчислення середнього темпу зростання робітників підприємства за вихідними даними таблиці 13.

Таблиця 13
Чисельність робітників підприємства, осіб

Показники	Разом	У тому числі		
		Цех № 1	Цех № 2	Цех № 3
Середньорічна чисельність:				
базисний рік	3600	1609	816	1175
поточний рік	3900	2108	929	863
Темп зростання, %	108,3	131,0	113,8	73,4

Як бачимо, за розрахунками співвідношень абсолютних показників відносний показник динаміки загальної чисельності робітників дорівнює 108,3 % (3900 : 3600)×100. Відносні показники динаміки чисельності за номерами цехів становлять відповідно: по цеху № 1 – 131,0 %, цеху № 2 – 113,8, цеху № 3 – 73,4 %. Відносний показник динаміки загальної чисельності робітників можна розрахувати і як середній з відносних показників динаміки за відповідними номерами цехів, а саме: (1,310×1609 + 1,138×816 + 0,734×1175) : 3600 = 3898,8:3600 = 1,083, або 108,3 %.

відносні
загальними

Наведені розрахунки дають підстави зробити висновок, що середні __________ показники є (типовими/загальними) відносними показниками, адже вони характеризують загальну зміну по всій сукупності, загальне відношення однієї сукупності до іншої. Звідси можна зробити висновок, що як абсолютні, так і відносні показники можуть бути середніми. І ті, й другі наділені рядом важливих загальних властивостей, у зв'язку з чим у статистиці з абсолютними і відносними показниками відокремлюються як особливий вид **середн**і **показники**. Останні розглянуті у **§** 4.3.

Таким чином, з наведеного випливає, що зіставлення статистичних показників
формах
здійснюється в різних __________ і напрямах. Відповідно до різних завдань і напрямів зіставлення статистичних показників застосовують
різні види
_____________ відносних величин. Розглянуті види відносних величин зводяться до
класифікації
(класифікації/видів), схематично представленої на рисунку 3.

Рис. 3 Класифікаційна схема відносних величин

Наведена класифікація наочно ілюструє можливості зіставлення статистичних даних, які належать до різних періодів, різних об'єктів і різних територій.

§ 4.3. Середні величини як характеристики ряду

центра розподілу

При зоровому сприйнятті показників рядів розподілу та їх графіків переконуємося, що розмір варіант має деякі загальні закономірності, які проявляються в тому, що їх величини групуються навколо __________. За даними статистичного ряду при віддаленні від центра розподілу вгору і донизу, а при графічному зображенні при віддаленні вправо і вліво частоти постійно спадають. Тенденція значень ознаки __________ навколо центра розподілу частот, статистичною характеристикою якого є середня арифметична $(\overline{x})$, називається **центральною тенденцією.**

групуватися

Таким чином, виникає необхідність розрахунку характеристик статистичних рядів розподілу.

середня

Найважливішою характеристикою варіаційного ряду розподілу є __________ **величина. Статистичні середні** відображують об'єктивну наявність певних умов, які проявляються в кожній одиниці досліджуваної сукупності; вони дають __________ кількісну характеристику статистичним сукупностям однотипних явищ по варіаційній ознаці. Середня узагальнює або являє собою весь діапазон даних і є результатом абстрагування відмінностей, що притаманні одиницям сукупності. В ній __________ випадкові відхилення, властиві індивідуальним значенням ознаки, яка вивчається, а також відображаються загальні умови, що формують досліджувану сукупність.

узагальнюючу

нівелюються

Середні величини можуть бути одержані в результаті __________ вимірювань однієї й

багаторазових

тієї ж ознаки (величини). Середні одержують і при вимірюванні багатьох однорідних величин.

Розрахунок середніх передбачає обов'язковість обліку умов виникнення кожної індивідуальної величини, інакше обчислення можуть

фіктивних — призвести до __________ середніх. Щоб середня величина відображала типове і загальне для всієї сукупності, остання повинна бути якісно однорідною.

Статистика розрізняє два типи середніх величин: **об'ємні** і **структурні.** Математична

об'ємні — статистика поділяє (сукупні/об'ємні) середні величини на види: **1) середня арифметична; 2) середня геометрична; 3) середня гармонійна; 4) середня квадратична (кубічна) і т.д.**

Названі вище види середніх величин можна одержати з формули **степеневої середньої.** Для незгрупованих даних формула степеневої

$\sqrt[k]{\frac{\Sigma x^k}{n}}$. — середньої має вигляд: $\bar{x} =$ ______ .

Якщо дані згруповані і мають відповідні частоти (n_i), середня степенева визначається за формулою середньої зваженої:

$\sqrt[k]{\frac{\Sigma x_i^k n_i}{\Sigma n_i}}$, —

$$\bar{x} = \_\_\_\_\_\_\_,$$

де $\bar{x}$ – степенева середня;

k – показник степеня, що визначає вид середньої;

x – варіанта;

n – частота ($n = \sum n_i$).

Середня арифметична. Якщо в формулу степеневої середньої поставити значення k = 1, отримаємо середню арифметичну:

а) просту (незважену) $\bar{x} = \frac{\Sigma x}{n}$;

б) зважену $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i}$.

Так, якщо є $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$,то середня

проста — арифметична _______ вираховується за формулою:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + ... + x_n}{n}.$$

зваженої

У розгорнутому вигляді формула середньої арифметичної ________ має вигляд:

$$\bar{x} = \frac{x_1 n_1 + x_2 n_2 + x_3 n_3 + ... + x_n n_n}{n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_n}.$$

Приклад. За даними про виробництво валової продукції обчислити середню арифметичну. Дані беремо з таблиці 14.

Таблиця 14

Вихідні і розрахункові дані

Вироблено продукції, млн. грн., (x_i)	Кількість підприємств (n_i)	$x_i n_i$
17,6	7	123,2
21,6	11	237,6
25,6	18	460,8
29,6	9	266,4
33,6	5	168,0
37,6	5	188,0
41,6	2	83,2
Всього	57	1527,2

Одержуємо: $\bar{x} = \frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i} = \frac{1527,2}{57} = 26,8$.

властивостей

Середня арифметична як математична функція має ряд математичних (вад/властивостей). Розглянемо їх.

1. Величина середньої арифметичної не змінюється, якщо частоти ряду розподілу замінити частостями.

2. Якщо до варіант ряду додати (або відняти) одну й ту ж величину, то середня арифметична, обчислена з нових (змінених) варіант, збільшиться (або зменшиться) на цю ж величину.

3. Якщо варіанти ряду помножити або поділити на одну ту ж величину, то середня арифметична зі змінених варіант буде відповідно більшою або меншою в стільки ж разів.

4. Алгебраїчна сума відхилень окремих варіант від середньої арифметичної ряду дорівнює нулю.

5. Сума квадратів відхилень від середньої арифметичної завжди менша, ніж сума квадратів відхилень від будь-якої іншої величини.

спрощені

Перелічені вище властивості середньої арифметичної дозволяють застосовувати _______ прийоми (способи) її розрахунку: ці питання докладно вивчаються в курсі загальної теорії статистики.

гармонійна

Середня (гармонійна/квадратична). Одержують її при підстановці у формулу степеневої середньої значення k = - 1.

$\frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$

$$\bar{x}_{гм} = \sqrt[-1]{\frac{\Sigma x^{-1}}{n}} = \frac{1}{\Sigma \frac{1}{x}} = \_\_\_\_\_ .$$

зважена

Середня гармонійна (зважена/додатня) має вигляд:

$\frac{\Sigma w}{\Sigma \frac{w}{x}}$

$$\overline{x_{гм}} = \_\_\_\_\_ .$$

Як видно, середня гармонійна являє собою обернену величину середньої арифметичної з обернених величин даних чисел.

Приклад. За даними про собівартість одиниці продукції і загальні витрати визначити середню гармонійну зважену (табл. 15).

Таблиця 15

Вихідні і розрахункові дані

Собівартість одиниці продукції, грн. (x_i)	Загальні витрати, грн. (w)	$\frac{w}{x}$
20,00	4000,00	200
25,00	5000,00	200
30,00	9000,00	300
×	Σw =18000,00	$\Sigma \frac{w}{x}$ =700

$$\overline{x_{гм}} = \frac{\Sigma w}{\Sigma \frac{w}{n}} = \frac{4000+5000+9000}{\frac{4000}{20}+\frac{5000}{25}+\frac{9000}{30}} = \frac{18000}{700} = 25{,}71 \text{ грн.}$$

спростити

При розрахунку середньої гармонійної можна значно ________ обчислювальну роботу, якщо використовувати в розрахунках таблицю обернених чисел.

Середня геометрична. Цей вид середньої отримуємо, якщо у формулу степеневої середньої підставити значення $k = 0$.

$$\bar{x} = \sqrt[\kappa]{\frac{\Sigma x^{\kappa}}{n}} = \sqrt[0]{\frac{\Sigma x^{0}}{n}} = \left(\frac{\Sigma 1}{n}\right)^{\frac{1}{0}} = \left(\frac{n}{n}\right)^{\infty} = 1^{\infty}.$$

Розкриття невизначеності цього виду досягається логарифмуванням обох частин рівностей $\bar{x} = \sqrt[\kappa]{\frac{\bar{x}^{\kappa}}{n}}$. Таким чином, маємо:

$$\ln \bar{x} = \frac{1}{\kappa}(\ln \Sigma x^{\kappa} - \ln n) = \frac{\ln \Sigma x^{\kappa} - \ln n}{n}.$$

Диференціюючи по змінній *k*, одержуємо:

$$\lim \quad (\ln \bar{x}) = l\underline{im}\frac{\Sigma x^{\kappa} \times \ln x}{1 \times \Sigma x^{\kappa}} = \frac{\Sigma \ln x}{n}; \qquad \ln \bar{x} = \frac{\Sigma \ln x}{n}.$$

Потенціюючи останній вираз, знаходимо середню:

$$\overline{x_{гр}} = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times x_3 \times \ldots \times x_n}.$$

Отже, середня геометрична являє собою корінь степеня числа спостережень (n) з добутку даних чисел: x_1, x_2, x_3, …, x_n. Після логарифмування маємо:

$$\lg \bar{x} = \frac{\lg x_1 + \lg x_2 + \lg x_3 + \ldots + \lg x_n}{n}.$$

Значення *x* дорівнює антилогарифму $\lg \bar{x}$.

Таким чином, середню геометричну можна
антилогарифм розглядати як ________________ середньої арифметичної з логарифмів даних чисел. Цей вид середньої застосовують при розрахунку
середнього коефіцієнта ____________________ зростання за певний період в рядах динаміки.

Приклад. За даними про чисельність працюючих за 6 років знайти середній щорічний коефіцієнт зростання за період 2007-2012 рр. Проміжні розрахунки наведені в табл. 16.

За даними табл. 16 знаходимо середнє значення з логарифмів числових значень коефіцієнтів зростання:

$$\lg \kappa = 0{,}1629 : 5 = 0{,}0326;$$

$$ant \lg 0{,}0326 = 1{,}077.$$

Таблиця 16
Вихідні і розрахункові дані для обчислення середньої геометричної

Рік	Чисельність працюючих	Коефіцієнт зростання, k	Логарифм числового значення коефіцієнта зростання
2007	623	-	-
2008	670	1,07545	0,0315
2009	728	1,08657	0,0363
2010	800	1,09891	0,0411
2011	883	1,10375	0,0429
2012	906	1,02605	0,0111
Сума	×	×	0,1629

Таким чином, розрахунок середнього коефіцієнта зростання чисельності працюючих можна подати в такій послідовності:

$$\lg \overline{K} \sqrt[5]{1{,}075 \times 1{,}087 \times 1{,}099 \times 1{,}104 \times 1{,}026} =$$

$$= \frac{0{,}0315 + 0{,}0363 + 0{,}0411 + 0{,}0429 + 0{,}0111}{5} = 0{,}0326;$$

$$\overline{K} = ant \lg 0{,}0326 = 1{,}077 \ .$$

Середня квадратична. При підстановці у формулу степеневої середньої $k = +2$ одержуємо середню квадратичну. Формула її має наступний вигляд:

при незваженій формі –

$$\overline{x_{кв}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + ... + x_n^2}{n}};$$

при зваженій формі –

$$\overline{x_{кв}} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 n_i}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{x_1^2 n_i + x_2^2 n_2 + x_3^2 n_3 + ... + x_n^2 n_n}{n_1 + n_2 + n_3 + ... + n_n}} \ .$$

відхилень
середньої

Практично середня квадратична величина використовується в тих випадках, коли варіанти ряду представлені у вигляді ___________ фактичних їх значень від ___________ арифметичної (або від якоїсь нормативної величини).

Приклад. При змінній нормі виробітку трактора на оранці 7 га обчислити середню величину відхилень фактичних показників виробітку протягом робочого тижня (табл. 17).

Таблиця 17
Вихідні та розрахункові дані для обчислення середньої квадратичної

Фактичні показники виробітку трактора, га (x_i)	Відхилення від норми, га (x_i-$x_н$)=М	Кількість тракторів, n_i	Розрахункові величини	
			M^2	$M^2 n_i$
6	-1	1	1	1
7	0	5	0	0
8	1	6	1	6
10	3	3	9	27
12	5	6	25	150
Всього	×	21	×	184

За даними табл. 17 знаходимо величину середньої квадратичної зваженої $\overline{x_{кв}} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 n_i}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{184}{21}} = \sqrt{8,76} \approx 2,96$.

Отже середня величина відхилень фактичних показників виробітку трактора на оранці від норми виробітку становить приблизно 3 га (2,96).

Формули для обчислення різних типів середніх величин наведено в табл. 18.

Ознаки, які вивчаються, можуть бути **первинними** і **вторинними.** До **первинних** відносяться ті, які _________ характеризують досліджувані об'єкти, наприклад, урожайність, собівартість тощо. Відношення двох чи декількох первинних ознак обумовлює характер вторинності – їх називають **вторинними.** За формою ознаки можуть бути **прямі** і **обернені.** Названі особливості досліджуваних ознак визначають статистичну розмірність (табл. 18).

безпосередньо

Різні _____ середніх, розраховані для одного і того ж варіаційного ряду, різняться між собою за величиною. При цьому найменшою буде __________________, найбільшою – ______________.

види

середня гармонійна

середня квадратична

Таблиця 18

Математичні особливості різних типів середніх величин

Характер ознаки	Форма величини (ознаки)	Статистична розмірність (показник степеня в формулі степеневої середньої)	Вид середньої величини	Форма середньої величини	Формула
Первинний	Обернена	-1	Гармонійна	Проста	$\overline{x_{гм}} = \frac{n}{\Sigma \frac{1}{x}}$
Вторинний	Обернена	-1	Гармонійна	Зважена	$\overline{x_{гм}} = \frac{\Sigma w}{\Sigma \frac{w}{x}}$
Вторинний	Пряма	0	Геометрична	Проста	$\overline{x_{гр}} = \sqrt[n]{x_1 \times .x_2 \times x_3 \ldots \times x}$
Первинний	Пряма	1	Арифметична	Проста	$\overline{x_а} = \frac{\Sigma x}{n}$
Вторинний	Пряма	1	Арифметична	Зважена	$\overline{x_а} = \frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i}$
Первинний	Пряма	2	Квадратична	Проста	$\overline{x_{кв}} = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n}}$
Вторинний	Пряма	2	Квадратична	Зважена	$\overline{x_{кв}} = \sqrt{\frac{\Sigma x_i^2 n_i}{\Sigma n_i}}$

Систематичність послідовного зростання у розрізі видів середніх випливає з «правила мажорантності» і зумовлюється показником у формулі степеневої середньої (табл. 19).

Таблиця 19

Мажорантність середніх величин

Статистична розмірність (показник степеня в формулі степеневої середньої)	Вид середньої величини	Примітка
-1	Гармонійна	Мінімальна
0	Геометрична	
1	Арифметична	
2	Квадратична	Максимальна
$\overline{x_{гм}} \langle \overline{x_{гр}} \langle \overline{x_а} \langle \overline{x_{кв}}$		

У дискретному і інтервальному рядах розподілу обчислюються так названі порядкові

структурні

(структурні/логічні) середні – мода і медіана.

найчастіше

Мода – це варіанта, яка ___________ зустрічається в даному варіаційному ряді. Для дискретного ряду розподілу мода визначається за частотами варіант і відповідає варіанті з

найбільшою

___________ частотою. Для інтервального ряду розподілу з рівними інтервалами інтервал, що містить моду (модальний), визначається по найбільшій частоті. При нерівних інтервалах мода знаходиться за показником найбільшої щільності розподілу.

Для випадку розподілу з рівними інтервалами мода (Мо) в середині модального інтервалу обчислюється за формулою:

$$M_0 = x_{мо\min} + i\frac{n_{мо} - n_{м0-1}}{(n_{м0} - n_{m-1}) + (n_{м0} - n_{м0+1})},$$

де $x_{м0\min}$ – нижня границя модального інтервалу; i - інтервальна різниця (величина інтервалу); $n_{м0}$– частота модального інтервалу; $n_{м0-1}$– частота інтервалу, що передує модальному; $n_{м0+1}$ частота інтервалу, наступного за модальним.

середину

Медіана – це значення варіаційної ознаки, яка приходиться на _________ варіаційного ряду. Якщо кількість членів ряду парна, то медіана дорівнює середній арифметичній із двох

серединних значень

_________________ варіант.

нагромаджених

Для обчислення медіани інтервального варіаційного ряду знаходять інтервал, який містить медіану, шляхом використання (визначених/нагромаджених) частот або частостей. Медіанному інтервалу відповідає перша з нагромаджених частот або частостей, що перевищує половину всього обсягу сукупності. У знайденому інтервалі медіана (M_e) розраховується за формулою:

$x_{me\min} + i\frac{\frac{1}{2}\sum n_i - S_{Me-1}}{n_{Me}}$

$$M_e = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_,$$

де x_{memin} – нижня границя медіанного інтервалу; i – інтервальна різниця (величина інтервалу); $\frac{1}{2}\Sigma ni$ – половина суми всіх частот або частостей; $S_{ме-1}$ – нагромаджена частота або частість інтервалу, який передує медіанному; $n_{ме}$ – частота медіанного інтервалу.

взаємозв'язок

Карл Пірсон встановив _____________ між модою, медіаною і середньою арифметичною, який виражається рівністю:

$$M_e = \frac{1}{3}M_0 + \frac{2}{3}\bar{x}_\alpha .$$

Приклад. За даними інтервального ряду розподілу підприємств по врожайності зернових культур знайти середній показник урожайності, використовуючи у розрахунку формули структурних середніх – моди і медіани.

Таблиця 20
Вихідні та розрахункові дані

Урожайність, ц з 1 га (x_i)	Кількість підприємств, частота (n_i.)	Нагромаджена сума частот (n'_i)
16-20	3	3
20-24	6	9
24-28	17	26
28-32	16	42
32-36	7	49
36-40	5	54
40-44	3	57
Всього	57	×

всередині

У складеному інтервальному варіаційному ряді (табл. 20) модальним інтервалом, із найбільшим числом варіант (17), є третій інтервал з рівнем урожайності від 24 до 28 ц. Отже, мода повинна знаходитися _________ цього інтервалу. Підставивши в наведену вище формулу необхідні значення, одержимо:

$$M_0 = x_{м0\min} + i\frac{n_{м0} - n_{м0-1}}{(n_{м0} - n_{м0-1}) + (n_{м0} - n_{м0+1})} =$$

$$= 24 + 4\frac{17-6}{(17-6)+(17-16)} = 27{,}7 \quad (\text{ц з 1 га}).$$

Обчислимо медіану за даними цього ж інтервального ряду розподілу. Як уже було сказано, центральне

медіана (M_e) в статистичному ряді розподілу посідає ___________ місце. Для її знаходження необхідно мати нагромаджений підсумок частот. Медіана знаходиться в тому інтервалі, нагромаджена сума частот якого дорівнює або більша за напівсуму частот ряду (57 : 2). У розглянутому прикладі таким інтервалом є четвертий, з рівнем урожайності від 28 до 32 ц, оскільки тут нагромаджена сума частот становить 42. Підставивши відповідні значення у формулу медіани (Ме) одержимо:

$$M_e = x_{me\min} + i\frac{\frac{1}{2}\sum n_i - S_{Me-1}}{n_{Me}} = 28 + 4\frac{28,5-26}{16} = 28,6 \text{ (ц з 1 га)}.$$

§ 4.4. Умови наукового застосування статистичних показників

знання суті

Природа соціально-економічних явищ досить складна і специфічна. Пояснюється це тим, що розміри і кількісні їх взаємозв'язки зумовлюються значною різноманітністю факторів, що діють у часі і просторі, зумовлюючи неоднакову швидкість і напрями змін явищ. Отже, статистичне вивчення суспільних явищ повинне ґрунтуватися на наукових принципах, які виходять із __________ досліджуваних явищ, економічних понять і категорій. Лише за таких умов можна переходити до вивчення системи економічних показників

окремих

сукупні

Як зрозуміло з викладеного раніше, абсолютні і відносні показники відображують різні сторони суспільного життя. Так, індивідуальні абсолютні показники характеризують результати діяльності _________ працівників, окремих підприємств тощо, загальні – характеризують _______ результати роботи окремих галузей, регіонів і країни в цілому. Відносні показники відображають міру взаємного зв'язку явищ в їх розвитку (відносні показники динаміки, виконання плану), внутрішнього зв'язку сторін одного явища (відносні показники структури), співвідношення між явищами (відносні показники порівняння). Міра ця відображається у вигляді чисел, що зумовлюють можливість зіставлення таких процесів і структур, які стосуються різних абсолютних мас (наприклад, порівняння темпів зростання продуктивності прані і оплати праці, чисельності поголів'я і його продуктивності тощо).

Щоб статистичні показники вірно виконували свої функції, їх слід розраховувати за науковими принципами. Існує два головних критерії науковості статистичних показників.

теоретичної — Перший з них належить до ________________ обґрунтованості показників, другий – до

фактичної — __________ бази, на якій вони розраховані. Теоретична обґрунтованість показника полягає в

теоретичного — утворенні його на підставі глибокого __________ аналізу соціальної дійсності, тобто філософського підходу до аналізу. Головною теоретичною основою статистичних показників тут виступають принципи, закони і категорії філософії, адже вони озброюють статистика знанням загальних закономірностей суспільного розвитку.

Теоретичні основи статистичних показників

суспільними — зумовлені також і спеціальними ___________ науками, за допомогою яких досліджуються ті чи інші суцільні явища. До таких наук відносять політекономію, конкретні економіки, правові науки, демографію тощо.

Особливе місце в утворенні статистичних показників належить статистичній теорії,

статистичною — розробленій _____________ наукою.

Таким чином, процесу утворення наукового статистичного показника передує знання філософії, політекономії, конкретних економік й інших спеціальних наук. Перший критерій науковості

суть — здебільшого визначає _______ статистичного показника.

Другий критерій науковості статистичних

утворенні — показників полягає в __________ їх на базі наукової інформації. Він пов'язаний з конкретним кількісним і якісним змістом показників. Статистичне дослідження (як і будь-яке інше) починається зі збирання інформації, і висновки, які резюмуються у статистичних показниках, мають сенс у разі обґрунтованості їх фактами – це загальнонауковий принцип.

Серед основних вимог, які ставляться до статистичних показників, такі: повнота вихідних даних, їх порівнюваність і вірогідність (чи точність).

максимально тривалий

Основна вимога до вихідної інформації – **повнота** вихідних даних. Під повнотою фактів розуміють: а) повноту просторового охоплення явищ або елементів досліджуваного процесу; б) повноту охоплення сторін явищ, тобто повноту вихідних даних щодо всіх істотних ознак явищ; в) повноту охоплення у часі. Тут слід передбачити наявність явищ за ____________________ час.

вичерпними

Вимога повноти даних зумовлюється тим, що окремі випадкові факти у існуючій складності взаємозв'язків (наприклад, економічних процесів) формуються під впливом як істотних, так і випадкових причин і обставин. Тобто, якщо підходити суб'єктивно, то для доведення того чи іншого положення можуть бути використані досить суперечливі факти. Обмеженість окремих факторів повинна долатися ______________ факторами, об'єднаними у статистичні сукупності, адже тільки за таких умов забезпечується всебічність його вивчення та відтворення в цілому. Якщо, наприклад, вивчається питання про собівартість виробництва продукції у фермерських господарствах конкретної області, то обов'язково треба мати інформацію про весь обсяг продукції цих господарств, який встановлюється шляхом підсумовування даних про обсяги виробництва продукції по всіх фермерських господарствах області. Якщо не встановити загального обсягу продукції, то не можна буде обчислити собівартість продукції, продуктивність праці, прибуток на одного працюючого і ряд інших важливих показників ефективності виробництва.

Наступною вимогою до придатних для обчислення статистичних показників є їх **порівнюваність**. Остання зумовлює

узагальнення ___________ показників у часі та просторі і стосується не тільки абсолютних, а й відносних показників. Порівнюваність окремих факторів потрібна перш за все для того, щоб дані можна

підсумувати було ___________. Проблема зіставності даних надзвичайно складна. Суспільною наукою і практикою відпрацьовано ознаки порівнюваності, тобто правила наукового порівняння. Найважливіші з них такі: спільний предметний зміст фактів, відображення порівнюваних величин у однакових одиницях виміру, обов'язковість однакових прийомів розрахунку, наявність однакового кола об'єктів, які входять у порівнювані величини, однаковість території, якою охоплюються порівнювані величини.

Вимога **вірогідності** статистичних показників передбачає ступінь їх наближення до відображуваної реальності. Поняття вірогідності інколи ототожнюють з поняттям **точності**. Під останнім треба розуміти не ступінь наближення статистичного показника до реального розміру, а

повну _____ його відповідність реальності. У більш вузькому розумінні поняття точності показника вживають при дослідженні явищ, які формуються як під впливом закономірностей, так і під впливом випадковостей. У такому разі поняття точності пов'язують з імовірністю розрахунків і його визначення доповнюється поняттям надійності оцінки точності, тобто ступенем ймовірності, з якою можуть статися відхилення між одержаним показником і тим, похибкою

помилками

статистичними

який визнається істинним. Величину такої різниці називають помилкою, або ________. Якщо, наприклад, при кількох вимірах залишків силосу у силосній траншеї одержані різні показники вимірів, то приймається за істинний розмір показника середній об'єм запасу силосу, одержаний за кількома вимірами.

Відхилення середнього розміру від окремих результатів розрахунків у цьому випадку вважаються __________. Такі помилки називають випадковими, або _____________. Детальний розгляд цього питання є предметом вивчення спеціальних розділів.

Утворення статистичних показників і побудова їх системи здійснюються через досить складний шлях, пов'язаний (у всіх його відтінках) із суспільною практикою. Остання є вихідною базою статистичного пізнання і дослідження, а отже, і вихідним початком формування статистичних показників. Статистична практика (як і будь-яка суспільна) є не тільки вихідним початком, основною і кінцевою метою утворення статистичних показників, вона є їх критерієм істинності. Одразу ж виникає питання, як довести істинність сформованих показників. Таке доведення може здійснюватися двома шляхами: а) емпіричним, тобто безпосереднім порівнянням з життям, з практикою; б) логічним, тобто порівнянням сформованих статистичних показників з будь-якими іншими показниками (наприклад, обчислений показник собівартості виробництва молока в господарстві можна порівняти з аналогічним показником у молочному скотарстві підприємств адміністративного району).

До прямих (конкретних) прийомів перевірки відповідності статистичних показників дійсності належать: експертна оцінка (її здійснюють висококваліфіковані фахівці);

розрахунковий експеримент (він проводиться з використанням математичних методів); порівняння показників, розрахованих різними способами і методами, та деякі інші.

непрямих

До __________ характеристик відповідності статистичного показника дійсності належить його стійкість. Стійкими вважаються такі показники, які при обмежених за розміром змінах вихідної інформації або удосконалення і уточнення методів їх виміру і розрахунків залишаються незмінними чи змінюються незначно. Однією з ознак стійкості статистичних показників є те, що розміри їх повторюються у дослідженнях, здійснюваних у різних регіонах і за різні періоди часу.

Сталі показники використовують, як правило, при нормуванні, екстраполяції й інших практичних і аналітичних розрахунках.

комплексного

тісного

відрізняються

Із сказаного вище випливає, що питання абсолютних і відносних показників треба розглядати з точки зору ______________ їх використання, тобто з урахуванням їх особливостей, взаємозв'язків і різниць. Насамперед слід враховувати існування ______ зв'язку між абсолютними і відносними величинами. Оскільки відносні показники відображують відношення абсолютних показників, їх зміни залежать від останніх. Але по своїй суті і характеру змін відносні показники істотно _______________ від абсолютних, причому останні можуть мати зовсім протилежний напрям змін щодо абсолютних показників.

особливість

абсолютних

Слід враховувати таку (закономірність/особливість), що відносні величини по-різному відображують зміни суспільних явищ залежно від їх __________ розмірів. Так, малі за розміром явища у процентному відношенні змінюються значно швидше, ніж аналогічні їм великі за розміром явища. Тому розрахунок приросту щодо малого за розміром початкового рівня може дати більший процент зростання, ніж тисячі одиниць при значному за розміром початковому рівні.

Таким чином, при дослідженні конкретних соціально-економічних явищ не можна обмежуватися розрахунками лише процентних співвідношень, треба враховувати, що криється за такими співвідношеннями. Необхідно (поєднувати/співставляти) застосування абсолютних і відносних показників, ізольоване застосування відносних показників від абсолютних може призвести до помилкових висновків, особливо при аналізі рядів динаміки.

поєднувати

Комплексне використання абсолютних і відносних показників дає змогу _______ аналіз суспільних явищ, виявити закономірності і особливості їх розвитку.

поглибити

Отже, розробці науково обґрунтованої системи статистичних показників передує велика і кропітка робота щодо вивчення форми і змісту показників, вимог до їх формування зокрема і в комплексі. Кінцевим завданням статистики у цій справі слід вважати побудову суперсистеми статистичних показників. Останні у досконалій формі повинні забезпечити можливість порівнянь виробничих стосунків у нових ринкових умовах виробництва не тільки в межах країни, а й на більш високому регіональному рівні.

Питання для самоконтролю

1. Дайте характеристику абсолютним і відносним статистичним показникам.
2. Наведіть приклади натуральних одиниць виміру. Поясність галузь їх використання.
3. Наведіть приклади умовно-натуральних одиниць виміру.
4. Наведіть приклади та поясніть галузь використання комбінованих

одиниць виміру.

5. Вартісні одиниці виміру: приклади, галузь використання.
6. Назвіть види відносних величин.
7. Назвіть одиниці виміру відносних величин.
8. Яка роль відносних величин в статистиці?
9. Дайте визначення поняттю «середні величини».
10. Запишіть формулу степеневої середньої.
11. Охарактеризуйте об'ємні середні.
12. Назвіть види структурних середніх.
13. Коли в розрахунках середньої величини використовують формули простої, а коли – зваженої середньої?
14. Як Ви розумієте мажорантність середніх величин?

Завдання для практичних занять

Завдання 4.1. Способи розрахунку середніх величин

Зміст завдання: за вихідними даними визначити різні види об'ємних середніх.

Порядок виконання

1. Середньою арифметичною простою користуються в тих випадках, коли всі варіанти зустрічаються у сукупності один раз або мають однакові частоти різних варіант. Обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n}$$

де x – варіанта;

n – кількість одиниць спостереження.

Таблиця 21

Вихідні дані для обчислення середньої арифметичної простої

Підприємства	Середньорічна вартість активів, тис. грн. (x_i)
1	2
1. ПрАТ «Альянс»	5648,4

Продовж. табл. 21

1	2
2. ТОВ «Альфа»	8120,4
3. ТОВ «Барвинок»	9480,2
4. ПАТ «Василівське»	8607,8
5. ТОВ «Веселка»	6213,2
6. СП «Ворскла»	15640,0
7. ПрАТ «Гайворони»	15336,2
8. ПАТ «Глобус»	14160,0
9. ТОВ «Дружба»	15640,0
10. ТОВ «Дніпро»	9766,5
11. ТОВ «Еней»	11614,4
12. СП «Зірка»	5930,8
13. ПВКП «Злагода»	9954,2
14. ТОВ «Зоря»	8526,4
15. ПВП «Іскра»	9038,2
16. ПАТ «Калина»	6523,9
17. ПАТ «Козацьке»	14858,0
18. ТОВ «Кремінь»	14569,4
19. ПрАТ «Мрія»	9855,6
20. ПрАТ «Надія»	10895,3
21. ТОВ «Обрій»	6521,0
22. СП «Полузір'я»	5647,2
23. ТОВ «Станіслав»	9955,4
Всього	

Сформулювати висновки.

2. Середню арифметичну зважену розраховують у тих випадках, коли різні варіанти у досліджуваній сукупності повторюються неоднакову кількість разів або мають різну вагу. Вона обчислюється за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}$$

де x_i - варіанта

n_i - частота.

Таблиця 22

Вихідні та розрахункові дані для обчислення середньої арифметичної зваженої

Види продукції	Ціна реалізації одиниці, грн.	Кількість реалізованої продукції, од.	Виручка від реалізації, грн.
	x_i	n_i	$x_i\, n_i$
А	43,24	5500	
Б	65,91	980	
В	49,69	2150	
Г	37,52	1020	
Д	31,95	610	
Всього	×		

Сформулювати висновки.

3. Середню гармонійну використовують у випадках, коли відомий загальний обсяг явища (w) та індивідуальні значення ознаки (x), а частоти невідомі. Визначається за формулою:

$$\bar{x} = \frac{\sum w}{\sum \frac{w}{x}}$$

Таблиця 23

Вихідні та розрахункові дані для обчислення середньої гармонійної

Види продукції	Вихідні дані		Кількість реалізованої продукції, од.
	Виручка від реалізації, грн.	Ціна реалізації одиниці, грн.	
	w	x	w/x
А	18460,0	52,00	
Б	26075,0	35,00	
В	14560,0	45,50	
Всього		×	

Сформулювати висновки.

4. Середню хронологічну обчислюють у моментному ряду динаміки, коли є дані про розміри явища на певний момент часу (дату) за формулою:

$$\bar{x} = \frac{0,5x_1 + x_2 + x_3 + ... + 0,5x_n}{n-1}$$

де n – кількість моментів часу.

За вихідними даними про чисельність працівників на підприємстві станом на початок кожного місяцю визначити середньорічну чисельність.

1.01. - 375	1.08. - 446
1.02. - 380	1.09. - 450
1.03. - 395	1.10. - 415
1.04. - 406	1.11. - 377
1.05. - 417	1.12. - 351
1.06. - 435	1.01. наступного року - 360
1.07. - 474	

Сформулювати висновки.

Завдання 4.2. Розрахунок структурних середніх величин

Зміст завдання: За даними завдання 3.2 (табл. 11) обчислити:
1) середню величину ряду розподілу;
2) визначити моду і медіану ряду розподілу.

Порядок виконання

Таблиця 24

Вихідні та розрахункові дані для обчислення структурних середніх

Інтервали (групи підприємств за рівнем виробництва продукції на одного працівника), тис. грн.	Серединне значення інтервалу	Частота (кількість підприємств)	Накопичена частота	Розрахункова величина
	x_i	n_i	S	$x_i n_i$
I. II. …. Всього			× 	

Серединне значення інтервалу розраховують як півсуму значень верхньої та нижньої границі інтервалу.

Середня величина ряду визначається за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}.$$

Мода – це варіаційна ознака, яка найчастіше зустрічається у даному варіаційному ряду. Для інтервального ряду розподілу з рівними інтервалами інтервал, що містить моду (модальний), визначається за найбільшою частотою. У такому ряду мода (M_o) обчислюється за формулою:

$$M_o = x_{M_o \min} + i \frac{n_{M_o} - n_{M_{o-1}}}{\left(n_{M_o} - n_{M_{o-1}}\right) + \left(n_{M_o} - n_{M_{o+1}}\right)}$$

де $x_{Mo\ min}$ - нижня границя модального інтервалу;

i - величина інтервалу;

n_{Mo} - частота модального інтервалу;

n_{Mo-1} - частота передмодального інтервалу;

n_{Mo+1} - частота післямодального інтервалу.

Медіана (M_e) – значення варіаційної ознаки, яке приходиться на середину варіаційного ряду. Якщо кількість членів ряду парна, медіана дорівнює середній арифметичній із двох серединних значень варіант. Для обчислення медіани інтервального ряду знаходять медіанний інтервал, який містить таку кількість накопичених частот, що перебільшує половину всього обсягу сукупності. У знайденому інтервалі медіана розраховується за формулою:

$$M_e = x_{Me \min} + i \frac{\frac{\Sigma n}{2} - S_{Me-1}}{n_{Me}},$$

де $x_{Me\ min}$ - нижня границя медіанного інтервалу;

i - величина інтервалу;

$\frac{\Sigma n}{2}$ - половина суми всіх частот або частостей;

S_{Me-1} - накопичена частота передмедіанного інтервалу;

n_{Me} - частота медіанного інтервалу.

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 4.3. Розрахунок відносних показників

Зміст завдання: за вихідними даними визначити різні види відносних показників. Сформулювати висновки.

1. У 2012 році сільськогосподарське підприємство отримало від реалізації продукції рослинництва 320 тис. грн., від реалізації продукції тваринництва – 160 тис. грн. Визначити відносну величину координації (ВВК), сформулювати висновки.

2. У 2012 році прибуток сільськогосподарського підприємства від галузей тваринництва і рослинництва склав 648 тис. грн., у тому числі від рослинництва – 350 тис. грн. Розрахувати відносні величини структури ($ВВС_{РОСЛ}$ та $ВВС_{ТВАР}$).

3. В 2012 році птахофабрика виробила 7000 тис. шт. курячих яєць. Виробничим планом на 2013 р. було передбачено отримати 7700 тис. шт. яєць, фактично було отримано 8710 тис. шт. Розрахувати відносну величину виконання плану (ВВП), сформулювати висновки.

4. В 2012 р. підприємством було реалізовано продукції на суму 275 тис. грн. Планом на 2013 р. передбачалось реалізувати продукції на суму 300 грн., фактично було отримано продукції на суму 320 тис. грн. Розрахувати відносну величину динаміки (ВВД) та відносну величину планового завдання (ВВПЗ), сформулювати висновки.

Завдання 4.4. Особливості розрахунку відносних показників, що характеризують економічні явища та процеси

Зміст завдання: За даними про фінансові результати підприємства (табл. 25) проаналізувати абсолютні та відносні показники його діяльності. Сформулювати висновки.

Під час порівняння економічних явищ і процесів обчислюють абсолютні та відносні відхилення показників (коефіцієнти або темпи).

Абсолютне відхилення - це різниця між звітним (фактичним) та базисним (плановим) значенням показника.

У коефіцієнтах виражають відносні відхилення показника, що збільшився у два і більше рази. Коефіцієнти зростання (зменшення) визначають з точністю до тисячних за формулами:

$$К_{ЗР} = \frac{\text{звітний показник}}{\text{базисний показник}} \quad \text{або} \quad К_{ЗР} = \left(\frac{\text{абсолютне відхилення показника}}{\text{базисний показник}} / 100\right) + 1.$$

У відсотках виражають відносні зміни показника, який зріс менш ніж у два рази або зменшився. Відносні відхилення у вигляді темпів приросту (зменшення) обчислюють с точністю до десятих за формулами:

$$Т_{ПР(ЗМ)} = \left(\frac{\text{звітний показник}}{\text{базисний показник}} \times 100\right) - 100 \quad \text{або}$$

$$Т_{ПР(ЗМ)} = \frac{\text{абсолютне відхилення показника}}{\text{базисний показник}} \times 100.$$

Визначають лише абсолютне відхилення (без розрахунку відносного):

1) при оцінці змін відносних показників, що виражені у коефіцієнтах або відсотках;

2) при порівнянні фінансових результатів, що мають різноспрямований характер (прибутки й збитки);

3) якщо звітний показник має певне числове значення, а базисний показник відсутній (дорівнює нулю).

Таблиця 25

Динаміка фінансових результатів підприємства

Показники	Роки		Відхилення 2012 р. від 2011 р. (+, -)	
	2011	2012	абсо-лютне	відносне
А	1	2	3=2-1	4=2/1 або 4=2/1×100 - 100
1. Чистий дохід (виручка) від реалізації продукції*, тис. грн.	1800	2500		
2. Собівартість продукції*, тис. грн.	2000	1900		
3. Валовий прибуток (збиток), тис. грн	-200	600		
4. Фінансові та інвестиційні доходи, тис. грн.	205	-		

Продовж. табл. 25

А	1	2	3=2-1	4=2/1 або 4=2/1×100 - 100
5. Фінансові та інвестиційні витрати, тис. грн.	-	200		
6. Чистий прибуток (збиток), тис. грн.	5	800		
7. Рентабельність (збитковість) виробничих витрат, % (п.3 / п.2 × 100)				
8. Чиста рентабельність (збитковість) основної діяльності, % (п.6 / п.1 ×100)				

* (товарів, робіт, послуг)

Сформулювати висновки.

ТЕМА 5. АНАЛІЗ РЯДІВ РОЗПОДІЛУ

§ 5.1. Поняття про статистичні ряди розподілу

Маючи в розпорядженні дані статистичного спостереження, що характеризують те чи інше явище, перш за все необхідно їх впорядкувати, тобто надати характер системності.

Англійський статистик У.Дж.Рейхман з приводу неупорядкованих сукупностей образно сказав, що зіткнутися з масою неузагальнених даних рівнозначно ситуації, коли людину кидають у лісових хащах без компаса. Що ж собою являє систематизація статистичних даних у вигляді рядів розподілу?

Статистичний ряд розподілу – це впорядковані статистичні сукупності (табл. 26). Найпростішим видом статистичного ряду розподілу є _______________ ряд, тобто ряд чисел, що знаходиться в порядку зростання чи спадання варіюючої ознаки. Такий ряд не дозволяє судити про закономірності, закладені в розподілених даних: біля якої величини групується більшість показників; які є відхилення від цієї величини; яка загальна картина розподілу.

ранжированний

Таблиця 26
Загальний вигляд статистичних рядів розподілу

Варіанта	Частота
x_1	n_1
x_2	n_2
…	…
x_m	n_m
	Σn_i

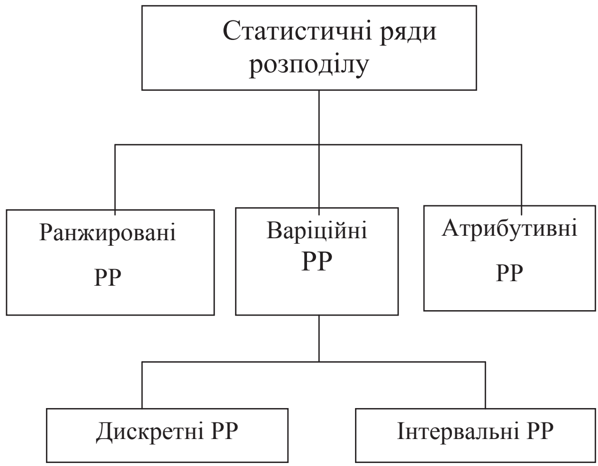
Варіанта	Частота
x_1-x_2	n_1
x_2-x_3	n_2
…	…
x_m-x_{m+1}	n_m
	Σn_i

З цією метою групують дані, показуючи, як часто зустрічаються окремі спостереження в загальному їх числі (рис. 4).

Розподіл одиниць сукупності за ознаками, що не мають кількісного виразу, називається _______________ **рядом** (наприклад, розподіл підприємств за їх виробничим напрямом).

атрибутивним

Рис 4. Схема статистичних рядів розподілу



варіаційним

Ряди розподілу одиниць сукупності за ознаками, що мають кількісний вираз, називаються ___________ **рядами.** У таких рядах значення ознаки (варіанти) знаходяться в порядку зростання чи спадання.

У варіаційному ряді розподілу розрізняють два елементи: варіанта і частота. **Варіанта** – це окреме значення групувальної ознаки, **частота** – число, яке показує, скільки разів зустрічається кожна варіанта.

загальної суми

У математичній статистиці обчислюється ще один елемент варіаційного ряду – **частість.** Остання визначається, як відношення частоти випадків даного інтервалу до ________________ частот. Частість визначається в частках одиниці, відсотках (%) в проміле ($\%_0$).

Таким чином, **варіаційний ряд розподілу** – це такий ряд, у якому варіанти розташовані в порядку зростання або спадання, вказані їх частоти або частості. Варіаційні ряди бувають дискретні (переривні) і інтервальні (неперервні).

Дискретні варіаційні ряди – це такі ряди певне

розподілу, в яких варіанта як величина кількісної ознаки може приймати тільки _______ значення. Варіанти різняться між собою на одну чи кілька одиниць.

Так, кількість вироблених деталей за зміну конкретним робітником може виражатися тільки одним певним числом (6, 10, 12 і т.д.). Прикладом дискретного варіаційного ряду може бути розподіл працівників за кількістю вироблених деталей (табл. 27).

Таблиця 27
Дискретний ряд розподілу

Вироблено деталей за зміну, шт. (x_i)	Кількість робітників, чол., (n_i)
6	16
7	10
8	8
9	10
10	12
11	16
12	3

інтервалів

Інтервальні (неперервні) варіаційні ряди – такі ряди розподілу, в яких значення варіанти дано у вигляді ________, тобто значення ознак можуть відрізнятися одне від одного на скільки завгодно малу величину. При побудові варіаційного ряду неперервної ознаки неможливо вказати кожне значення варіанти, тому сукупність розподіляється за інтервалами. Останні можуть бути рівні і нерівні. Для кожного з них вказуються частоти або частості (табл. 28).

Таблиця 28
Інтервальний ряд розподілу

Чисельність працюючих, осіб (x_i)	Кількість цехів (n_i)	% до підсумку
20-25	3	7,5
25-30	9	22,5
30-35	16	40,0
35-40	8	20,0
40-45	4	10,0
Всього	40	100,0

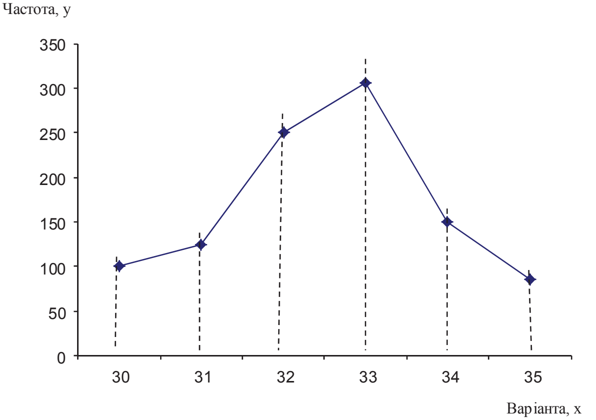
В інтервальних рядах розподілу з нерівними інтервалами обчислюють такі математичні характеристики, **як щільність розподілу і відносна щільність розподілу** на даному інтервалі. Перша характеристика визначається відношенням частоти до величини того ж інтервалу, друга – відношенням частості до величини того ж інтервалу. Для наведеного вище прикладу щільність розподілу на першому інтервалі становитиме 3:5 = 0,6, а відносна щільність на цьому інтервалі – 7,5:5= 1,5%.

§ 5.2. Графічне зображення рядів розподілу. Основні форми статистичних розподілів

виді

Графічне зображення рядів розподілу (як і статистичних даних взагалі), крім досягнення наочності, переслідує й аналітичну мету. Графік дозволяє в найбільш простій і доступній формі піддати аналізу (візуально) статистичний ряд розподілу. Варіаційні ряди залежно від виду і поставленої задачі їх аналізу графічно можуть бути зображені у виді/полі **полігону, гістограми, кумуляти, огіви.**

Рис. 5. Полігон



Полігон розподілу будується в прямокутній системі координат, при цьому на осі абсцис відкладається варіанта, а на осі ординат – частота або частість. За допомогою полігону розподілу,

дискретні

як правило, графічно зображуються __________ варіаційні ряди (рис. 5, табл. 29). При побудові полігону для інтервальних рядів розподілу ордината, яка відповідає частоті (частості) встановлюється перпендикулярно осі абсцис у точці, що відповідає центру інтервалу.

Таблиця 29
Розподіл робітників за змінною виробітком продукції

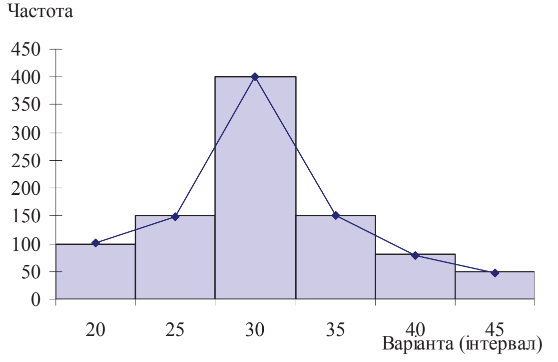
Вироблено деталей за зміну, шт. (x_i)	Кількість робітників, осіб (n_i)
30	101
31	125
32	250
33	306
34	150
35	86
Разом	1018

Такий спосіб зображення інтервального ряду називають способом «навантажених ординат». Він заснований на допущенні умови рівномірного розподілу частот у межах інтервалів. Якщо це так, то частоти можна віднести до конкретного значення варіанти, яке знаходиться в центрі інтервалу. За таких умов середина (центр) інтервалу ніби «навантажується». Для графічного зображення інтервальних (неперервних) варіаційних рядів частіше

гістограми

використовуються __________. Остання являє собою ступінчасту фігуру у вигляді прямокутників, що примикають один до одного. Порядок побудови цього виду графіків такий. На осі абсцис відкладають інтервали значень варіанти. Вони ж є основами прямокутників, висота яких (ордината) пропорційна частоті (частості) інтервалів (рис. 6, табл. 30).

Рис. 6. Гістограма



Таблиця 30

Розподіл робітників за змінною виробітком продукції

Вироблено деталей за зміну, шт.(x_i)	Кількість робітників, осіб (n_i)
20-25	100
25-30	150
30-35	400
35-40	150
40-45	80
45-50	50
Всього	776

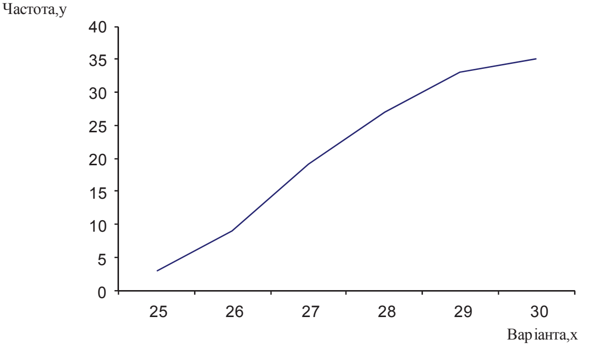
Якщо необхідно зобразити на графіку інтервальний ряд розподілу з нерівними інтервалами, то гістограму будують не по частотах (частостях) інтервалів, а по показниках щільностей розподілу. При побудові гістограми по абсолютній щільності розподілу загальна площа її дорівнюватиме чисельності сукупності. При побудові графіка відносної щільності площа гістограми дорівнюватиме одиниці.

подрібнення

Інколи ідуть шляхом розчленування (виокремлення/подрібнення) інтервалів варіаційного ряду. У цьому випадку на графіку площа гістограми (дрібно ступінчастої) повинна відповідати попередній величині. Якщо процес подрібнення інтервалів продовжити, одержуючи все дрібніші їх параметри, то дрібноступінчаста гістограма в межі являтиме плавну криву.

При зображені варіаційного ряду з нагромадженими частотами (частостями) у прямокутні системі координат одержується так звана крива сум – кумулята. Якщо розподіл носить дискретний характер (перервний), на графіку на осі абсцис відкладають значення варіанти, на осі ординат – накопичені частоти (частості) (рис. 7, табл. 31).

Рис. 7. Кумулята



По інтервальному (неперервному) ряду розподілу будують точки, абсциси яких – праві границі інтервалів, а ординати – частоти (частости), що їм відповідають.

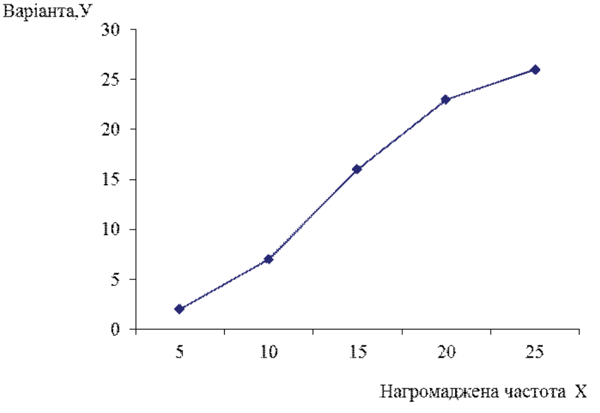
Таблиця 31
Розподіл підприємств за рівнем рентабельності

Рівень рентабельності, % (x_i)	Кількість підприємств, (n_i)	Накопичена частота (n_i ')
25	3	3
26	6	9
27	10	19
28	8	27
29	6	33
30	2	35
Всього	35	*x*

Примітка. При побудові кумуляти для інтервального ряду розподілу будують точки, абсциси яких – праві границі інтервалів, а ординати – відповідні їм нагромаджені частоти або частості.

Аналогічно кумуляті в прямокутній системі координат будують огіву. Різниця графіка лише в тому, що на осі абсцис наносять нагромаджені частоти, а на осі ординат – значення варіант. Щоб побачити форму огіви на графіку кумуляти, досить лист паперу з її зображенням повернути на 90° і подивитися на нього з протилежної сторони (на світло) (рис. 8, табл. 32).

Рис. 8. Огіва

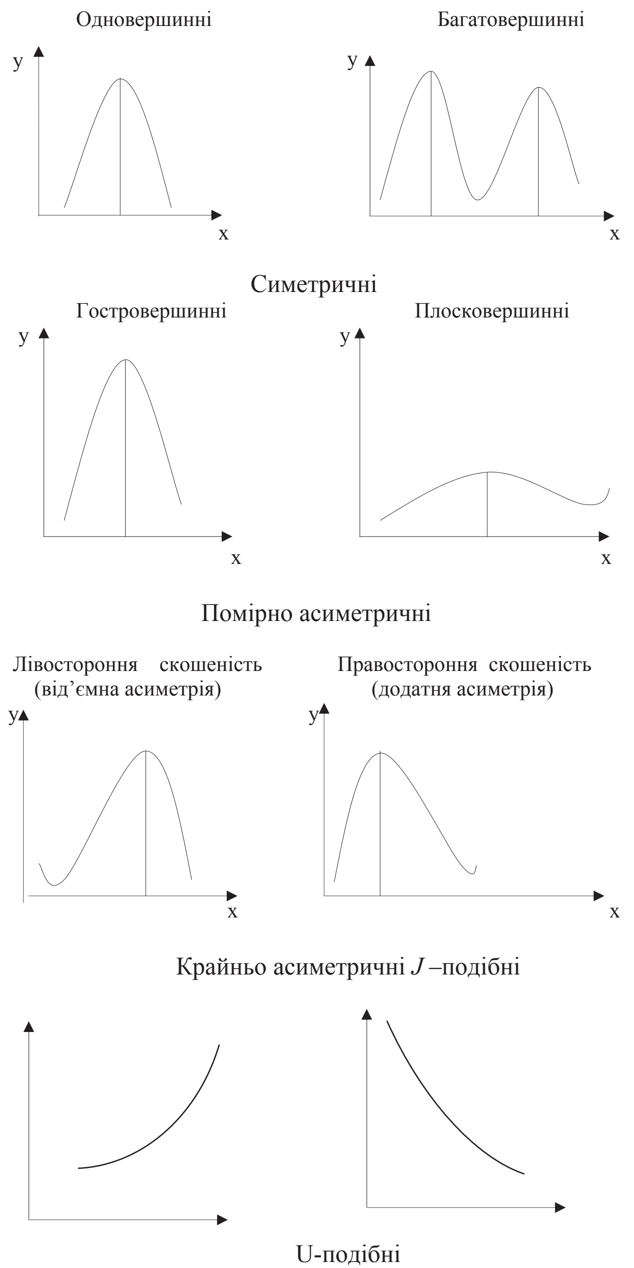


Таблиця 32
Розподіл підприємств за рівнем рентабельності

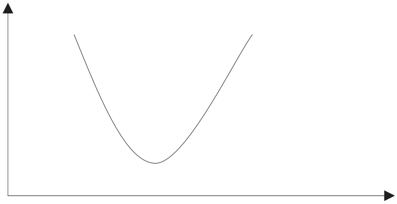
Рівень рентабель-ності, % (x_i)	Кількість підприємств (n_i)	Нагромаджена частота (n_i')
20-23	2	2
23-26	5	7
26-29	9	16
29-32	7	23
32-35	3	26
Разом	26	х

Якщо збільшити до нескінченності число одиниць спостережень і зменшити величину інтервалу, графік ряду розподілу буде мати форму кривої (рис. 9). На рис. 10 наведені форми статистичних розподілів.

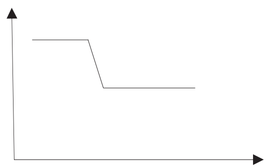
Рис. 9. Графіки форм статистичних розподілів



Продовж. рис. 9. Графіки форм статистичних розподілів



Z –подібні



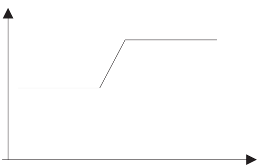
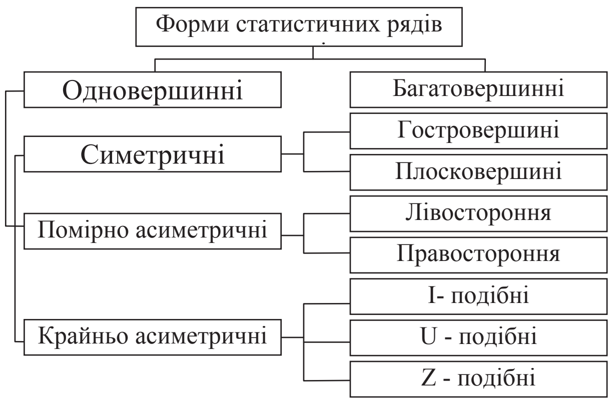


Рис. 10. Схема форм статистичних розподілів



§ 5.3. Варіація ознак. Показники варіації

5.3.1. Поняття варіації, показники її оцінки

Розміри ознак, які характеризують кількісні зміни тих чи інших явищ, зазнають коливань.

Як відомо, у певних межах коливаються (варіюють) показники рівнів продуктивності праці та її оплати, собівартості та рентабельності виробництва продукції тощо. Ці коливання

різних зумовлені певними факторами, які діють у _____
напрямках. Для узагальнюючої характеристики
статистичної сукупності за варіюючими
середні ознаками розраховують ________ величини. Але
середня, характеризуючи варіаційний ряд у
коливання цілому, не враховує (варіацію/коливання)
ознаки. Вона не показує, як розміщені навколо
неї варіанти, тобто, чи зосереджені вони поблизу
середньої, чи значно відхиляються від неї.
характер Середня не показує _________ варіації ознаки і
степінь її коливань.

У деяких випадках та ж сама середня може характеризувати зовсім різні сукупності. Тобто в
двох або декількох сукупностях середні
однакові величини _________ (за рівнем), а відхилення від
різні цих середніх ______. У табл. 33 наведено дані
про виробничий стаж робітників двох цехів
підприємств (А і Б).

Таблиця 33

Вихідні і розрахункові дані для обчислення середньої (x_i - стаж у роках, n_i - кількість робітників)

А			Б		
x_i	n_i	x_in_i	x_i	n_i	x_in_i
2	1	2	2	30	60
3	5	15	3	20	60
4	30	120	4	10	40
5	60	300	5	50	250
6	30	180	6	10	60
7	5	35	7	20	140
8	1	8	8	30	240
Всього	132	660	-	170	850

Середні, обчислені для обох сукупностей, будуть однакові

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i} = \frac{660}{132} = 5; \quad \bar{x}_2 = \frac{850}{170} = 5.$$

Відхилення від обчислених середніх мають різний характер. У першому цеху А стаж 120 робітників (30+60+30) із 132 (тобто 91 %) відхиляється від середнього стажу (5 років) не більше як на 1 рік.

У другому цеху Б 70 випадків (10+50+10) із

менш однорідною менш надійною відхилень	170 мають таке ж відхилення – 41 %. Зрозуміло, що у першому випадку середня характеристика більш надійна (більш типова), ніж у другому. Якщо значення ознаки більше відхиляється від середньої (другий випадок), то досліджувана сукупність вважається ________________, а середня _____________. Тому поряд з середніми величинами важливе теоретичне і практичне значення має вивчення (відхилень/ознак) від середніх. При цьому являють інтерес як крайні відхилення, так і сукупність всіх відхилень. Від розмаху і розподілу відхилень залежить надійність середніх характеристик. Останні, необхідно доповнювати показниками, які вимірюють відхилення від них, тобто показниками варіації.
кількісного показників	Для (загального/кількісного) виміру варіації ознаки математична статистика розробила ряд (показників/даних): розмах варіації, середнє лінійне відхилення, середній квадрат відхилень (дисперсія), середнє квадратичне відхилення, коефіцієнт варіації.
	У табл. 34 названі статистичні характеристики представлені структурними їх. Серед коефіцієнтів варіації найбільш вживаний показник, який вираховується за середнім квадратичним відхиленням.
різницю розміри усіх крайніх	**Розмах варіації,** являючи собою _________ між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду, дає лише загальне уявлення про розміри варіації, тобто її наближену оцінку. Величина ця нестійка і значною мірою залежить від випадковостей. Вона не дає уявлення про (види/розміри) відхилень варіант одна від одної в проміжку між крайніми їх значеннями. Особливістю показника розмаху варіації (R) є те, що він не відображує відхилень ______ варіант, не враховує частоти, а величина його залежить від двох ______ значень ознаки.

Таблиця 34
Формули розрахунку показників варіації

Статистична характеристика варіації	Форма, зумовлена відсутністю чи наявністю статистичних ваг	
	незважена	зважена
Розмах варіації	$R = x_{\max} - x_{\min}$	$R = x_{\max} - x_{\min}$
Середнє лінійне відхилення	$d_н = \frac{\Sigma\lvert x_i - \bar{x}\rvert}{n}$	$d_з = \frac{\lvert x_i - \bar{x}\rvert n_i}{\Sigma n_i}$
Дисперсія (девіата, середній квадрат відхилень)	$\sigma_н^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}$	$\sigma_з^2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}$
Середнє квадратичне відхилення	$\sigma_н = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2}{n}}$	$\sigma_з = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}}$
Коефіцієнт варіації: по варіаційному розмаху (коефіцієнт осциляції)	$V_R = \frac{R}{\bar{x}}100$	$V_R = \frac{R}{\bar{x}}100$
по середньому лінійному відхиленню (нерівнота)	$V_d = \frac{d_н}{\bar{x}}100$	$V_d = \frac{d_з}{\bar{x}}100$
по середньому квадратичному відхиленню	$V_\sigma = \frac{\sigma_н}{\bar{x}}100$	$V_\sigma = \frac{\sigma_з}{\bar{x}}100$

середню
відхилень

Тому для узагальненої характеристики розміру цих відхилень розраховують ________ із (відхилень/різниць).

Слід пам'ятати, що термін «відхилення від середньої» означає різницю між варіантою і середньої арифметичною в даній сукупності. У розрахунках завжди віднімають середню від варіант, а не навпаки.

властивість

d
R

Оскільки сума додатних і від’ємних відхилень завжди дорівнює нулю (властивість/умова), умовно припускають, що всі відхилення мають однаковий знак. Сума таких відхилень, поділена на їх число, має назву **середнє лінійне відхилення** (d/f). Цей показник має значну перевагу перед розмахом варіації (B/R) у відношенні повноти коливання ознаки. Чим більша його величина, тим менш однорідною вважається сукупність. Показник середнього лінійного відхилення у статистиці застосовують рідко. Для виміру міри варіації частіше отримані відхилення підносять до квадрату, а з квадратів відхилень обчислюють середню величину. Одержана таким чином міра варіації називається **середнім квадратом відхилень** або ___________ (σ^2).

дисперсією

Якщо добути корінь квадратний з дисперсії, одержимо **середнє квадратичне відхилення** (σ/σ^2). Дана статистична величина характеризує абсолютну міру варіації, це іменоване число і виражається у тих же одиницях виміру, в яких виражені варіанти. Середнє квадратичне відхилення називають також стандартним **відхиленням, стандартом або просто «сигмою».**

σ

Середнє квадратичне відхилення (σ) і дисперсія (σ^2) є загальноприйнятими показниками міри варіації ознаки, мають широке застосування у статистиці.

Здійснимо розрахунок названих статистичних характеристик за даними раніше розглянутого прикладу про середній стаж робітників (табл. 35).

Таблиця 35

Вихідні і розрахункові дані для обчислення показників варіації

А					Б				
x_i	n_i	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(x_i - \overline{x})n_i^2$	x_i	n_i	$x_i - \overline{x}$	$(x_i - \overline{x})^2$	$(x_i - \overline{x})n_i^2$
2	1	-3	9	9	2	30	-3	9	270
3	5	-2	4	20	3	20	-2	4	80
4	30	-1	1	30	4	10	-1	1	10
5	60	0	0	0	5	50	0	0	0
6	30	1	1	30	6	10	1	1	10
7	5	2	4	20	7	20	2	4	80
8	1	3	9	9	8	30	3	9	270
Разом	132	x	x	118	x	170	x	X	720

Величина дисперсії відповідно для об'єктів А і Б становитиме:

$$\frac{\Sigma(x_i - \overline{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}$$

$$\sigma_A^2 = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \frac{118}{132} = 0.89; \qquad \sigma_Б^2 = \frac{720}{170} = 4,24.$$

Звідси знаходимо: $\sigma_A = \sqrt{0{,}89} = 0{,}94;$ $\sigma_Б = \sqrt{4{,}24} = 2{,}06.$

Як бачимо, у другому випадку середнє квадратичне відхилення $\sigma_Б$ більш як у два рази перевищує величину σ_A. Отже, другий ряд розподілу характеризується більш високою варіацією ознаки, ніж перший.

самостійна

Середнє квадратичне відхилення використовується і як (самостійна/умовна) статистична характеристика, і як основа для побудови (обчислення) інших статистичних (помилок/характеристик): коефіцієнтів варіації, помилок репрезентативності різноманітних характеристик розподілу, коефіцієнтів кореляції і регресії, елементів дисперсійного аналізу, формул регресії.

характеристик

залежить

За своєю величиною σ (залежить/становить) не тільки від ступеня варіації, а й від абсолютних рівнів варіант і середньої. Тому стандартні відхилення, розраховані за варіаційними рядами з різнойменними ознаками (як і з різними рівнями), безпосередньо не можна.

Можливість такого порівняння забезпечує показник процентного відношення середнього квадратичного відхилення і середньої арифметичної – **коефіцієнт варіації** (__). Цей показник характеризує відносну міру варіації і дозволяє порівнювати ступінь варіації ознак в рядах розподілу з різним рівнем середніх.

V

Наприклад, якщо для урожайності зернових культур в одній області σ_1=9 ц з га і $\bar{x}_1$ =30 ц з га, а в другій – σ_1=8 ц з га і $\bar{x}_2 = 20ц,$ то за абсолютною величиною варіація у першому випадку більша (9 >8) а відносна міра варіації менша:

$$V_1 = \frac{\sigma_1}{\bar{x}_1}100 = \frac{9}{30}100 = 30\%;\;\; V_2 = \frac{\sigma_2}{\bar{x}_2}100 = \frac{8}{20}100 = 40\%.$$

зручний

Коефіцієнт варіації (зручний/вагомий) для порівняння варіації різних явищ. Наприклад, якщо при порівнянні коефіцієнтів варіації віку робітників до рівня їх трудоучасті (сума відпрацьованого часу – люд.-г) виявиться, що коефіцієнт варіації віку V =5,3 %, а коефіцієнт варіації трудоучасті V=14,7 %, то робиться висновок про те, що рівень трудоучасті варіює більше, ніж вік.

надійності

Коефіцієнт варіації є оцінкою (сталості/надійності) середньої. При величині V=5 % варіація вважається слабкою, V=6-10 % – помірною, V=16-20 % – значною;V=21-50 % – великою; V > 50 % – дуже великою.

33

Для малих вибірок величина коефіцієнта варіації повинна бути не більше ___ %. Якщо $\bar{x}$= 1; V = σ.

5.3.2. Найважливіші математичні властивості дисперсії

$\sigma^2_{(x_i - A)}$

Знаючи математичні властивості дисперсії, можна спростити вирахування її величини. Розглянемо їх.

1. Якщо із усіх значень варіант відняти постійне число А, то величина дисперсії не зміниться:

_______ σ².

Таким чином, середній квадрат відхилень можна обчислити не за величинами варіант, а за відхиленням їх від якогось постійного числа, тобто $\sigma^2_{(x_i - A)} = \sigma^2$.

2. Якщо значення варіант поділити на постійне число А, то величина дисперсії зменшиться в A^2, а середнє квадратичне відхилення в А разів:

$$\sigma^2_{(\frac{x}{A})} = \sigma^2 : A^2.$$

Із цього випливає, що всі варіанти можна поділити на будь-яке постійне число, обчислити середнє квадратичне відхилення, а потім помножити його на це постійне число: $\sigma^2 = \sigma^2_{\left(\frac{x_i}{A}\right)} \cdot A^2$

3. Якщо вирахувати середній квадрат відхилень від будь-якої величини (А), що відрізняється в тій чи іншій мірі від середньої ($\bar{x}$), то величина його завжди буде більше середнього квадрата відхилень, обчисленого відносно середньої $(\sigma_A^2 \rangle \sigma^2)$.

Отримане перевищення дорівнює квадрату різниці між середньою і умовно узятою величиною, тобто $/\bar{x} - A/^2$. Це все можна подати у такому запису: $\sigma_A^2 = \sigma^2 + (\bar{x} - A)^2$ або $\sigma_A^2 = \sigma^2 - (\bar{x} - A)^2$.

Розглянута властивість середнього квадрата відхилень дозволяє зробити висновок про те, що дисперсія від середньої (σ^2) завжди менша за дисперсії, обчислені від будь-яких інших величин σ_A^2, тобто вона має властивість мінімальності.

4. Дисперсія постійної величини дорівнює нулю ($\sigma_{Aconst}^2 = 0$). Ця властивість випливає з того, що дисперсія є показником розсіювання варіант навколо середньої арифметичної, а середня арифметична постійної величини дорівнює цій величині.

Ряд властивостей дисперсії ґрунтується на рівності $\sigma^2 = \overline{x^2} - (\bar{x})^2$, Тобто дисперсія дорівнює різниці між середньою арифметичною квадратів варіант і квадратом середньої арифметичної.

5.3.3. Загальна, міжгрупова і внутрішньогрупова дисперсія

Якщо всі значення ознаки статистичної сукупності (генеральної або вибіркової) розділити на декілька груп і розглядати кожну з них як самостійну (окрему) сукупність, то виникає необхідність обчислення трьох видів дисперсій: загальної, міжгрупової і внутрішньогрупової.

всієї сукупності

Загальна дисперсія – це середній квадрат відхилень значень ознак ____________________ відносно загальної середньої.

Міжгрупова дисперсія – це середній

квадрат відхилень групових середніх відносно загальної середньої.

часткових

Внутрішньогрупова дисперсія – це середня арифметична __________ (групових) дисперсій, зважена обсягами груп.

У табл. 36 наведена структурні формули обчислення названих видів дисперсій.

Таблиця 36

Формули для обчислення дисперсій

Вид дисперсії	Формула	Примітка
Загальна	$\sigma^2_{заг} = \frac{\Sigma(xi - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}$.	n_i - частота ознаки
Міжгрупова	$\sigma^2_{мгр} = \frac{\Sigma(\bar{x}_j - \bar{x})^2 Nj}{\Sigma N_{j_i}}$	j - номер групи N_j - обсяг групи $\Sigma Nj = \Sigma n_i$ $\bar{x}_j$ - групова середня
Внутрішньо групова	$\sigma^2_{вгр} = \frac{\Sigma \sigma^2_j N_j}{\Sigma N_j}$	σ^2_j – часткові (групові) дисперсії

Приклад. За даними врожайності зернових культур 57 підприємств визначити загальну, міжгрупову і внутрішньогрупову дисперсії, утворивши сім груп підприємств за рівнем урожайності.

дискретний

Для обчислення загальної дисперсії необхідно побудувати ____________ ряд розподілу (табл. 37).

За розрахунковими даними цього статистичного ряду визначаємо середню арифметичну ($\bar{x}$) і величину загальної дисперсії ($\sigma^2_{заг}$):

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i ni}{\Sigma ni} = \frac{1535{,}3}{57} = 26{,}9; \quad \sigma^2_{заг} = \frac{\Sigma(xi - \bar{x})^2 ni}{\Sigma ni} = \frac{1399{,}06}{57} = 24{,}5.$$

Таблиця 37

Вихідні і розрахункові дані для обчислення загальної дисперсії (дискретний ряд)

Варіанта, x_i	Частота n_i	Розрахункові дані			
		$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
17,5	1	17,5	-9,4	88,36	88,36
17,6	2	35,2	-9,3	86,49	172,98
…	…	…	…	…	…
36,2	3	108,6	9,3	86,49	259,47
37,6	2	75,2	10,7	114,49	228,98
Разом	57	1535,3	х	х	1399,06

групові середні

Для визначення міжгрупової дисперсії необхідно обчислити _________________ ($\bar{x}_j$) і знайти загальний об'єм їх варіювання відносно загальної середньої ($\Sigma(\bar{x}_j-\bar{x})^2 Nj$). За розрахунковими даними таблиці 38 визначаємо розмір міжгрупової дисперсії:

$$\sigma^2_{мгр}=\frac{\Sigma(\bar{x}_j-\bar{x})^2 Nj}{\Sigma n_i}=\frac{1347.5}{57}=23.6.$$

Таблиця 38
Вихідні і розрахункові дані для обчислення міжгрупової дисперсії

Інтервал (група)	Середня по групі, $\bar{x}_j$	Обсяг груп, N_j	Розрахункові дані		
			$\bar{x}_j-\bar{x}$	$(\bar{x}_j-\bar{x})^2$	$(\bar{x}_j-\bar{x})^2 N_J$
17,5-20,5	18,9	9	-8,0	64,00	576,0
20,5-23,5	21,9	6	-6,0	25,0	150,0
23,5-26,5	25,4	9	-1,5	2,25	20,3
26,5-29,5	28,2	13	1,3	1,69	22,0
29,5-32,5	30,8	15	3,9	15,21	228,0
32,5-35,5	34,0	3	7,1	50,41	151,2
35,5-38,5	36,9	2	10,0	100,00	200,0
Разом	×	57	×	×	1347,5

часткові

Щоб визначити внутрішньогрупову дисперсію, необхідно розрахувати _______ дисперсії у розрізі семи груп. Маючи групові середні $|\bar{x}_j|$, знаходимо по кожної групі відповідну часткову дисперсію $|\sigma^2_j|$. За даними прикладу, який розглядається, необхідно обчислити сім таких дисперсій $(\sigma^2_I, \sigma^2_{II}, \sigma^2_{III}, ..., \sigma^2_{VII})$.

Необхідні проміжні дані для їх обчислення наведено в таблиці 39.

Таблиця 39
Вихідні і розрахункові дані для обчислення внутрішньо групо-вої дисперсії (розрахунок часткових дисперсій) (σ^2_j)

Інтервал (група)	Варіанта, x_i	Частота, n_i	Розрахункові дані				
			$x_i n_i$	$x_i-\bar{x}_j$	$(x_i-\bar{x}_j)^2$	$(x_i-\bar{x}_j)^2 n_s$	σ^2_j
17,5-20,5	17,5	1	17,5	-1.4	1,96	1,96	$\sigma^2_I=$
($\bar{x}_I=$ 18,9)	17,6	2	35,2	-1.3	1,69	3,38	$=\frac{\Sigma(x_i-\bar{x}_I)^2 n_i}{N_I}$
Всього	x	9	170,0	x	x	9,05	$=\frac{9.05}{9}=1.0$
…	…	…	…	…	…	…	…
35.5-38,5	36,2	I	36,2	-0.7	0,49	0,49	
($\bar{x}_{VII}=$ 36.9)	37,6	I	37,6	0.7	0.49	0,40	$=\frac{\Sigma(\bar{x}_i-\overline{x_{VII}})^2 n_i}{N_{VII}}=$
Всього	x	2	73,8	x	x	0,98	$=\frac{0,98}{2}=0,49$

Початку обчислень часткових дисперсій передує розрахунок групових середніх ($\bar{x}_j$). Так, для першого інтервалу $\bar{x}_I = \frac{\Sigma x_i n_i}{N_I} = \frac{170}{9} = 18,9$. Аналогічно розраховуємо середні для інших груп. Потім знаходимо окремі дисперсії σ_j^2, величини яких становлять: $\sigma_I^2 = 1,0$; $\sigma_{II}^2 = 0,43$; $\sigma_{III}^2 = 1,12$; $\sigma_{IV}^2 = 0,68$; $\sigma_V^2 = 1,09$; $\sigma_{VI}^2 = 0,58$; $\sigma_{VII}^2 = 0,49$ (послідовність розрахунку показано тільки для першого і сьомого інтервалів).

Маючи обчислені значення часткових дисперсій, знаходимо величину внутрішньогрупової дисперсії:

$$\sigma_{вгр}^2 = \frac{\sigma_I^2 N_I + \sigma_{II}^2 N_{II} + \sigma_{III}^2 N_{III} + ... + \sigma_{VII}^2 N_{VII}}{N_I + N_{II} + N_{III} \Sigma .... + N_{VII}} =$$

$$= \frac{1 \times 9 + 0,43 \times 6 + 1,12 \times 9 + 0,68 \times 13 + 1,09 \times 15 + 0,58 \times 3 + 0,49 \times 2}{9 + 6 + 9 + 13 + 15 + 3 + 2} =$$

$$= \frac{49,57}{57} = 0,87 \approx 0,9.$$

Відповідно до правила складання дисперсій, яке випливає з доказу, що якщо сукупність складається з кількох груп, то загальна дисперсія дорівнює сумі внутрішньогрупової і міжгрупової дисперсій, маємо:

$$\sigma_{общ}^2 = \sigma_{мгр}^2 + \sigma_{вгр}^2 = 23,6 + 0,9 = 24,5 .$$

За раніше наведеними розрахунками, величина загальної дисперсії $\sigma_{заг}^2$ дорівнює 24,5, що підтверджує вірність виконаних обчислень.

Теоретичний і практичний інтерес правила додавання дисперсій полягає у тому, що, знаючи дві величини дисперсії, на основі наведеної рівності завжди можна знайти третю. Наприклад:

$$\sigma_{вгр}^2 = \sigma_{заг}^2 - \sigma_{мгр}^2 .$$

силу впливу

Маючи величини міжгрупової і загальної дисперсій, можна мати уяву про __________ групувальної ознаки. Про це мова піде при вивченні питань кореляційного і дисперсійного методів аналізу.

5.3.4. Дисперсія альтернативних ознак

Перш ніж розглянути питання про дисперсію альтернативних ознак, слід нагадати, що під альтернативною ознакою розуміють таку ознаку, якою одні варіанти наділені, а другі – ні.

Розрахунок загальної, міжгрупової і внутрішньогрупової дисперсій для альтернативних ознак поданий за формулами в табл. 40.

Таблиця 40
Формули обчислення дисперсій для альтернативних ознак

Вид дисперсії	Формула	Примітка
Загальна	$\sigma_w^2 = w(1-w)$	w – частка одиниць наділених даною ознакою
Міжгрупова	$\sigma_{мw}^2 = \frac{\Sigma(w_i - w)n_i}{\Sigma n_i}$	w_i – частка одиниць, наділених даною ознакою в і –й групі n_i – число одиниць в і-й групі
Внутрішньо-групова	$\sigma_{\sigma w}^2 = \frac{\Sigma w_i(1-w_i)n_i}{\Sigma n_i}$	Σn_i – об'єм вибірки $(\sum n_i = n)$

Так, якщо у вибірці, яка складається з n одиниць і n'' одиниць, наділених даною ознакою, то їх частка w у вибірковій сукупності становитиме:

$$w = \frac{n''}{n}.$$

Розглянемо послідовність розрахунку названих видів дисперсій на конкретному прикладі. У табл. 41 представлена вибірка 60 підприємств, розподілених за виробничим типом на дві групи з обсягом n_i кожної і виділенням альтернативної ознаки – кількості збиткових підприємств (n'').

Таблиця 41
Вихідні і розрахункові дані для обчислення дисперсій альтернативної ознаки

Група	Обсяг груп, n_i	Число одиниць у групі, наділених даною ознакою, n''	Розрахункові дані					
			$w_i = \frac{n''}{n_i}$	$w_i = (1-w_i)$	$w_i(1-w_i)n_i$	$w_i - w$	$(w_i - w)^2$	$w_i - w)^2 n_i$
І	40	8	0,200	0,16	6,4	-0,03	0,0009	0,036
П	20	6	0,300	0,21	4,2	0,07	0,0049	0,098
Всього	60	14	0,233 (14:60)	х	10,6	х	х	0,134

Підставляючи розрахункові дані таблиці 41 у формули відповідних видів дисперсій, одержимо:

$$\sigma_w^2 = w(1-w) = 0{,}233(1-0{,}233) = 0{,}179;$$

$$\sigma_{мw}^2 = \frac{\Sigma(w_i - w)^2 n_i}{60} = \frac{0.134}{60} = 0{,}002;$$

$$\sigma_{\sigma w}^2 = \frac{\Sigma w_i(1-w_i)n_i}{\Sigma n_i} = \frac{10{,}6}{60} = 0{,}177.$$

Ґрунтуючись на правилі додавання дисперсій, маємо:

$\sigma_w^2 = \sigma_{мw}^2 + \sigma_{вw}^2$ або 0,179 =0,002+0,177; 0,179= 0,179.

Середнє квадратичне відхилення альтернативної ознаки в даному випадку легко знайти шляхом добування кореня з σ_w^2, тобто :

$$\sigma = \sqrt{w(1-w)} = \sqrt{0.179} = 0.42.$$

§ 5.4. Моменти статистичного розподілу

Варіаційний ряд розподілу може характеризуватися системою статистик, які мають загальний математичний вираз і носять назву **моментів розподілу.** В цій системі знаходять своє відображення (місце) такі узагальнюючі характеристики ряду, як середня і дисперсія.

Система моментів розподілу вперше була розроблена російськім математиком П.Л.Чебишевим.

Загальний математичний вираз моменту розподілу (загального емпіричного моменту) має вигляд:

$$М_к = \frac{\Sigma(x_i - A)^к n_i}{\Sigma n_i},$$

де $М_к$ – момент k-го порядку;

x_i – варіанти ряду;

n_i – частоти ряду;

k, A – постійні числа [к-порядок (степінь), A – довільне постійне число (несправжній нуль)].

Слід пам'ятати, що при розрахунку моментів статистичних розподілів усереднюється k – та степінь відхилень значень ознаки (варіанти) x_i від деякої постійної величини (A).

система

Залежно від того, яка величина прийнята за умовний початок (A), загальна _______ моментів може бути подана підсистемами **початкових, центральних і нормованих моментів.**

Якщо умовний початок A = 0, отримують підсистему **початкових моментів**. Початковий момент k-го порядку (k-ї степені) виражається формулою:

$$\frac{\Sigma x^к n_i}{\Sigma n_i}$$

$$М_к = \_\_\_\_\_\_\_,$$

де $М_к$ – початковий момент k-го порядку;

$\Sigma x^к n_i$ – сума добутків варіант k-ї степеня на їх частоти;

Σn_i – сума частот.

При k = 0 момент називається початковим моментом нульового порядку, при k = 1 – початковим моментом 1-го порядку при k = 2 – початковим моментом 2-го порядку і т.д.

Розрахунок величин початкових моментів від нульового до четвертого порядків представлений схематично в табл. 42.

При $A=\overline{x}$ одержуємо підсистему **центральних моментів**. Центральний момент k-го порядку виражається формулою:

$$\mu_к = \frac{\Sigma(x_i - \overline{x})^k n_i}{\Sigma n_i}$$

Таблиця 42
Розрахунок підсистеми початкових моментів

Порядок (степінь) k,	Формула	Зміст
0	$M_0 = \frac{\Sigma x_i^0 n_i}{\Sigma n_i}$	1
1	$M_i \frac{\Sigma x_i^1 n_s}{\Sigma n_i}$	$\bar{x}$ (середня арифметична)
2	$M_2 = \frac{\Sigma x_i^2 n_i}{\Sigma n^i}$	$\overline{x^2}$ (середня квадратів варіант)
3	$M_3 = \frac{\Sigma x_i^3 n_i}{\Sigma n_i}$	$\overline{x^3}$ (середня кубів варіант)
4	$M_4 = \frac{\Sigma x_i^4 n_i}{\Sigma n_i}$	$\overline{x^4}$ (середня четвертих степенів варіант)

Як видно з наведеної формули, центральні моменти являють собою середні із різних степенів відхилень від середньої арифметичної.

Схема розрахунку підсистеми центральних моментів від нульового до четвертого порядків наведена в табл. 43.

Таблиця 43
Розрахунок підсистеми центральних моментів

Порядок (степінь), k	Формула	Зміст	Взаємозв'язок з початковими моментами
0	$\mu_0 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^0 n_i}{\Sigma n_i}$	1	-
1	$\mu_1 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^1 n_i}{\Sigma n_i}$	0	$M_i - M_i$
2	$\mu_2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}$	σ^2	$M_2 - M_i^2$
3	$\mu_3 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^3 n_i}{\Sigma n_i}$	Використовується для характеристики асиметрії розподілу	$M_3 - 3M_2M_1 + 2M_1^3$
4	$\mu_4 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^4 n_i}{\Sigma n_i}$	Використовується для характеристики гостровершиності	$M_4 - 4M_3M_1 + 6M_2M_1^2 - 3M_1^4$

Обчислення центральних моментів можуть бути значно спрощені, якщо знати ___________ цієї підсистеми моментів. Розглянемо їх.

властивості

1. Якщо усі варіанти статистичного ряду

зменшити або збільшити на якесь постійне число С, то величина центрального моменту k-го порядка не зміниться. Так, якщо центральний момент розрахувати за зменшеними ($x_i - C$) або збільшеними ($x_i + C$) варіантами, то $\mu' = \mu$.

2. Якщо усі варіанти статистичного ряду зменшити або збільшити в одне і те ж число раз (z), то центральний момент k -го порядку зменшиться або збільшиться у Z^k разів. Тобто якщо центральний момент k –го порядку (μ'_k) розраховувати за збільшеними у z разів варіантами ($x_i z$), то величина його становитиме $\mu_k^1 = \mu Z^k$. Аналогічно одержуємо за зменшеними в z разів варіантами: $\mu'_k = \dfrac{\mu}{Z^k}$.

Отже, одержавши центральний момент (μ) За зміненим рядом [наприклад, $x_i = (x_i - c) : \text{Z}$], можна обчислити центральний момент k -го порядку для початкового ряду. Для випадку, коли варіанта зменшена на С одиниць, і це значення ($x_i - c$) у свою чергу зменшити у z разів $[(x_i - c) : \text{Z}]$, то центральний момент (μ) k-го порядку буде дорівнювати: $\mu = \mu^1 \cdot Z^{\kappa}$.

Знання розглянутих вище властивостей підсистеми центральних моментів дозволить значно скоротити обсяги обчислювальних робіт, особливо у тих випадках, коли вибіркова сукупність представлена громіздкими розмірами величин досліджуваних ознак.

Як було зазначено раніше, центральний момент другого порядку (μ_2) являє собою дисперсію (σ^2). Якщо корінь квадратний з дисперсії (тобто середнє квадратичне відхилення) прийняти за стандарт ($\sqrt{\mu_2}$), то відношення центрального моменту k-го порядку до стандарту в k-тій степеня буде називатися **нормованим моментом.**

Загальна його формула має вигляд:

$$m_k = \frac{\mu_k}{(\sqrt{\mu_2})^k} = \frac{\mu_k}{\sigma^k}.$$

нормовані

Згідно з наведеною вище формулою (згруповані/нормовані) моменти від першого до четвертого порядків можна записати у такому вигляді: $m_1 = \frac{\mu_1}{\sigma^1} = \frac{0}{\sigma} = 0;\ m_2 = \frac{\mu_2}{\sigma^2} = \frac{\sigma^2}{\sigma^2} = 1;\ m_3 = \frac{\mu_3}{\sigma^3};\ m_4 = \frac{\mu_4}{\sigma^4}$.

Послідовність розрахунку моментів розподілу полягає у складанні на першому етапі робочих таблиць. В останні заносяться вихідні і розрахункові дані з тим, щоб у подальшому їх використати для розрахунку тієї чи іншої формули моменту розподілу.

Наведемо форми таких таблиць у вигляді макетів (табл. 44, 45).

Таблиця 44

Вихідні і розрахункові дані для обчислення початкових моментів ряду розподілу

Варіанта, x_i	Частота n_i	Розрахункові дані						
		x_i^2	x_i^3	x_i^4	$x_i n_i$	$x_i^2 n_i$	$x_i^3 n_i$	$x_i^4 n_i$
…	…	…	…	…	…	…	…	…
Всього	…	х	х	х	…	…	…	…

Таблиця 45

Вихідні і розрахункові дані для обчислення центральних моментів ряду розподілу

Варіанта, x_i	Частота, n_i		Розрахункові дані						
		$(x_i - \bar{x})$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$	$(x_i - \bar{x})n_i$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$	$(x_i - \bar{x})^3 n_i$	$(x_i - \bar{x})^4 n_i$
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
Всього	х	х	х	х	х	…	…	…	..

Розглянуті вище підсистеми моментів використовуються як статистичні характеристики розподілу. У статистичних розрахунках іноді звертаються до так званих умовних моментів. Одержують цю форму моментів при $A = x_0$, де x_0 – деяка варіанта (умовний початок). За x_0

приймається величина досліджуваної ознаки, яка близька до середньої варіанти $(\bar{x})$, тобто до варіанти, розміщеної приблизно в середині варіаційного ряду. Така варіанта , як правило, має найбільшу частоту.

Умовний момент k-го порядку має вигляд:

$$m_k = \frac{\Sigma(x_i - x_0)^k n_i}{\Sigma n_i}.$$

Як видно з формули, умовні моменти являють собою середні різних степенів із відхилень варіант від умовного початку (несправжнього нуля). Умовні моменти першого, другого, третього і вищого порядків будуть виражатися відповідними формулами:

$m_1 = \frac{\Sigma(x_i - x_0)^1 n_i}{\Sigma n_i}$; $m_2 = \frac{\Sigma(x_i - x_0)^2 n_i}{\Sigma n_i}$; $m_3 = \frac{\Sigma(x_i - x_0)^3 n_i}{\Sigma n_i}$ і т.д.

Відзначимо, що умовні моменти першого і другого порядків використовуються для спрощення розрахунків відповідно середньої арифметичній і дисперсії.

Для інтервального варіаційного ряду з рівними інтервалами розрахунок умовних моментів може бути значно спрощений, якщо відхилення $(x_i - x_0)$ розділити на величину інтервалу (і). Знаючи, що в основі дискретного ряду розподілу лежить арифметична прогресія, за аналогією можна спростити розрахунки умовних моментів і для цього виду рядів розподілу.

Відношення $\frac{(x_i - x_0)}{i}$ називають умовними варіантами.

Останні, як бачимо, використовують для спрощених методів розрахунку зведених характеристик вибірки шляхом заміни початкових варіант умовними.

Приклад. Необхідно знайти умовні варіанти для дискретного ряду розподілу 50 працівників за середньоденним рівнем зарплати (табл. 46).

Таблиця 46
Дискретний ряд розподілу

Варіанта, x_i	Частота, n_i
22,50	3
26,50	8
30,50	25
34,50	10
38,50	4

За умовний початок (несправжній нуль $-x_0$) приймаємо варіанту 30,5 (ця варіанта розміщена в середині варіаційного ряду). Різниця між сусідніми (будь-якими) варіантами (і) дорівнює 4. Для інтервального варіаційного ряду – це величина інтервалу.

Умовна варіанта буде дорівнюватиме $x_i^1 = \frac{x_1 - x_0}{i} = \frac{22{,}5 - 30{,}5}{4} = -2.$

Аналогічно розраховуємо інші умовні варіанти: $x'_2 = -1;\ \ x'_2 = 1;\ \ x'_3 = 1;\ \ x'_4 = 1;\ \ x'_5 = 2.$ Як бачимо, одержані значення умовних варіант – це цілі числа, невеликі за обсягом, з якими набагато спрощуються обчислювальні операції в порівнянні з варіантами початкового ряду (22,50; 26,50; 30,50; 34,50; 38,50).

Маючи обчислені значення умовних варіант, можна знайти умовний емпіричний момент, який являє собою початковий момент k -го порядку, обчислений для умовних варіант:

$$m'_k = \frac{\Sigma x_i^k n_i}{\Sigma n_i} = \frac{\Sigma\left(\frac{x_i - x_0}{i}\right)^k n_i}{\Sigma n_i}.$$

Так, умовний момент першого порядку буде дорівнювати:

$$m'_1 = \frac{\Sigma\left(\frac{x_i - x_0}{i}\right) n_i}{\Sigma n_i} = \left(\frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i} - x_0 \frac{\Sigma n_i}{\Sigma n_i}\right)\frac{1}{i} = \frac{1}{i}(\overline{x} - x_0).$$

Звідси $\overline{x} = m'_1 i + x_0$.

Отже, щоб знайти середню вибірки, необхідно умовний момент першого порядку помножити на величину інтервалу (*і*) і до одержаного добутку додати варіанту, прийняту за умовний початок (несправжній нуль).

Від умовних моментів можна перейти до розрахунку початкових моментів розподілу (M_K):

$$m_k^{'} = \frac{1}{i^k} \times \frac{\Sigma(x_i - x_0)^k n_i}{\Sigma n_i} = \frac{M_K}{i^k}.$$

Звідси початковий момент k-го порядку дорівнює: $M_K = m_k^{'} \times i^k$.

Отже, щоб знайти початковий момент k-го порядку, достатньо умовний момент цього порядку помножити на величину інтервалу в k-ій степені.

§ 5.5. Характеристика асиметрії і ексцесу

Щоб оцінити (дати оцінку) відхилення емпіричного розподілу від нормального, розраховують такі статистичні характеристики, як **коефіцієнти асиметрії** і **гостровершинності – ексцесу**. Перший з названих коефіцієнтів характеризує ступінь скошеності варіаційного

симетрії

ряду розподілу щодо його __________ вправо або вліво. При зміщенні вправо від центра асиметрія буде характеризуватися додатнім числом, при зміщенні вліво – від'ємним.

Коефіцієнт асиметрії (A_s) розраховується як відношення центрального моменту третього порядку до куба середнього квадратичного відхилення : $A_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3}$, тобто $A_s = m_3$.

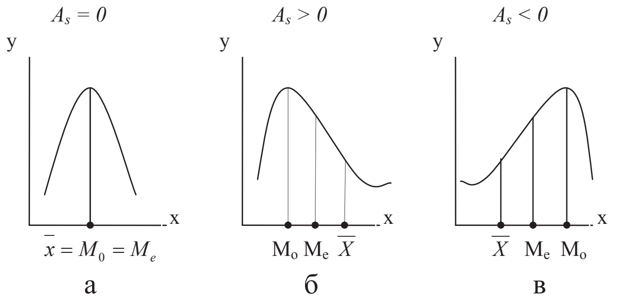
Як бачимо, коефіцієнт асиметрії – це нормований момент третього порядку (m_3). Вважається, що криві з абсолютною величиною показника асиметрії $A_s > \pm 0,5$ характеризуються значним зміщенням. Якщо $A_s \langle \pm 0,25$ – асиметрія незначна.

Графічно (рис. 11) асиметрія описується напрямом більш довгої вітки кривої («дзвін»).

симетричний
правосторонню
лівосторонню

Якщо $A_s = 0$ – розподіл ___________, якщо $A_s > 0$ – розподіл має __________ асиметрію; якщо $A_s < 0$ – ____________ асиметрію.

Рис. 11. Форми розподілу при різних значеннях коефіцієнта асиметрії (A_s)



Криві, зображені на рис. 11, дозволяють ілюструвати симетрію і два найбільш поширених види асиметрії розподілу. При симетричному розподілі (а) середня арифметична, мода і медіана рівні між собою. Для асиметричних кривих ці статистичні величини неоднакові. Причому середня арифметична і медіана зміщені від центра вбік довшої вітки кривої. Оскільки середня арифметична ($\bar{x}$) «чутка» до «точного» положення більш віддалених від моди (M_0) точок кривої, а медіана (M_e) «нечутка», то середня ($\bar{x}$) зрушена більше, ніж медіана (M_e). У цьому випадку медіана знаходиться між модою і середньою арифметичною.

Як бачимо, напрямок асиметрії геометрично встановлюється дуже просто. Кількісна форма степеня асиметрії вимагає знаходження її алгебраїчної міри.

Приклад. За даними дискретного статистичного ряду розподілу господарств за врожайністю зернових культур (x_i) потрібно кількісно виміряти асиметрію розподілу варіант у даній вибірці. Для знаходження величини коефіцієнта асиметрії за наведеною вище формулою необхідно виконати додаткові розрахунки. Останні наведені в таблиці 47.

Таблиця 47
Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнтів асиметрії (A_s) і ексцесу (E_x)

Варіанта, x_i	Частота, n_i	Розрахункові дані ($\bar{x}$ = 26,8)				
		$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^3$	$(x_i - \bar{x})^4$
А	Б	1	2	3	4	5
17,6	7	123,2	-9,2	84,64	-778,7	7163,9
21,6	11	237,6	-5,2	27,04	-140,6	731,1
25,6	18	460,8	-1,2	1,44	-1,7	2,1
29,6	9	266,4	2,8	7,84	21,9	61,3
33,6	5	168,0	6,8	46,24	314,4	2138,1
37,6	5	188,0	10,8	116,64	1259,7	13604,9
41,6	2	83,3	4,8	219,04	3241,8	47978,5
Всього	57	1527,2	x	x	x	x

Продовж. табл.

Варіанта, x_i	Частота, n_i	Розрахункові дані ($\bar{x}$ = 26,8)		
		$(x_i - \bar{x})^2 n_i$	$(x_i - \bar{x})^3 n_i$	$(x_i - \bar{x})^4 n_i$
А	Б	6	7	8
17,6	7	592,5	-5450,9	50147,3
21,6	11	297,4	-4546,7	8042,1
25,6	18	25,9	-30,0	37,8
29,6	9	70,6	197,1	551,7
33,6	5	231,2	1572,0	10690,5
37,6	5	583,2	6298,5	68024,5
41,6	2	438,1	6483,6	95957,0
Всього	57	2238,9	4523,6	233450,9

За попередніми розрахунками маємо:

$$\mu_2 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n_i} = \frac{2238,9}{57} = 39,3 .$$

Оскільки $\mu_2 = \sigma^2$ величина середнього квадратичного відхилення становить: $\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{39,3} = 6,3$.

Значення величини центрального моменту третього порядку $/\mu_3/$ одержуємо із виразу

$$\mu_3 = \frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^3 n_i}{\Sigma n_i} = \frac{4523,6}{57} = 79,4 .$$

Підставивши значення μ_3 і σ^3 у формулу коефіцієнта асиметрії, маємо:

$$\mathrm{A}_s = \frac{\mu_3}{\sigma^3} = \frac{79,4}{6,3^3} = \frac{79,4}{250,0} = 0,318 .$$

Додатне значення показника A_s свідчить про правосторонню асиметрію розподілу господарств за урожайністю, а абсолютне його значення 0,25< |0,3181 < 0,5| означає наявність помірної асиметрії в досліджуваному ряді розподілу.

На завершення слід відмітити, що при переважаючій кількості варіант в ряді розподілу менших за величиною від вибіркової середньої коефіцієнт асиметрії буде __________. Якщо в варіаційному ряді переважають варіанти за величиною більше середньої, буде мати місце ____________________.

від'ємним

додатна асиметрія

Негативною стороною коефіцієнта асиметрії, як міри асиметрії, слід назвати ту, що цей показник не має ні верхньої, ні нижньої границі. Особливо великий розмір коефіцієнта асиметрії практично майже не має місця.

Крім розглянутого способу оцінки міри асиметрії, існують і інші методичні прийоми. Вони є предметом вивчення спеціального курсу.

Для встановлення міри відхилення від нормального розподілу вираховують показник ________ (E_X). Він характеризує відхилення від нормального розподілу варіант із виступанням або падінням вершини кривої розподілу. При виступанні вершини ексцес називають додатним, при її падінні – від'ємним.

ексцесу

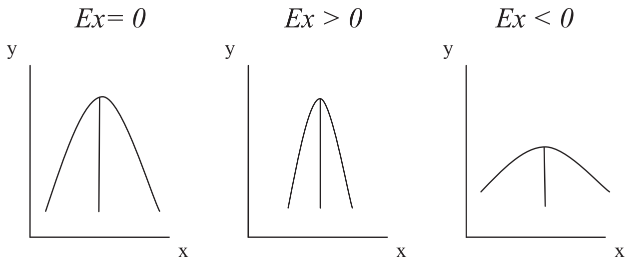
Для кількісного виміру гостровершинності використовується центральний момент четвертого порядку (μ_4). Відношення останнього до середньоквадратичного відхилення в четвертому степені називають **коефіцієнтом гостровершинності** (ексцес). Тобто обчислюється нормований момент четвертого порядку ($\frac{\mu_4}{\sigma^4}$). Якщо за базу порівняння прийняти ____________________, то відношення $\tilde{x}, \sigma^2$. Тому коефіцієнт гостровершинності або просто «ексцес» (E*x*) буде виражатися формулою:

нормальний розподіл

$$\mathrm{E}_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3.$$

Якщо степінь гостровершинності нормальний, $\mathrm{E}_x = 0$. Для більш гостровершинних розподілів, ексцес буде додатнім ($\mathrm{E}_x \rangle 0$), для більш плосковершинних – від'ємним ($E_x\langle 0$). Форми «вершинності» для вказаних випадків представлено на графіку (рис. 12).

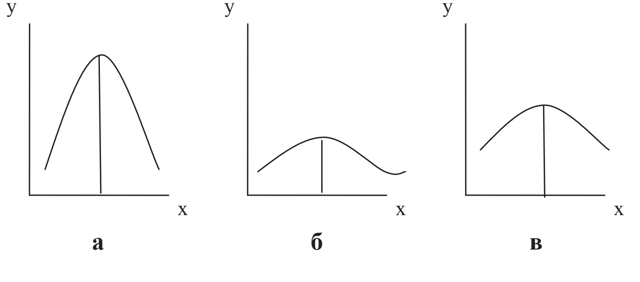
Рис. 12. Форми розподілу для різних значень ексцесу (E_x).



Якщо величина показника ексцесу E_x=0,4, крива вважається слабоексцесивною. Найбільша абсолютна величина від'ємного ексцесу становить мінус 2. При такому значенні вершина кривої опускається до осі абсцис і крива розподілу ділиться на дві самостійні одновершинні криві.

Слід відзначити, що термін «ексцес» грецького походження (kirtosis), і назви форми ексцесу в різних кривих розподілу мають корінь цього слова. Мається на увазі стрічкокуртичні, платокуртичні і мезокуртичні криві (рис. 13).

Рис. 13. Типи ексцесу: а – стрічкокуртичний, б – платокуртичний, в – мезокуртичний



Відповідно до графіка, стрічкокуртичної кривої (а) характерне розміщення більшості одиниць спостережень поблизу центра. У випадку платокуртичної кривої (форма силуету плато) варіанти значно віддалені від центра розподілу (б). Помірне розміщення навколо центра розподілу варіант визначає форма ексцесу у вигляді мезокуртичної кривої (в).

Для кривої нормального розподілу (при $\bar{x}=0$ і $\sigma=1$) значення коефіцієнта ексцесу (E_x) становить 0,263. При цьому його величина обчислюється за формулою:

$$E_x = \frac{\frac{1}{2}(Q_3 - Q_1)}{P_{90} - P_{10}},$$

де $Q_3 + Q_1$ – відповідно третя і перша квартилі;

P_{90}, P_{10} – дев 'яностий і десятий перцентилі.

коефіцієнт ексцесу

Таким чином, ________________________ визначається відношенням половини розмаху між двома квартилями до різниці 90-го і 10-го перцентилей. (Величини, які характеризують розділення розподілу на чотири, десять і сто рівних частин, називаються відповідно квартилями, децилями і перцентилями).

Згідно з розподілом підприємств за врожайністю зернових культур (табл. 38), величина коефіцієнта ексцесу становить:

$$E_x = \frac{\mu_4}{\sigma^4} - 3 = \frac{233450:57}{6{,}3^4} - 3 = -0{,}52.$$

Відповідно до величини розрахованого показника ексцесу (E_x=-0,52), крива розподілу характеризується платокуртичною формою зі слабовираженою ексцесивністю, тобто форма кривої на графіку – плосковершинна.

Питання для самоконтролю

1. Загальне поняття рядів розподілу.
2. Види рядів розподілу. Наведіть приклади.
3. Складові рядів розподілу.
4. Правила побудови інтервальних рядів розподілу.

5. Поясніть що таке полігон, гістограма, кумулята, огіва. В яких випадках вони використовуються.
6. Які існують форми статистичних розподілів?
7. Значення моди як структурної середньої.
8. Визначення медіани в інтервальних рядах розподілу.
9. Основні показники варіації та їх значення у статистиці.
10. Дисперсія: значення, методика обчислення.
11. Види дисперсій та правило їх додавання.
12. Дисперсія альтернативної ознаки.
13. Коефіцієнти варіації: зміст, методика визначення.
14. Середнє квадратичне відхилення: методика обчислення, сутність.
15. Що розуміють під моментами статистичного розподілу?
16. Поясність поняття «асиметрія», «ексцес».
17. Що розуміють під «нормальним розподілом»?

Завдання для практичних занять

Завдання 5.1. Побудова статистичних рядів розподілу

Зміст завдання: за даними статистичного спостереження чисельності працівників 50 підприємств (вихідна інформація наведена у додатку Б) побудувати інтервальний ряд розподілу.

Порядок виконання

Виписати з додатку Б та занести у табл. 48 інформацію про чисельність працівників у 50 підприємствах.

Таблиця 48

Дані статистичного спостереження чисельності працівників

№ підпри-ємства	Варі-анта	№ підпри-ємства	Варі-анта	№ підпри-ємства	Варі-анта
1		18		37	
2		19		38	
3		20		39	
...		…		…	

Побудувати ранжирований ряд за чисельністю працівників:

....

Інтервальні варіаційні ряди – ряди розподілу, в яких значення варіанти дано у вигляді інтервалів, тобто значення ознак можуть відрізнятися одне від одного на певну величину.

При побудові інтервального ряду розподілу виникає питання про кількість інтервалів (груп) і величину (крок) інтервалу.

Орієнтовно число інтервалів можна визначити шляхом здобування кореня квадратного з обсягу вибіркової сукупності.

При побудові ряду розподілу з рівними інтервалами величина останнього становитиме:

$$i = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{n}$$

де і – величина інтервалу (інтервальна різниця, крок);

$x_{\max}, x_{\min}$ - максимальне та мінімальне значення ознаки;

n – кількість інтервалів.

Величину інтервалу, як правило, заокруглюють до цілого числа.

Послідовність побудови інтервалів: нижня границя першого інтервалу (x_1) встановлюється за мінімальною варіантою ($x_{\min}$), верхня його границя (x_2) дорівнюватиме ($x_{\min} + i$). Нижня границя другого інтервалу умовно відповідає верхній границі першого інтервалу (x_2), а його верхня границя (x_3) дорівнюватиме (x_2+i) і т.д.

До статистичних характеристик ряду розподілу відносять:

- частість – відношення частоти випадків даного інтервалу до загального підсумку частот;
- щільність розподілу – відношення частоти до величини інтервалу;
- відносна щільність розподілу – це відношення частості до величини інтервалу.

Таблиця 49

Характеристики ряду розподілу

Інтервал за чисельністю працівників	Серединне значення інтервалу, x_i	Частота, n_i	Накопичена частота, S	Частість, %	Щільність розподілу	Відносна щільність розподілу
I. …						
II. …						
...						
Всього			×		×	×

Сформулювати висновки.

Завдання 5.2. Обчислення показників ряду розподілу

Зміст завдання: За даними завдання 5.1 обчислити:

1) середню величину ряду розподілу;
2) визначити моду і медіану ряду розподілу;
3) показники варіації ряду розподілу.

Порядок виконання

Таблиця 50

Вихідні та розрахункові дані для обчислення структурних середніх та показників варіації

Інтервали за рівнем …….	Серединне значення інтервалу	Частота (кіль-ть підприємств)	Накопичена частота	Розрахункові величини				
	x_i	n_i	S	$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert n_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
І. ІІ. …. Всього			×		×		×	

Середня величина ряду визначається за формулою середньої арифметичної зваженої:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i}.$$

Мода (M_o) – це варіаційна ознака, яка найчастіше зустрічається у даному варіаційному ряду. Для інтервального ряду розподілу з рівними інтервалами інтервал, що містить моду (модальний), визначається за найбільшою частотою, мода обчислюється за формулою:

$$M_o = x_{M_{o\min}} + i\frac{n_{M_o} - n_{M_{o-1}}}{\left(n_{M_o} - n_{M_{o-1}}\right) + \left(n_{M_o} - n_{M_{o+1}}\right)}$$

де $x_{Mo\ min}$ - нижня границя модального інтервалу;

i - величина інтервалу;

n_{Mo} - частота модального інтервалу;

n_{Mo-1} - частота передмодального інтервалу;

n_{Mo+1} - частота післямодального інтервалу.

Медіана – це значення варіаційної ознаки, яке приходиться на середину варіаційного ряду. Для обчислення медіани інтервального варіаційного ряду знаходять інтервал, який містить медіану, шляхом використання накопичених частот, що перебільшують половину всього обсягу сукупності. У знайденому інтервалі медіана (M_e) розраховується за формулою:

$$M_e = x_{Me\,\min} + i\frac{\frac{\Sigma n}{2} - S_{Me-1}}{n_{Me}},$$

де $x_{Me\,min}$ - нижня границя медіанного інтервалу;

i - величина інтервалу;

$\frac{\Sigma n}{2}$ - половина суми всіх частот або частостей;

S_{Me-1} - накопичена частота передмедіанного інтервалу;

n_{Me} - частота медіанного інтервалу.

Карл Пірсон встановив взаємозв’язок між модою, медіаною і середньою арифметичною, який виражається рівністю:

$$M_e = \frac{1}{3}M_o + \frac{2}{3}\bar{x}.$$

Розрахунок показників варіації здійснюють за формулами:

1. Розмах варіації (за серединними значеннями інтервалів)

$$R = x_{max} - x_{min}.$$

2. Середнє лінійне відхилення

$$d = \frac{\Sigma\left|x_i - \bar{x}\right|n_i}{\Sigma n}.$$

3. Дисперсія

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma\left(x_i - \bar{x}\right)^2 n_i}{\Sigma n}.$$

4. Середнє квадратичне відхилення

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \bar{x})^2 n_i}{\Sigma n}}.$$

5. Коефіцієнти варіації

$$V_R = \frac{R \times 100}{\bar{x}}; \qquad V_d = \frac{d \times 100}{\bar{x}}; \qquad V_\sigma = \frac{\sigma \times 100}{\bar{x}}$$

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 5.3. Обчислення показників варіації

Зміст завдання: За даними про кількість виробленої продукції та собівартість 1 ц визначити показники варіації собівартості.

Порядок виконання

Таблиця 51

Вихідні та розрахункові дані для обчислення показників варіації собівартості продукції

Види продукції	Собівартість 1 ц, грн.	Вироблено продукції, тис. ц	Розрахункові величини				
	x_i	n_i	$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$\lvert x_i - \bar{x} \rvert n_i$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$
А	43,24	5500					
Б	65,91	980					
В	49,69	2150					
Г	37,52	1020					
Д	31,95	610					
Є	45,52	340					
Всього	×			×		×	

Для кількісного виміру варіації ознаки розрахувати показники:

1. *Розмах варіації* – це різниця між крайніми (екстремальними) значеннями ознаки варіаційного ряду:

$$R = x_{\max} - x_{\min}.$$

2. *Середнє лінійне відхилення* – це середня арифметична з абсолютних значень відхилень окремих варіант від середньої величини. Воно визначається в тих же одиницях виміру, що і середня величина і розраховується за формулою:

$$d = \frac{\Sigma \lvert x_i - \bar{x} \rvert n_i}{\Sigma n_i}.$$

3. *Дисперсія* є середнім квадратом відхилень ознаки від середньої величини:

$$\sigma^2 = \frac{\Sigma\left(x_i - \overline{x}\right)^2 n_i}{\Sigma n_i}.$$

4. *Середнє квадратичне відхилення* дорівнює кореню квадратному з дисперсії. Характеризує абсолютну міру варіації, виражається у тих же одиницях виміру, що і варіанта:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \overline{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}}.$$

5. *Коефіцієнти варіації* – це процентне відношення розмаху варіації, середнього квадратичного та середнього лінійного відхилення до середньої величини. Вони характеризують відносну міру варіації і дозволяють порівнювати ступінь варіації в рядах розподілу з різним рівнем середньої:

квадратичний $V_\sigma = \dfrac{\sigma \times 100}{\overline{x}}$;

лінійний $V_d = \dfrac{d \times 100}{\overline{x}}$;

осциляції $V_R = \dfrac{R \times 100}{\overline{x}}$.

Квадратичний коефіцієнт варіації є оцінкою надійності середньої. При величині V≤5% варіація вважається слабкою, 6-10- помірною, 11-20 – значною, 21-50- великою, V›50% - дуже великою. Для малих вибірок його величина повинна бути не більше 33%.

За результатами розрахунків сформулювати висновки.

ТЕМА 6. ВИБІРКОВИЙ МЕТОД

§ 6.1. Загальне поняття вибіркового методу статистичного спостереження

Щоб вивчити будь-яку сукупність (а таке завдання вирішується за допомогою методів статистики), треба її охарактеризувати різного роду зведеними ознаками. Останні можуть бути досить різноманітні. Одні з них можуть характеризувати середні розміри ознак досліджуваного явища в сукупності, інші – характеризувати структуру сукупності, тобто частку будь-якого явища в сукупності спостережень. Зведені ознаки при всій їх різноманітності мають ту загальну властивість, що всі вони характеризують не окремі ознаки, а сукупність в цілому або певні її частини. У цьому зв'язку масове спостереження, тобто (реєстрація/фіксація) кожної конкретної одиниці, має зміст лише як проміжний етап для одержання зведених ознак.

реєстрація

Статистиків давно цікавить питання, як спростити цей проміжний етап, тобто як перейти від вичерпної реєстрації ознак, що входять до досліджуваної сукупності, до часткової їх реєстрації. Мова йде про перехід від __________ спостереження до ______________.

суцільного

несуцільного

Як уже відомо з попереднього розгляду питання статистичного спостереження, залучення тих чи інших об'єктів (одиниць спостереження) для дослідження можна здійснювати двома (етапами/шляхами): вивчати всі одиниці спостереження всього масиву або лише їх частину, відібрану за певними науковими принципами. У першому випадку здійснюється суцільне спостереження, в другому – несуцільне. Вибіркове спостереження є одним з видів несуцільного спостереження.

шляхами

Вибірковими (даними/показниками) користуються досить широко в різних сферах людської діяльності. Наприклад, для оцінки якості зерна або молока немає необхідності в обстеженні всього обсягу продукції, досить лише взяти певну кількість проб. Незначна кількість

даними

дослідів виявляється достатньо, наприклад, для встановлення зараження зерна шкідниками, встановлення якості борошна, олійності соняшнику і т. ін. У галузі аграрної економіки до вибіркового методу вдаються при вивченні рівня і складу харчування різних груп населення, продуктивності праці, використання робочого часу тощо.

вибіркове

У сільському господарстві ____________ спостереження застосовують для встановлення втрат урожаю при збиранні, засміченості посівів, якості продукції, продуктивності праці, для контрольних перевірок перепису худоби і т. ін. Цей вид спостереження одержав значне поширення у зв'язку з вивченням соціальних аспектів суспільного життя, зокрема, у дослідженні рівнів споживання і рівня добробуту населення. Так, в країні постійно проводяться бюджетні обстеження сільськогосподарської діяльності населення в сільській місцевості. У статистичній практиці застосовується і вибіркова розробка статистичної інформації, зокрема, вибірково здійснюється розробка річних звітів підприємств для поглибленого вивчення продуктивності праці і собівартості виробництва продукції.

Приклад. Вивчають статистичну сукупність з десяти груп корів (кожна з них має однакову кількість голів), які характеризуються даними середньодобових надоїв від однієї корови (табл. 52).

Таблиця 52. **Дані середньодобових надоїв від однієї корови**

Номер групи	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Надій, кг	30,6	29,3	30,1	32,5	28,3	29,5	32,7	33,3	24,7	25,9

Розрахунки показують, що середньодобовий надій від однієї корови по всіх групах у цілому становить 29,7 кг. Якщо взяти продуктивність тварин лише про трьох групах, наприклад, 1-й, 4-й і 10-й, то середній надій тут теж становитиме 29,7 кг. Отже, частина сукупності, представленої трьома групами корів, може замінити всю досліджувану сукупність поголів'я тварин. Наведений приклад свідчить, що несуцільне спостереження дає такі ж самі результати, що і суцільне. Але цього можна досягти при наявності певних умов.

принципи відбору

Статистичною теорією і практикою розроблені наукові (варіанти/принципи) вирішення проблеми (вибору/відбору) часткової сукупності через різні форми і способи. Ці питання вирішуються застосуванням вибіркового методу.

Вибіркове спостереження є одним із видів несуцільного спостереження (монографічного, основного масиву, анкетування). **Вибірковим** називається таке спостереження, при якому обстеженню підлягає лише частина одиниць сукупності, відібраних на основі науково розроблених принципів, які забезпечують одержання достатніх даних для характеристики всієї сукупності.

обсягу сукупності помилки

В основі теорії вибіркового спостереження лежать теореми закону великих чисел. Ними зумовлюються вирішення двох взаємопов'язаних і важливих у практичному відношенні питань вибіркового обстеження: розрахунок ________ вибіркової (сукупності/чисельності) при заданій точності дослідження і визначення ________ обстежень при заданому обсязі сукупності.

невідомі

Мета вибіркового методу полягає в тому, щоб відібравши з генеральної сукупності певну кількість одиниць, дослідити їх і на цій основі оцінити (невідомі/розраховані) параметри генеральної сукупності.

Теоретичні аспекти вибіркового методу деталізовані в навчальних курсах математичної статистики, загальної теорії статистики, спеціальних монографіях і в математичній літературі.

У даному розділі треба насамперед визначитися відносно термінології, яка прийнята

	в математичній теорії вибіркового методу, а також ввести деякі поняття і характеристики, зумовлені його початковою «присутністю» при розрахунках тих чи інших оцінок. У подальших міркуваннях будуть використовуватися
терміни	(ознаки/терміни): вибірковий метод, вибірковий спосіб спостереження, вибіркове спостереження, вибірка – всі вони несуть однакове змістовне навантаження.
	Загальна чисельність одиниць, із яких
відбір	здійснюється (відбір/розподіл), називається
генеральною	____________ **сукупністю.** Всі її характеристики мають назву генеральних (середня, частка, дисперсія тощо). Сукупність одиниць, відібраних на основі науково розроблених принципів,
вибірковою	називається ______________ **сукупністю.** Всі
характеристики	(характеристики/умови) вибірки (відповідні узагальнюючі показники) називають **вибірковими** (середня, частка, дисперсія та ін.). Під терміном «вибірка» розуміють групу об’єктів, які
особливостями	відрізняються трьома (особливостями/шляхами): а) частина генеральної сукупності; б) частина генеральної сукупності, відібрана у випадковому порядку, певним чином; в) частка генеральної сукупності, яка досліджується для характеристики всієї генеральної сукупності.
	Завдання вибірки – дати вірне уявлення
генеральної	про характер (вибіркової/генеральної) сукупності, оцінити значення її параметрів.
	У практичних розрахунках інколи використовуються вибірки невеликі за обсягами (20-30 одиниць спостереження). Такі вибіркові
малими	сукупності в статистиці називаються _________ **вибірками.** Вони мають принципові методичні особливості у своєму використанні. На відміну
великі	від малих вибірок, ________ (звичайні) вибірки, які ґрунтуються на нормальному розподілі
точніші	ймовірностей, дають значно (більші/точніші) результати.

положення

Основні (положення/вимоги) вибіркового методу, які будуть викладені нижче, розглядаються виходячи з передбачення, що маємо справу з вибірками досить великого обсягу.

Одержана в результаті статистичного спостереження вибіркова емпірична сукупність являє інтерес не сама по собі, а лише у тій мірі, в якій її вивчення дозволяє одержати інформацію про власності генеральної сукупності. Щоб властивості вибірки достатньо відображували властивості генеральної сукупності, вона повинна бути представницькою –

репрезентативною

(описовою/репрезентативною). Тобто, вибірка за певних умов стає більш чи менш точним відображенням усієї генеральної сукупності.

Властивість вибіркової сукупності

відтворювати

(відтворювати/характеризувати) генеральну сукупність одержала назву **репрезентативність,** що означає представництво з певною точністю і надійністю. Репрезентативність вибіркових даних може бути виражена у достатньому або недостатньому ступені. У першому випадку у

вірогідні

вибірці одержують (ймовірні/вірогідні) оцінки генеральних параметрів, у другому –

невірогідні

(невірогідні/неточні). Слід пам'ятати, що одержані невірогідні оцінки вибірки не применшують значення вибіркових показників для характеристики самої вибірки. Вірогідні оцінки значно розширюють сферу застосування результатів, одержаних при вибірковому обстеженні.

Теорія вибіркового методу завжди розвивались якраз у напрямку вирішення основної задачі

надійних

– одержання (надійних/простих) методів оцінки результатів вибірки. Зумовлено це тим, що несуцільному спостереженню притаманні деякі

неточності

(похибки/неточності) по відношенню до суцільного спостереження. Розміри їх залежать від того, наскільки точно належна спостереженню частина сукупності відтворює (репрезентує) всю

	сукупність. Тому неточності несуцільного спостереження називають **помилками репрезентативності.** Останні є предметом окремого детального вивчення. Тут лише зазначимо, що у зв'язку з розміром можливих помилок репрезентативності, питання про переваги суцільного і несуцільного видів спостереження в кожному конкретному випадку вирішаються по-різному.
розмір	Якщо (кількість/розмір) помилок репрезентативності відносно невеликий, то ними нехтують, враховуючи те, що помилки ці компенсуються економією матеріально-грошових засобів. У випадках, коли помилки репрезентативності досить значні, перевагу віддають суцільному спостереженню. У такому разі вирішується питання у випадках, коли маємо справу лише з помилками репрезентативності. Але існують і інші помилки (див. тема 2, § 2.5), розмір яких треба враховувати при характеристиках генеральної сукупності по вибіркових даних. Тому перед теорією вибіркового методу стоїть завдання визначити
розмір і границі	можливий ________________ цих помилок.
	Вибірковий метод відрізняється від інших методів несуцільного спостереження (монографічного, основного масиву, анкетування) двома
ознаками	(ознаками/методами): 1) заздалегідь встановлюється кількість одиниць або частина генеральної сукупності, яка буде обстежена; 2) заздалегідь визначається порядок відбору одиниць спостереження, при якому вибіркова сукупність у достатній мірі репрезентувала б генеральну сукупність.
	Перевагу вибіркового спостереження перед суцільним зумовлюють такі основні
фактори	(види/фактори):
часу і засобів	1. Економія _____________ у результаті скорочення обсягу роботи. Наприклад, якщо

вибірці підлягає 1 або 5 % загальної кількості одиниць, то обсяг робіт скорочується порівняно до суцільного обстеження відповідно в 100 і 20 разів. Особливо це важливо, коли зведення потрібні терміново.

пошкодження

2. Зведення до мінімуму ____________ або навіть знищення досліджуваних об’єктів. Наприклад, визначення ступеня достигання цукрових буряків шляхом його вибіркового копання або визначення схожості насіння сільськогосподарських культур і т. ін.

детального

3. Необхідність (детального/суцільного) обстеження кожної одиниці спостереження при неможливості охоплення всіх одиниць. Наприклад, обстеження умов життя домогосподарств. У даному випадку необхідно, щоб облік здійснювався по окремих сім’ях, записи про доходи і витрати велися щоденно.

точності

4. Досягнення вищої ________ результатів обстеження завдяки скороченню помилок, які виникають при реєстрації. Якщо загальний обсяг роботи менший, можна залучити більш кваліфікований персонал, краще його підгодовувати, більш ретельно контролювати проведення обстежень і обробку їх результатів. Тому вибіркове обстеження може дати більш вірогідні результати, ніж відповідне суцільне обстеження.

широка

5. Більш (загальна/широка) сфера застосування. Деякі види обстежень потребують для збору зведень досить кваліфікованого персоналу і спеціального обладнання. Як правило, і перше і останнє буває обмеженим. У таких випадках суцільне обстеження виявляється неможливим: доводиться одержувати зведення або вибірковим шляхом, або не одержувати їх зовсім. Таким чином, перевага вибіркового спостереження тут очевидна. З іншого боку, якщо необхідно одержати точну інформацію про дрібні підрозділи вихідної сукупності, то необхідний для цього

обсяг вибірки може виявитись настільки великим, що кращим буде суцільне спостереження.

Вибіркове обстеження пов’язано з певним

ризиком

(ризиком/підходом). Але перевага його, як наукового методу дослідження, полягає в тому,

величину

що воно дозволяє обчислити (величину/помилку) цього ризику. Використовуючи вибірковий метод, дослідник вирішує (залежно від поставлених завдань), на який ризик він повинен піти, тобто який рівень можливої помилки в результатах дослідження не буде істотно впливати на об’єктивність висновків. До речі, ризик слід

сильною

вважати не слабкою, а (умовною/сильною) стороною вибіркового методу. Було б невірним вважати, що суцільне спостереження позбавлене ризику. З ряду причин результати суцільного спостереження можуть виявитися менш надійними, ніж результати вибіркового обстеження. На жаль, людський фактор інколи відіграє негативну роль у дослідженнях, оскільки останні пов’язані з людським судженням. Відомий факт, що при потоковому виробництві продукції контролерам (відділам технічного контролю) притаманне на вимірювальних приладах (при ідеальній їх роботі) читати очікувані показники замість дійсних. Якщо позбавитися ілюзій про надійність суцільного спостереження, то акції вибіркового спостереження переконливо зростають. До того ж у ряді випадків здійснення суцільного спостереження виявляється неможливим. Досить лише уявити чи стане тракторний завод випробувати кожен двигун чи інший його агрегат, піддаючи навантаженню, яке дорівнює звичайному терміну служби, а перевірити ракети чи, наприклад, водневі бомби означало б просто знищити їх. Не можна також уявити суцільного дослідження, завдання якого пов’язане з обстеженням посівної площі на предмет схожості насіння, адже така операція призвела б до повного знищення рослин на площі.

Коротка історична довідка

Вибіркове статистичне спостереження здійснювалося в різних країнах уже в XIX столітті. В Росії у 70-х роках цього століття вибіркове спостереження проводилося з метою вивчення господарських умов станиць Терського козацького війська після укладання миру на Кавказі. Потім вибіркове спостереження почали використовувати земські статистики. Початок покладено Воронезьким земством у зв'язку з вивченням питання про бюджети селянських господарств у середині 80-х років XIX століття. Такі спостереження ще не можна віднести до класичної форми вибіркового статистичного спостереження. В обох випадках обстеження зводилося до відбору типових об'єктів (станиці, поселення, селянські господарства).

Перші спроби використання вибіркового обстеження як наукового методу були зроблені у сфері соціальних досліджень (1899 р., американець Бенджамен Сибом Раунтрі). У галузі економіки застосування вибіркового методу спостерігаємо значно пізніше.

Історія статистичної науки пов'язує початок розвитку наукової теорії вибіркового методу з ім'ям А. Кієра – директора норвезького статистичного бюро. Проте до створення теорії вибіркового методу на базі теорії ймовірностей він непричетний.

Лише у 1901 р. відомий статистик В.Борткевич зробив акцент, що теоретичною основою вибіркового методу повинно служити обчислення ймовірностей. Така задача була вирішена у 1906 р. англійським статистиком А.Боулі на базі математичних розробок К.Пірсона і Р.Еджворта. Саме А.Боулі показав, як визначити випадкові помилки вибіркового обстеження. Вважається, що з цього моменту одержала розвиток теорія вибіркового обстеження, яка постійно удосконалюється.

§ 6.2. Теоретичні основи вибіркового методу

Кожна досліджувана сукупність залежить від дії певних суб'єктивних факторів, котрі зумовлюють коливання результатів досліджень. Кожна окрема одиниця спостереження звичайно належить деякій гіпотетичний необмеженій сукупності, яка підпорядкована певному закону розподілу сукупності. Відібрана одиниця спостереження дає додаткову інформацію про розташування і вид розподілу.

мета

Отже, (методика/мета) вибіркового обстеження полягає в тому, щоб мати можливість зробити певні ствердження про розподіл сукупності. На підставі інформації, одержаної з вибіркової сукупності, можна зробити висновки про величину параметрів досліджуваної сукупності, тобто дати їм оцінку. Як правило, потребують (оцінювання/розрахунку) такі параметри розподілу, як середня, дисперсія, коефіцієнти асиметрії і ексцесу. Щоб статистичні оцінки і висновки, одержані по вибірковій сукупності, були вірними, вибірка повинна репрезентувати всю сукупність.

оцінювання

аспекти

Теоретичні (аспекти/напрями) вибіркового спостереження зводяться до таких питань: 1) встановлення репрезентативності вибіркових сукупностей; 2) вивчення видів вибірок, які можна одержати з даної сукупності; 3) ефект змін обсягу вибірки; 4) визначення найкращих способів оцінювання параметрів сукупності; 5) встановлення вірогідності одержаних результатів розрахунків (висновків).

Особливого значення у вибірковому спостереженні набуває питання про репрезентативність вибірки. Якщо остання не буде представляти (__________________) всю досліджувану сукуп-

репрезентувати

ність, одержані висновки можуть виявитися досить суб'єктивними і навіть невірними.

Щоб уявити, наскільки висновки, зроблені по результатах вибіркового обстеження, можуть відрізнятися від реальної дійсності, розглянемо такий гіпотетичний приклад. Припустимо, космічний корабель з іншої планети сів на земну кулю в зоні пустелі. Здійснивши статистичні спостереження за рослинним і тваринним світом, атмосферою, екіпаж корабля по результатах аналізу робить висновки: земля вкрита піском атмосфера її щільна, з високою температурою повітря, фауна і флора збіднілі і складаються з кількох видів тварин і рослин і т. ін.

	Незнання теорії вибіркового спостереження
застосування	небезпечно у справі його _____________ в будь-якій галузі досліджень чи експериментів. Яким би не був план одержання вибірки, першою і самою головною його умовою повинна бути
вимога	_________, щоб вибірка давала по можливості найбільш вірну картину всієї сукупності, з якої здійснюється відбір одиниць спостереження. Причому всі одиниці вибірки мають бути
випадкового	одержані на основі (простого/випадкового) відбору за певними об'єктивними правилами (про що йтиметься пізніше).
	Щоб забезпечити достатню точність характеристики генеральної сукупності, необхідно
відбір	організувати правильний (відбір/підхід) одиниць спостереження із цієї сукупності. Теорія і практика статистики передбачають кілька систем відбору одиниць у вибіркову сукупність. В їх
принцип	основу покладено науковий (вибір/принцип) – забезпечити максимальну можливість вибору будь-якої одиниці з генеральної сукупності при дотриманні принципу випадковості. Тобто, для одержання правильної, не викривленої характеристики генеральної сукупності необхідно намагатися забезпечити можливість відбору у

вимога	вибіркову сукупність одиниць спостереження з будь-якої частини генеральної сукупності. Зазначена (вимога/частина) є основною і повинна виконуватися тим точніше, чим більше варіює досліджувана ознака. Ці й інші завдання вирішує теорія вибіркового методу.
лінії теоретичного практичного	В еволюції вибіркового методу чітко простежуються дві (лінії/умови) його розвитку. Перша з них спрямована на вирішення завдань ______________ плану, другій – властиві завдання _____________ використання вибіркового методу в економічних дослідженнях.
розробок завдання помилок прийоми	Теоретичні аспекти вибіркового методу пов’язані з розвитком його у напрямі __________ питань одержання надійних методів оцінки результатів вибірки. Так, відокремлюючи статистичні характеристики генеральної сукупності (середня арифметична, частка, дисперсія і т. ін.) від аналогічних вибіркових характеристик, теорія становить і вирішує (умови/завдання) встановити межі відхилень показників генеральної сукупності від показників вибіркової сукупності. Отже, теорія вибіркового методу вирішує проблему можливих __________ (їх розмір і межі), які мають місце у випадках, коли про характеристики генеральної сукупності судять на підставі відповідних характеристик, одержаних при вибірковому обстеженні. І якщо виникає потреба у встановленні причин, які зумовлюють розміри помилок, теорія вибіркового методу орієнтує на надійніші (шляхи/прийоми) організації вибіркових досліджень.
перші дослідження	Слід зазначити, що (перші/основні) теоретичні (дослідження/аспекти) щодо вибіркового методу відбувалися не в сфері економічних досліджень, а при вирішенні завдань, пов’язаних з визначенням очікуваних результатів азартних ігор і при обробці даних астрономічних спостережень. Як у першому, так і у другому

випадках виникало питання про так звані
випадкові помилки спостереження. Тому теорія
вибіркового методу за таких умов ґрунтувалася
винятково на принципі випадкового відбору.

Але проблеми, які виникали при вирішенні
практичних (загальних/практичних) завдань у господарській
діяльності, мали іншу природу. І вирішення їх
виявилось можливим лише при застосуванні
вибіркового методу. Це стосувалося необхідності
визначення урожаю по результатах пробних
обмолотів у сільському господарстві. Аналогічна
потреба виникала у торгівлі, коли якість всієї
партії товару визначалась на підставі окремих
проб. Розвиток державності зумовлював необхід-
ність розробки бюджетних обстежень. Такі
завдання за своєю природою мали інший зміст,
явно відрізняючись від тих, на базі яких виникла
теорія випадкового відбору. Тут виявилися
відсутніми і «гра випадку» (характерна для
азартних ігор), і необхідність багаторазових
вимірів одного об’єкта (характерна для
астрономічних досліджень). Вирішення нових
практичних завдань вимагало одержання
інформації ___________ про всю сукупність на підставі
певної її частини. Тобто, постало завдання
забезпечити таку систему відбору, при якій
вибіркова сукупність досліджуваних об’єктів
змогла б забезпечити одержання найбільш точної
і повної інформації про всю сукупність.

В основу нового підходу до вибіркового
спостереження було покладено метод
планомірного (планомірного/рівного) відбору об’єктів. Але
розбіжності між теорією і практикою (а такий
підхід тривалий час не мав належної теоретичної
розробки) призводили до того, що розроблені
практикою методи вибірки вибраковувалися
лише на тих підставах, що теорія не могла оціни-
ти, наскільки пропонований метод надійніше
того, для якого відомі закони, що визначають

безповторного	помилки репрезентативності. Останні виявилися меншими за тих, які одержувалися при забезпеченні надійного методу оцінки результатів вибірки пропонованої теорією. Так, практикою вибіркового методу було створено схему (безповторного/пропорційного) відбору, а в подальшому доведено ефективність прийомів механічного і типового відбору (про них мова йтиме пізніше).
протиріччя	Внутрішні (закони/протиріччя) між теорією і практикою вибіркового методу стиралися у міру того, як практика вибіркового методу накопичувала багатий досвід (це стосувалось досліджень і в економці) застосування планомірних методів відбору, розвивалась статистична теорія, а положення теорії ймовірностей поширилося на залежні явища. Переваги перед методом випадкового відбору стали очевидними.
випадковості	При цьому принцип (випадковості/надійності) не порушується. Як і при випадковому відборі одиниць спостереження, так і при механічному і типовому прийомах відбору попадання тієї чи іншої одиниці у вибірку залежить від випадковості.
математична	Кожна одиниця спостереження повинна мати рівну з іншими можливість бути відібраною. Саме на цьому ґрунтується (математична/практична) теорія вибіркового методу. Покладений у її основу принцип випадковості відбору дозволяє розглядати кожну ознаку, що відбирається, як випадкову величину.
випадковість закони великих чисел принципу	Відомо, що ______________ має своєї (закони/умови), які проявляються лише тоді, коли нагромаджено велику кількість спостережень. Йдеться про закон (дробових/великих) _______. Як зазначалося вище, теорія вибіркового методу заснована саме на законі великих чисел. Суть його зводиться до загального (принципу/підходу) – сукупна дія великої

відмінностей тенденція	кількості випадкових факторів призводить до результату, майже не залежному від випадку. Цей закон є формою прояву необхідності через випадковість і належить лише до випадкових індивідуальних (відмінностей/умов), випадкової варіації. У соціально-економічній статистиці закон великих чисел розглядається як загальний принцип, через який кількісні закономірності, притаманні масовим суспільним явищам, вразливо проявляється тільки в досить великій кількості спостережень. Характерною особливістю цього закону є та, що закономірності проявляються у ньому лише як (розрахунок/тенденція) в середньому. Ця тенденція майже не залежить від випадку, проте намагається до відображення кількісної закономірності, не даючи ніколи абсолютно точного її відтворення.
способи	Надаючи особливого значення закону великих чисел у вибірковому методі, слід пам’ятати, що не всі способи відбору, засновані на цьому законі. Мова йде про ________ відбору, в основу яких покладено планомірно організований відбір, його результати виявляються точнішими, ніж при випадковій вибірці.
відхилення вибіркової генеральної помилка	Результатом факту випадковості потрапляння окремих одиниць спостереження у вибіркову сукупність є (відхилення/різниця) ___________ характеристики від відповідної ___________ характеристики. Величина зазначеного відхилення вважається помилкою вибірки. Така (помилка/ознака) є результатом факту випадковості потрапляння окремих одиниць спостереження у вибіркову сукупність. Розмір її може бути значний, малий або близький до нуля.
	При збільшенні числа одиниць спостереження, як правило, зменшується різниця між вибірковими і генеральними характеристиками.
розраховувати	Теорія вибіркового методу дає змогу (розраховувати/виміряти) можливі розміри

передбачити

помилок вибірки, а з іншого боку, залежно від конкретних завдань дослідження з врахуванням допустимої помилки – (дослідити/передбачити) необхідний обсяг одиниць вибіркової сукупності.

§ 6.3. Способи відбору у вибіркову сукупність

утворення

правильності

Способи відбору одиниць з досліджуваної генеральної сукупності з метою утворення вибіркової сукупності можуть бути різні. Залежно від того, як поставлена вибірка, як організований відбір із загальної маси, розрізняють кілька варіантів (розвитку/утворення) вибіркової сукупності. Щоб одержана вибіркова сукупність мала об'єктивну гарантію репрезентативності, застосування того чи іншого способу відбору повинно бути науково обґрунтованим. Основний принцип (правильності/умовності) відбору – строго об'єктивний підхід до відбору одиниць спостереження. Якщо цей принцип порушується і одиниці відбираються суб'єктивно, то результати такого спостереження не можна поширювати на генеральну сукупність, вони можуть бути застосовані лише щодо тієї частини, яка підлягала спостереженню.

схемою

видів

Назва вибіркової сукупності зумовлюється способом відбору одиниць, тобто ________ її формування. За таких принципів утворюється класифікація (видів/шляхів) вибірки. Але слід зазначити, що в навчальній і науковій літературі в цій справі існують деякі розбіжності.

класифікації

При розгляді питань способів відбору (видів вибірок) будемо притримуватися традиційної їх (класифікації/сукупності): 1) власне випадковий відбір; 2) механічний відбір; 3) типовий відбір; 4) серійний відбір; 5) комбінований відбір.

Власне випадковий спосіб відбору – це такий спосіб формування вибіркової сукупності,

коли відбір одиниць з генеральної сукупності
випадковому здійснюється у (випадковому/розрахованому) порядку. Випадковість відбору полягає у
однакової дотриманні принципу ______ можливості для всіх одиниць генеральної сукупності потрапити у вибірку.

Для суворого забезпечення принципу випадковості самого процесу вибірки
засоби використовують різні технічні (прийоми/засоби) (наприклад, урни з пронумерованими картками чи предметами), які є ніби моделлю генеральної сукупності. Найнадійнішим способом відбору вважається використання спеціальних таблиць випадкових чисел.

Випадковий відбір часто поєднують з іншими способами відбору. У разі використання його
самостійного як (тимчасового/самостійного) способу він має назву **власне випадковий відбір.** Від назви способу відбору походить і назва вибірки – **власне випадкова.**

Випадкова вибірка може бути організована
схемою або за _______ **повторного відбору** або по схемі **безповторного відбору.** Зазначені схеми відбору дають однакові результати лише у разі нескінченої генеральної сукупності. При умові скінченності генеральної сукупності результати вибірок будуть різні. Особливість названих схем відбору полягає у такому.

При **повторному відборі** кожна одиниця бере участь у вибірці стільки разів, скільки відбирається одиниць, тобто після реєстрації вона повертається у генеральну сукупність і в подальшому може знов потрапити у вибіркову сукупність. За таких умов генеральна сукупність
незмінною залишається (незмінною/визначеною), і тому для всіх одиниць сукупності забезпечується рівна ймовірність потрапити у вибірку.

При **безповторному** відборі кожна відібрана одиниця у подальшому відборі не бере участі, змінною тобто не повертається у генеральну сукупність. Але це означає, що чисельність генеральної сукупності буде (великою/змінною) після кожної операції відбору. У зв'язку з цим ймовірність потрапити у вибірку решти одиниць підвищується, а тому середня помилка вибірки тут буде менша, ніж при повторному способі відбору.

випадкового Особливістю власне випадкової повторної вибірки є та, що при її організації найбільш послідовно здійснюються принципи __________ відбору. Цей вид вибірки подібний до багаторазових вимірів однієї й тієї ж величини. До речі, чисельність вибірки при застосуванні схеми повторного відбору може досягти обсягу, який перевищує генеральну сукупність (окремі одиниці враховуються у вибірці не один, а кілька разів). Тому власне випадкова вибірка зі схемою повторного відбору практичного значення не має і в дослідженні соціально-економічних явищ не використовується. У теорії вибіркового методу вона розглядається лише тому, що математична схема її найбільш проста і безперечна. Досить

точність лише нагадати, що (точність/величина) вибірки забезпечується положеннями теорії ймовірностей, зокрема законом великих чисел, який для даного випадку може бути сформульований так: при достатньо великому обсязі вибірки можна очікувати з ймовірністю близькою до одиниці, що вибіркова середня буде незначно відрізняти від генеральної середньої.

покращує Безповторний спосіб відбору хоча і порушує принципи рівної ймовірності потрапити у вибірку, проте він не погіршує, а __________ результати відбору. Практично доведено, що при інших рівних умовах середня помилка безповторної вибірки менша, ніж при повторній, і потребує меншого обсягу одиниць для обстеження. Таким чином, практика внесла поправку в теорію випадкового відбору, забезпечивши високу точність вибіркового спостереження.

Власне випадкова вибірка знаходить практичне ___________ у польових дослідах і при дослідженні окремих соціальних явищ в аграрному секторі.

використання

Механічний відбір. Механічним називається відбір, при якому генеральна сукупність поділяється на (рівні/середні) частини відповідно до природного розташування її одиниць (географічного, просторового, алфавітного тощо) і з кожної частини обстежується одна одиниця. Тобто одиниці відбирають через рівні проміжки у порядку розташування їх сукупності. Наприклад, кожна п'ята одиниця при 20 %-му відборі, кожна десята одиниця при 10 %-му відборі і т. ін. Якщо відбір здійснюється на земельній території, проби беруть у шаховому порядку. Проміжок між відібраними одиницями визначається залежно від прийнятої пропорції відбору. Цей проміжок розраховується як частка від ділення чисельності сукупності на обсяг вибірки. Наприклад, потрібно відібрати для обстеження 30 деталей із загальної чисельності 611 штук. Проміжок відбору (шаг) тут становитиме $\frac{611}{30} = 20{,}367$, тобто у вибірку потрібно включити кожну 20 одиницю, враховуючи «початкове число» відбору, за яке приймається будь-яка одиниця перших двадцяти одиниць. Як правило, першою одиницею відбирається та, яка знаходиться посередині проміжку (у даному випадку десята від початку відрахування).

рівні

Механічний спосіб забезпечує (правильність/рівномірність) відбору одиниць з усіх частин сукупності, тобто їх пропорційне представництво, а отже, і найбільш високу репрезентативність обстеження.

рівномірність

Слід зазначити, що при механічному способі відбору відібрані одиниці не мають імовірнісного

(вірогідного/імовірнісного) характеру. Випадкові помилки тут зумовлюються не способом відбору, а наявністю випадковості у розташуванні матеріалу досліджуваної сукупності.

шляхами

Механічний відбір можна здійснювати й іншими (шляхами/розрахунками). Наприклад, якщо потрібно відібрати певну кількість річних звітів підприємств окремого регіону, їх вибирають з ретельно перемішаної сукупності в алфавітному порядку назв окремих підприємств.

Науковими дослідженнями доведено, що механічний відбір дає найточніші результати порівняно до випадкової вибірки. Середня вибіркова виявляється тут більш наближеною до середньої генеральної, ніж при випадковому відборі. За таких саме причин і при постановці будь-якого експерименту принципу механічного розміщення одиниць віддається перевага щодо випадкового їх розміщення. На рис. 14 показано

квадрата

відбір у формі латинського (знака/квадрата), який носить назву «Хід коня». Це один з варіантів механічного розміщення елементів досліду, який виявляється доцільнішим, ніж випадковий.

Рис. 14. Схема механічного способу відбору «Хід коня»

A	B	C	D	E
D	E	A	B	C
B	C	D	E	A
E	A	B	C	D
C	D	E	A	B

перевага

Необхідно відзначити, що (перевага/умова) механічного відбору у точності відтворення досліджуваної характеристики має місце лише при умові, що в організації такого відбору не міститься моментів, які сприяють зміщенню як самої вибірки, так і оцінки її результатів.

залежність

Про (залежність/порівнянність) помилки вибірки від характеру розташування досліджуваної сукупності свідчать результати механічного відбору з сукупності, розташованої у ранжирований ряд. Одержана таким шляхом вибірка може мати помилку репрезентативності не випадкову, а систематичну. При цьому величина її залежить від того, що прийнято за «початкове число». Так, якщо у ранжированому ряду, взятому в порядку

зростання

(виокремлення/зростання) з проміжком відбору, рівному десяти, відбирається кожна перша одиниця (перша, одинадцята, двадцять перша і т.д.), вибірка буде мати помилку у бік зменшення, тобто вибіркова середня буде менша за генеральну середню. Якщо за «початкове

середину

число» обрати (частину/середину) проміжку, то помилки не буде зовсім.

Механічний спосіб відбору, як правило, застосовується щодо матеріалу, в розташуванні

випадковості
упорядкованості

якого мають місце і елементи ______________ і елементи деякої (упорядкованості/стійкості).

Поширеність даного способу відбору у порівнянні з випадковою вибіркою зумовлюється простотою і гнучкістю його застосування. Практична статистика досить часто здійснює роботи вибіркового характеру саме на підставі механічного відбору. Досить відзначити, наприклад, таку важливу галузь вибіркових робіт, як статистика сімейних бюджетів населення. Вибіркова сукупність тут формується за схемою механічного відбору одиниць у межах їх типових груп. Так, із списку, в якому домогосподарства розташовані за розмірами розподіленого доходу на 1 людино-годину роботи, відбираються бюджети селян. За таким же принципом відбираються із списку, складеного в порядку зростання (чи зменшення) заробітної плати,

	підприємства і сім'ї працівників.
типового	**Типовий відбір.** При типовому відборі сукупність попередньо розбивається на більш однорідні групи. Суть його зводиться до (типового/середнього) районування досліджуваної сукупності на однорідні групи з наступним відбором за власне випадковим принципом або механічним. Цей тип відбору також
обмежує	(утворює/обмежує) принцип рівної ймовірності. На точність результатів вибірки тут позитивно впливає сам принцип районування, адже він «знімає» вплив міжгрупової варіації ознак, що зумовлює менший розмір квадратичної помилки.
однорідних	При типовому підборі генеральна сукупність розчленовується на певну кількість (однорідних/середніх) груп (підсумковостей) з груповими чисельностями ($\mathrm{N}_1, \mathrm{N}_2, \mathrm{N}_3, ..., \mathrm{N}_m$). Кожна типова група як часткова генеральна сукупність
характеристики	має свої (характеристики/визначення): середню ($\overline{x_1}, \overline{x_2}, \overline{x_3}, ..., \overline{x}_m$), дисперсію ($\sigma_1^2, \sigma_2^2, \sigma_3^2, ..., \sigma_m^2$), частку ($p_1, p_2, p_3, ...p_m$), показник асиметрії ($A_1, A_2, A_3, ..., A_m$) тощо. Кожна із зазначених характеристик оцінюється за частковими вибірковими сукупностями ($n_1, n_2, n_3, ..., n_m$), які одержують від кожної типової групи. Останні, як правило, різні за чисельністю одиниць. При цьому, хоча варіація ознаки в середині типових груп знижується, вона все ж таки має місце і відрізняється за розміром між групами. Зазначені особливості потребують певних методичних підходів у вирішенні питання обсягу часткових вибірок для забезпечення достатньої репрезентативності останніх.
шляхами	На практиці вибірку можна здійснювати двома (ознаками/шляхами): 1) за способом рівномірного відбору; 2) за способом відбору пропорційно груповим чисельностям. Розглянемо їх.
рівномірному	При ____________ способі відбору з кожної типової групи відбирається однакова чисельність

одиниць $(n_1 = n_2 = n_3 =,...,n_m)$. Його застосовують лише при умові рівної чисельності кожної з типових груп.

пропорційній

При ____________ схемі відбору чисельність часткових вибірок береться пропорційно чисельності генеральних сукупностей типових груп або пропорційно їх дисперсіям чи середнім квадратичним відхиленням. Інколи використовується комбінована схема, тобто чисельність береться пропорційно і чисельностям і дисперсіям одночасно.

Розглянемо приклад **пропорційної вибірки.** Треба відібрати 150 підприємств лісостепової зони (генеральна сукупність), яка розчленована на підзони (центральну, лівобережну і правобережну) з груповими чисельностями N_1= 200; N_2= 400; N_3= 500 .

При вибірці, пропорційній груповим чисельностям, відбір передбачає, що у всіх групах повинно зберігатися незмінним співвідношення:

$\frac{n_m}{N_m}$

$$\frac{n_1}{N_1} = \frac{n_2}{N_2} = \frac{n_3}{N_3} =,...,= \_\_\_\_\_ .$$

Таке співвідношення забезпечується, якщо відбір здійснити пропорційно питомій вазі кожної групи у генеральній сукупності (табл. 53).

Таблиця 53. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення часткових вибірок за схемою пропорційно чисельності**

Типові групи	Обсяг генеральної сукупності, *Nj*	Питома вага групи у генеральній сукупності, *d*	Необхідний обсяг вибірки по групі (при *n*-150), $n_j = nd$
I	200	0,182	27
II	400	0,364	55
III	500	0,454	68
Всього	1100	1,000	150

Для кожної типової групи відбирається постійна частка одиниць сукупності:

К

$$\_\_\_ = \frac{n}{N} = \frac{150}{1100} = 0{,}136 .$$

постійний

Використавши цей (постійний/умовний)

коефіцієнт, знаходимо чисельність кожної вибірки: $n_1 = 200 \cdot 0{,}136 = 327;$ $n_2 = 400 \times 0{,}136 = 55;$ $n_3 = 500 \cdot 0{,}136 = 68;$ $n = n_1 + n_2 + n_3 = 27 + 55 + 68 = 150$.

Таким чином для умов нашого прикладу у вибірку із 150 одиниць повинно потрапити з першої групи (підзони) 27 одиниць, з другої – 55, з третьої – 68 одиниць спостереження.

Розглянемо приклад відбору за схемою відбору, **пропорційному середньому квадратичному відхиленню** (табл. 54).

Таблиця 54.
Вихідні і розрахункові дані для обчислення обсягів часткових вибірок за схемою відбору пропорційно середньому квадратичному відхиленню

Типові групи	Обсяг генеральної сукупності, *Nj*	Середнє квадратичне відхилення, σ_j	Відносний коефіцієнт по групі $K = \frac{\sigma_J}{\sum \sigma_j}$	Необхідний обсяг вибірки по групі (при *n*- 150), $n_j = n\frac{\sigma_j}{\sum \sigma_j}$
I	200	6	0,333	50
II	400	5	0,278	42
III	500	7	0,389	58
Всього	1100	18	1,000	150

Практично така необхідність виникає у зв'язку з наявністю варіації в середині груп, яка зумовлює різницю в групових дисперсіях.

Для даного випадку відбору повинна зберігатися рівність співвідношень:

$\frac{n_m}{\sigma_m}$

$$\frac{n_1}{\sigma_1} = \frac{n_2}{\sigma_2} = \frac{n_3}{\sigma_3} = \ldots = \_\_\_\_ .$$

Значення середніх квадратичних відхилень по типових групах визначають шляхом ________ досліджень або беруть з даних (перших/попередніх) досліджень.

пробних

попередніх

Припустимо, в нашому прикладі для трьох досліджуваних груп їх рівні становили: $\sigma_1 = 6$; $\sigma_2 = 5$; $\sigma_3 = 7$.

Результати розрахунку необхідності чисельності для кожної вибірки подано в табл. 54.

Чисельності часткових вибірок визначаємо згідно із одержаним коефіцієнтом: n_1=150×0,333=50; n_2=150×0,278=42; n_3=150×0,389=58; n=50+42+58=150.

При розглянутій схемі формування групових вибіркових сукупностей для всіх груп

постійне

зберігається (постійне/просте) співвідношення:

$$K = \frac{150}{18} = 8{,}3\,;\; K_j = \frac{50}{6} = \frac{42}{5} = \frac{58}{7} = 8{,}3\,.$$

Якщо відбір здійснювати пропорційно дисперсіям, то питома вага груп з великою варіацією ознак у вибірці різко зросте.

Розглянемо приклад для випадку **пропорційно-комбінованої схеми відбору.**

Необхідність такої схеми відбору пояснюється тим, що на практиці типові групи, як правило, різняться як за чисельністю, так і за варіацією ознак. Обидва ці фактори треба враховувати при формуванні сукупності. Групові вибірки в даному випадку відбирають таким чином, щоб залишилися незмінними такі співвідношення:

$$\frac{n_m}{\mathrm{N}_m\sigma_m}$$

$$\frac{n_1}{\mathrm{N}_1\sigma_1} = \frac{n_2}{\mathrm{N}_2\sigma_2} = \frac{n_3}{\mathrm{N}_3\sigma_3} = \ldots = \_\_\_\_\_\_\,.$$

Чисельність одиниць спостереження для кожної часткової вибірки визначається за

n_j

формулою: $\_\_\_\_ = n\dfrac{Nj\sigma j}{\sum \mathrm{N}j\sigma}$.

Робочі етапи розрахунків наведено в табл. 55.

Як бачимо, при такій схемі відбору для всіх груп зберігається незмінним співвідношення: $\dfrac{n_j}{\mathrm{N}_j\sigma_j} = \dfrac{27}{1200} = \dfrac{45}{2000} = \dfrac{78}{3500} = 0{,}022$.

Зазначимо, якщо б відбір здійснювався не за схемою пропорційності, то чисельність для кожної вибірки була б однакова, тобто: $\dfrac{n}{3} = \dfrac{150}{3} = 50$.

Таблиця 55. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення обсягів часткових вибірок за схемою пропорційно-комбінованого відбору**

Типові групи	Обсяг генеральної сукупності, *Nj*	Середнє квадратичне відхилення, σ_j	Зважене середнє квадратичне відхилення, $\sigma_j N_j$	Відносний коефіцієнт по групі $\frac{\sigma_j N_j}{\sum \sigma_j N_j}$	Необхідний обсяг вибірки по групі (при *n*- 150), $n_j = n\frac{\sigma_j N_j}{\sum \sigma_j N_j}$
I	200	6	1200	0,179	27
II	400	5	2000	0,299	45
III	500	7	3500	0,522	78
Всього	1100	18	6700	1,000	150

часткових

Зведені дані про чисельність (середніх/часткових) вибірок при типовому відборі, одержані за різними схемами відбору узагальнено в табл. 56.

Таблиця 56. **Обсяг групових вибірок, одержаних при різних способах формування вибіркової сукупності типової вибірки**

Типові групи	Принцип відбору			
	рівномірний	пропорційний		
		чисельності типових груп	середнім квадратичним відхиленням	зваженим середнім квадратичним відхиленням
I	50	27	50	27
II	50	55	42	45
III	50	68	58	78
Всього	150	150	150	150

Як свідчать її дані, одержані результати різняться між собою. Кожен з варіантів розрахунків забезпечує репрезентативність вибірки. Але найбільшу репрезентативність забезпечує вибірка пропорційно-комбінована, тобто та, яка організована (пропорційно/порівняно) зваженим середнім квадратичним відхиленням. Пояснюється це тим, що при такій схемі відбору враховуються як обсяг типових груп, так і варіація ознаки. Оскільки такий спосіб потребує багато попередньої інформації про генеральну сукупність, на практиці частіше використовується вибірка, пропорційна обсягу сукупності (загальних/типових) груп.

пропорційно

типових

Серійний відбір. Для розглянутих вище

індивідуальному безповторної	способів відбору (власне випадкового, механічного, типового) характерним є, що відбір одиниць з генеральної сукупності здійснюється в (індивідуальному/пропорційному) порядку. На практиці інколи виявляється доцільним проводити відбір не окремих одиниць, а цілих груп (серій, гнізд), котрі підлягають потім суцільному обстеженню. Групи (серії) відбирають за методом власне випадкової (безповторної/часткової) вибірки або способом механічного відбору.
	Серійний відбір (в англійській термінології «cluster sampling» – груповий відбір; у сільськогосподарський статистиці – «гніздовий відбір») має на практиці переваги, особливо у сільськогосподарській статистиці, де обстеження кількох груп підприємств, розташованих безпосередньо одне біля одного менш утруднене, ніж обстеження такої ж чисельності окремих підприємств, розташованих по всій території району.
суцільне	У сільському господарстві спосіб відбору застосовують при вивченні бюджету сімей робітників і службовців галузі, при контрольних обходах, які проводяться після обліку худоби і т. ін. З цією метою відбирають підприємства або їх групи, в яких проводять (усереднене/суцільне) обстеження.
серійний	У статистичній практиці (одиничний/серійний) відбір здійснюють у двох варіантах: 1) всі серії мають однакову кількість одиниць; 2) всі серії не однакові за обсягом. Більш поширеним вважається перший варіант.
Перевагою	Серійний спосіб відбору має свої переваги і недоліки перед відбором окремих одиниць. (Перевагою/основним) вважається те, що його легко організовувати. Але те, що при серійному відборі значно порушується рівномірність розподілу відібраних одиниць у межах генеральної сукупності і більш висока помилка вибірка – є суттєвим недоліком цього способу.

недолік Виправляється вказаний (недолік/метод) збільшенням чисельності вибірки.

Точність результатів серійної вибірки залежить від того, наскільки точно середні показники серій будуть репрезентувати генеральну сукупність. Чим менше вони будуть відхилятися від генеральної середньої, тим точнішими вважаються результати серійної вибірки. Якщо серії в генеральній сукупності мають однакову чисельність (перший варіант відбору), то загальна середня по всій вибірці розраховується

проста як середня арифметична _______ із серійних середніх. При неоднакових чисельностях серій

зважена визначається середня арифметична ________.

Багатоступенева вибірка. Значна частина великих вибіркових обстежень здійснюється не на підставі одного способу відбору, а

поєднанням комбінуванням (____________) двох і більше способів, які утворюють **ступені відбору.**

Так, типовий відбір поєднують з кількома стадіями (ступенями) відбору. При цьому кожна стадія має свою одиницю відбору. Така вибірка

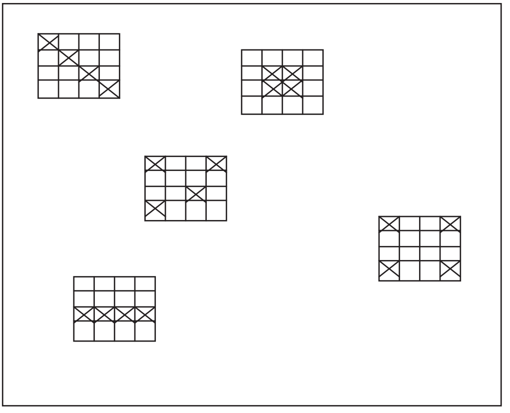
багатоступеневою називається (**багатоступеневою/поступовою)** або **комбінованою.** Наприклад, при обстеженні бюджетів сімей робітників і службовців сільськогосподарських держпідприємств спочатку загальне число сімей, які підлягають обстеженню, розподіляють по держпідприємствах з різним напрямом спеціалізації і по областях. Це перша стадія відбору, яка забезпечує репрезентативність тих чи інших типів спеціалізації господарств і адміністративних областей. У даному випадку одиницею відбору є область і тип спеціалізації. На наступному етапі відбирають підприємства в межах кожного типу спеціалізації в області. Це друга стадія відбору. Здійснюється вона на підставі науково розроблених принципів її організації.

Розглянемо схематично випадок

двоступеневої

застосування (складної/двоступеневої) вибірки, коли кожна одиниця містить одне й те ж число М елементів, *m* з яких відбирається із цієї одиниці. Схема двоступеневої вибірки при $M = 16$ і $m = 4$ зображена на рис. 15.

Рис. 15. Схематичне зображення двоступеневої вибірки (N=256; n=5; M = 16; *m*= *4*)



$M = m$

одноступеневого

Перевага двоступеневої вибірки в тім, що вона надає більшу свободу дій, ніж одноступенева. Коли _______, двоступеневий відбір зводиться до (простого/одноступеневого). Але, якщо таке значення *m* не найкраще, беруть дещо менше значення *m,* яке виявляється результативним, тобто дає найкраще співвідношення між статистичною точністю і витратами, зумовленими обсягом вибіркових робіт.

невеликою

однаковими

Якщо досліджувані ознаки всередині однієї і тієї ж одиниці спостереження відрізняються незначно, то з міркувань точності величина *m,* повинна бути (невеликою/точною). З іншого боку, інколи витрати на спостереження всієї одиниці і деякі підвибірки з неї можуть бути (однаковими/середніми). Наприклад, якщо одиницею спостереження при бюджетних обстеженнях служить домашнє господарство селян, то одна людина може дати точні зведення про всіх членів сім'ї цього господарства.

великого

При правильному відборі ознак на кожному ступені відбору можна використати ті з них, які спостерігаються у вибірці (великого/середнього) об'єму як «контрольні», тобто коригують на їх підставі результати спостереження пов'язаних з ними ознак.

Багатоступенева вибірка застосовується при одержанні проб для лабораторних аналізів. Наприклад, при відборі пробних зразків продукції, яка надходить в різній тарі (бочках, ящиках, мішках тощо). Спочатку відбирають певну кількість одиниць продукції в тарі, а потім беруть проби в середині з відібраних видів тари (бочок, мішків тощо). Зокрема, якщо зерно одержують в мішках, спочатку відбирають певну кількість мішків, а потім з них беруть проби зерна щупом зверху, всередині і знизу кожного мішка.

В окремих випадках утворюють так звану середню пробу шляхом змішування окремих проб. Додатковими ступенями відбору тут будуть наступні проби, які беруть у вигляді деякої частини до вихідної (середньої) проби; з останньої беруть знов певну частину і так доти, доки розмір проби не зменшиться до норми, приданої для лабораторного аналізу.

§ 6.4. Помилки вибірки, їх визначення при різних способах відбору

величина

помилок

Між характеристиками вибіркової сукупності і шуканими параметрами відповідних характеристик генеральної сукупності існують певні розбіжності. Їх називають **помилками спостереження.** Загальна (величина/кількість) помилки вибіркового спостереження зумовлюється можливістю виникнення двох видів ________: помилки реєстрації і помилки репрезентативності.

Помилки реєстрації виникають внаслідок вибірковому

недостатнього рівня кваліфікації працівників, неточності підрахунків, недосконалості вимірювальних приладів і т. ін. Ймовірність виникнення помилок реєстрації при __________ обстеженні значно менша, ніж при суцільному, адже вибіркове здійснюється кваліфікованішими працівниками і організовується більш ретельно і конструктивно, ніж суцільне. При вибірковому спостереженні завдяки скороченню кількості досліджуваних одиниць значно зменшується можливість одержати помилки реєстрації. Спеціально підібрані і навчені спостерігачі не зацікавлені у викривленні спостережуваних даних, що також сприяє одержанню більш об’єктивної інформації про обстежувану сукупність об’єктів.

суцільному

У той же час при вибірковому спостереженні виникають помилки, які не мають місця при _________ обстеженні – **помилки репрезентативності**. Вони являють собою розбіжність між величиною одержаних по вибірці показників і величиною тих показників, котрі були б одержані при проведенні з однаковим рівнем точності суцільного спостереження.

абсолютна
різниці

Отже, помилка вибірки (помилка репрезентативності) – це (абсолютна/середня) величина (відношення/різниці) між відповідними вибірковою і генеральною характеристиками: $(\tilde{x}-\bar{x})$ – помилка для середньої; (w-p) – помилка для частки (w, p – частка ознаки відповідно у вибірковій і генеральній сукупностях). Природа виникнення такої помилки полягає в тому, що вибіркова сукупність не точно відтворює генеральну сукупність.

Помилки репрезентативності можуть бути **випадковими і систематичними.** Так, при вибірковому викопуванні коренів цукрових буряків для визначення їх урожайності у вибіркову сукупність випадково можуть потрапити дещо кращі від середніх екземпляри. У цьому випадку може йти мова про випадкову помилку репрезентативності. У разі, якщо у вибірку будуть систематично відбиратися кращі екземпляри, то мова буде йти про (систематичну/хаотичну) помилку репрезентативності, яка зумовлена навмисним порушенням правил відбору.

систематичну

Таким чином – систематичні помилки спрямовані в один бік і можуть виникати у зв'язку з особливостями прийнятої системи відбору і обробки даних спостереження або у зв'язку з (визначенням/порушенням) встановлених правил і принципів відбору.

порушенням

Випадкові помилки не мають певного напряму. Їх (напрям/виникнення) пояснюється недостатньо рівномірним представленням у вибірковій сукупності різних категорій одиниць генеральної сукупності. Оскільки розподіл одиниць спостереження вибіркової сукупності не зовсім точно відтворює розподіл одиниць генеральної сукупності, вибірка не може точно відображати генеральну сукупність, а отже, повністю усунути випадкові помилки неможливо, їх можна звести до незначних розмірів.

виникнення

Питання визначення можливої і фактичної помилки вибірки має першочергове значення при організації і проведенні (вибіркового/суцільного) обстеження. Її величина характеризує ступінь надійності одержаних результатів вибіркового обстеження і зумовлює об'єктивність оцінок параметрів генеральної сукупності. Як і сама вибіркова характеристика, помилка вибірки є (випадковою/розрахунковою) величиною. Розмір випадкової помилки вибірки визначається згідно із граничними теоремами ймовірностей. Розрізняють середню і граничну (розбіжність/помилку) вибірки. Під **середньою (стандартною) помилкою вибірки** розуміють таке розходження між вибірковою і генеральною середньою ($\tilde{x}-\bar{x}$), яке

вибіркового

випадковою

помилку

не перевищує розмір середнього квадратичного відхилення ($\pm\sigma$). Максимально можливе розходження ($\tilde{x}-\bar{x}$) називають **граничною помилкою вибірки,** тобто – це максимум помилки при заданій імовірності її появи.

середньої

Існують дві формули (розміру/середньої) помилки вибірки. Одна з них використовується при вимірюванні середнього значення ознаки (наприклад, на підприємстві вибірково обстежується середній розмір зарплати працюючих), друга – коли вибірково вимірюється частка ознаки (наприклад, частка високооплачуваних працівників на підприємстві).

повторного

Коли вибірка здійснюється за принципом (простого/повторного) відбору, то формули середньої помилки мають вигляд: для середньої – $m=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ для частки – $m=\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$.

безповторного

Повторну вибірку використовують дуже рідко. Як правило, вибірка організовується за принципом (безповторного/складного) відбору. Стосовно до цього принципу відбору в наведених вище формулах середньої помилки в підкореневий вираз вводиться додатковий множник $(1-\frac{n}{\mathrm{N}})$, де N – чисельність генеральної сукупності.

Отже, для безповторної вибірки формули середньої помилки набудуть вигляду:

а) при визначенні середнього значення ознаки – $m=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}(1-\frac{n}{\mathrm{N}})}$;

б) при визначенні частки ознаки – $m=\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\times(1-\frac{n}{N})}$.

ймовірностей

Теорією (економіки/ймовірностей) доведено: твердження про те, що генеральні характеристики не відхиляються від вибіркових на величину більшу, ніж величина помилки вибірки (m), завжди має постійний ступінь

0,683 імовірності ______. Імовірність твердження можна підвищити, подвоївши або потроївши середню помилку ($2m$; $3m$). У цьому випадку
0,954 ймовірність стверджень досягає рівнів _____ або
0,997 _____, тобто з тисячі випадків відповідно в 954 і 997 випадках вибіркові характеристики будуть відрізнятися від генеральних на величину обчисленої помилки вибірки. У решти випадків (46 і 3) відхилення генеральних і вибіркових параметрів може виходити за межі обчисленої помилки.

Таким чином, щоб підвищити ймовірність твердження, необхідно розширити межі відхилень шляхом збільшення середньої помилки в $\frac{|\tilde{x} - \bar{x}|}{\sigma}$ разів, де відношення різниці середніх до середнього квадратичного відхилення являє собою величину так званого
нормованого (**нормованого/розрахованого) відхилення** (t).

Отже, з визначеною ймовірністю можна стверджувати, що відхилення генеральних і вибіркових характеристик не перевищать деякої величини – граничної помилки вибірки (Δ). Гранична помилка вибірки пов'язана з середньою помилкою рівнянням $\Delta = tm$, де t – нормоване відхилення (коефіцієнт кратності, коефіцієнт довіри), яке залежить від рівня ймовірності.

Величина ймовірності задається залежно від мети і завдань дослідження. Ймовірність потрапляння помилки репрезентативності у
$\pm t$ межах ____ визначається за формулою інтеграла ймовірностей $p(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}} dt$.

Значення цього інтеграла міститься в
стандартних (стандартних/окремих) математичних таблицях «Функція Лапласа» (додаток В). В табл. 57 наведені рівні ймовірностей p для деяких цілих і дробових значень t.

Таблиця 57. **Витяг із стандартних таблиць «Функція Лапласа»**

t	1,00	1,93	2,00	2,50	2,58	3,00	3,50
p	0,683	0,947	0,955	0,988	0,990	0,997	0,999

Припустимо, що помилку вибірки треба оцінити з імовірністю 0,954. Це означає, що розбіжність між вибірковою і генеральною середньою не перевищить двох величин середньої помилки, тобто в 95,4 % випадків помилка репрезентативності не вийде за межі ±2; при ймовірності 0,997 – за межі ± 3 і т. ін.

малих

Для чисельно (значних/малих) статистичних сукупностей не може бути застосована теорема _________, яка з'ясовує загальні умови, при здійсненні котрих розподіл суми незалежних випадкових величин прямує до (нормального/нуля), оскільки значення вибіркової середньої ($\bar{x}$) тут занадто залежить від величини кожної випадкової змінної. Характер розподілу $\bar{x}$ в цих умовах буде істотно відрізнятися від нормованого розподілу, а довірчі інтервали і довірчі ймовірності (про них мова піде нижче) при малих вибірках можуть бути розраховані тільки за умов нормального розподілу досліджуваної ознаки. За розрахунками Ст'юдента, ймовірність того, що абсолютна величина різниці вибіркової і генеральної середньої буде менше граничної помилки вибірки ($|\tilde{x} - \bar{x}| \langle t\mu$) і являє собою функцію від нормованого відхилення (t) і чисельності вибірки (n). Формула цього доведення має вигляд:

Ляпунова

нормального

$$p(|\tilde{x} - \bar{x}| \langle t\mu) = \int_{-t}^{+t} A(1 + \frac{t^2}{n-1})^{-\frac{n^2}{2}} dt,$$

де $A = \dfrac{\Gamma(\frac{n}{2})}{\sqrt{n(n - 2\Gamma(\frac{n-1}{2})}}$, $\Gamma(\frac{n}{2})$ – гамма – функція.

розподілу

У практичних розрахунках використовуються таблиці ________ С'юдента $S(t)$, в яких дано рівні ймовірностей для різних значень n і t

(додаток Г).

теоретичних

На основі ___________ рівнів імовірностей розраховують фактичні їх рівні. При цьому розрахункова ймовірність (p) становитиме: $p=[S(t)-0.5]\cdot 2$. Із сказаного вище випливає, що після обчислення середньої помилки вибірки виникає питання обчислення (граничної/значень) помилки репрезентативності (Δ) розмір її у вибірковому спостереженні може бути менший або більший від середньої помилки репрезентативності (μ). Згідно теореми Чебишева і Ляпунова, яка визначає ймовірність того, що гранична помилка вибірки не перевищить t разів взяту середню помилку вибірки (μ), вирішують питання про граничну помилку. Наведемо формулювання теореми (Лапласа/Чебишева): з імовірністю, як завгодно близькою до одиниці, можна стверджувати, що при достатньо великій кількості незалежних спостережень вибіркова середня ($\tilde{x}$) буде як завгодно мало відрізнятися від генеральної середньої ($\bar{x}$). Отже, гранична помилка вибірки (Δ) обчислюється з певною ймовірністю (p), якій відповідає t – разове значення середньої помилки (μ): $\Delta = t\mu$.

граничної

Чебишева

Межі середньої характеристики в генеральній сукупності становитимуть:

для середньої – $\bar{x} =$ ______ ;

для частки – $p =$ ______ .

$\tilde{x} \pm \Delta$

$w \pm \Delta$

У розгорнутому вигляді формули граничної помилки для повторної і безповторної схеми відбору наведені у наступному прикладі.

Приклад. Розглянемо конкретний приклад розрахунку граничної помилки вибірки при визначенні середньої характеристики у вибірковій сукупності і частки вибірки.

Умова. У сільськогосподарських підприємствах району площа зернових культур становить 20000 га. При 10 %-му безповторному відборі встановлено, що середня урожайність зернових в районі дорівнює 30 ц/га, середньоквадратичне відхилення урожайності становить 2 ц. Питома вага високоврожайних культур 60%. Потрібно визначити з ймовірністю 0,954 граничну помилку середньої врожайності зернових культур по вибірці і граничну помилку частки, тобто питомої ваги високоврожайних культур в загальній площі посіву.

Хід рішення. Встановлюємо чисельність вибіркової сукупності – 10 % від 20000 га, вона дорівнює 2000 га. Маємо: $\tilde{x}$=30; N=20000; *n*=2000; σ=2; *w*=0,60; *p*=0,954; *t*=2.

$$t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}(1-\frac{n}{N})}$$

$$\Delta_{\bar{x}} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 2\sqrt{\frac{4}{2000}(1-\frac{2000}{20000})} = 0{,}08 .$$

Отже, різниця між вибірковою середньою урожайністю і генеральною середньою буде не більша за 0,08 ц. Межі середньої генеральної урожайності в центнерах: $29{,}92 \le 30 \le 30{,}08$.

Гранична помилка для частки становить:

$$t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}(1-\frac{n}{N})}$$

$$\Delta_w = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 2\sqrt{\frac{0{,}60(1-0{,}60)}{2000}(1-\frac{2000}{20000})} = 0{,}02 .$$

Таким чином, помилка у визначенні частки високоврожайних культур у вибірковій сукупності не перевищить 2 %, тобто питома вага високоврожайних культур знаходиться у межах $58 \le 60 \le 62\%$.

випадкової

Величина (середньої/випадкової) помилки репрезентативності залежить: 1) від способу формування (відбору) вибіркової сукупності; 2) від обсягу вибірки; 3) від ступеня варіації досліджуваної ознаки у генеральній сукупності.

А це означає, що для одержання мінімальної помилки необхідно дотримуватися таких математичних

положень

(положень/формул): 1) чим більший обсяг вибірки, тим повніше взаємопогашаються випадкові відхилення. Величина помилки вибірки обернено пропорційна кореню квадратному з чисельності вибірки. При збільшенні вибіркової сукупності у чотири рази помилка вибірки зменшується у два рази; 2) збільшення показника варіації досліджуваної ознаки зумовлює збільшення помилки вибірки, тобто величина останньої прямо пропорційна середньому квадрату відхилень.

Слід пам'ятати, що при вибірковому обстеженні відсутня інформація про розмір дисперсії

(середньої/дисперсії), тому величина її приймається наближеним показником у вигляді вибіркового середнього квадрата відхилень.

Для кожного конкретного способу відбору у вибіркову сукупність величина помилки репрезентативності може бути визначена за відповідними формулами.

генеральної

безповторному

Повернемося до повторної і безповторної схеми відбору з (генеральної/мінімальної) сукупності. Оскільки при ____________ відборі чисельність генеральної сукупності зменшується (при повторному – вона залишається незмінною), після кожного відбору ймовірність потрапити у вибірку для одиниць, що залишаються, підвищується. Тому середня помилка тут буде меншою, ніж при повторному відборі.

повторному

Перетворення формули середньої помилки для середньої при ___________ відборі $m_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$ у вигляд $m_{\bar{x}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$ дає підстави стверджувати, що

прямо пропорційна

обернено пропорційна

середня квадратична помилка (середнє квадратичне відхилення вибіркової середньої від генеральної) ________________ варіації ознаки у генеральній сукупності і __________________ кореню квадратному з обсягу вибірки. Гранична помилка вибірки (Δ), як випадкова величина, може бути в кожному конкретному випадку менша, рівна або більша за середню помилку (*m*). Ймовірність її величини при досить великій сукупності вибірки визначають за теоремою

Ляпунова

(Ляпунова/Фішера):

$$p(\Delta \le tm = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = f(t).$$

функція від *t*

Значення інтеграла Лапласа (____________) містяться в стандартних математичних таблицях (додаток В). За такими таблицями можна встановити, що:

$$\text{при } t = 1 \; p(\Delta \le m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0{,}683;$$

$$\text{при } t = 2 \; p(\Delta \le 2m) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-2}^{+2} e^{-\frac{t^2}{2}} dt = 0{,}954.$$

Наведені розрахунки свідчать про те, що практично неймовірно одержати помилку, більшу за $3m$, тобто більшу, ніж $3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$. Отже, практично вірогідно, що генеральна середня не вийде за границі:

$$\tilde{x} - 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}} \le \bar{x} \le \tilde{x} + 3\frac{\sigma}{\sqrt{n}}.$$

поправочний

Як уже зазначалося вище, при безповторному способі відбору для середньої помилки вибірки вводять (поправочний/середній) коефіцієнт $\frac{\mathrm{N} - n}{\mathrm{N} - 1}$, де n, N – відповідно чисельність вибіркової і генеральної сукупностей. Для досить великих обсягів генеральної сукупності замість значення N–1 вводять значення N, тоді формула набуває вигляду: $\frac{\mathrm{N} - n}{\mathrm{N} - 1} \approx \frac{\mathrm{N} - n}{\mathrm{N}} = 1 - \frac{n}{\mathrm{N}}$.

$\sigma^2_{\bar{x}}$

З врахуванням наведеної поправки дисперсія вибіркової середньої становить:

$$\_\_\_\_ = \frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{\mathrm{N}}\right).$$

Середні помилки середньої і частки у вибірковій сукупності для власне випадкового відбору наведено у згаданій вище таблиці.

механічного

Для (механічного/арифметичного) способу відбору помилка репрезентативності розраховується аналогічно формулам для власне випадкового відбору.

При типовому способі відбору розрахунок середньої помилки має деякі особливості. Розглянемо їх.

З викладеного вище зрозуміло, що середня помилка вибірки залежить від середнього квадрата відхилень (дисперсії) досліджуваної ознаки. Згідно правилу складання і розкладання

σ_y^2

дисперсій маємо: ____ $= \sigma_x^2 + \sigma_Z^2$, де σ_y^2 – загальна дисперсія; σ_x^2 – між групова дисперсія; σ_Z^2 – внутрішньогрупова дисперсія.

Для типової вибірки міжгрупова дисперсія вимірює варіацію групових середніх ($\tilde{x}_j$) відносно загальної середньої ($\tilde{x}$), тобто:

$$\sigma_x^2 = \frac{\sum (\tilde{x}_j - \tilde{x})^2 n_i}{\sum n_i}.$$

Цей вид дисперсії пояснює варіацію, викликану ознакою, покладеною в основу групувань при виділенні типових груп і не може розглядатися як помилка вибірки. Називають її

систематичною

(систематичною/стохастичною) дисперсією. Отже, при розрахунках середньої помилки вибірки цей вид дисперсії виключається.

Але кожна типова група має варіацію ознаки, викликану впливом різних неврахованих факторів – внутрішньогрупову (залишкову) варіацію. Остання розраховується як середня арифметична з групових дисперсій:

σ_Z^2

$$\_\_\_\_ = \frac{\sum \sigma_j^2 \mathrm{N}_j}{\sum \mathrm{N}_j},$$

де σ_j^2 – групові вибіркові дисперсії.

Саме ця частина варіації залишається непоясненою і повинна розглядатися як помилка вибірки. Тобто формула середньої

помилки

(величини/помилки) типової вибірки має вигляд:

m_{mun}

$$\_\_\_\_ = \sqrt{\frac{\sigma_Z^2}{n}},$$

де n – загальний обсяг вибірки ($n = \sum n_j$).

правилом

$\sigma_Z^2 \langle \sigma_y^2$

За (правилом/методом) складання і розкладання дисперсій маємо: ______, тому середня помилка типової вибірки, як правило, менша за середню помилку при власне випадковій вибірці. Оскільки середня помилка типової вибірки дає точніші результати (висновки), її широко використовують в досліджені економічних явищ.

типової

Треба пам’ятати, що організація _________ вибірки зумовлена, як правило, власне випадковим відбором. Адже відбір одиниць з кожної групи здійснюють власне випадковим методом. При цьому застосовується схема безповторного відбору. З цих причин до середньої помилки середньої чи частки при безповторній схемі відбору вводять

поправку

(коефіцієнт/поправку) $1-\frac{n}{\mathrm{N}}$.

При серійному способі відбору по кожній відібраній серії розраховується значення дисперсії. Середня арифметична з цих дисперсій становить внутрішньосерійну (σ^2_{BC}), тобто

залишкову

______________ дисперсію.

Варіація серійних середніх ($\tilde{x}_j$) навколо загальної вибіркової середньої $\tilde{x}$ характеризується міжсерійною дисперсією (σ^2_{MC}). Структурна формула її має вигляд:

σ^2_{MC}

$$\_\_\_\_ = \frac{\sum(\tilde{x}_j - \tilde{x})^2}{n_c},$$

де n_c – чисельність вибірки в серії.

Згідно з правилом розкладання дисперсії маємо $\sigma^2_y = \sigma^2_{вс} + \sigma^2_{мс}$.

Внутрішньосерійна дисперсія розраховується на основі даних суцільного спостереження відібраних серій. А це означає, що помилка репрезентативності залежить від міжсерійної дисперсії. Її розраховують за схемою

безповторного

______________ відбору серій:

$$m = \sqrt{\frac{\sigma^2_{мс}}{n_c}\left(1-\frac{n_c}{\mathrm{N}}\right)}.$$

Для зазначених вище способів відбору при розрахунках граничної помилки як для середньої, так і для частки, середню помилку множать на коефіцієнт довіри (t), величина якого залежить від рівня обраної ймовірності.

§ 6.5.Організація вибіркового спостереження

Здійснення вибіркового обстеження ґрунтується, насамперед, на знанні природи досліджуваних процесів та явищ і глибокому теоретичному аналізі. Вибіркове обстеження починають з копіткої підготовки роботи, яка передбачає (знання/вирішення) таких питань: мета і об'єкт дослідження; програма та інструментарій обстеження; джерела і способи збирання необхідної інформації; підбір і підготовка кадрів, пробні обстеження і ряд інших питань.

вирішення

Організація вибіркового спостереження з метою відтворення генеральної сукупності висуває ряд (завдань/понять), вирішення яких ґрунтується на теорії вибіркового методу. Розглянемо їх.

завдань

1. По-перше, це вирішення питання щодо встановлення (чисельності/точності) вибіркової сукупності. Суть цього завдання полягає в тому, щоб знайти відповідь на запитання – скільки потрібно відібрати одиниць спостереження, щоб помилка вибірки з певним рівнем ймовірності не перевищувала встановлений розмір.

чисельності

2. Друге завдання вибіркового спостереження має на меті оцінку (показників/фактів), одержаних за вибірковими даними. Вирішення цього завдання полягає у визначенні граничної помилки вибіркової сукупності.

показників

3. Третє завдання вибірки зводиться до встановлення _____________ здійснення певного розміру помилки. Для цього необхідно знати середню і граничну помилки вибірки, розрахувати нормоване відхилення, на підставі якого за стандартними таблицями інтеграла ймовірності визначається рівень ймовірності.

ймовірностей

Визначення (одиниць/границь), в яких знаходяться характеристики всієї сукупності, ускладнюється у випадках, коли генеральна сукупність досліднику (невідома/велика). Адже при відомій генеральній сукупності завжди

границь

невідома

можна побудувати схему всіх можливих випадків вибірки з цієї сукупності. При невідомій генеральній сукупності таку схему побудувати неможливо і кількісні характеристики генеральної сукупності не можуть бути використані для оцінки одержаних вибіркових характеристик.

Для оцінки різниці між вибірковою і генеральною характеристиками застосовують так звані «прямі» теореми теорії ймовірності (теореми Бернулі, Муавра – Лапласа, Чебишева та ін.) лише у разі, коли генеральна характеристика – величина (загальна/постійна), а вибіркова – випадкова (змінна/мала). Оскільки в нашому випадку дана умова не витримується, при вирішенні завдання одержання оцінки виходять з припущення, що невідома нам генеральна характеристика може мати ті чи інші значення з відповідними їм ймовірностями, тобто вона розглядається як випадкова змінна. Теорія ймовірностей для вирішення цього завдання застосовує так звані «обернені» теореми Бернулі, Лапласа, «другий закон великих чисел» та ін. Застосування їх поширюється лише на вибірки необмеженого обсягу і не може бути застосовано для оцінок точності кінцевих вибірок.

постійна

змінна

4. У зв’язку з тим, що в практиці вибіркового обстеження виникають помилки (чи похибки), розміри яких певною мірою зумовлені (способом/методом) застосованого відбору та (обсягом/характеристиками) вибірки, постає питання оцінки того чи іншого способу відбору. Отже, виникає завдання оцінки точності способу, за яким здійснюється відбір у вибіркову сукупність. Це завдання вирішується шляхом з’ясування таких питань: чи відомі дані про всю сукупність; яким способом здійснюється вибірка; якими будуть результати, тобто якими властивостями буде володіти вибіркова сукупність. Чи будуть ці властивості і характеристики вибір-

способом

обсягом

кової сукупності відрізнятися від відомих досліднику властивостей і характеристик генеральної сукупності? Наскільки великими будуть відхилення (помилки вибірки)? Чим вони зумовлюють і чи можуть бути зменшені і наскільки?

властивостей | Вирішення цього завдання ґрунтується на всебічному аналізі (показників/властивостей) досліджуваної сукупності і врахуванні властивостей застосованого способу відбору. Важлива роль тут належить теорії ймовірностей, адже мова йде про оцінку точності вибірки. Дослідник розглядає всі можливі варіанти вибірок, зіставляючи результати аналізу з характеристиками заданої генеральної сукупності. Застосовуються тут «прямі» теореми теорії ймовірностей.

вибіркового | відтворення | Вирішення зазначених вище завдань вибіркового спостереження можливе лише за умов знання теорії ___________ методу. Вони спрямовані на досягнення основної мети вибірки – (аналіз/відтворення) генеральної сукупності. Їх вирішення потребує детального розгляду питань про помилки вибіркового обстеження, точкову і інтервальну оцінки, нормоване відхилення, довірчу ймовірність і довірчий інтервал.

сукупності | укрупнення | Оскільки вибіркове спостереження відбирає, «вихоплює» факти з досліджуваної генеральної сукупності, при невдалій його організації можуть бути зареєстровані явища, не пов'язані одне з одним, перед організацією вибіркового обстеження стоїть завдання здійснити відбір таким чином, щоб існуючі взаємозв'язки між одиницями знайшли відображення у вибірковій (сукупності/одиниці). Таке завдання вирішується шляхом (укрупнення/узагальнення) одиниць відбору, переходу до серійної вибірки. Остання гарантує охоплення в цілому групи взаємно пов'язаних фактів. А це означає, що створена можливість для вивчення їх взаємодії і взаємозалежності.

В організації вибіркового спостереження мають місце випадки, коли поєднується відбір серій з відбором одиниць всередині останніх.

комбінованою

Така вибірка називається (генеральною/комбінованою/). Трапляються випадки організації вибіркового спостереження, при якій відбір здійснюється всередині однієї з пов'язаних між собою сукупностей, а з другої сукупності в обстеження включають ті одиниці, котрі свідомо пов'язані з відібраними одиницями першої сукупності.

В організації вибіркового спостереження виняткового значення набуває питання про визначення таких категорій обстеження, як одиниця відбору і одиниця спостереження. Під **одиницями відбору** розуміють частини сукупності, які включені у склад вибірки. **Одиницями спостереження** називають такі частини сукупності, ознаки яких підлягають спостереженню і реєструються окремо від інших в процесі

відбору

обстеження. Одиниця _________ – це категорія, притаманна виключно вибірковому методу, у той

спостереження

час як одиниця (вибірки/спостереження) є категорією загальностатистичною, яка має відношення і до суцільного і до несуцільного спостереження.

Відмінність понять одиниці відбору і одиниці спостереження особливо різко виявляється при серійній вибірці, при організації якої відбір здійснюється групами (серіями) одиниць, які складають досліджувану сукупність, а спостереженню підлягає кожна одиниця спостереження. В серійних вибірках одиниця спостереження є частиною одиниці відбору.

Як правило, у вибірковому обстеженні одиниця відбору і одиниця спостереження збігаються між собою. Але одиниця відбору не

одиницю

повинна бути меншою за (одиницю/показник) спостереження. Наприклад, якщо одиницею спостереження є підприємство, то одиницями відбору не можуть бути відділки, бригади, ферми тощо. З іншого боку, при фіксованій чисельності вибірки або частки явища одиниця відбору не повинна значно перевищувати одиницю спостереження. Якщо, наприклад, при серійному відборі відокремлюється 60 одиниць з 1000, то краще відібрати 6 серій по 10 одиниць, ніж 3 серії по 20 одиниць.

організації

схеми і способу

Досить важливим питанням (аналізу/організації) вибіркового обстеження є визначення ________________ відбору. При його вирішенні виходять перш за все з розміру помилки вибірки.

чисельності

Наступним важливим питанням вважається вирішення завдання щодо (чисельності/вартості) вибіркової сукупності. Тут статистик повинен орієнтуватися стосовно граничних помилок розміру досліджуваного явища і ймовірності, з якою ці границі повинні бути гарантовані.

перевірку

Організація вибірки передбачає попередню (оцінку/перевірку) її репрезентативності. Із цією метою за даними поточного або минулого періоду розраховують кілька найбільш важливих показників для генеральної і для вибіркової сукупностей. Одержані показники зіставляють і таким чином знаходять різницю між ними. У соціально-економічних дослідженнях вважається задовільним відхилення вибіркових даних від даних по генеральній сукупності в межах 5 %. Якщо відхилення перебільшують зазначений рівень, вибірка вважається нерепрезентативною, і відбір повторюють. У випадках, коли повторний відбір не дає бажаних наслідків, збільшують чисельність вибіркової сукупності.

Організація вибіркового спостереження потребує врахування всіх можливих умов і обставин, в яких буде відбуватися обстеження. Якщо ж виникають нові обставини в ході обстеження – в організацію вибірки вносять відповідні корективи.

етапами

Викладене вище зумовлює здійснення вибіркового спостереження за такими (етапами/схемами): 1) формування мети спостереження; 2) відмежування генеральної сукупності; 3) встановлення системи відбору одиниць для спостереження; 4) визначення числа одиниць, які підлягають відбору; 5) підготовка основи вибірки (відбору); 6) проведення статистичного спостереження, тобто планомірного, науково організованого збору даних про досліджуване явище (процес); 7) розрахунок вибіркових характеристик та їх помилок; 8) поширення вибіркових даних на генеральну сукупність. Перелічені вище етапи знаходять своє відображення у висвітленні теоретичних і практичних аспектів вибіркового методу.

При організації вибірки значення має визначення необхідної її чисельності (n). Остання залежить від варіації одиниць обстежуваної сукупності. Чим більше коливання, тим більшою повинна бути чисельність вибірки. Зворотний зв’язок існує між чисельністю вибірки її граничною помилкою. Прагнення отримати меншу помилку вимагає збільшення чисельності вибіркової сукупності.

Необхідна чисельність вибірки визначається на основі формул граничної помилки вибірки (Δ) із заданим рівнем ймовірності (р). Шляхом математичних перетворень отримують формули розрахунку чисельності вибірки (табл. 58).

При вирішенні питання про визначення чисельності вибірки дослідник вимушений робити припущення про генеральні характеристики або здійснювати для них пробну вибірку. Лише за таких умов буде об’єктивною величиною чисельність вибіркової сукупності, розрахована за розглянутими формулами.

Таблиця 58. **Розрахунок необхідної чисельності вибірки**

Спосіб відбору	Чисельність вибірки (n) при визначенні та оцінці параметра	
	середньої ($\bar{x}$)	частки (w)
Повторний	$\dfrac{t^2\sigma^2}{\Delta^2_{\bar{x}}}$	$\dfrac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2_w}$
Безповторний	$\dfrac{t^2\sigma^2 N}{\Delta^2_{\bar{x}} N + t^2\sigma^2}$	$\dfrac{t^2 w(1-w) N}{\Delta^2_w N + t^2 w(1-w)}$

Для розрахунку чисельності вибірки можна користуватися стандартними таблицями і номограмами, в яких для певних величин граничної помилки і довірчої ймовірності наводиться рекомендована чисельність одиниць вибіркового спостереження. Прикладом такої довідкової таблиці є табл. 59. Останню можна перебудувати таким чином, що заданими величинами будуть чисельність вибірки і гранична помилка. У такому разі можна знайти рівень ймовірності або величини чисельності вибірки та рівня ймовірності, за якими знаходиться можлива гранична помилка (табл. 60).

Таблиця 59. **Чисельність вибірки при заданих рівнях граничної помилки (Δ) і ймовірності (*P*)**

P	Δ									
	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,85	51	63	80	105	143	207	323	575	1295	5180
0,90	67	83	105	138	187	270	422	751	2090	6763
0,95	96	118	150	195	266	384	600	1067	2400	9603
0,99	165	204	309	338	460	663	1036	1843	4146	16587
0,997	220	271	344	449	611	880	1376	2446	5504	22018
0,999	270	334	422	552	751	1082	1691	3007	6767	27069

Таблиця 60. **Рівень довірчої ймовірності при заданому числі спостережень (*n*) і граничній помилці (Δ)**

n	Δ									
	0,10	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
50	0,843	797	242	678	604	520	428	329	223	112
100	0,954	928	890	838	770	689	576	452	310	159
200	0,995	989	976	952	910	843	742	604	428	223
300	0,999	998	994	985	962	917	834	701	511	271
500				0,998	993	975	926	820	629	345
1000						0,998	989	942	794	473
2000								0,993	926	629
5000									0,995	843

способами

Одержані в результаті вибіркового спостереження статистичні характеристики з врахуванням їх точності можуть бути поширенні на генеральну сукупність. Пов'язану із цим обчислювальну роботу здійснюють двома (способами/порядками), які вважаються найпростішими у статичній практиці: 1) спосіб прямого перерахунку; 2) спосіб поправочних коефіцієнтів.

вибіркові

Спосіб прямого перерахунку полягає у тому, що (загальні/вибіркові) характеристики (середня, частка) помножують на відповідний показник обсягу генеральної сукупності з врахуванням значення граничної помилки репрезентативності. Наприклад: вибірковим обстеженням 10 % приватних господарств при загальній їх кількості 2500 встановлено, що середня чисельність птиці на одне подвір'я становить 30 голів. Щоб визначити загальну чисельність поголів'я птиці в приватному секторі обстежуваного об'єкта, необхідно загальну кількість дворів перемножити на середню чисельність птиці в одному дворі (2500 × 30 = 75000).

суцільного

Спосіб поправочних коефіцієнтів – застосовується для перевірки і уточнення даних (суцільного/середнього) спостереження. Із цією метою проводять контрольні вибіркові спостереження. Суть його полягає у тому, що по одних і тих же об'єктах зіставляють дані суцільного і контрольного вибіркового обстеження. У результаті такого зіставлення обчислюють поправочні коефіцієнти. Останні використовують для внесення відповідних поправок по даних суцільного спостереження.

Наприклад, у результаті суцільного обстеження фермерських господарств району встановлено, що кількість поголів'я свиней в них становить 7000 гол. Контрольне вибіркове обстеження 10 % фермерських господарств показало, що в них при суцільному обстеженні зареєстровано 800 голів, а при контрольному обстеженні 816 голів. Отже, при суцільному обстеженні було недорахована 16 голів, що становить 2 % від 800 голів. Поправочний коефіцієнт тут становить 102 % (1,020). Цей показник використовується для внесення поправок у результати суцільного спостереження. В нашому прикладі слід вважати загальну чисельність поголів'я свиней не 7000, а 7140 голів (7000 × 1,02).

При поширенні даних вибіркової сукупності на генеральну слід враховувати таку важливу

однорідність

обставину, як (порівнянність/однорідність) вибірки і всієї досліджуваної сукупності. Тому зазначеним способом треба користуватися з обережністю. Особливо це стосується дослідження соціально-економічних явищ і процесів, яким притаманна риса мінливості.

Питання для самоконтролю

1. Завдання вибіркового спостереження.
2. Особливості малих вибірок.
3. Теоретичні аспекти вибіркового спостереження.
4. Способи відбору у вибіркову сукупність.
5. Особливості власне випадкового відбору.
6. Безповторний і повторний відбір.
7. Зміст механічного відбору.
8. Типовий відбір.
9. Пропорційно-комбінована схема відбору.
10. Серійний відбір.
11. Особливості багатоступеневої вибірки.
12. Визначення помилок вибірки.
13. Суть середньої та граничної помилки вибірки.

Завдання для практичних занять

Завдання 6.1. Визначення вибіркових характеристик сукупності

Зміст завдання: 1) на підставі вихідної інформації про рівень рентабельності виробництва (додаток Б) здійснити 10% безповторний відбір;
2) по вибірковій сукупності розрахувати середню помилку середньої рентабельності та середню помилку частки при рівні ймовірності Р=0,954;
3) знайти у вибірці питому вагу підприємств з рівнем рентабельності вище середнього.
4) поширити вибіркові характеристики на генеральну сукупність.

Порядок виконання

1. З додатку Б здійснити 10% без повторний відбір одиниць (кожну десяту).
2. Побудувати ранжирований ряд та знайти середню вибіркову, використовуючи формулу:
$$\widetilde{x} = \frac{\Sigma x}{n}.$$
3. Відібрати показники, вищі за середню.
4. Розрахувати середню прогресивну за формулою середньої арифметичної простої з показників, вищих за середню вибіркову:
$$\widetilde{x}_{ПР} = \frac{\Sigma x}{n}.$$
5. Відібрати варіанти, вищі за середню прогресивну, тобто господарства з високим рівнем рентабельності. Підрахувати їх кількість (n').
6. Знайти питому вагу відібраних варіант (w) у вибірковій сукупності:
$$w = \frac{n'}{n}.$$
7. Вихідні та розрахункові дані занести у табл. 61.

Обчислити вибіркову дисперсію: $\sigma^2 = \frac{\Sigma\left(x_i - \widetilde{x}\right)^2 n_i}{\Sigma n}$

Таблиця 61

Вихідні та розрахункові дані для обчислення вибіркової дисперсії

x_i	n_i	$x_i - \tilde{x}$	$(x_i - \tilde{x})^2$	$(x_i - \tilde{x})^2 n_i$
… … Всього				

.

8. Знайти середню помилку середньої рентабельності за формулою:

$$\bar{m}_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1 - \frac{n}{\mathrm{N}}\right)}.$$

9. Визначити граничну помилку середньої рентабельності:

$$\Delta_{\bar{x}} = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}(1 - \frac{n}{N})}.$$

Середня рентабельність змінюється в межах: $\tilde{x} - \Delta_{\bar{x}} \le \bar{x} \le \tilde{x} + \Delta_{\bar{x}}$

10. Середня помилка частки визначається за формулою:

$$m_w = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}(1 - \frac{n}{N})}\ .$$

10. Гранична помилка частки визначається за формулою:

$$\Delta_w = t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}(1 - \frac{n}{N})}\ .$$

Межі коливання питомої ваги високорентабельних підприємств:

$$w - \Delta_w \le p \le w + \Delta_w.$$

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 6.2.

Для проведення дослідження потрібно відібрати 150 сільськогосподарських підприємств лісостепової зони. Лісостепова зона розділена на центральну, лівобережну та правобережну підзони з чисельністю господарств, відповідно, 300, 350 і 500. Визначити скільки підприємств потрібно відібрати з кожної підзони, якщо відбір проводять типовим способом методом:

а) рівномірного відбору;

б) відбору пропорційно чисельності генеральних сукупностей.

Завдання 6.3.

Планується проведення дослідження продуктивності праці робітників з метою встановлення витрат часу на окремі технологічні операції. Визначити чисельність робітників, за якими потрібно встановити спостереження, за наступною вихідною інформацією:

- загальна кількість робітників – 650 осіб;
- необхідна точність встановлення витрат часу – до 5 хвилин;
- дисперсія витрат часу (за даними аналогічних досліджень) – 0,2;
- заданий рівень імовірності отриманих результатів – p=0,954.
- спосіб відбору – власне випадковий безповторний відбір.

ТЕМА 7. АНАЛІЗ ПОДІБНОСТІ РОЗПОДІЛІВ

§ 7.1. Статистична оцінка параметрів розподілу

Питання статистичної оцінки пов'язують в єдине ціле такі проблемні аспекти математичної статистики, як наукова методологія, випадкові величини, статистичні розподіли та ін. Для будь-якої вибірки притаманні помилки, зумовлені неповнотою охоплення одиниць, помилками вимірювання і тому подібними причинами. Такі помилки в реальному житті надають кожній гіпотезі (зокрема, сформульованій на базі економічних висновків) випадковий, стохастичний характер. Незалежно від кількості змінних, передбачених теоретичними гіпотезами,

припущення

робиться ____________, що вплив різних видів помилок може бути достатньо точно описаний за допомогою лише однієї складової. Такий методологічний підхід дозволяє обмежитися одномірним розподілом ймовірностей при одночасному оцінюванні декількох параметрів.

Статистична оцінка – це один із двох типів статистичного судження (другий тип – перевірка гіпотез). Вона являє собою особливого роду метод судження про числові значення характеристик (параметрів) розподілу генеральної сукупності за даними вибірки з цієї сукупності. Тобто, маючи результати вибіркового спостереження, ми намагаємося оцінити (з найбільшою точністю) значення визначених параметрів, від яких залежить розподіл ознаки (змінної), яка нас цікавить, у генеральній сукупності. Оскільки вибірка включає тільки частину одиниць генеральної сукупності (інколи дуже мале їх число), існує ризик допустити помилку. Незважаючи на зменшення такого ризику зі збільшенням числа одиниць спостереження, він все ж має місце при вибірковому спостереженні. Звідси, прийнятим за результатами вибірки рішенням надають імовірнісний характер. Але було б невірним розглядати статистичні судження тільки з позицій імовірностей. Такій підхід не завжди виявляється достатнім для побудови правильних теоретичних припущень відносно параметрів генеральної сукупності. Часто потрібен ще ряд додаткових суджень, які б забезпечили більш глибоке обґрунтування. Наприклад, потрібно оцінити з можливо більшим наближенням значення середньої чисельності кваліфікованих робітників у підприємствах регіону. При цьому оцінюється середня арифметична змінної x з генеральної сукупності, яка має нормальний розподіл. Одержавши вибірку по даній ознаці в кількості n одиниць, необхідно розв'язати питання: яку величину за даними вибірки необхідно прийняти як найбільш близьку до середньої в генеральній сукупності? Таких величин, математичне очікування яких дорівнює шуканому параметру (або близьке до нього), можна навести кілька: а) середня арифметична; б) мода; в) медіана; г) середня, обчислена за розмахом варіації, і т.д.

Із імовірнісної точки зору кожну з названих вище величин можна вважати такими, що дають найкраще наближення до шуканого параметра генеральної сукупності ($\bar{x}$), оскільки

математичне очікування

________________________ кожної з цих функцій (особливо для великих вибірок) дорівнює

генеральній середній

____________________. Зумовлюється таке припущення тим, що при багаторазовому повторенні вибірки із тієї самої генеральної сукупності буде одержаний «в середньому» вірний результат.

Правильність «в середньому» пояснюється рівністю повторювань додатних і від'ємних відхилень виникаючих помилок оцінки генеральної середньої, тобто середня помилка оцінки буде дорівнювати нулю.

У практичних умовах, як правило, організовують одну вибірку, тому дослідника цікавить питання про більш точну оцінку шуканого параметра за результатами конкретної вибірки. Для вирішення такого завдання, крім висновків, які випливають безпосередньо з абстрагованого обчислення ймовірностей, потрібні додаткові правила мотивування найкращого наближення оцінки до шуканого параметра генеральної сукупності.

Існує достатня кількість способів оцінки констант за вибірковими спостереженнями. Які з них найкращі у рішенні конкретних завдань дослідження – займається теорія статистичного

оцінювання ____________. Вона досліджує умови, яким повинна підпорядковуватися та чи інша оцінка, орієнтує на оцінки, більш переважаючі при даних обставинах. Теорія оцінок вказує на перевагу однієї оцінки порівняно до іншої.

Як відомо, інформація, одержана на основі вибірки, не носить категоричного характеру у висновку. Якщо, наприклад, із досліджуваних 100 голів тварин щодо їх захворювання здоровими виявилися 99, то існує ймовірність, що одна тварина, яка залишилася необстеженою саме носить у собі вірус передбачуваного захворювання. Оскільки це малоймовірно, робиться висновок про відсутність даного захворювання. У більшості випадків такий висновок повністю виправдовується.

Керуючись подібними висновками в практичній діяльності, експериментатор (дослідник) спирається не на вірогідність

ймовірність інформації, а лише на її (значення/ймовірність).

Другий бік вибіркового спостереження, як уже відзначалося, вирішує завдання можливо

ступеня більш об'єктивного визначення ____________

надійності (надійності/цілісності) одержуваних вибіркових оцінок. Розв'язуванню цього завдання намагаються надати якомога точніший імовірнісний вираз, тобто мова йде про визначення

ступеня точності ______________ оцінки. Тут дослідник визначає межі можливої розбіжності між оцінкою, одержаної при вибірці, і дійсним значенням її величини в генеральній сукупності.

Точність оцінки зумовлюється способом її розрахунку за даними вибірки і способом відбору одиниць у вибіркову сукупність.

одержання оцінок

Спосіб ______________ передбачає будь-яку обчислювальну процедуру (метод, правило, алгебраїчну формулу). Це пріоритет теорії

відбору

статистичного оцінювання. Способи __________ ведуть до питань техніки здійснення вибіркового дослідження.

Викладене вище дозволяє дати визначення поняттю «статистична оцінка».

Статистична оцінка – це наближене значення шуканого параметра генеральної сукупності, яке одержано за результатами вибірки й забезпечує можливість прийняття

рішень

обґрунтованих ________ про невідомі параметри генеральної сукупності.

Припустимо, що $\tilde{\theta}_n$ – статистична оцінка невідомого параметра θ теоретичного розподілу. За багаторазово здійснюваними однакового обсягу з генеральної сукупності знайдені оцінки $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_{2,} \tilde{\theta}_{3,} \ldots, \tilde{\theta}_n$, що мають різні значення. Тому оцінку $\tilde{\theta}_n$, можна розглядати як випадкову величину, а $\tilde{\theta}_1, \tilde{\theta}_{2,} \tilde{\theta}_{3,} \ldots, \tilde{\theta}_n$ – як її можливі значення. Як випадкова величина, вона характеризується певною функцією щільності ймовірностей. Оскільки ця функція зумовлена результатом вибіркового спостереження (експерименту), то її називають **вибірковим розподілом.** Така

щільність

функція описує ___________ імовірності для кожної із оцінок, використовуючи певне число вибіркових спостережень. Якщо припустити, що, статистична оцінка $\tilde{\theta}_n$ – це алгебраїчна функція від певного набору даних і такий набір буде одержаний при здійсненні вибіркового спостереження, то в загальному вигляді оцінка одержить вираз: $\tilde{\theta}_n = f(x_1.x_2, x_3,...x_m)$.

По закінченні вибіркового обстеження дана функція вже не є оцінкою загального вигляду, а

конкретне

приймає – (конкретне/детальне) значення, тобто стає кількісною оцінкою (числом). Інакше кажучи, з вищенаведеного виразу функції випливає, що будь який з показників, які характеризують результати вибіркового спостереження, можна вважати оцінкою. Вибіркова

оцінкою

середня є __________ генеральної середньої. Розрахована за вибіркою дисперсія або обчислене з неї значення середнього квадратичного відхилення є оцінками відповідних характеристик генеральної сукупності і т. ін.

Як уже відмічалося, розрахунок статистичних оцінок не гарантує виключення

помилок

(помилок/похибок). Суть полягає в тому, що останні не повинні бути систематичними.

випадковий характер

Наявність їх має носити ____________________. Розглянемо методологічну сторону цього положення.

Припустимо, оцінка $\tilde{\theta}_n$ дає неточне значення оцінки θ генеральної сукупності з нестачею. У цьому випадку кожне обчислене значення $\theta_i (i = 1,2,3,...,n)$ буде меншим за дійсне значення величини θ.

З цієї причини математичне очікування (середнє значення) випадкової величини $\tilde{\theta}$ буде менше, ніж θ, тобто $(M(\theta_n)\langle\theta)$. І, навпаки, якщо $\tilde{\theta}_n$ дає оцінку з надлишком, то і математичне очікування випадкової $\tilde{\theta}_n$ стане більшим, ніж θ.

Звідси випливає, що використання статистичної оцінки, математичне очікування якої не дорівнює оцінюваному параметру,

систематичних

призводить до _____________ похибок, тобто до невипадкових помилок, які викривляють результати вимірювань в один бік. Виникає природна вимога

(вимога/задача): математичне очікування оцінки $\tilde{\theta}_n$ повинно дорівнювати оцінюваному параметру. Дотримання цієї вимоги не усуває помилок у цілому, оскільки вибіркові значення оцінки можуть бути більші або менші дійсного значення оцінки генеральної сукупності. Але помилки в один і другий бік від значень θ будуть зустрічатися (згідно з теорією ймовірностей) з однаковою частотою. Отже, дотримання цієї вимоги, що математичне очікування вибіркової оцінки повинно дорівнювати оцінюваному параметру, виключає одержання систематичних (невипадкових) помилок, тобто

$$M(\hat{\theta}) = \theta.$$

Вибір статистичної оцінки, яка дає найкраще наближення оцінюваного параметра, являє собою важливу задачу в теорії оцінювання. Якщо відомо, що розподіл досліджуваної випадкової величини в генеральній сукупності відповідає закону нормального розподілу, то за вибірковими даними необхідно оцінити математичне очікування і середнє квадратичне відхилення. Пояснюється це тим, що названі дві характеристики повністю визначають (основи/місце), на яких побудовано нормальний _________. Якщо досліджувана випадкова величина розподілена за законом Пуассона, оцінюють параметр λ, оскільки він визначає цей розподіл.

основи

розподіл

Математична статистика розрізняє такі (варіанти/методи) одержання статистичних оцінок за вибірковими даними : метод моментів, метод максимуму правдоподібності.

методи

моментів

При одержанні оцінок методом ________ моменти генеральної сукупності замінюються моментами вибіркової сукупності (замість ймовірностей за ваги використовують частоти).

Щоб статистична оцінка давала «найкраще наближення» до генеральної характеристики, вона повинна мати ряд властивостей. Про них мова піде нижче.

властивостей

Можливість вибору найкращої оцінки зумовлюється знанням їх основних (властивостей/ознак) і вмінням класифікувати оцінки за цими властивостями. У математичній літературі «властивості оцінок» інколи називають «вимоги до оцінок» або «критерії оцінок». До основних властивостей статистичних оцінок належать: незміщеність, ефективність, спроможність, достатність.

Якщо прийняти, що вибіркова середня ($\tilde{x}$) і вибіркова дисперсія ($\sigma_в^2$) є оцінками відповідних генеральних характеристик ($\bar{x}, \sigma_г^2$), тобто їх математичним очікуванням, враховуємо, що при великій кількості одиниць вибірки названі характеристики ($\tilde{x}, \sigma_в^2$) будуть наближені до їх математичних очікувань. Якщо ж число одиниць вибірки невелике, ці характеристики можуть значно відрізнятися від відповідних математичних очікувань.

Якщо середнє значення вибіркових характеристик, вибраних як оцінки, відповідає значенню генеральної характеристики, оцінка називається **незміщеною.** Доказом того, що математичне очікування вибіркової середньої дорівнює генеральній середній ($\mathrm{M}(\tilde{x}) = \bar{x}$), свідчить про те, що величина $\tilde{x}$ є незміщеною генеральною середньою. Інакше виглядає справа з вибірковою дисперсією ($\sigma_в^2$). Її математичне очікування $\mathrm{M}(\sigma_в^2) = \frac{n-1}{n}\sigma_г^2$, не дорівнює генеральній дисперсії. Отже, σ_B^2 є зміщеною оцінкою $\sigma_г^2$. Щоб усунути систематичну помилку і отримати незміщену оцінку, вибіркову дисперсію множать на поправку $\frac{n}{n-1}$ (це випливає з утворення наведеного вище рівняння: $\dfrac{\sigma_в^2}{\dfrac{n-1}{n}} = \sigma_в^2 \dfrac{n}{n-1}$).

Таким чином, при нечисленній вибірці дисперсія дорівнюватиме: $\sigma_в^2 = \dfrac{\Sigma(x_i - \widetilde{x})^2}{n} \times \dfrac{n}{n-1} = \dfrac{\Sigma(x_i - \widetilde{x})^2}{n-1}$.

Дріб ($\dfrac{n}{n-1}$) називають **поправкою Бессела**. Математик Бессел перший встановив, що вибіркова дисперсія є зміщеною оцінкою генеральної дисперсії і застосував вказану поправку для коригування оцінок. Для малих вибірок

поправка

(поправка/помилка) ($\dfrac{n}{n-1}$) значно відрізняється від 1. Зі збільшенням числа одиниць спостереження вона швидко наближається до 1. При *n*>50 різниця між оцінками зникає, тобто $\sigma_в^2 = \sigma_г^2$. Із всього сказаного вище випливають такі визначення вимог незміщеності.

Незміщеною називають статистичну оцінку, математичне очікування якої при будь-якому обсязі вибірки дорівнює значенню параметра генеральної сукупності, тобто $\mathrm{M}(\widetilde{\theta}) = \theta$; $\mathrm{M}(\widetilde{x}) = \bar{x}$.

Категорію «математичне очікування» вивчають у курсі теорії ймовірностей. Це числова характеристика випадкової величини.

очікування

Математичне ___________ наближено дорівнює середньому значенню випадкової величини. **Математичним очікування дискретної випадкової величини** називають суму добутків усіх її можливих значень на їх імовірності. Припустимо, виконано *n* досліджень, в яких випадкова величина *x* прийняла m_1 разів значення x_1, m_2 разів значення x_2,…m_k разів значення x_k. При цьому $m_1 + m_2 + m_3 + ... + m_k = n$. Тоді сума всіх значень, прийнятих x, дорівнює $x_1m_1 + x_2m_2 + x_3m_3 + ... + x_km_k$.

Середня арифметична цих значень становитиме:

$$\bar{x} = \frac{x_1m_1 + x_2m_2 + x_3m_3 + ... + x_km_k}{n}$$ або

$$\bar{x} = x_1\frac{m_1}{n} + x_2\frac{m_2}{n} + x_3\frac{m_3}{n} + ... + x_k\frac{m_k}{n}.$$

Оскільки $\frac{m_1}{n}$ – відносна частота w_1 значення x_1, $\frac{m_2}{n}$ – відносна частота значення x_2 і т.д., наведене вище рівняння набуде вигляду:

$$\bar{x} = x_1 w_1 + x_2 w_2 + x_3 w_3 + ... + x_k w_k.$$

При великій кількості вибіркових спостережень відносна частота приблизно дорівнює ймовірності появи події, тобто

$w_1 = p_1$; $w_2 = p_2$; $w_3 = p_3, ...,$ $w_k = p_k$

або $\bar{x} \cong x_1 p_1 + x_2 p_2 + x_3 p_3 + ... + x_k p_k$. Тоді $x \approx M(x)$.

Імовірнісний зміст одержаного результату розрахунків полягає в тому, що математичне очікування наближено дорівнює (тим точніше, чим більша вибірка) середньому арифметичному спостережуваних значень випадкової величини $[\mathrm{M}(x_i) = \tilde{x}\ ]$.

незміщеності

Критерій (незміщеності/вірогідності) гарантує відсутність систематичних помилок в оцінці параметрів генеральної сукупності.

Зауважимо, що вибіркова оцінка $(\hat{\theta})$ – випадкова величина, значення якої може змінюватися від однієї вибірки до іншої. Міру її варіації (розсіювання) навколо математичного очікування параметра генеральної сукупності θ характеризує дисперсія $\sigma^2(\theta)$.

Нехай $\tilde{\theta}_n$ і $\hat{D}_n$ – дві незміщені оцінки параметра θ , тобто $\mathrm{M}(\tilde{\theta}_n) = \theta$ і $\mathrm{M}(D_n) = \theta.$ Дисперсії їх $\sigma^2(\hat{\theta}_n)$ і $\sigma^2(\hat{D}_n)$. З двох оцінок варто віддати перевагу тій, яка має менше розсіювання навколо оцінюваного параметра. Якщо дисперсія оцінки $\tilde{\theta}_n$ менша дисперсії оцінки $\hat{D}_n$, то за оцінку θ приймається перша, тобто $\tilde{\theta}_n$.

Незміщена оцінка $\tilde{\theta}$, що має найменшу дисперсію серед усіх можливих незміщених ефективна

оцінок параметра θ, обчислених за вибірками однакового обсягу, називається **ефективною оцінкою**. Це – друга властивість (вимога) статистичних оцінок параметрів генеральної сукупності. Треба, пам'ятати, що (вивірена/ефективна/) оцінка параметра генеральної сукупності, підпорядкованої певному закону розподілу, не збігається з ефективною оцінкою параметра другого розподілу.

При розгляді вибірок великого обсягу статистичні оцінки повинні мати властивість спроможності. Оцінка **спроможна** (застосовується також термін «придатна» чи «узгоджена») означає, що чим більше обсяг вибірки, тим більша ймовірність того, що помилка оцінки не перевищить скільки завгодно малого додатного числа *E*. Оцінка $\tilde{\theta}$ параметра θ називається **спроможною,** якщо вона підпорядковується закону великих чисел, тобто виконується така рівність:

$$\lim_{n\to\infty}\left\{P\left\|\hat{\theta}-\theta\right| < \mathrm{E}\ \right\} = 1.$$

спроможною

Як бачимо, _______________ називають таку статистичну оцінку, яка при $n \to \infty$ наближається за ймовірністю до оцінюваного параметра. Іншими словами, це значення показника, одержане за вибіркою і яке наближається (збігається за ймовірністю) внаслідок закону великих чисел при збільшенні обсягу вибірки до свого математичного очікування. Наприклад, якщо дисперсія незміщеної оцінки при ______ наближається до нуля, то така оцінка виявляється і спроможною, оскільки має найменшу можливу дисперсію (при заданому обсязі вибірки).

$n \to \infty$

Спроможними оцінками є:

1) частка ознаки у вибірковій сукупності, тобто частість як оцінка частки ознаки в генеральній сукупності;

2) вибіркова середня як оцінка генеральної середньої;

3) вибіркова дисперсія як оцінка генеральної дисперсії;

4) вибіркові коефіцієнти асиметрії і ексцесу як оцінка генеральних коефіцієнтів.

достатність

У літературі з математичної статистики чомусь не завжди можна зустріті опис четвертої властивості статистичних оцінок – (достатність/можливість). Оцінка **достатня** (або вичерпна) – це оцінка, яка зумовлює (забезпечує) повноту обхвату всієї вибіркової інформації про невідомий параметр генеральної сукупності. Таким чином, достатня оцінка включає всю інформацію, яка міститься у вибірці стосовно досліджуваної статистичної характеристики генеральної сукупності. Жодна з розглянутих раніше трьох оцінок не може дати необхідних додаткових відомостей про досліджуваний параметр, як достатня статистична оцінка.

незміщеною оцінкою

Отже, середня арифметична вибіркова $\tilde{x}$ є ____________________ середньої арифметичної генеральної $\bar{x}$. Фактор незміщеності цієї оцінки показує: якщо із генеральної сукупності взяти велику кількість випадкових вибірок, то їх середні $\tilde{x}_i$ відрізнялись би від генеральної середньої у більший і менший бік однаково, тобто, властивість незміщеності хорошої оцінки також показує, що середнє значення нескінченно великого числа вибіркових середніх дорівнює значенню генеральної середньої.

медіана

У симетричних рядах розподілу (медіана/середня) є незміщеною оцінкою генеральної середньої. А за умови, що чисельність вибіркової сукупності наближається до генеральної ($n \to N$), медіана може бути в таких рядах і спроможною оцінкою генеральної середньої. Що ж стосується критерію ефективності відносно медіани як оцінки середньої арифметичної генеральної сукупності, можна довести, що у вибірках великого обсягу середньоквадратична помилка медіани ($\sigma_{\mathrm{M}e}$) дорівнює 1,2533 середньоквадратичної помилки вибіркової середньої (σ_x). Тобто $\sigma^2_{\mathrm{M}e} \rangle \sigma^2_{\bar{x}}$. Тому медіана не може бути ефективною оцінкою середньої арифметичної генеральної сукупності, оскільки її середня квадратична помилка більше середньої квадратичної помилки середньої арифметичної вибірки. До того ж середня арифметична задовольняє умовам незміщеності і спроможності, а, отже, є кращою оцінкою.

Можлива і така постановка. Чи може середня арифметична вибірки бути незміщеною оцінкою медіани в симетричних розподілах сукупності, для якої збігаються значення середньої і медіани? І чи буде вибіркова середня спроможною оцінкою медіани генеральної сукупності? В обох випадках відповідь буде позитивною. Для медіани генеральної сукупності (з симетричним розподілом) середня арифметична вибірки є незміщеною і узгодженою оцінкою.

Пам'ятаючи, що $\sigma_{Me} = 1{,}2533\sigma_{\bar{x}}$, приходимо до висновку: середня арифметична вибірки, а не медіана, є більш ефективною оцінкою медіани досліджуваної генеральної сукупності.

Кожна характеристика вибірки не обов'язково є найкращою оцінкою відповідної характеристики генеральної сукупності. Знання властивостей оцінок дозволяє вирішувати питання не тільки вибору оцінок, але й їх поліпшення. Як приклад можна розглянути випадок, коли розрахунки показують, що значення середніх квадратичних відхилень декількох вибірок із однієї генеральної сукупності у всіх випадках виявляються менше середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності, причому величина різниці

обсягом вибірки

зумовлена __________________. Помноживши значення середнього квадратичного відхилення вибірки на поправочний коефіцієнт, одержимо поліпшену оцінку середнього квадратичного відхилення генеральної сукупності. За такий поправочний коефіцієнт використовують поправку Бессела ($\frac{n}{n-1}$), тобто для усунення зміщення оцінки одержують $\sigma_{\bar{x}}\sqrt{\frac{n}{n-1}}$. Такий числовий вираз показує, що середнє квадратичне відхилення

занижене значення

вибірки, використане як оцінка, дає ____________ ____________ параметра генеральної сукупності.

Як відомо, статистичні характеристики вибіркової сукупності є наближеними оцінками невідомих параметрів генеральної сукупності. Сама оцінка може мати форму одного числа або якої-небудь певної точки. Оцінка, яка визначається одним числом, називається **точковою.** Так, вибіркова середня ($\tilde{x}$) є незміщеною і

точковою оцінкою

найбільш ефективною ____________________ генеральної середньої ($\bar{x}$), а вибіркова дисперсія ($\sigma_в^2$) – зміщеною точковою оцінкою генеральної дисперсії (σ^2). Якщо позначити середню помилку вибіркової середньої m_θ, то точкову оцінку генеральної середньої можна записати у вигляді $\bar{x} \pm m_\theta$. Це означає, що $\tilde{x}$ – оцінка генеральної середньої $\bar{x}$ з помилкою, яка дорівнює m_θ. Зрозуміло, що точкові статистичні оцінки $\tilde{x}$ і $\sigma_в^2$ не повинні мати систематичної помилки в бік завищення або заниження оцінюваних параметрів $\bar{x}$ і σ^2. Як було сказано раніше, оцінки, які задовольняють таку умову, називаються незміщеними. Що ж являє собою помилка параметра m_θ? Це середня з множини конкретних помилок:

$$m_{\tilde{x}} = \sqrt{\frac{\sum E_i^2 n_i}{n}} = \sqrt{\frac{\sum (\tilde{x} - \bar{x})^2 n_i}{\sum n_i}}; \ m = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}.$$

Точкова оцінка параметра генеральної сукупності полягає у тому, що з різних можливих вибіркових оцінок спочатку обирається та, яка має оптимальні властивості, а потім обчислюється значення цієї оцінки. Отримане розрахункове значення останньої розглядається як найкраще наближення до невідомого дійсного значення параметра генеральної сукупності. Додаткові розрахунки, пов'язані з визначенням можливої помилки оцінки, не завжди обов'язкові (залежно від вирішування задач оцінки), але, як правило, здійснюються практично завжди.

Розглянемо приклади визначення точкової оцінки для середньої досліджуваних ознак і для їх частки в генеральній сукупності.

Приклад. Посіви зернових культур району складають 20 000 га. При 10 %-му вибірковому обстеженні полів одержали такі вибіркові характеристики: середня врожайність – 30 ц з 1 га, дисперсія врожайності – 4, площа посівів високоврожайних культур – 1200 гектарів.

Що можна знати про величину показника середньої врожайності зернових культур у районі і яке числове значення показника частки (питомої ваги) високоврожайних культур у загальній площі зернових досліджуваного регіону? Тобто необхідно дати оцінку названим параметрам ($\bar{x}$,p) у генеральній сукупності. Для розрахунку оцінок маємо:

$N = 20000$; $n = 20000 \times 0{,}1 = 2000$; $\tilde{x} = 30$; $\sigma = \sqrt{4}$;

$$w = \frac{1200}{2000} = 0{,}60 .$$

Як відомо, вибіркова середня арифметична є ефективною оцінкою генеральною середньої арифметичної. Таким чином, можна прийняти, що найкраща оцінка генерального параметра (θ) є 30. Щоб визначити ступінь точності оцінки необхідно знайти середню (стандартну) її помилку:

$$m=\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}(1-\frac{n}{N})}=\sqrt{\frac{4}{2000}(1-\frac{2000}{20000})}=0{,}04\,.$$

Одержана величина помилки свідчить про велику точність оцінки. Значення m тут означає, що при багаторазовому повторенні таких вибірок помилка оцінки параметра становила б у середньому 0,04. Тобто за точковою оцінкою середня врожайність у господарствах району буде $\bar{x}=30\pm0{,}04$ ц з 1 га.

Для одержання точкової оцінки показника частки посівів високоврожайних культур зернових у загальній площі зернових за кращу оцінку може бути прийнято показник частки у вибірці w=0,6. Таким чином, можна сказати, що за результатами спостережень найкращою оцінкою шуканого показника структури буде число 0,6. Уточнюючи обчислення, слід розрахувати середню помилку цієї оцінки:

$$m=\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}(1-\frac{n}{N})}=\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{2000}(1-\frac{2000}{20000})}=0{,}01\,.$$

Як бачимо, середня помилка оцінки генеральної характеристики дорівнюватиме 0,01.

Одержаний результат означає: якщо б багаторазово повторити вибірку з обсягом у 2000 га зернових, середня помилка прийнятої оцінки частки (питомої ваги) високоврожайних культур у площі зернових культур підприємств району була б ± 0,01. У такому разі p = 0,6 ± 0,01. У процентному виразі частка високоврожайних культур у загальній площі зернових району складе в середньому 60 ± 1.

Розрахунки показують, що для конкретного випадку найкращою оцінкою шуканого показника структури буде число 0,6, а середня помилка оцінки у той чи іншій бік буде приблизно дорівнювати 0,01. Як бачимо, оцінка досить точна.

способів

Відомо кілька (способів/моментів) точкової оцінки середнього квадратичного відхилення у випадках, коли вибірка здійснена з генеральної сукупності одиниць з нормальним розподілом і параметр σ невідомий. Найпростішою (найбільш легкою в обчисленнях) оцінкою є розмах варіації (R_B) вибірки, помножений на поправочний коефіцієнт, взятий за стандартними таблицями і який залежить від обсягу вибірки (для малих вибірок). Параметр середнього квадратичного відхилення в генеральній сукупності можна також оцінити за допомогою обчисленої вибіркової дисперсії з врахуванням числа ступенів вільності. Корінь квадратний із цієї дисперсії дає величину, яка буде використана як оцінка генерального середньоквадратичного відхилення ($\sigma_г$).

Використовуючи значення параметра $\sigma_в$, обчислюють середню помилку оцінки генеральної середньої ($\bar{x}_г$) способом, розглянутим вище.

Як вказувалося раніше, відповідно до вимоги спроможності впевненість у точності тієї чи іншої точкової оцінки підвищується при збільшені чисельності вибірки. Продемонструвати це теоретичне положення на прикладі точкової оцінки дещо утруднено. Вплив обсягу вибірки на точність оцінки очевидний при обчисленні ____________________. Про них мова піде нижче.

інтервальних оцінок

У табл. 62 наведено найбільше часто використовувані точкові оцінки параметрів генеральної сукупності.

Таблиця 62

Основні точкові оцінки

Характеристика генеральної сукупності	Оцінка
Середня арифметична, $\bar{x}$	$\tilde{x}$
Різниця середніх двох генеральних сукупностей, $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$	$\tilde{x}_1 - \tilde{x}_2$
Середнє квадратичне відхилення, $\sigma_г$	$\sigma_в$
Частка ознаки, $p_к$	w
Різниця частот двох ознак генеральних сукупностей, $p_1 - p_2$	$w_1 - w_2$
Сумарні параметри генеральної сукупності	N_x
Кількість елементів у групі генеральної сукупності	Nw

Обчислені різними способами значення оцінок можуть бути ____________ за величиною.

неоднакові

У цьому зв'язку в практичних розрахунках слід займатися не послідовним обчисленням можливих варіантів, а, спираючись на властивості різних оцінок, обрати одну з них.

малій кількості При ______________ одиниць спостережень точкова оцінка значною мірою випадкова, отже, мало надійна. Тому в малих вибірках вона може сильно відрізнятися від оцінюваної характеристики генеральної сукупності. Таке положення призводить до грубих помилок у висновках, які поширюються на генеральну сукупність за результатами вибірки. З цієї причини при вибірках малого обсягу користуються

інтервальними (вибірковими/інтервальними) оцінками.

На відміну від точкової інтервальна оцінка дає діапазон точок, всередині якого повинен знаходитись параметр генеральної сукупності. Крім того, в інтервальній оцінці вказується ймовірність, а, отже, вона має важливіше значення в статистичному аналізі.

Інтервальною називають оцінку, яка характеризується двома числами – границями інтервалу, який охоплює (покриває) оцінюваний параметр. Така оцінка являє собою деякий інтервал, у якому з заданою ймовірністю знаходиться шуканий параметр. За центр інтервалу приймається вибіркова точкова оцінка.

Таким чином, інтервальне оцінювання є подальшим розвитком точкового оцінювання, коли така оцінка при малому обсязі вибірки неефективна.

оцінювання Задачу інтервального ____________ в загальному вигляді можна сформулювати так: за даними вибіркового спостереження необхідно побудувати числовий інтервал, відносно якого з раніше обраним рівнем імовірності можна стверджувати, що в межах даного інтервалу знаходиться оцінюваний параметр.

Якщо взяти достатньо велику кількість

одиниць вибірки, то, користуючись **теоремою Ляпунова**, можна довести ймовірність того, що помилка вибірки не перевищить деяку задану величину Δ, тобто $|\tilde{x} - \bar{x}| \leq \Delta$ або $|w - p| \leq \Delta$.

Зокрема, ця теорема дає можливість оцінювати похибки наближених рівностей:

$$\frac{n_i}{n} \approx p(n_i - частота); \tilde{x} \approx \bar{x}.$$

Якщо x_1, x_1, x_3, …, x_n - незалежні випадкові величини і $n \to \infty$, то ймовірність їх середньої ($\bar{x}$) знаходиться в межах від *а* до *в* і може бути визначена рівняннями:

$$p(a \langle \tilde{x} \langle в) \int_{t_1}^{t_2} \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt,$$

де $t_1 = \dfrac{\alpha - E(x)}{\sigma}$; $t_2 = \dfrac{в - E(x)}{\sigma}$.

Імовірність *р* при цьому називають **довірчою імовірністю.** Таким чином, довірчою імовірністю (____________) оцінки генерального параметра по вибірковій оцінці називають імовірность, з якою здійснюються нерівності:

надійністю

$$|\tilde{x} - \bar{x}| \leq \Delta \; ; |w - p| \leq \Delta,$$

де Δ – гранична помилка оцінки, відповідно до середньої і частки.

Границі, в яких із цією заданою ймовірністю може знаходитися генеральна характеристика, називають **довірчими інтервалами** (__________________). А границі цього інтервалу одержали назву границь довіри.

довірчими границями

Довірчі (або толерантні) границі – це границі, вихід за межі яких даною характеристикою внаслідок випадкових коливань має незначну ймовірність ($p_1 \langle 0{,}5;\ p_2 \langle 0{,}01;\quad p_3 \langle 0{,}001$). Поняття «довірчий інтервал» введене Дж.Нейманом і К.Пірсоном (1950 р.). Це встановлений за вибірковими даними інтервал, який із заданою ймовірністю (довірчою імовірністю) охоплює (покриває) справжнє, але невідоме для нас значення параметра. Якщо за рівень довірчої ймовірності прийняти значення 0,95, то ця ймовірність свідчить про те, що при частих застосуваннях даного способу (методу) обчислень довірчий інтервал приблизно в 95% випадків буде покривати параметр. Довірчий інтервал генеральної середньої і генеральної частки визначається на основі наведених вище нерівностей, з яких випливає, що $\tilde{x} - \Delta \le \bar{x} \le \tilde{x} + \Delta$; $w - \Delta \le p \le w + \Delta$.

У математичній статистиці надійність того чи іншого параметра оцінюють за значенням трьох наступних рівнів імовірності (інколи називають «пороги ймовірності»): p_1 = 0,95; p_2= 0,99; p_3=0,999. Імовірності, якими вирішено нехтувати, тобто $\alpha_1 = 0.05$; ; $\alpha_2 = 0.01$; $\alpha_3 = 0{,}001$ називають **рівнями значимості, або рівнями істотності.** З наведених рівнів надійніші висновки забезпечує імовірність p_3 = 0,999. Кожному рівню довірчої ймовірності відповідає певне значення нормованого відхилення (див. табл. 57). Якщо немає в розпорядженні стандартних таблиць значень інтервалу імовірностей, то цю ймовірність можна обчислити з певним ступенем наближення за формулою:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt.$$

На рис. 16 заштриховані ті частини загальної площі, обмеженої нормальною кривою і віссю абсцис, які відповідають значенням $t = \pm 1$; $t = \pm 2$; $t = \pm 3$ і для яких імовірності дорівнюють 0,6287, 0,9545; 0,9973. При точковому оцінюванні розраховується, як уже відомо, середня помилка вибірки, при інтервальному – гранична.

Залежно від принципів відбору одиниць (повторного чи без повторного) структурні формули розрахунку помилок вибірки різняться за величиною поправки ($1 - \frac{n}{\mathrm{N}}$).

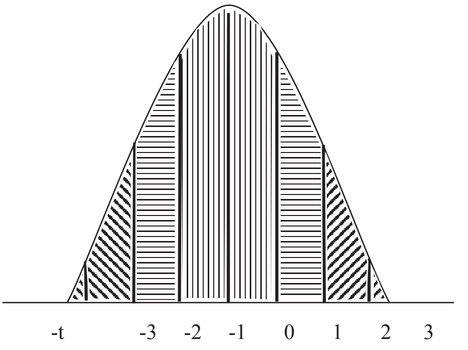


Рис. 16. Крива нормального розподілу ймовірностей

У табл. 63 наведено формули розрахунків помилок оцінок генерального параметра.

Таблиця 63
Розрахунок точкових і інтервальних помилок вибірки

Принцип відбору	Оцінюваний параметр			
	середня характеристика		частка ознаки	
	точкова оцінка	інтервальна оцінка	точкова оцінка	інтервальна оцінка
Повторний	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$T\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$	$\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$	$t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$
Безповторний	$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$T\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$t\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$

Розглянемо конкретний випадок інтервальної оцінки параметрів генеральної сукупності за даними вибіркового спостереження.

*Приклад***.** При вибірковому обстеженні господарств району встановлено, що середньодобовий надій корів ($\tilde{x}$) становить 10 кг. Частка чистопородної худоби у загальній чисельності поголів'я дорівнює 80 %. Помилка вибірки з довірчою ймовірністю р = 0,954 виявилась рівною 0,2 кг; для частки чистопородної худоби 1 %.

Таким чином, межі, в яких може знаходитися генеральна середня продуктивність, будуть $9{,}8<\bar{x}<10{,}2$; для генеральної частки худоби – $79<p<81$.

Висновок: з імовірністю 0,954 можна стверджувати, що різниця між вибірковою середньою продуктивністю корів і генеральною продуктивністю становить 0,2 кг. Межа середньодобового надою – 9,8 і 10,2 кг. Частка (питома вага) чистопородної худоби в підприємствах району знаходиться в межах від 79 до 81 %, помилка оцінки не перевищує 1 %.

чисельності

зв'язок

При організації вибірки важливе значення має визначення необхідної її (чисельності/розміру) (n). Остання залежить від варіації одиниць обстежуваної сукупності. Чим більше коливання, тим більшою повинна бути чисельність вибірки. Зворотний ______ існує між чисельністю вибірки та її граничною помилкою. Прагнення отримати меншу помилку вимагає збільшення чисельності вибіркової сукупності.

Необхідна чисельність вибірки визначається на основі формул граничної помилки вибірки (Δ) із заданим рівнем імовірності (p). Шляхом математичних перетворень отримують формули розрахунку чисельності вибірки (табл. 64).

Таблиця 64
Розрахунок необхідної чисельності вибірки

Спосіб відбору	Чисельність вибірки (n) при визначенні і оцінці параметра	
	Середньої ($\bar{x}$)	частки (р)
Повторний	$\frac{t^2\sigma^2}{\Delta_{\tilde{x}}{}^2}$	$\frac{t^2 w(1-w)}{\Delta_w^2}$
Безповторний	$\frac{t^2\sigma^2 \mathrm{N}}{\Delta_{\tilde{x}}^2 \mathrm{N} + t^2\sigma^2}$	$\frac{t_w^2(1-w)\mathrm{N}}{\Delta_w^2 \mathrm{N} + t^2 w(1-w)}$

Слід відмітити, що все викладене відносно статистичних оцінок ґрунтується на припущені, що вибіркова сукупність, параметри якої використовуються при оцінці, одержана з використанням методу (способу) відбору, який забезпечує одержання ймовірностей вибірки.

принципом

При цьому, обираючи довірчу ймовірність оцінки, слід керуватися тим _________, що вибір її рівня не є математичним завданням, а визначається конкретно вирішуваною проблемою. У підтвердження сказаному розглянемо приклад.

Приклад. Припустимо, на двох підприємствах імовірність випуску готової (якісної) продукції дорівнює p= 0,999, тобто імовірність одержання браку продукції становитиме α = 0,001. Чи можна в рамках математичних міркувань, не цікавлячись характером виробленої продукції, вирішити питання про те, мала чи велика ймовірність браку α = 0,001. Припустимо, одне підприємство випускає сівалки, а друге – літаки для обробітку посівів. Якщо на 1000 сівалок трапиться одна бракована, то з цим можна миритися, бо переплавка 0,1% сівалок дешевше, ніж перебудова технологічного процесу. Якщо ж на 1000 літаків зустрінеться один бракований, це, безумовно, приведе до серйозних наслідків при його експлуатації. Отже, у першому випадку ймовірність одержання браку α = 0,001 може прийматись, в другому випадку – ні. За цієї причини вибір довірчої ймовірності в розрахунках взагалі і при обчислюванні оцінок, зокрема, слід здійснювати виходячи з конкретних умов задачі.

довірчих границь

Залежно від завдань дослідження може виникнути необхідність обчислення однієї або двох _________________. Якщо особливості розв'язуваної задачі вимагають встановлення тільки однієї із границь, верхньої або нижньої, можна переконатись, що ймовірність, з якою встановлюється ця границя, буде вища, ніж при зазначенні обох границь для одного і того ж значення коефіцієнта довіри t.

Нехай довірчі границі встановлені з імовірністю p=0,95, тобто, в 95 % випадків генеральна середня ($\bar{x}$) буде не менше нижнього довірчого інтервалу $\bar{x}_{нижс.} = \tilde{x} - t\mu$ і не більше верхнього довірчого інтервалу $\bar{x}_{верх..} = \tilde{x} + t\mu$. У цьому випадку лише з імовірністю α = 0,05 (або 5 %) середня генеральна може вийти за вказані границі. Оскільки розподіл t симетричний, то половина з цього рівня ймовірності, тобто 2,5 %, припадатиме на випадок, коли $\bar{x} \langle \bar{x}_{нижс.}$, а друга половина – на випадок коли $\bar{x} \rangle \bar{x}_{верх.}$. З цього випливає, що ймовірність того, що середня генеральна може бути менша, ніж значення верхньої довірчої границі $\bar{x}_{верх.}$, дорівнює 0,975 (тобто 0,95 + 0,025). Отже, створюються умови, коли при двох довірчих границях ми нехтуємо значенням $\bar{x}$ як меншими $\bar{x}_{ниж.}$, так і більшими або $\bar{x}_{верх.}$ Називаючи тільки одну довірчу границю, наприклад, $\bar{x}_{верх.}$, ми нехтуємо лише тими $\tilde{x}$, які перевищують цю границю. Для одного і того ж значення коефіцієнта довіри t рівень значимості α тут виявляється в два рази меншим.

Якщо розраховуються тільки значення ознаки, які перевищують (або навпаки не перевищують) значення шуканого параметра $\bar{x}$, довірчий інтервал називається ______________. Якщо розглядувані значення обмежуються з обох сторін, довірчий інтервал носить назву ______________. Із сказаного вище випливає, що гіпотези і ряд критеріїв, зокрема критерій t-Ст'юдента, потрібно розглядати як односторонні і двосторонні. Тому при двосторонній гіпотезі рівень значимості для одного і того ж значення t буде в два рази більший, ніж односторонній. Якщо ми хочемо при односторонній гіпотезі залишити таким же рівень значимості (і рівень довірчої імовірності), як при двосторонній гіпотезі, то величину t слід взяти меншу. Ця особливість врахована при складанні стандартних таблиць критеріїв t-Ст'юдента (додаток Г).

односторонній

двостороннього

Відомо, що з практичного боку частіше являють інтерес не стільки довірчі інтервали можливої величини генеральної середньої, скільки ті максимальні і мінімальні величини, більше або менше яких із заданою (довірчою) ймовірністю генеральна середня бути не може. У математичній статистиці їх називають гарантованим максимумом і гарантованим мінімумом середньої. Позначивши названі параметри відповідно через $\overline{x}_{\max}$ і $\overline{x}_{\min}$, можна записати: $\overline{x}_{\max} = \tilde{x} + t\mu$; $\overline{x}_{\min} = \tilde{x} - t\mu$.

гарантованих

При обчисленні (гарантованих/вивірених) максимальних і мінімальних значень генеральної середньої, як границі одностороннього довірчого інтервалу в наведених вище формулах, величина t береться як критерій односторонній.

Приклад. По 20 ділянках вибірки встановлена середня врожайність цукрових буряків 300 ц/га. Дана вибіркова середня характеризує відповідний параметр генеральної сукупності ($\overline{x}$) з помилкою 10 ц/га. Відповідно до вибірковості оцінок генеральна середня урожайність може бути як більше, так і менше вибіркової середньої $\tilde{x} = 300$. Із імовірністю р = 0,95 можна стверджувати, що шуканий параметр не буде більшим $\overline{x}_{\max} = 300 + 1{,}73 \times 10 = 317{,}3$ ц/га.

Величина t взята для числа ступенів вільності ν=20-1 при односторонній критичній області і рівні значимості α = 0,05 (додаток Г). Отже, із імовірністю р=0,95 гарантований максимально можливий рівень генеральної середньої врожайності оцінюється в 317 ц/га, тобто при найсприятливіших умовах середня урожайність цукрових буряків не перевищує вказаної величини.

У деяких галузях знань (наприклад, у природничих науках) теорія оцінки поступається перед теорією перевірки статистичних гіпотез. В економічній науці методи статистичної оцінки відіграють дуже важливу роль у справі перевірки надійності результатів досліджень, а також у різного роду практичних розрахунках. Передусім це стосується використання точкової оцінки досліджуваних статистичних сукупностей. Вибір якомога кращої оцінки – основна проблема точкової оцінки. Можливість такого вибору зумовлюється знанням основних властивостей (вимог) статистичних оцінок.

§ 7.2. Закони розподілу вибіркових характеристик

7.2.1. Загальне поняття законів розподілу

Закон розподілу характеризує випадкову величину з точки зору теорії ймовірностей. Розподіл імовірностей тісно зв'язаний з рядами розподілу частот. Якщо розглядати ряди розподілу (користаючись термінологією теорії ймовірностей) як перелік можливих результатів або груп вимірів і відповідних їм частот кожного результату, то аналогічне визначення можна дати і розподілу ймовірностей. Це перелік можливих результатів або груп вимірів, але, замість спостережуваної частоти, тут вказані ймовірності появи кожного результату.

У практичних і наукових розрахунках іноді доводиться аналізувати ознаку, яка є випадковою величиною з невідомим характером статистичного розподілу, тобто його законом. Щоб знайти цей закон розподілу, проводять статистичне спостереження за випадковою змінною у визначених умовах і одержують варіаційний ряд, який дає уявлення про її (емпіричний/практичний) розподіл. По цьому розподілу випадкової величини необхідно знайти невідомий її закон як загальний закон розподілу досліджуваної ознаки. Вирішення такого завдання у загальному вигляді вважається проблемним. Однак, виходячи з ряду загальних гіпотез, можна математично довести, якими повинні бути розподіли чисельностей ознаки досліджуваної сукупності. Такі розподіли називають **теоретичними.**

емпіричний

Слід пам'ятати, що законів, за якими розподіляється випадкова величина, існує багато. Але класичними прийнято вважати три ______________ розподіли, які за своєю науковою важливістю займають чільне місце серед інших. Якщо розглядати в хронологічному порядку їх відкриття, то назви цих теоретичних розподілів розмістяться у такі послідовності: біноміальний (відкритий Я.Бернуллі, 1700), нормальний

теоретичних

(Демуавр, 1773; Гаусс, 1809; Лаплас, 1812) та Пуассоновий (С. Пуассон, 1837). Серед названих

важливим законом ________________, на якому ґрунтується переважна більшість статистичних методів дослідження, є **закон нормального розподілу.**

Велика кількість теоретичних розподілів відкрита трохи пізніше. Але більшість цих відкритів значною мірою була зумовлена властивостями перших трьох розподілів (біноміальний, нормальний, Пуассонів) і особливо нормального. Названі три види розподілу являють логічно і теоретично відправний пункт теорії будь-яких спеціальних видів (типів) розподілів.

Окремі закони розподілу пов'язані з характером розподілу деяких випадкових величин, що застосовуються для вирішення конкретних задач. Закони названо іменами вчених, які визначили функції розподілу різних випадкових величин. Серед них широко використовуються закони розподілу (або просто «розподіли») Пірсона, Стьюдента, Фішера.

Під **законом розподілу** слід розуміти такий теоретичний розподіл, до якого прямує емпіричний розподіл при $n \to \infty$. Для чого потрібно знати закони розподілу? По-перше, для оцінки параметрів генеральної сукупності; по-друге, для перевірки статистичних гіпотез; по-третє, для здійснення прогнозних розрахунків.

Як говорилося вище, по емпіричному розподілу випадкової величини знаходять невідомий закон її розподілу. Але при рішенні ряду практичних задач відпадає необхідність розрахунку можливих значень випадкової величини і відповідних їм рівнів імовірностей. Зокрема, інколи зручніше використовувати деякі характеристики, що синтезують у собі

випадкову величину інформацію про ______________________. Їх називають числовими (кількісними) характеристиками випадкової величини. Наведемо їх:

середня (математичне очікування), дисперсія, мода, медіана, моменти різних порядків.

На основі всебічного аналізу цих параметрів, загальних теоретичних передумов і знання особливостей тих чи інших розподілів вибирають розподіл, який найкращим чином апроксимує емпіричний (фактичний) розподіл випадкової змінної. На наступному етапі дослідження знаходять параметри того закону розподілу, котрий характеризує досліджувану випадкову величину. Так, урожайність цукрових буряків («на корені») являє собою випадкову величину. Для визначення «видової» врожайності в регіоні відібрано 60 підприємств. Щоб визначити закон розподілу 60 показників урожайності підприємств, що знаходяться в однакових умовах, розраховано показники «видової» урожайності і впорядковані дані представлені у вигляді варіаційного ряду розподілу. Виходячи з теореми Ляпунова, слід припустити, що показник урожайності – випадкова величина, розподілена за нормальним законом. Потрібно обчислити параметри цього закону, які характеризують саме рівень урожайності. На подальшому етапі дослідження вирішується завдання перевірки правильності вибору виду розподілу. Інакше кажучи, встановлюється ступінь узгодженості припущеного (теоретичного) розподілу з емпіричним. Ці питання будуть розглянуті у наступних розділах.

7.2.2. Нормальний розподіл

Закон нормального розподілу, так званий **Закон Гаусса**, – один з найпоширеніших законів. Це фундаментальний закон у теорії ймовірностей і в її застосуванні. Нормальний розподіл найчастіше зустрічається у вивченні _________ і ___________________ явищ. Інакше кажучи,

природних
соціально-економічних

більшість статистичних сукупностей у природі і суспільстві підпорядковується закону нормального розподілу. Відповідно можна сказати, що сукупності значної частини великих за обсягом вибірок підпорядковуються закону нормального розподілу. Ті із сукупностей, які відхиляються від нормального розподілу в результаті спеціальних перетворень, можуть бути наближені до нормального. У зв'язку з цим слід пам'ятати, що принципова особливість цього закону стосовно до інших законів розподілу полягає в тому, що він є законом границі, до якої наближаються інші закони розподілу в певних (типових) умовах.

умовний зміст

Слід відмітити, що термін «нормальний розподіл» має ____________________, як загальноприйнятий у математичній і статистико-математичній літературі термін. Твердження, що та чи інша ознака будь-якого явища підпорядковується закону нормального розподілу, зовсім не означає непохитність норм, ніби притаманних досліджуваному явищу, а віднесення останнього до другого виду закону не означає якусь анормальність даного явища. У цьому розумінні термін «нормальний розподіл» не зовсім вдалий.

Нормальний розподіл (закон Гаусса-Лапласа) є типом безперервного розподілу. Де Муавр (1773, Франція) вивів нормальний закон розподілу ймовірностей. Основні ідеї цього відкриття були використані в теорії помилок вперше К. Гауссом (1809, Німеччина) і А.Лапласом (1812, Франція), які внесли відчутний теоретичний вклад у розробку самого закону. Зокрема, К.Гаусс у своїх розробках виходив з визнання найбільш імовірним значенням випадкової величини - середню арифметичну. Загальні умови виникнення нормального розподілу встановив А.М.Ляпунов. Ним було доведено, що якщо досліджувана ознака являє собою результат сумарної дії багатьох факторів, кожен з яких мало пов'язаний з більшістю решти, і вплив кожного фактора на кінцевий результат набагато перекривається сумарним впливом всієї решти факторів, то розподіл стає близьким до нормального.

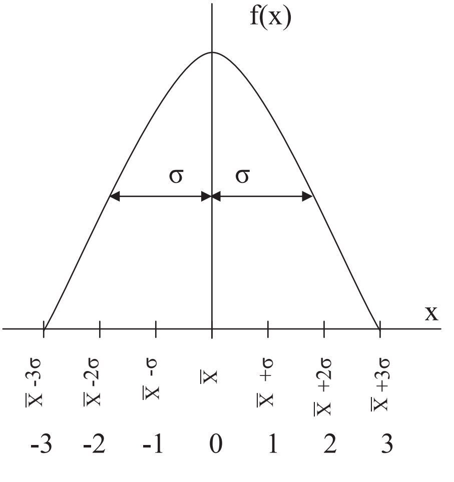
Нормальним називають розподіл імовірностей безперервної випадкової величини, яка має щільність:

$$f(x,\bar{x},\sigma)=\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{1}{2}\frac{(x-\bar{x})^2}{\sigma^2}};$$

де $\bar{x}$ – математичне очікування або середня величина.

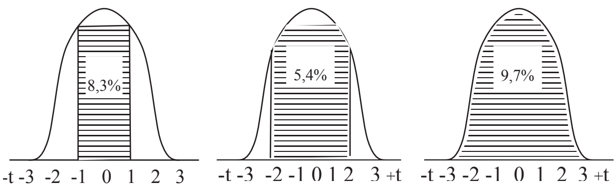
Як видно, нормальний розподіл визначається двома параметрами: $\bar{x}$ і σ. Щоб задати нормальний розподіл, досить знати математичне очікування, або середню і середнє квадратичне відхилення. Ці дві величини визначають центр групування і форму кривої на графіку. Графік функції $f(x,\bar{x},\sigma)$ називається нормальною кривою (крива Гаусса) з параметрами $\bar{x}$ і σ (рис. 17).

Рис. 17. Крива нормального розподілу (крива Гауса)



Крива нормального розподілу має точки перегину при $t \pm 1$. Якщо уявити графічно, то між *t=+1 і t=-1* знаходиться 0,683 частини всієї площі кривої (тобто 68,3%). У границях t=+*2* і t=-2. знаходяться 0,954 площі (95,4 %), а між t=+3 і t=-3 - 0,997 частини всієї площі розподілу (99,7%). На рис. 18 проілюстрований характер нормального розподілу з одно-, дво- і трисигмовою границями.

Рис.18. Нормальний розподіл з одно-, дво- та трьосигмовими границями



нормальної кривої

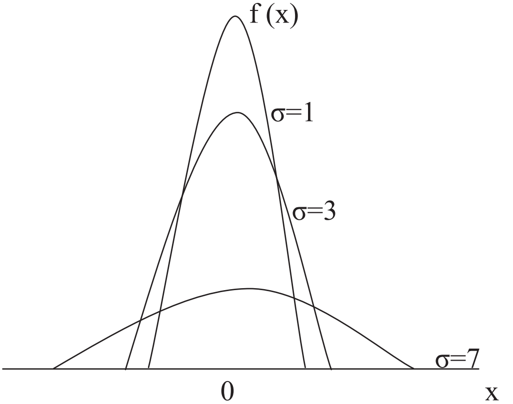
При нормальному розподілі середня арифметична, мода і медіана будуть рівними між собою. Форма __________________ має вид одновершинної симетричної кривої, вітки якої асимптотично наближаються до осі абсцис. Найбільша ордината кривої відповідає $x = 0$. У цій точці на осі абсцис розміщується чисельне значення ознак, яке дорівнює середній арифметичній, моді і медіані. По обидві сторони від вершини кривої її вітки спадають, змінюючи в певних точках форму випуклості на увігнутість. Ці точки симетричні і відповідають значенням $x = \pm 1$, тобто величинам ознаки, відхилення яких від середньої чисельно дорівнює середньому квадратичному відхиленню. Ордината, що відповідає середній арифметичній, ділить всю площу між кривою і віссю абсцис пополам. Отже, ймовірності появи значень досліджуваної ознаки більших і менших середньої арифметичної будуть рівні *0,50,* тобто $\left[P(x_i \langle \tilde{x} \langle x_i) = 0{,}50\right]$.

Форму і положення нормальної кривої

зумовлюють значення середньої і середнього квадратичного відхилення. Математично доведено, що зміна величини середньої (математичного очікування) не змінює форми нормальної кривої, а призводить лише до її зміщення вподовж осі абсцис. Крива зрушується вправо, якщо $\tilde{x}$ зростає, і вліво, якщо $\tilde{x}$ спадає.

Про зміну форми графіка нормальної кривої при зміні середнього квадратичного відхилення можна судити по максимуму диференціальної функції нормального розподілу, який дорівнює $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$. Як видно, при зростанні величини σ максимальна ордината кривої буде зменшуватися. Отже, крива нормального розподілу буде стискуватися до осі абсцис і приймати більш плосковершинну форму. І, навпаки, при зменшенні параметра σ нормальна крива витягується в додатному напрямку осі ординат, а форма «дзвона» стає більш гостровершиною (рис. 19).

Рис. 19. Криві нормального розподілу з різними значеннями параметра σ



Відзначимо, що незалежно від величини параметрів $\tilde{x}$ і σ площа, обмежена віссю абсцис і кривою, завжди дорівнює одиниці (властивість щільності розподілу). Це наочно ілюструє графік (рис. 19).

загальних властивостей

Названі вище особливості прояву «нормальності» розподілу дозволяють виділити ряд ______________________, які мають криві нормального розподілу:

1) будь-яка нормальна крива досягає точки максимуму ($x=\bar{x}$) *і* спадає безперервно вправо і вліво від нього, поступово наближаючись до осі абсцис;

2) будь-яка нормальна крива симетрична по відносно прямої, паралельної осі ординат і проходить через точку максимуму ($x=\bar{x}$); максимальна ордината дорівнює $\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}$;

3) будь-яка нормальна крива має форму «дзвона», має випуклість, яка направлена вверх до точки максимуму. У точках $\bar{x}-\sigma$ і $\bar{x}+\sigma$ вона змінює випуклість, і, чим менше σ, тим гостріше «дзвін», а чим більше σ, тим більш похилішою стає вершина «дзвону» (рис. 19). Зміна математичного очікування (при незмінній величині σ) не призводить до модифікації форми кривої.

нормованою

При $\bar{x}=0$ і $\sigma=1$ нормальну криву називають ______________ кривою або нормальним розподілом у канонічному вигляді.

Нормована крива описується наступною формулою:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}$$

Побудова нормальної кривої за емпіричними даними здійснюється за формулою:

$$n_m=\frac{ni}{\sigma}\cdot\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{t^2}{2}},$$

де n_m – теоретична частота кожного інтервалу (групи) розподілу;

n – сума частот, що дорівнює обсягу сукупності;

i – крок інтервалу;

π – відношення довжини кола до його

діаметру, яке становить 3,1416;

e – основа натуральних логарифмів, дорівнює 2,71828;

t – нормоване відхилення, ($\frac{x-\tilde{x}}{\sigma}$);

σ – середнє квадратичне відхилення.

Друга і третя частини формули ($\frac{1}{\sqrt{2\Pi}}e^{-\frac{t^2}{2}}$) є функцією нормованого відхилення f(t), яку можна розрахувати для будь-яких значень t. Таблиці значень f(t) звичайно називають «Таблицями ординат нормальної кривої» (додатки Д, Є). При використанні цих функцій робоча формула нормального розподілу набуває простого вигляду:

$$n_T \frac{ni}{\sigma} f(t)$$
.

Приклад. Розглянемо випадок побудови нормальної кривої на прикладі даних про розподіл 57 працівників за рівнем денного заробітку (табл. 65).

За даними табл. 65, знаходимо середню арифметичну:

$$\tilde{x} = \frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i} = \frac{1654}{57} = 29.$$

Розраховуємо середнє квадратичне відхилення:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\Sigma(x_i - \tilde{x})^2 n_i}{\Sigma n_i}} = \sqrt{\frac{2224}{57}} = \sqrt{39{,}02} = 6{,}25 .$$

Для кожної рядка таблиці знаходимо значення нормованого відхилення

$t = \frac{\left|x_i - \bar{x}\ \right|}{\sigma} = \frac{12}{6.25} = 1.92$ (для першого інтервалу і т.д.).

У графі 8 табл. 66 записуємо табличне значення функції f(t) з додатка, наприклад, для першого інтервалу t=1,92 знаходимо «1,9» проти «2» (0,0632).

Для обчислення теоретичних частот, тобто ординат кривої нормального розподілу, обчислюється множник: $\frac{ni}{\sigma} = \frac{57 \cdot 4}{6{,}25} = 36{,}5$.

Таблиця 65

Розрахунок частот нормального розподілу
(вирівнювання емпіричних частот за нормальним законом)

Інтервал, (i=4)	Серединне значення (центр) інтервалу, x_i	Кількість одиниць, n_i	Розрахункові величини				Статистичні параметри			
			$x_i n_i$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$	нормоване відділення, $t = \frac{\lvert x_s - \bar{x}\rvert}{\sigma}$	табличне значення функції, f(t)	теоретична частота нормального ряду розподілу, $f(t) \times \frac{ni}{\sigma}$	уточнене значення теоретичної частоти, n_T
А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
15-19	17	4	68	-12	144	576	1,92	0,0632	2,31	9
19-23	21	6	126	-8	64	384	1,28	0.1758	6,42	
23-27	25	9	225	-4	16	144	0,64	0,3251	11,87	12
27-31	29	17	493	0	0	0	0	0,3989	14,56	15
31-35	33	13	429	4	16	208	0,64	0,3251	11,87	12
35-39	37	3	111	8	64	192	1,28	0,1758	6,42	9
39-43	41	5	205	12	144	720	1,92	0,0632	2,31	
Всього	x	57	1654	0	x	2224	x	x	55,76	57

i=4	$\bar{x} = 29$	$\sigma = 6,25$	$\frac{ni}{\sigma} = 36,5$

Таблиця 66

Розрахунок частот нормального розподілу
(вирівнювання емпіричних частот по нормальному закону)

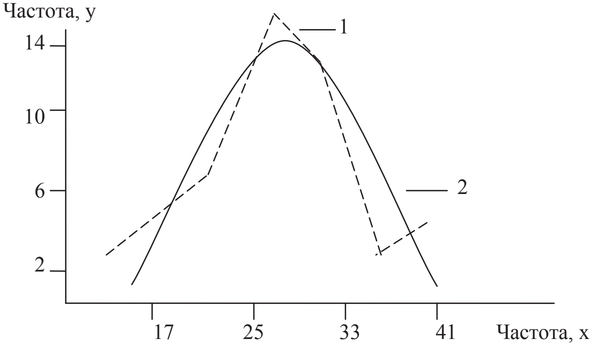
Інтервал (і-2)	Серединне значення (центр) інтервалу, x_i	Кількість одиниць, n_i	Розрахункові величини				Статистичні параметри			
			$x_i n_s$	$x_i - \bar{x}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(x_i - \bar{x})^2 n_i$	нормоване відхилення $t = \frac{\lvert x_s - \bar{x} \rvert}{\sigma}$	табличне значення функції, f(t)	теоретична частота нормального ряду розподілу $f(t) \times \frac{n_i}{\sigma}$	уточнене значення теоретичної частоти, n_m
А	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
19-21	$\boxed{20}$	-	-	-	-	-	$\boxed{2,49}$	$\boxed{'0,0180}$	-	$\boxed{1}$
21-23	22	5	110	-4	16	80	1,66	0,1006	5	5
23-25	24	15	360	-2	4	60	0,83	0,2827	13	13
25-27	26	20	520	0	0	0	0	0,3989	19	19
27-29	28	10	280	2	4	40	0,83	0,2827	13	13
29-31	30	5	150	4	16	80	1,66	0,1006	5	5
31-33	32	2	64	6	36	72	2,49	0,0180	I	I
Всього	x	57	1484	x	x	332	x	x	56	57

i=2	$\bar{x} = 26$	$\sigma = 2,41$	$\frac{ni}{\sigma} = 47,3$

Усі знайдені табличні значення функції *f(t)* множимо на 36,5. Так, для першого інтервалу одержуємо 0,0632 × 36,5 = 2,31 тощо. Прийнято нечисленні частоти $(n_i<5)$ об'єднувати (у нашому прикладі – перших два і останніх два інтервали).

Якщо крайні теоретичні частоти значно відрізняються від нуля, розбіжність між сумами емпіричних і теоретичних частот може виявитися значною. Графік розподілу емпіричних і теоретичних частот (нормальна крива) за даними розглянутого прикладу показано на рис. 20.

Рис. 20. Емпіричний розподіл (1) і нормальна крива (2)



Розглянемо приклад визначення частот нормального розподілу для випадку, коли в крайніх інтервалах відсутня частота (табл. 66). Тут емпірична частота першого інтервалу дорівнює нулю. Отримана сума неуточнених частот не дорівнює сумі їх емпіричних значень (56 ≠ 57). У цьому випадку розраховується теоретична частота для умовно отриманих значень центра інтервалу, нормованого відхилення і його функції.

У табл. 66 ці величини обведено прямокутником. При побудові графіка нормальної кривої у таких випадках теоретичну криву продовжують. У розглянутому випадку нормальна крива буде продовжена в бік від'ємних відхилень від середньої, оскільки перша не уточнена частота дорівнює 5. Розрахована теоретична частота (уточнена) для першого інтервалу буде дорівнювати одиниці. По сумі уточнені частоти збігаються з емпіричними (57=57).

Криву нормального розподілу по досліджуваній сукупності можна побудувати і іншим способом (на відміну, від розглянутого вище). Так, якщо необхідно мати наближену уяву про відповідності фактичного розподілу нормальному, обчислення здійснюють у такій

послідовності

______________. Визначають максимальну ординату, яка відповідає середньому розміру ознаки ($y_{\max}$), потім, обчисливши середнє квадратичне відхилення, розраховують координати точок кривої нормального розподілу за схемою, викладеною в табл. 65 і 66. Так, за вихідними і розрахунковими даними табл. 65 маємо середню $\bar{x} = 26$. Ця величина середньої збігається з центром четвертого інтервалу (25-27). Отже, частота цього інтервалу «20» може бути прийнята (при побудові графіка) за максимальну ординату *(*$y_{\max}$*)*. Маючи обчислену дисперсію ($\sigma = 2{,}41$, див. табл. 66), розраховуємо значення координат всіх необхідних точок кривої нормального розподілу (табл. 67, 68). За отриманими координатами креслимо нормальну криву (рис. 21), прийнявши за максимальну ординату частоту четвертого інтервалу.

Таблиця 67

Координати 7 точок кривої нормального розподілу

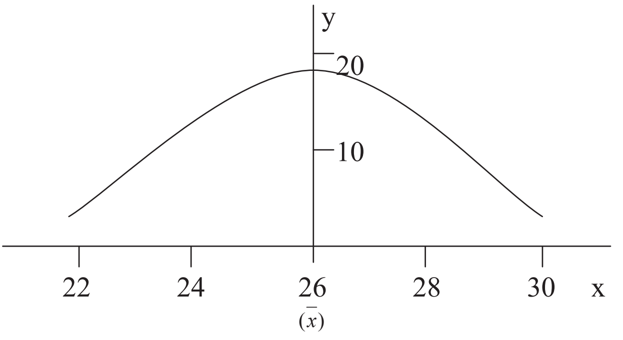
Точка	1	2і 3	4 і 5	6 і 7
Абсцис, *x*	$\bar{x}$	$\bar{x} \pm 0{,}5\sigma$	$\bar{x} \pm \sigma$	$\bar{x} \pm 1{,}5\sigma$
Ордината, у	$y_{\max}$	$\frac{7}{8} y_{\max}$	$\frac{5}{8} y_{\max}$	$\frac{2.5}{8} y_{\max}$

Таблиця 68

Обчислення координат точок кривої нормального розподілу

x	$\bar{x} - 1{,}5\sigma =$ $= 22{,}4$	$\bar{x} - \sigma =$ $= 23{,}6$	$\bar{x} - 0{,}5\sigma =$ $= 24{,}8$	$\bar{x} = 26$	$\bar{x} + 0{,}5\sigma =$ $= 27{,}2$	$\bar{x} + \sigma =$ $= 28{,}4$	$\bar{x} + 1{,}5\sigma =$ $= 29{,}6$
y	6	12	17	20	17	12	6

Рис. 21. Крива нормального розподілу, побудована по семи точках



Узгодженість

(Узгодженість/рівність) емпіричного розподілу з нормальним може бути встановлена також шляхом спрощених розрахунків. Так, якщо відношення показника міри асиметрії (A_S) до своєї середнєквадратичної помилки m_{A_S} або відношення показника ексцесу (E_x) до своєї середньоквадратичної помилки m_{Ex} перевищує за абсолютною величиною число «3», робиться висновок про невідповідність емпіричного розподілу характеру нормального розподілу (тобто, якщо $\frac{A_S}{m_{As}}$ >3 або $\frac{Ex}{m_{Ex}} > 3$).

прийоми розподілу

Є й інші, нетрудомісткі (варіанти/прийоми) встановлення «нормальності» _______________: а) порівняння середньої арифметичної з модою і медіаною; б) використання чисел Вестергарда; в) застосування графічного способу за допомогою напівлогарифмічної сітки *Турбіна;* г) обчислення спеціальних критеріїв узгодження та ін.

На практиці при дослідженні сукупності на предмет узгодження її розподілу з нормальним часто користуються «правилом 3σ». Математично доведено ймовірність того, що відхилення від середньої за абсолютною величиною буде менше потрійного середнього квадратичного відхилення, дорівнюватиме 0,9973, тобто, ймовірність того, що абсолютна величина відхилення перевищує потрійне середнє квадратичне відхилення, дорівнює 0,0027 або дуже мала. Виходячи

принципу неможливості

з ___________ (неможливості/невідповідності) малоймовірних подій, можна вважати практично неможливим «випадок перевищення» 3σ. Якщо випадкова величина розподілена нормально, то абсолютна величина її відхилення від математичного очікування (від середньої) не перевищує потрійного середнього квадратичного відхилення.

У практичних розрахунках діють таким чином. Якщо при невідомому характері розподілу досліджуваної випадкової величини розраховане значення відхилення від середньої

менше

виявиться __________ значення 3σ, то є підстави вважати, що досліджувана ознака розподілена нормально. Якщо ж вказаний параметр

перевищить

____________ числове значення 3σ, можна вважати, що розподіл досліджуваної величини не узгоджується з нормальним розподілом.

Обчислення теоретичних частот для досліджуваного емпіричного ряду розподілу

вирівнюванням

прийнято називати _______________ емпіричних кривих по нормальному (або будь-якому

закону розподілу

іншому) ___________________. Цей процес має важливе як теоретичне, так практичне значення. Вирівнювання емпіричних даних розкриває

закономірність

(випадковість/закономірність) в їх розподілі, яка може бути завуальована випадковою формою свого прояву. Встановлену таким чином закономірність можна використовувати для вирішення ряду практичних завдань.

З розподілом, близьким до нормального, дослідник зустрічається в різних сферах науки і областях практичної діяльності людини. В економіці такого роду розподіли зустрічаються рідше, ніж, скажімо, у техніці або біології. Зумовлено це самою природою соціально-економічних явищ, які характеризуються великою складністю взаємозалежних і взаємопов’язаних факторів, а також наявністю ряду умов, які обмежують вільну «гру» випадків. Але економіст повинен звертатися до нормального розподілу, аналізуючи будову емпіричних розподілів, як до деякого еталону. Таке порівняння дозволяє з'ясувати ________ тих ____________, які визначають дану фігуру розподілу.

характер внутрішніх умов

Проникнення сфери статистичних досліджень в область соціально-економічних явищ дало змогу розкрити існування великої кількості різного типу ______________. Однак не треба вважати, що теоретична концепція кривої нормального розподілу взагалі мало придатна у статистико-математичному аналізі такого типу явищ. Вона може бути не завжди прийнятна в аналізі конкретного статистичного розподілу, але в області теорії і практики вибіркового методу дослідження має першочергове значення.

кривих розподілу

Назвемо основні аспекти (дії /застосування) нормального розподілу у статистико-математичному аналізі.

застосування

1. Для визначення ймовірності конкретного значення ознаки. Це необхідно при перевірці гіпотез про відповідність того чи іншого емпіричного розподілу нормальному.

2. При оцінці ряду параметрів, приміром, середніх, методом максимальної правдоподібності. Суть його полягає у визначенні такого закону, якому підпорядковується сукупність. Визначається та оцінка, яка дає максимальні значення. Краще наближення до параметрів генеральної сукупності дає відношення:

$$y = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x_i - \bar{x})^2}{2\sigma^2}}.$$

3. Для визначення ймовірності вибіркових середніх відносно генеральних середніх.

4. При визначенні довірчого інтервалу, в

якому знаходиться наближене значення характеристик генеральної сукупності.

7.2.3. Розподіл Стьюдента

При розгляді питання середньої арифметичної у вибірках, які взяті з генеральної сукупності і підпорядковуються закону нормального розподілу, стає очевидним те, що цей розподіл залежить від середнього квадратичного відхилення (σ_2).

генерального

У практичних розрахунках значення (генерального/загального) σ_2, як правило, невідоме, що призводить до певних розрахункових ускладнень. Ця обставина спонукала англійського статистика В.С.Госсета (він друкувався під псевдонімом Стьюдент) зайнятися пошуком

розподілу

такого __________ середньої арифметичної, який не залежав би від параметра σ.

Поставлена задача Стьюдентом була вирішена у 1908 р. (у цей час він був службовцем на пивоварному заводі у м. Дубліні). Відкритий закон розподілу підняв на нову сходинку теорію статистичного оцінювання і теорію перевірки статистичних гіпотез. У чому ж виражається розподіл, досліджуваний Стьюдентом? Він встановив, що імовірність (нормованого/прийнятого)

нормованого

відхилення $\frac{\bar{x}-\bar{x}}{\sigma}=t$ (пізніше Р. Фішер створив більш строгий теоретичний фундамент: $t=\frac{\tilde{x}-\bar{x}}{\sigma:\sqrt{n-1}}=\frac{\tilde{x}-\bar{x}}{\sigma}\sqrt{n-1}$) виражається рівнянням:

$$P(t)=C(1+\frac{t^2}{n-1})^{-\frac{1}{2}n},$$

де P(t) – імовірність того, що стандартизована різниця між $\tilde{x}$ і $\bar{x}$ має величину t ; С – деякий коефіцієнт, який залежить від обсягу вибірки.

Величина його становить:

$$C = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\pi(n-1) \times \Gamma(\frac{n-1}{2})}},$$

де Г $\left(\frac{n}{2}\right)$ і Г$\left(\frac{n-1}{2}\right)$ - гама – функції.

закону розподілу

Повна формула ______________________ нормованого відхилення має вигляд:

$$P(t) = \frac{\Gamma\left(\frac{n}{2}\right)}{\sqrt{\Pi(n-1)\Gamma(\frac{n-1}{2})}} \times (1 + \frac{t^2}{n-1})^{-\frac{1}{2}n}.$$

малі вибірки

Закону розподілу *t*-Стьюдента підпорядковуються (малі/визначені) _______, які одержані з нормального розподілу сукупностей. Характерною особливістю даного розподілу є те, що ймовірність значення t залежить від двох величин: обсягу вибірки *(n)* і нормованого відхилення *(t)*. Причому n береться числом ступенів вільності ($\upsilon = n-1$).

При збільшенні чисельності вибіркової сукупності розподіл Стьюдента наближається до нормального:

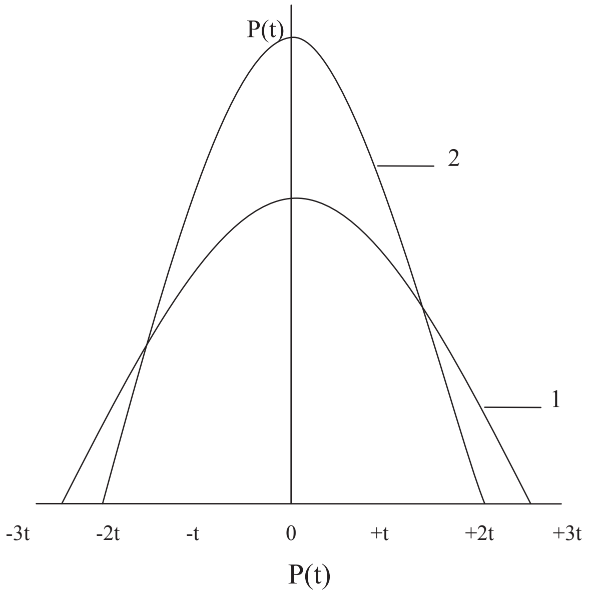
$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\Pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}.$$

необмеженому

У спеціальній літературі є доведення, що при (необмеженому/обмеженому) зростанні обсягу вибірки розподіл Стьюдента прагне до нормального закону розподілу.

Якщо вибірка достатньо мала ($n < 15$), розподіл імовірностей буде відрізнятися від нормального і тим більше, чим менший обсяг вибірки. Крива розподілу у таких випадках ніби розтягується (рис. 22). Із збільшенням обсягу вибірки розподіл Стьюдента досить швидко наближається до нормального, зокрема, при n = 20 він практично не відрізняється від нього.

Рис. 22. Розподіл Стьюдента (1) на фоні нормальної кривої (2)



частковий

Із сказаного виходить, що розподіл Стьюдента являє собою (загальний/частковий) випадок нормального розподілу і відображає специфіку варіації для нечисленної вибірки, яка розподіляється за нормальним законом розподілу залежно від *n*.

Показники рівнів імовірності (P(t)), що розподіляється за законом Стьюдента, дано в стандартній математичній таблиці «Імовірності *t*-розподілу по Стьюденту для малих вибірок (у межах ± *t*)» (додаток Ж). У цій таблиці наведені рівні ймовірностей *P* для кожного значення нормованого відхилення *t* при визначеному обсязі вибірки, який береться «числом ступенів вільності». Тому положення про те, що кожному обсягу вибірки відповідає певне значення t, необхідно уточнити. Тут очевидна доцільність формулювання: кожному числу ступенів вільності відповідає t-розподіл. Розглянемо приклад.

Приклад. За результатами вибіркового обстеження 10 сімей працівників підприємств харчової промисловості отримані середні рівні денної заробітної плати, яка припадає на одного члена сім'ї, грн.: 100, 106, 85, 94, 88, 102, 120, 60, 95, 90.

Спираючись на дані вибірки, необхідно перевірити припущення, що середній розмір денної зарплати, який припадає на одного члена сім'ї працівників харчової промисловості (генеральна сукупність), дорівнюватиме 85 грн. ($\bar{x}$).

Ґрунтуючись на припущенні про нормальний характер розподілу досліджуваної ознаки в генеральній сукупності, виконуємо розрахунки: обчислюємо параметри $\bar{x}$ *= 94;* $\sigma_в$ =14,9.

Прийнявши $\bar{x}$ = 85, визначаємо числове значення нормованого відхилення $t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\sigma}\sqrt{10} = \frac{94 - 85}{14{,}9}\sqrt{10} = 1{,}91$.

Знаходимо за стандартною таблицею (додаток Ж) імовірність для t = 1,9 і числа ступенів вільності ν= 10-1. Для таких параметрів розрахункове значення ймовірності P = 0,955. Таким чином, для числового значення величини нормованого відхилення t = 1,91 імовірність P = 0,955. Тобто, імовірність появи значення t*,* більшим, ніж одержане при вибірці, буде α= 1 - 0,955 = 0,045, або приблизно один випадок з 20. Імовірність появи t, яке за абсолютною величиною буде більше спостережуваного значення, становитиме 2α =0,090, тобто приблизно один випадок з 10. Таке значення t слід визнати неістотним. Тому різниця між вибірковою і генеральною середньою не буде перевищувати 9 грн. (94-85).

Якщо визнати вибіркове значення t істотним, а таке припущення можна висунути, оскільки спостережуване значення t мало імовірне, то початкове припущення, зумовлене обчисленням значення t*,* буде невірним. Подібне міркування приводить до висновку про те, що середній розмір зарплати у розрахунку на одного члена сім'ї працівників досліджуваної галузі 85 грн. є сумнівним, а різниця між генеральною ($\bar{x}$ = 85) і вибірковою ($\bar{x}$=94) середньою легко могла перевищити 9 гривень.

Крім розглянутої вище стандартної таблиці, широке практичне застосування знаходить інша математична таблиця значень критерію t для різних рівнів значимості $\alpha = 1 - P$. Вона дозволяє (при певному рівні α) встановити можливі

границі, коливань

_________ випадкових (коливань/відхилень) вибіркової середньої ($\bar{x}$), а також знайти довірчий інтервал, який покриває середню

генеральній

арифметичну у (генеральній/випадковій) сукупності (додаток Г).

Розглянемо випадок використання стандартної таблиці «Критичні точки розподілу Стьюдента (*t*-розподіл)» на наступному прикладі.

Внаслідок вибіркового обстеження 20 сільськогосподарських підприємств обласного регіону визначено середній показник виходо-днів з розрахунку на одного працюючого, який виявився рівним 250, з середньої помилкою вибірки $m = \pm 5$. Потрібно визначити довірчий інтервал випадкових коливань шуканої середньої величини при рівні значимості α = 0,05.

У додатку Г на перетині графи, яка відповідає α = 0,05, і рядку 20 – 1 = 19 (число ступенів вільності) знаходимо значення t = 2,09. Отже, довірчий інтервал дорівнює $\Delta\tilde{x} = \tilde{x} \pm tm = 250 \pm 2{,}09 \times 5 = 250 \pm 10{,}45,$ або закруглено 250 ± 10.

Таким чином, межі генеральної середньої дорівнюватимуть 240-260, тобто в сільгосппідприємствах обстежуваного обласного регіону середній рівень показника кількості вихододнів з розрахунку на одного працюючого буде знаходитися між 240 і 260. Дане ствердження одержане при порозі ймовірності *P* =0,95. Рівень імовірності вибирається залежно від конкретних вимог вирішуваного завдання. В економічних дослідженнях використовують імовірність Р = 0,95 (0,954).

Висловлене раніше положення про те, що при збільшенні обсягу вибірки розподіл Стьюдента наближається до нормального підтверджує порівняння даних двох стандартних таблиць: «Критичні точки розподілу Стьюдента (t-розподіл)» (додаток Г) і «Функція нормованого відхилення» (додатки Д, Є). Достатньо розглянути фрагмент з обох таблиць для кількох вибірок, щоб переконатися у сказаному вище висновку (табл. 69).

Таблиця 69
Витяг з стандартної таблиці t-розподілів (додаток Г)

n	5 (υ=4)	20 (υ=19)	40 (υ=39)	60 (υ=59)	120 (υ=119)	∞
$t_{0,95}$	2,78	2,09	2,02	2,00	1,98	1,96

n=60

Так, у додатку Є значенню рівня ймовірності 0,95 відповідає величина 1,96. Аналізуючи дані табл. 69, бачимо, що при _____ розподіл Стьюдента майже не відрізняється від нормального: 2,00 – 1,96 = 0,04.

n=5

При невеликому обсязі вибірки ці два види розподілу мають значні чисельні відміни. Наприклад, для _____ різниця у параметрах становитиме 2,78 – 1,96 = 0,82.

На завершення ще раз зробимо акцент на тому, що параметр $t = \frac{\tilde{x} - \bar{x}}{\sigma}\sqrt{n}$ має розподіл Стьюдента за умови, якщо досліджувана випадкова величина підпорядкована закону нормального розподілу, а середня обчислюється за вибірковими даними незалежних спостережень.

застосування

Назвемо також аспекти (застосування/визначення) розподілу Стьюдента.

1) при оцінці параметрів генеральної сукупності за даними малих вибірок (для визначення довірчих інтервалів);

2) при перевірці статистичних гіпотез відносно параметрів генеральної сукупності.

7.2.4. Розподіл χ_i - квадрат

При перевірці статистичних гіпотез розглядаються питання про критерії узгодженості. Останні дозволяють вирішити задачу про відповідність або невідповідність певного закону розподілу, обраного для відображення досліджуваного емпіричного ряду розподілу.

Розраховані критерії згоди зумовлюють можливість (або неможливість) прийняття для досліджуваного ряду розподілу моделі, яка виражається деяким теоретичним законам розподілу. Та чи інша модель розподілу що відповідає визначеному закону може бути прийнята шляхом порівняння графічних зображень. Вченими-математиками розроблено ряд критеріїв (узгодженості/порівнянності), обчислення яких дозволяє дати кількісну оцінку наближеності емпіричних і теоретичних розподілів. Окремі з них __________ імовірність (єдності/розходження) фактичного і теоретичного розподілу, а деякі дають пряму відповідь про можливість відображення досліджуваного емпіричного розподілу обраним теоретичним законом.

узгодженості

оцінюють розходження

Для характеристики (оцінки) розходження емпіричних і теоретичних частот англійським статистиком Карлом Пірсоном (1900) розроблено _______________________, так званий «χ_i – квадрат». Даний критерій застосовується в тих випадках, коли необхідно визначити (ступінь/величину) ________________ фактичного розподілу частот від теоретичного.

критерій узгодженості

ступінь, відмінності

Теоретичний аспект визначення χ_i -квадрата як критерію може бути зведений до таких міркувань.

Якщо у вибірку з генеральної сукупності, розподіленої за нормальним законом ($x_1, x_2, x_3, ..., x_n$), ввести центровані і нормовані величини ($t_i = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}$) і підсумовувати їх квадрати, одержимо

«χ_i – квадрат» значення величини ____________ (χ^2):

$$\chi^2 = \left(\frac{x_1 - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{x_2 - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 + \left(\frac{x_3 - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 + \ldots + \left(\frac{x_n - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 = \sum_{i=1}^{n}\left(\frac{x_i - \bar{x}}{\sigma}\right)^2 .$$

У даному випадку величина χ^2, яка зумовлюється дисперсією σ^2 розподіляється за законом:

$$f(\chi^2) = \frac{1}{2^{\frac{\nu}{2}}\Gamma(\frac{\nu}{2})}(\chi^2)^{\frac{\nu-2}{2}} e^{-\frac{\chi^2}{2}},$$

де ν – число ступенів вільності, яке дорівнює n-1; $\Gamma(\frac{\nu}{2})$ – гама-функція, зокрема $\Gamma(n+1)=n$.

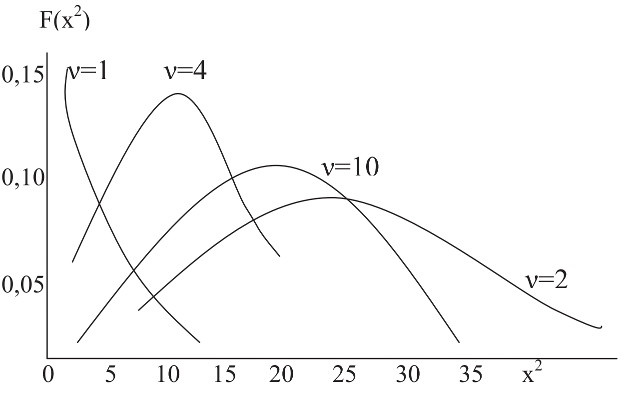
Як видно з наведеного вище виразу, розподіл «*xi*–квадрат» визначається одним параметром – числом ступенів вільності.

Для різних обсягів вибірки (точніше – значень числа ступенів вільності) розподіл

асиметричним

величини «*xi* – квадрат» буде ______________. При цьому, чим менша вибірка, тим сильніше проявляється асиметрія. Із збільшенням чисельності вибіркової сукупності асиметрія зменшується і розподіл «χ–квадрат» переходить у нормальний. Наочно характер такої зміни ілюструє графік (рис. 23).

Рис. 23. Розподіл «χ–квадрат» при різних значеннях числа ступенів вільності



Якщо прийняти рід емпіричних і теоретичних частот відповідно за n_i і n_n, обчислення «χ – квадрат» – критерію виразиться формулою:

$$\chi^2 = \Sigma \frac{(n_i - n_m)^2}{n_m}.$$

Пірсона

Судячи по параметрах формули, величина критерію (Пірсона/ Стьюдента) являє собою суму відношень між квадратами різниць емпіричних і теоретичних частот до теоретичних частот.

математичні таблиці

Інтегрування диференціальної функції розподілу (за її складності) являє певні обчислювальні утруднення. У зв'язку з цим Р.Фішером розроблено стандартні ____________ (таблиці/схеми) розподілу «χ_i – квадрат» (додатки З, І). Ці таблиці дають змогу обчислити ймовірність того, що випадкова величина, яка підпорядковується закону розподілу «χ_i – квадрат» з певним числом ступенів вільності, перевищить деяке (загальне/фіксоване) значення χ^2_ν, або $P(\chi^2 \rangle \chi^2_\nu)$.

фіксоване

критичне

Другий аспект використання названих стандартних таблиць полягає у тому, що за їх допомогою можна встановити (критичне/мінімальне) значення «χ_i – квадрата», перевищення якого для відомого числа ступенів вільності буде свідчити про невідповідність досліджуваного розподілу нормальному закону. Є й інші аспекти практичного використання «*хі* – квадрат» – критерію. Розглянемо лише приклад для випадку встановлення ймовірності $P(\chi^2 \rangle \chi^2_\nu)$.

Для вибірки з числом ступенів вільності ν =21, що підпорядковується закону «χ_i – квадрат» розподілу (χ^2) необхідно визначити відхилення χ^2_ν, імовірність перевищення якого дорівнює 0,05, тобто необхідно знайти «χ_i –квадрат» при ν=21, для якого: $P(\chi^2 \rangle \chi^2_{21}) = 0{,}05$. Шукана величина буде знаходитись (додаток 3) на перетині рядка 21 і графи 0,95 і становитиме χ_ν^2 = 32,7. Звідси маємо: $P(\chi^2 \rangle 32{,}7) = 0{,}05$.

Таким чином, величина χ_ν^2, імовірність перевищення якої 0,05, буде 32,7

неточності

Слід відзначити деякі (неточності/похибки), що існують у навчальній літературі при викладі питань «χ_i – квадрат» – критерію. Відносно його відкриття, крім дати 1900 р. (Пірсон), слід пам'ятати і дату 1876 р. (Хельмерт).

Що ж стосується стандартної таблиці χ^2-розподілу, то буде неточним її інформацію називати «Критерій Персона», бо розробка цієї таблиці належить Р.Фішеру. Останній вважав замість значень ймовірностей $P\chi^2$, що відповідають деякому ряду χ^2, розраховувати значення χ^2, які відносяться до обраних рівнів імовірностей при різному числі ступенів вільності.

Ще одне зауваження щодо символіки написання «χ_i – квадрат». Звичайно прийнята форма χ^2. Більш правильним буде $\chi_{\nu\alpha}^2$ Але, якщо виключена можливість невірного розуміння, її можна записувати з одним підрядковим числом (індексом). Якщо це не заважає правильному сприйманню змістовного навантаження параметра, запис його може бути і без підрядкових індексів.

7.2.5. Розподіл Фішера – Снедекора

У цілому ряді задач, вирішуваних математичною статистикою, зокрема у дисперсійному і кореляційно-регресійному аналізі, використовується «розподіл F», названий так по перший літері прізвища англійського статистика-математика Р.Фішера. Якщо $И_1$ *і* $И_2$ незалежні випадкові величини з розподілами χ^2, і з ν_1- і ν_2 ступенями вільності відповідно, то випадкова змінна. F буде дорівнювати: $F = \frac{И_1^2 : \nu_1}{И_2 : \nu_2} = \frac{И_1^2}{И_2^2} \times \frac{\nu_2}{\nu_1}$.

випадковою

Одержана величина називається (випадковою/невизначеною) змінною з розподілом Фішера-Снедекора з ν_1 та ν_2 ступенями вільності. Приймаючи, що $И_1^2 \rangle И_2^2$ величина F буде мати лише значення, не менше як 1.

Щільність імовірності випадкової змінної F, яка має розподіл Фішера-Снедекора з ν_1 і ν_2 ступенями вільності, має вигляд:

$$h(P) = \frac{F\frac{\nu_1+\nu_2}{2}(\frac{\nu_2}{\nu_1})}{\Gamma(\frac{\nu_1}{2})\Gamma(\frac{\nu_2}{2})} P^{\frac{\nu_2-2}{2}} (1+\frac{\nu_2}{\nu_1}P)^{-\frac{\nu_1+\nu_2}{2}}.$$

Внаслідок великої складності розрахунку інтегралів доведення тут не наводиться. Але, як видно, розподіл F зумовлений і визначається двома параметрами, тобто числами ступенів вільності ν_1 і ν_2. Розподіл випадкової змінної F подано у вигляді спеціальних математичних таблиць. Останні побудовані так, щоб для різних рівнів довірчої ймовірності (в основному для P=0,95; P=0,99, P=0,999) і для різних сполучень числа ступенів вільності ν_1 і ν_2 даються значення F. Якщо прийняти позначення розрахункової і табличної величини F відповідно як F_p і F_T , то для них справедлива буде рівність $P\{F_p \rangle F_T\} = \alpha$; Такі таблиці наведено в додатках К і Л. Практичне їх використання буде розглянуто у розділі «Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків». Тут наведемо лише схематичний приклад.

Приклад. Вивчивши кількісний вплив фактора рівня продуктивність праці на її оплату по вибірці 60 підприємств, одержані наступні характеристики: факторна дисперсія $\sigma_x^2 = 3{,}06$, залишкова дисперсія $\sigma_Z^2 =$ 0,15. Число ступенів вільності для факторної ознаки ν_x

= 3 – 1 =2; для неврахованих факторів - ν_z =60 – 3 = 57.

Розрахункова величина *F*–критерію становитиме: $F_p = \frac{3.06}{0.15} 20.4$.

За стандартною таблицею F– розподілу знаходимо для рівня ймовірності Р=0,95 і ступенів вільності ν_1=*2* і $\nu_2 = 57$ табличне значення F_T = 3,15 ; $F_p > F_r$ (20.4 >3,15).

Знайдені параметри свідчать про те, що в досліджуваних підприємствах вплив рівня продуктивність праці на її оплату виявився вірогідним із рівнем імовірності 0,95.

На закінчення відзначимо, чому розподіл *F* називають розподілом Фішера-Снедекора. Справа в тому, що Р.Фішер перший дослідив розподіл відношень двох вибіркових дисперсій, але предметом його вивчення був розподіл не відношень дисперсій, а логарифмічної величини $\frac{1}{2}\ln(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2})$. Дещо пізніше американський статистик Дж.Снедекор розрахував таблиці розподілу змінної ($\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$) , що виявилося значно зручніше для практичного використання в розрахунках. Цей розподіл він назвав на честь Фішера «Розподілом F». Пізніше даний вид розподілу почали називати «Розподілом Фішера-Снедекора».

Питання для самоконтролю

1. Дайте визначення поняттю «статистична оцінка».
2. Назвіть основні вимоги до статистичних оцінок?
3. Якими властивостями повинна бути наділена статистична оцінка, щоб вона максимально наближалась до генеральної характеристики?
4. Що розуміють під точковою та інтервальною оцінками параметрів генеральної сукупності?
5. Поясність поняття «довірчий інтервал», «довірча ймовірність».
6. Поясність поняття «число ступенів вільності».
7. Що розуміють під законами розподілу?
8. Які теоретичні розподіли прийнято вважати класичними?

9. Яким вченим відкритий закон нормального розподілу?
10. Значення закону нормального розподілу (закону Гаусса) у вивченні соціально-економічних явищ.
11. Які вибірки підпорядковуються закону розподілу Ст'юдента?
12. В яких випадках застосовується критерій узгодженості (χ^2-критерій)?

Завдання для практичних занять

Завдання 7.1. Перевірка гіпотези щодо імовірності вибіркової середньої відносно генеральної середньої

Зміст завдання: За інформацією завдання 6.1. (вихідна інформація наведена у додатку Б), припускаючи, що досліджувана генеральна сукупність підпорядкована закону нормального розподілу з дисперсією, яка дорівнює σ^2, перевірити на рівні значимості α=0,05 нульову гіпотезу H_0: $\tilde{x}_{H0} = \tilde{x} + \Delta$.

Порядок виконання

За даними інтервального ряду розподілу (вибіркова сукупність) визначити вибіркову середню:

$$\tilde{x} = \frac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i},$$

де x_i – центр інтервалу,
n_i – частота.

Обчислити розрахункове значення нормованого відхилення:

$$t_p = \frac{\tilde{x} - \tilde{x}_{Ho}}{\sigma}\sqrt{n},$$

де n – чисельність вибірки (n=Σn), $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$.

За стандартною таблицею (додаток Г) знайти критичне значення нормованого відхилення t_T, що відповідає рівню довірчої імовірності P=0,950. Порівняти абсолютну величину $|t_p|$ з t_T. Якщо $|t_p| > t_T$, нульова гіпотеза (H_o) відкидається, робимо висновок, що $\tilde{x}$ істотно відрізняється від $\tilde{x}_{Ho}$. Якщо $|t_p| < t_T$, нульова гіпотеза (H_o) не відкидається, робимо висновок, що $\tilde{x}$ відрізняється від $\tilde{x}_{Ho}$ неістотно.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 7.2. Визначення довірчого інтервалу випадкових коливань середньої величини

Зміст завдання: Посіви зернових культур району складають 25 000 га. При 10%-му вибірковому обстеженні полів одержали такі вибіркові характеристики: середня врожайність - 35 ц з 1 га, дисперсія врожайності - 4, площа посівів високоврожайних культур – I200 гектарів. Дати оцінку названим параметрам ($\bar{x}$, р) у генеральній сукупності.

Завдання 7.3. Визначення довірчого інтервалу випадкових коливань середньої величини

Зміст завдання: У результаті вибіркового обстеження 50 сільськогосподарських підприємств області визначено показник середньомісячної заробітної плати працівників, який виявився рівним 3120 грн, з середньою помилкою вибірки $\mu=\pm10$. Визначити довірчий інтервал випадкових коливань шуканої середньої величини при рівні значимості $\alpha=0,05$.

МОДУЛЬ 3

ТЕМА 8. СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ ВИМІРЮВАННЯ ВЗАЄМОЗВ'ЯЗКІВ

§ 8.1. Дисперсійний аналіз

8.1.1. Загальнотеоретичні основи дисперсійного методу аналізу

В епоху бурхливого розвитку економіки використання методів математичної статистики в економічних дослідженнях стає нагальною необхідністю. Треба визнати, що останнім часом широкого застосування у багатофакторному аналізі набув кореляційно-регресійний метод, водночас майже зовсім не використовується досить ефективний спосіб статистико-математичної обробки даних дослідження – дисперсійний аналіз. Як і інші ймовірносно-статистичні методи, він набагато розширює можливості економістів аграріїв в аналізі виробництва й значно підвищує рівень наукових досліджень.

факторів

Головне призначення дисперсійного аналізу – статистично виявити вплив різних ________ на мінливість ознаки, що вивчається. Особливий інтерес становить використання методу в аналізі економічних процесів та явищ, коли мінливість результативної ознаки зумовлена одночасно дією

кількох

________факторів із неоднаковою силою впливу. Зокрема, це спостерігається при аналізі результативних синтетичних показників економічної ефективності виробництва. Найбільш ефективний тут одночасний дисперсійний аналіз

багатофакторний

усіх відібраних факторів – ____________________ аналіз. Можна, звичайно, зробити й попарне порівняння факторів, при якому всі інші ігноруються, однак такий підхід до розв'язання питання не дає змоги виявити існуючу в дійсності множинність ефектів взаємодії.

Прийняття на озброєння економістів дисперсійного методу дозволяє розв'язувати досить важливі завдання виходячи із сучасних вимог до рівня економічного аналізу. У сфері аграрно-економічних досліджень цей ефективний статистико-математичний засіб повинен

	зайняти одне з провідних місць насамперед тому,
дисперсійного	що використання (дисперсійного/математичного)
самостійне	методу може мати _________ значення. Зокрема, за його допомогою розв'язуються такі завдання: 1) кількісне вимірювання сили впливу факторних ознак та їх сполучень на результативну; 2) визначення вірогідності впливу та його довірчих меж; 3) аналіз окремих середніх та статистична оцінка їх різниці.
	У поглибленому економічному аналізі
допоміжні	дисперсійний метод може виконувати _________ функції. У цьому плані його використання відкриває широкі можливості щодо науково обґрунтованого підходу до застосування інших статистичних методів кількісного аналізу.
	Як і інші статистико-математичні методи, дисперсійний аналіз являє собою чисто технічний засіб наукового пізнання. І використання його при вивченні аграрно-економічних процесів
суті;	передбачає знання перш за все ______ процесів,
причинно-наслідкових	розуміння (залежних/причинно-наслідкових) зв'язків між явищами, що вивчаються, та вміння виділити найбільш важливі сторони взаємопов'язаних та взаємозумовлених економічних явищ.
	Дисперсійний аналіз – це
математико-статистичний	________________ метод вивчення результатів спостереження, що залежать від різноманітних одночасно діючих факторів. Він створений в двадцятих роках XX століття зусиллями Р.Фішера. у подальшому суттєвого розвитку метод набув у працях Іейтса.
	У нашій країні перший опис дисперсійного аналізу здійснено у 1933 р. М.Ф.Деревицьким у додаткових розділах до підручника В.Іогансена «Елементи точного вчення про змінюваність та спадковість».
	Слід відзначити, що в економічних дослідженнях дисперсійний метод ще не набув

	такого широкого використання, як у біології, зоотехнії, та техніці. Натомість можливості його використання в сфері економіки досить широкі. Основне призначення дисперсійного аналізу –
факторів	статистично виявити вплив (причин/факторів) на варіацію ознаки, що вивчається. Особливий інтерес становить використання цього методу в тих випадках, коли зміна згаданої ознаки зумовлена одночасно дією – факторів, частка впливу яких різноманітна.
	У дисперсійному аналізі використовується
властивість	(властивість/особливість) суми квадратів центральних відхилень. Суть її полягає в тому, що коли кілька повністю незалежних факторів діють одночасно й зумовлюють загальну змінюваність ознаки, то сума окремих дисперсій, що вимірюють їх вплив, дорівнює загальній дисперсії: $\sum Д_1 + \sum Д_2 + \sum Д_3 + \ldots + \sum Д_п = \sum Д_{заг.}$
	За однофакторною схемою вивчення
однією	здійснюють, маневруючи лише _______ ознакою, вважаючи інші незмінюваними. Такий метод не дає змоги виявити взаємодію факторів при одночасній їх зміні. Цих недоліків
багатофакторний	позбавлений ____________ аналіз, при якому кожне спостереження служить для одночасної оцінки всіх факторів та їх взаємодій.
	Якщо відобразити загальну мінливість рівня тієї чи іншої ознаки через C_y, то її можна показати як суму окремих дисперсій, що виникають під дією різних факторів. Загальна дисперсія (C_y) визначається як сума квадратів відхилень кожної варіанти від середньої арифметичної і може бути розкладена на
складові	(складові/частини): 1) C_x – факторна (міжгрупова) дисперсія, дисперсія, що виникає під впливом врахованих факторів; 2) C_z – залишкова дисперсія (внутрішньогрупова), зумовлена дією різних випадкових (неврахованих) факторів.

У загальному вигляді дисперсія (мінливість) ознаки виражається так: $C_y = C_x + C_z$.

Факторна дисперсія (C_x) являє собою суму

квадратів

________ окремих середніх значень ознаки (M_x), одержаних у групах статистичного комплексу діючих факторів, та загальної арифметичної ($M_{заг.}$), яка обчислюється для всього статистичного комплексу із показників варіюючої ознаки. Це можливо відобразити у вигляді: $C_x = (M_{част.} - M_{заг.})^2$ або $C_x = \sum n_x (M_{част.} - M_{заг.})^2$, де n_x – кількість спостережень за градаціями факторів.

Випадкова (C_z) дисперсія визначається як

квадратів різниць

сума ______________ варіюючої ознаки (V) відносно часткової середньої арифметичної: $C_z = \sum(V - M_{част.})^2$.

Відношення складових дисперсій до

ступінь

загальної характеризує ________ факторних ознак у формуванні загальної мінливості результативної ознаки. Так, ступінь впливу

врахованих

(визначених/врахованих) факторів становить $\eta_z^2 = \dfrac{C_x}{C_y}$.

Відзначене вище стосується вивчення мінливості ознак під впливом одного фактора. Якщо ж вивчається змінюваність результативної

кількох

ознаки, зумовлена впливом (кількох/двох) факторів, тоді факторна дисперсія C_x може бути представлена сумою дисперсій кожного фактора окремо (A, B, C і т.д.) та дисперсій спільної дії факторів, що аналізуються (AB, AC, BC, ABC, і т.д.). Для випадку, коли досліджується вплив на результативну ознаку трьох факторів, ця дисперсія записується в такому вигляді:

$$C_x = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + C_{AC} + C_{BC} + C_{ABC}.$$

Наведене рівняння має силу, якщо статистичний комплекс за співвідношенням частот належить до рівномірного пропорційного комплексу. В аналізі економічних явищ найчастіше зустрічаються нерівномірні комплекси. Для них набирає сили нерівність $C_A+C_B+C_C+C_{AB}+C_{AC}+C_{BC}+C_{ABC} \neq C_x$.

Знаходження дисперсій спільного впливу факторів C_{AB}, C_{AC}, C_{BC}, C_{ABC} вимагає особливих прийомів, які будуть розглянуті пізніше на матеріалах конкретних даних.

чотири

Вивчаючи методичну сторону дисперсійного аналізу, можна виділити ____________ етапи його здійснення: 1) обробка статистичного комплексу для одержання загальної факторної і залишкової дисперсій (C_y, C_x, C_z); 2) визначення частки кожної окремої дисперсії в загальній, для чого розраховують величини η_x^2, η_z^2; 3) коригування одержаних дисперсій на число ступенів вільності, які знаходять для кожної дисперсії за певними формулами; 4) оцінка факторної дисперсії, тобто встановлення вірогідності впливу кожного вибраного фактора (х або А, В, С і т.д.) на варіюючу ознаку. Для цього використовують критерії Фішера (F–критерій).

Як зазначалося вище, в неортогональних комплексах (в яких ознаки групуються нерівномірно) система розрахунку часткових дисперсій C_A, C_B, C_{AB} і т.д. має деякі особливості, зумовлені непропорційними співвідношеннями частот одного фактора по групах (градаціях) другого фактора. Для усунення неортогональності перетворюють нерівномірний комплекс у рівномірний. Існують

перетворення

різні способи (перетворення/розподілу) нерівномірного комплексу в рівномірний – по Поморському Ю.П., Немчинову В.С. та ін. Точність цих методів деякою мірою різна, але можна користуватися будь-яким з них.

Серед діючих способів перетворення в практиці економічного аналізу найбільш

метод

зручним слід визнати (приклад/метод) Поморського Ю.П. В основі цього прийому

усереднення

лежить (усереднення/узагальнення) частот по групах факторів. По кожній групі досліджуваного фактора знаходять часткові середні з варіант підгруп і загальну середню по всьому дисперсійному комплексу. Спочатку часткові і загальну середню підносять до квадрату, а потім ці величини підставляють у формули дисперсій C_x, C_A, C_B, C_C, C_{AB} і т.д.

При обробці трифакторного дисперсійного нерівномірного комплексу формула дисперсії факторів має вигляд: $C_x = n\left(\frac{\sum M_x^2}{l_A l_B l_C} - M_{заг}^2\right)$,

де n – число одиниць спостереження, введених у комплекс;

$\sum M_x^2$ – сума квадратів часткових середніх арифметичних по всіх групах і по всіх факторах ;
l_A, l_B, l_C – число груп по кожному з факторів;

$M_{заг}^2$ – квадрат середньої арифметичної, що розраховується для всього комплексу.

Часткові дисперсії C_A, C_B, C_C обчислюють за такою формулою:

$$C_A = n\left(\frac{M_A^2}{l_A} - M_{заг.}^2\right),$$

де $\sum M_x^2$ – сума квадратів середніх арифметичних по групах факторів А, а відношення $\frac{\sum M_A^2}{l_A}$ дорівнює h_A.

Аналогічно розраховують часткові дисперсії C_B, і C_C. Визначивши факторну (C_x,) і часткові (C_A, C_B, C_C) дисперсії, можна розрахувати дисперсії різних сполучень факторів ($C_{AB}, C_{AC}, C_{BC}, C_{ABC}$).

Величина загальної дисперсії дорівнюватиме $C_y = C_x + C_Z$. Величина загальної дисперсії із даного виразу буде дещо відрізнятися від тієї величини, яка одержана за вище наведеними розрахунками, але ця розбіжність діє несуттєво на наступні обчислення. Отже, наведеним способом розрахунків цілком можна користуватися.

Принцип розрахунку однофакторного і багатофакторного дисперсійних комплексів має деякі методичні особливості, зумовлені

кількістю факторів

________________________, включених в аналіз. Ці особливості будуть викладені у логічній послідовності розглядуваних нижче розрахунків одно-, дво- і трифакторних дисперсійних комплексів.

8.1.2. Алгоритми рішення дисперсійних моделей

Приклад. Розглянемо послідовність розрахунку однофакторного дисперсійного комплексу на прикладі залежності середньорічного надою корів (V) від рівня годівлі (A) в 30 (*n*) підприємствах.

На першому етапі здійснюється групування підприємств за факторною ознакою. У даному прикладі сукупність підприємствах. поділена на три групи за рівнем використання кормів на корову в рік (A). Обробка вихідної інформації здійснюється за схемою таблиці 70.

На підставі даних табл. 70 знаходимо загальну (C_y), факторну (C_x), залишкову (C_Z) дисперсії:

$$C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum v)^2}{n} = 39740 - 39138 = 602;$$

$$C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n} = 39433 - 39138 = 295;$$

$$C_Z = \sum V^2 - \sum h = 39740 - 39433 = 307.$$

Співвідношення складових дисперсій (C_x, C_Z) до загальної (C_y) показує ступінь участі факторних ознак у формуванні загальної змінюваності результативної ознаки. Так, ступінь впливу рівня годівлі корів на їх продуктивність становитиме: $\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{295}{602} = 0{,}49$ (49 %).

Ступінь впливу суми інших неврахованих факторів на результативну ознаку обчислюється за таким співвідношенням: $\eta_Z^2 = \frac{C_Z}{C_y} = \frac{307}{602} = 0{,}51$ (51 %).

Таким чином, у розглянутому прикладі факторна ознака (рівень годівлі) визначає 49 % загальної варіації результативної ознаки (надою).

Таблиця 70. **Вихідні і розрахункові дані однофакторного дисперсійного комплексу**

Показник	Витрати кормів на 1 корову, ц к. од.			Суми (∑)
	A_1 - до 47,4	A_2 - 47,5-58,0	A_3 - понад 58,0	
V надій, ц	32,60	35,71	49,09	
	31,00	32,44	40,17	
	30,58	33,82	35,14	
	32,52	31,27	42,72	
	32,40	34,54	37,68	
	32,02	34,69	44,41	
	31,38	32,21	38,15	
		41,28		
		34,40		
		44,63		
		37,31		
		35,95		
		37,86		
		36,16		
		34,40		
		36,02		
$\sum V$	233,50	572,72	287,36	1083,58
n_x	7	16	7	30
$(\sum V)^2$	49952,25	32800,19	82575,76	х
$h = (\sum V)^2 : n_x$	7136,04	20500,51	11796,54	39433,09
$\sum V^2$	7142	20667	11931	39740

Дисперсія як показник різноманітності залежить від кількості одиниць спостереження (підприємств) у групі. Для визначення впливу факторів ця обставина не має значення. В інших же випадках, зокрема, при встановленні вірогідності впливу факторів, необхідний показник, вільний від вказаної залежності, що допускає порівняння груп, різних за кількістю елементів, що входять до них. Таким показником є ____________ дисперсія – девіата.

скоригована

Девіатою називають дисперсію, яка припадає на один елемент ________ варіювання або на один ступінь вільності.

вільного

Корінь квадратний з девіати ($\sqrt{\sigma^2}$) являє собою звичайний показник математичної статистики – __________________ (σ).

середнє квадратичне відхилення

У нашому прикладі число ступенів вільності варіації (ν) для факторної ознаки і для неврахованих факторів становитиме відповідно: $\nu_x = l - 1 = 3 - 1 = 2$; $\nu_Z = n - l = 30 - 3 = 27$, де l – кількість виділених груп; n – чисельність вибірки.

Розрахуємо девіати :

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x} = \frac{295}{2} = 147{,}50; \ \sigma_Z^2 = \frac{C_Z}{\nu_Z} = \frac{307}{27} = 11{,}37$$

Критерієм вірогідності впливу факторної ознаки на результативну є співвідношення її девіати до девіати неврахованих факторів. Якщо розраховане співвідношення дорівнює чи більше визначеної стандартної величини, вплив вважається ___________ з певним ступенем імовірності. Стандартні відношення девіат визначаються за спеціальними таблицями (додатки К, Л).

вірогідним

Знаходимо це співвідношення для факторної ознаки на такому прикладі:

$$F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_Z^2} = \frac{147{,}50}{11{,}37} = 12{,}97.$$

Одержаний критерій (F_p) порівнюємо з _________ його значенням при двох (порогах/парах) ймовірності: 0,95; 0,99 (додатки К, Л).

табличним
порогах

Наведемо стандартні співвідношення девіат, що відповідають ступеням вільності варіації.

Імовірність Р	Критерій F
0,95	3,35
0,99	5,49

У нашому прикладі $F_p(12{,}97) > F_T(3{,}3)$. Отже, в досліджуваних підприємствах вплив рівня годівлі корів на їх продуктивність виявився досить сильним і вірогідним. Про вірогідність результатів аналізу свідчить високий ступінь імовірності 0,99.

Приклад. Розрахунок двофакторного дисперсійного комплексу розглянемо на прикладі вивчення залежності рівня рентабельності виробництва молока (V) в 30 підприємств району від рівня концентрації поголів’я корів (А) і спеціалізації виробництва молока (В). З цією метою сукупність розділена на 2 групи з подальшим поділом на 2 підгрупи (табл. 71).

На підставі розрахункових даних таблиці 71 визначаємо загальну (C_y), факторну (C_x) і залишкову (C_Z) дисперсії:

$$C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n_x} = 23328{,}67 - \frac{(826{,}98)^2}{30} = 532{,}14;$$

$$C_x = \sum h - \frac{(\sum V)^2}{n_x} = 23023{,}33 - \frac{(826{,}98)^2}{n_x} = 226{,}80;$$

$$C_Z = \sum V^2 - \sum h = 23328{,}67 - 23023{,}33 = 305{,}34.$$

Таблиця 71. **Вихідні і розрахункові дані двофакторного дисперсійного комплексу**

Показник	Корів на 100 га с.-г. угідь, гол.				Суми (∑)
	A_1 – до 50		A_2 – понад 50		
	Питома вага молока в обсязі товарної продукції, %				
	B_1 – до 30	B_2 – понад 30	B_1 – до 30	B_2 – понад 30	
V (рівень рентабельності виробництва молока, грн.)	27,59	35,65	19,45	23,49	
	32,89	34,20	17,90	28,86	
	27,23	29,50	19,84	25,46	
	35,30	28,19	22,26	26,96	
	25,02	27,84	25,83	28,82	
	29,44	28,75	27,20	28,27	
	26,19	31,57	25,47	31,87	
	26,87		29,07		
$\sum V$	230,53	215,70	187,02	193,73	826,98
n_x	8	7	8	7	30
$(\sum V)^2$	53144,08	46526,49	34976,48	37531,31	-
$h = (\sum V)^2 : n_x$	6643,01	6646,64	4372,06	5361,62	23023,33
$M_x = \sum V : n_x$	28,81	30,81	23,38	27,68	-
M_x^2	830,01	949,25	546,62	766,18	3092,06
$\sum V^2$	…	…	…	…	23328,67

Ступінь впливу факторних ознак (концентрації та спеціалізації виробництва) на результативну ознаку (рентабельність виробництва молока) становитиме: $\eta_x^2 = \frac{C_x}{C_y} = \frac{226{,}80}{532{,}14} = 0{,}4262$ (42,6 %).

Ступінь впливу неврахованих факторів на результативну ознаку буде: $\eta_Z = \frac{C_Z}{C_y} = \frac{305{,}34}{532{,}14} = 0{,}5738$ (57,4 %).

Для кількісної характеристики впливу кожного з факторів слід дисперсію їх сумарної дії розкласти на складові, тобто в факторній дисперсії (C_x) виділити дисперсії першого (C_A) і другого (C_B) факторів, а також їх сполучення (C_{AB}). Дисперсія C_{AB} характеризує ступінь зумовленості впливу першого фактора другим. Складемо допоміжну таблицю 72. Третя колонка цієї таблиці розраховується на основі даних таблиці 71:

59,62=28,81 +30,81; 52,19 = 28,81 + 23,38.

Таблиця 72. **Допоміжні розрахунки для обробки дисперсійного комплексу за факторами А, В**

Градація, i	Число середніх, l	$\sum \text{M}_x$	$\text{M}_i = \frac{\sum \text{M}_x}{l}$	M_l^2
A_1	2	59,69	29,81	888,63
A_2	2	51,06	25,53	651,78
		110,68		$\sum \text{M}_A^2 = 1540{,}41$
B_1	2	52,19	26,10	681,2100
B_2	2	58,49	29,24	854,9776
		110,68		$\sum \text{M}_B^2 = 1536{,}1876$

Середня арифметична (загальна) по градаціях факторів становить: $\text{M}_{заг} = \frac{\text{M}_x}{\sum l} = \frac{110{,}68}{4} = 27{,}67.$

Ступінь різноманітності середніх арифметичних рентабельності молока розраховуємо в такій послідовності:

для всіх градацій –

$$C_x' = n\left(\frac{\sum \text{M}_x^2}{l_A \cdot l_B} - \text{M}_{заг}^2\right) = 30\left(\frac{3092{,}06}{2 \cdot 2} - 27{,}67^2\right) = 221{,}70;$$

для градації

$$A - C_A' = n\left(\frac{\sum \text{M}_A^2}{l_A} - \text{M}_{заг}^2\right) = 30\left(\frac{1540{,}41}{2} - 27{,}67^2\right) = 137{,}10\,;$$

для градації

$$B - C_B' = n\left(\frac{\sum \text{M}_B^2}{l_B} - \text{M}_{заг}^2\right) = 30\left(\frac{1536{,}19}{2} - 27{,}67^2\right) = 74{,}10\,;$$

для сполучення факторів

A і $B - C_{AB}' = C_x' - C_A' - C_B'$ =221,70 – 137,10 – 74,10 =10,50

Для розкладу сумарної дисперсії досліджуваних факторів на складові розраховуємо поправочний коефіцієнт:

$$K = \frac{C_x}{C_x'} = \frac{226{,}80}{221{,}70} = 1{,}023.$$

Дисперсії, зумовлені дією досліджуваних

факторів і їх сполучення, становлять:

$$C_A = C'_A K = 137{,}10 \cdot 1{,}023 = 140{,}25;$$

$$C_B = C'_B K == 74{,}10 \cdot 1{,}023 = 75{,}81;$$

$$C_{AB} = C'_{AB} K = 10{,}50 \cdot 1{,}023 = 10{,}74.$$

Кінцева дисперсійна структура двофакторного дисперсійного комплексу матиме вигляд: $C_y = (C_A + C_B + C_{AB}) + C_Z = 226{,}80 + 305{,}34 = 5320{,}14.$

ступінь

Розраховуємо (частку/ступінь) впливу факторів, що вивчаються, на формування змінюваності результативної ознаки. Зокрема, рівень концентрації поголів'я корів визначає варіацію рентабельності молока $\eta_A^2 = \dfrac{C_A}{C_y} = \dfrac{140{,}25}{532{,}14} = 0{,}2636,$ або 26,36%; фактор спеціалізації – $\eta_B^2 = \dfrac{C_B}{C_y} = \dfrac{75{,}81}{532{,}14} = 0{,}1425,$ або 14,25; взаємодія факторів – $\eta_{AB}^2 = \dfrac{C_{AB}}{C_y} = \dfrac{10{,}74}{532{,}14} = 0{,}0202,$ або 2,02 відсотка.

Числа ступенів вільності для розрахунку девіати в двофакторному комплексі розраховуються в такій послідовності: $\nu_A = l_A - 1 = 2 - 1 = 1;$ $\nu_B = l_B - 1 = 2 - 1 = 1;$ $\nu_{AB} = l_A \cdot l_B = 1;$ $\nu_x = \nu_A + \nu_B + \nu_{AB} = 3;$ $\nu_Z = n - l_A \cdot l_B = 30 - 4 = 26.$

Визначаємо девіати:

$$\sigma_A^2 = \frac{C_A}{\nu_A} = \frac{140{,}25}{1} = 140{,}25; \quad \sigma_B^2 = \frac{C_B}{\nu_B} = \frac{75{,}81}{1} = 75{,}81;$$

$$\sigma_{AB}^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_{AB}} = \frac{10{,}74}{1} 10{,}74; \quad \sigma_x^2 = \frac{C_x}{\nu_x} = \frac{226{,}80}{3} = 75{,}60;$$

$$\sigma_Z^2 = \frac{C_{AB}}{\nu_Z} = \frac{305{,}34}{26} = 11{,}74.$$

Розраховуємо F–критерій:

$$F_A = \frac{\sigma_A^2}{\sigma_Z^2} = \frac{140{,}25}{11{,}74} = 11{,}96; \quad F_B = \frac{\sigma_B^2}{\sigma_Z^2} = \frac{75{,}81}{11{,}74} = 6{,}45;$$

$$F_{AB} = \frac{\sigma_{AB}^2}{\sigma_Z^2} = \frac{10{,}74}{11{,}74} = 0{,}91; \; F_x = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_Z^2} = \frac{75{,}60}{11{,}74} = 6{,}44.$$

табличними

Одержані критерії порівнюємо з ___________ їх значеннями при двох порогах імовірності 0,95 і 0,99 (додатки К, Л).

девіат

Стандартні відношення _______, які відповідають ступеням вільності варіації неврахованих факторів (ν_Z=26) і розрахованим вище ступеням вільності варіації досліджуваних факторів становитимуть:

Імовірність P	Критерій F	
	При $\nu_1 = 1$	При $\nu_3 = 3$
0,95	4,22	2,98
0,99	7,72	4,64

Результати аналізу кожного з факторів окремої чи сумарної їх дії слід вважати вірогідними при тих порогах імовірності, де $F_p >$ F_T, недостовірними при $F_p < F_T$.

Приклад. Розглянемо послідовність розрахунку трифакторного дисперсійного комплексу на прикладі вивчення залежності собівартості виробництва 0,1 ц яловичини (V) від рівня продуктивності праці (A), рівня витрат кормів на 1 ц приросту (B) і собівартості 1ц кормових одиниць (C). З метою кількісної оцінки названих вище факторів на результативну ознаку будуємо трифакторний дисперсійний комплекс, основу якого становить комбінаційне групування 66 підприємств (табл. 73).

Досліджувану сукупність спочатку розподілено на дві групи: з рівнем витрат робочого часу на виробництво 1 ц яловичини до 90 людино-годин. (A_1) і понад 90 людино-годин (A_2). У кожній групі було виділено по дві підгрупи з середнім розміром витрат кормів на 1 ц продукції: менше 10 (B_1) і більше 10 ц кормових одиниць (B_2). Потім кожна з них у свою чергу розподілена ще на дві підгрупи: з собівартістю 1 ц кормових одиниць, згодованих тваринам, до 14 грн. (C_1) і понад 14 грн. (C_2). У результаті досліджувана сукупність підприємств була розподілена на

вісім

(вісім/чотири) підгруп, по кожній з яких наведено варіанти результативної ознаки (V) – рівень собівартості виробництва 0,1 ц яловичини.

Оскільки у нашому прикладі розглядається

трифакторний

(трифакторний/факторний) нерівномірний комплекс, обробку його здійснюємо в такій послідовності: спочатку будуємо звичайним чином кореляційну решітку, потім виконуємо допоміжні розрахунки, результати яких заносимо в цю ж таблицю. До них відносяться кількість (*n*=66) і сума ($\sum V$) варіант досліджуваного комплексу, сума часток від ділення квадратів сум варіант по кожній підгрупі на число варіант ($\sum h$=669887,82), сума квадратів середніх арифметичних по підгрупах $\left(\sum M_x^2 = 78826.00\right)$.

На підставі розрахункових даних таблиці 73 визначаємо загальну (C_y), факторну (C_x) і залишкову (C_Z) дисперсії:

$$C_y = \sum V^2 - \frac{(\sum V)^2}{n} = 672890,20 - \frac{6599,77^2}{66} = 12936,20;$$

$$C_x = \sum h^2 - \frac{(\sum V)^2}{n} = 669887,32 - \frac{6599,77^2}{66} = 9933,32;$$

$$C_z = \sum V^2 - \sum h^2 = 672890.20 - 669887.32 = 3002.88\,.$$

частку

Встановлюємо (частку/величину) всіх досліджуваних факторів у загальній варіації результативної ознаки. Так, ступінь впливу продуктивності праці, розміру витрат і вартості кормів на рівень собівартості становить: $\eta_x^2 = \frac{9933,32}{12936,20} = 0,768,$ або 76,8 %; а суми неврахованих факторів – $\eta_Z^2 = \frac{3002,88}{12936,20} = 0,232,$ або 23,2%.

дисперсії

дисперсії

Як відзначалося вище, у багатофакторних комплексах дисперсія спільної дії врахованих факторів (C_x) підлягає розподілу на ________ кожного з факторів окремо (C_A, C_B, C_C), а також ________ різних варіантів їх сполучень $(C_{ABC}, C_{AB}, C_{AC}, C_{BC})$. У нерівномірних комплексах всі часткові дисперсії факторів відрізнятимуться від величин таких же дисперсій в рівномірному комплексі, тому позначимо їх через C'. Допоміжні розрахунки для визначення окремих дисперсій показані у таблицях 74 і 75.

відмінності

Ступінь (відмінності/порівнюваності) по всіх факторах визначаємо за вище наведеною формулою:

$$C'_x = n\left(\frac{\sum \text{M}_x^2}{l_A \cdot l_B \cdot l_C} - \text{M}_{заг}\right);$$

$$\text{M}_{заг} = \frac{786,00}{8} = 98,25;$$

$$C'_x = 66\left(\frac{78826,00}{2 \cdot 2 \cdot 2} - 98,25^2\right) = 13212,54;$$

а окремо по факторах А, В, С за формулами:

$$C'_A = n\left(\frac{\sum \text{M}_A^2}{l_A} - \text{M}_{заг}^2\right) - 66\left(\frac{19391,14}{2} - 9653,06\right) = 2805,66;$$

Таблиця 73

Обробка трифакторного дисперсійного комплексу

(А – групи підприємств за рівнем продуктивності праці, людино-годин на 1 ц; В – розмір витрат кормів на виробництво 1 ц яловичини, ц корм. од.; С – собівартість 1ц кормових одиниць, згодованих худобі, грн.; V – рівень собівартості 0,1 ц яловичини, грн.; n_i – кількість підприємств)

Групи та підгрупи за факторами			Вихідні і розрахункові дані							
$l_A = 2;\ l_B = 2;\ l_C = 2$			V	n_i	$\sum V$	$(\sum V)^2$	$\sum h = \frac{(\sum V)^2}{n_i}$	$\sum V^2$	$M_x = \frac{\sum V}{n_i}$	M_x^2
A_1 – до 90	B_1 – до 10	C_1 – до 14	76,76; 75,74…	4	278,01	77289,56	19322,39	19676,70	69,50	4830,25
		C_2 – понад 14	87,74; 92,09…	9	866,53	750874,24	83430,47	83792,93	96,28	9269,84
	B_2 – понад 10	C_1 – до 14	84,44; 92,84…	8	733,03	537332,98	67166,62	67376,62	91,63	8396,06
		C_2 понад 14	104,88; 102,08…	6	657,06	431727,84	71954,64	72144,87	109,51	11992,44
A_2 – понад 90	B_1 – до 10	C_1 – до 14	85,84; 98,66…	10	902,86	815156,18	81515,62	81919,98	90,29	8152,28
		C_2 – понад 14	107,17; 102,49…	9	966,59	934296,23	103810,69	104154,52	107,40	11513,29
	B_2 – понад 10	C_1 – до 14	10126; 103,22…	11	1117,69	1249230,94	113566,45	111971,19	101,61	10324,59
		C_2 – понад 14	123,48; 118,42…	9	1078,00	12920,44	129120,44	129673,92	119,78	14347,25
Сума			6599,77	66	-	-	669887,32	672890,20	-	78826,00

Таблиця 74. **Допоміжні розрахунки для обробки дисперсійного комплексу за факторами А, В, С**

Групи і підгрупи за факторами	Число середніх (l)	Число спостережень (n)	Розрахункові дані				
			$\sum M_x$	$M_i = \frac{\sum M_x}{l}$	M_l^2	$\sum V$	$M = \frac{\sum V}{n}$
A_1	4	27	366,92	8414,39	2534,63	2534,63	93,87
A_2	4	39	419,08	104,77	10976,75	4065,14	104,23
Показники по фактору А		66	786,00	-	19391,14	6599,77	100,00
B_1	4	32	363,47	90,87	8257,36	301,99	91,19
B_2	4	34	422,53	105,63	11157,70	3585,78	105,46
Показники по фактору В		66	786,00	-	19415,06	6599,77	100,00
C_1	4	33	353,03	88,26	7789,83	3031,59	91,87
C_2	4	38	432,97	108,24	11715,90	3568,18	108,18
Показники по фактору С		66	786,00	-	19505,73	6599,77	100,0

$$C'_B = n\left(\frac{M_B^2}{l_B} - M_{заг}^2\right) = 66\left(\frac{19415,06}{2} - 9653,06\right) = 3595,02;$$

$$C'_C = n\left(\frac{M_C^2}{l_C} - M_{заг}^2\right) = 66\left(\frac{19505,78}{2} - 9653,06\right) = 6586,80.$$

За даними таблиць 74 і 75 визначаємо ступінь вільності середніх арифметичних для об’єднаних факторів:

А і В – $C'_{AB} = n\left(h_{AB} - h_A - h_B + M_{заг}^2\right)$,

де $h_{AB} = \frac{\sum M_{AB}^2}{l_A \cdot l_B} = \frac{39006,70}{2 \cdot 2} = 9751,07;$

$$h_A = \frac{\sum M_A^2}{l_A} = \frac{19391,14}{2} = 9695,57\,;$$

$$h_B = \frac{\sum M_B^2}{l_B} = \frac{19415,06}{2} = 9707,53.$$

Отже,

$$C'_{AB} = 66(9751,67 - 9695,57 - 9707,53 + 9653,06) = 107,58.$$

Таблиця 75.
Допоміжні розрахунки для обробки сполучень факторів

Підгрупи за факторами	Число серед-ніх (l)	Розрахункові дані		
		$\sum M_x$	$M_i = \frac{\sum M_x}{l}$	M_l^2
$A_1\ B_1$	2	165,78	82,89	6870,75
$A_1\ B_2$	2	201,14	100,57	10114,32
$A_2\ B_1$	2	197,69	98,84	9769,35
$A_2\ B_2$	2	221,39	110,69	12252,28
		786,00	-	$\sum M_{AB}^2$ =39006,70
$A_1\ C_1$	2	161,13	80,56	6489,91
$A_1\ C_2$	2	205,79	102,89	10586,35
$A_2\ C_1$	2	191,90	95,95	9206,40
$A_2\ C_2$	2	227,18	113,59	12902,69
		786,00	-	$\sum M_{AC}^2$ =39185,35
$B_1\ C_1$	2	159,79	79,89	6382,41
$B_1\ C_2$	2	203,68	101,84	10371,39
$B_2\ C_1$	2	193,24	96,62	9335,42
$B_2\ C_2$	2	229,29	114,64	13142,33
		789,00	-	$\sum M_{BC}^2$ =39231,55

Аналогічно розраховуємо часткові дисперсії для інших сполучень факторів:

А і С – $C'_{AC} - 66(9796{,}34 - 9695{,}57 - 9752{,}86 + 9653{,}06) = 64{,}02;$

В і С – $C'_{BC} = 66(9807{,}89 - 9707{,}53 - 9752{,}86 + 9653{,}06) = 36{,}96;$

А,В,С – $C'_{ABC} = 13212{,}54 - 2805{,}66 - 3595{,}02 - 6586{,}80 - 107{,}58 - 64{,}02 - 39{,}96 = 16{,}50.$

Знаходимо поправочний коефіцієнт $K = \frac{C_x}{C'_x} = \frac{9933{,}32}{13212{,}54} - 0{,}7518.$

Для виправлення часткових дисперсій $C'_x, C'_A, C'_B, C'_C, C'_{AB}, C'_{AC}, C'_{BC}, C'_{ABC}$ множимо на їх поправку 0,7512 і результати заносимо в другий рядок таблиці 75. Ступінь впливу досліджуваних факторів у формуванні загальної мінливості собівартості визначається відношенням ____________ часткових дисперсій по факторах $(C_A; C_B; C_C)$ і їх сполучень $(C_{AB}; C_{AC}; C_{BC}; C_{ABC})$ до загальної дисперсії (C_y). У нашому прикладі для фактора А (затрати живої праці на 1 ц приросту) $\eta_A^2 = \frac{C_A}{C_y} = \frac{2109{,}29}{12936{,}20} = 0{,}163$ тобто в умовах досліджуваних підприємств варіація продуктивності праці становить 16,3 % варіації собівартості виробництва продукції.

Фактор В (розмір витрат кормів на виробництво 1ц яловичини) становить 20,9 % коливання показника рівня собівартості, а фактор С (вартість 1ц корм. од.) – 38,3 %. Частка впливу у зміні рівня собівартості взаємодії факторів характеризується такими даними: А і В – 0,6 %; А і С – 0,4 %; В і С – 0,2 %; А, В і С – 0,1 %.

Знаходимо число ступенів вільності варіації, які в трифакторному дисперсійному комплексі обчислюють у такому порядку : $\nu_A = l_A - 1 = 1;\ \nu_B = l_B - 1 = 1;\ \nu_C = l_C - 1 = 1;$
$\nu_{AB} = \nu_A \cdot \nu_B = 1;\ \nu_{AC} = \nu_A \cdot \nu_C = 1;\ \nu_{BC} = \nu_B \cdot \nu_C = 1;$
$\nu_{ABC} = \nu_A \cdot \nu_B \cdot \nu_C = 1;\ \nu_x = \nu_A + \nu_B + \nu_C + \nu_{AB} + \nu_{AC} + \nu_{BC} + \nu_{ABC} = 7.$

Сума часткових ступенів вільності повинна давати їх число для загальної дисперсії $\nu_y = \nu_x + \nu_Z = 7 + 58 = 65.$

Девіати, розраховані за даними нашого прикладу, наведені у таблиці 75 по рядку 5.

відношенням залишкової девіати

Вірогідність дії факторів і їх сполучень визначаємо, як і раніше ___________ факторних девіат і їх сполучень до __________________. Для нашого прикладу наведені по рядку 5 таблиці величини девіат ділимо на залишкову дисперсію 51,77. Обчислені значення коефіцієнтів F записуємо по рядку 6.

Зіставляючи обчисленні та табличні значення F критеріїв бачимо, що загальнофакторна дисперсія σ_x^2 і дисперсії, викликані кожним з досліджуваних факторів, достовірні при всіх порогах імовірності (Р=0,95 ; Р=0,99; Р=0,999), оскільки $F_p > F_T$. Дисперсії, зумовлені сполученнями (при всіх можливих варіантах) факторів, виявились невірогідними.

8.1.3. Аналіз абсолютних змін досліджуваної ознаки

З аналітичної точки зору являє певний інтерес зіставлення груп у дисперсійному комплексі при вивченні впливу на результативну ознаку факторних ознак у різному їх сполученні (поєднанні). У трифакторному комплексі мають місце подвійні та потрійні взаємодії факторів. Наприклад, для розглядуваного прикладу розрахунку трифакторного комплексу середній рівень собівартості виробництва яловичини, сформованого під впливом факторів А і В при їх рівнях A_1 і B_1 становитиме $M_{A_1B_1}$ = 88,04 грн. (278,00 + 866,53) : (9 + 4).

Таблиця 76

Зведена інформація результатів лічильної обробки трифакторного дисперсійного комплексу

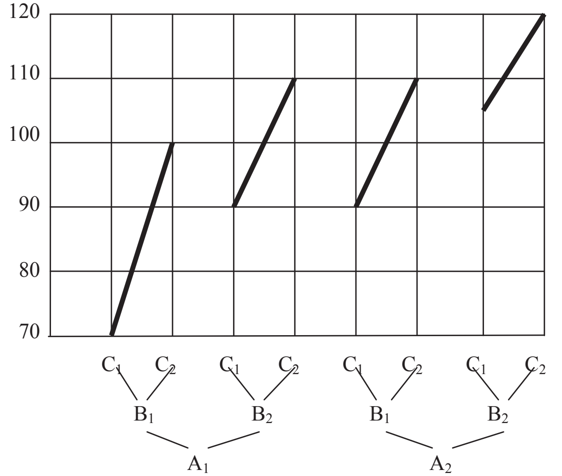
Статистичні характеристики	Умовні позначення	A	B	C	AB	AC	BC	ABC	x	z	y
Дисперсія											
невиправлена	C	2805,66	3595,02	6586,80	107,58	64,02	36,96	16,90	13212,54		
виправлена	$C = C' \cdot K$	2109,29	2702,74	4951,96	80,88	48,13	27,79	12,40	9933,32	3002,88	12936,20
Коефіцієнт співвідношення	η^2	0,163	0,209	0,383	0,006	0,004	0,002	0,001	0,768	0,232	1,000
Число ступенів вільності	ν	1	1	1	1	1	1	1	7	58	65
Девіата	σ^2	2109,29	2702,74	4951,69	80,88	48,13	27,79	12,40	1419,04	51,77	-
Критерій Фішера	F_p	40,74	52,21	95,65	1,56	0,93	0,54	0,24	27,41	-	-
розрахунковий	0,999	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	12,1	4,3	-	-
табличний	F_T 0,99 0,95	7,1 4,0	7,1 4,0	7,1 4,0	7,1 4,0	7,1 4,0	7,1 4,0	7,1 4,0	3,0 2,2	- -	- -

Аналогічно обчислюють названу
результативну (результативну/факторну) ознаку для всіх можливих сполучень вивчаючих факторних ознак. Нижче наведені середні рівні залежної змінної, одержані під впливом незалежних
сполучень змінних у різних варіантах їх _________. Тобто маємо середній рівень собівартості одиниці продукції, зумовлений впливом різних варіантів взаємодії факторів продуктивності праці, рівня затрат та їх вартості.

$М_{А_1В_1}$ =88,04; $М_{А_1В_2}$ =99,29; $М_{А_2В_1}$ =98,39;
$М_{А_2В_2}$ =109,78; $М_{А_1C_1}$ =84,25; $М_{А_1C_2}$ =101,57;
$М_{А\ C_1}$ =96,22; $М_{А_2C_2}$ =113,59; $М_{А_1C_1}$ =84,33;
$М_{В_1C_1}$ =101,84; $М_{В_2C_1}$ =97,41; $М_{В_2C_2}$ =115,67;
$М_{А_1В_1C_1}$ =69,50; $М_{А_1В_1C_2}$ =96,28; $М_{А_1В_2C_1}$ =91,63;
$М_{А_1В_2C_2}$ =109,51; $М_{А_2В_1C_1}$ =90,29; $М_{А_2В_1C_2}$ =107,40;
$М_{А_2В_2C_1}$ =101,61; $М_{А_2В_2C_2}$ =119,78.

При аналізі загальної дії досліджуваних факторів спочатку вивчають вплив на результа-
окремо тивну ознаку кожного фактора ______, а потім їх
сполучення ____________. Судячи по даних розглядуваного прикладу, виявився досить сильний вплив фактора С $\left(\eta_C^2 = 38{,}3\%\right)$. Як виразився вплив цього фактора, показує основний ряд часткових середніх $М_x$, показаний графічно на рис. 24. Із графіка і числового ряду добре видно, що фактор С при всіх градаціях факторів А і В діяв однаково: при C_1 до 14 грн. рівень собівартості приросту був порівняно низький, при C_2 – понад 14 грн. він підвищився. Найнижчий (69,50 грн.) рівень собівартості виробництва яловичини проявляється в групі $А_1B_1C_1$, оскільки сполучення факторів зумовлюючих такий рівень, містить найкращі показники продуктивності праці, витрат і вартості кормів у досліджуваній сукупності.

Рис. 24. Графічне зображення впливу факторів А,В,С та їх сполучень на результативну ознаку



Зіставлення груп $A_1B_1C_2$ і $A_1B_2C_2$ показує різницю середніх рівнів собівартості в підприємствах з однаково високою продуктивністю праці, низькою собівартістю витрачених кормів, але з різним рівнем їх витрат на виробництво 1ц яловичини. Ця різниця в розглядуваному прикладі становить $M_{A_1B_2C_2} - M_{A_1B_1C_2}$ =109,51 – 96,28 = = 13,23 грн. Зміна в

абсолютних _______________ рівнях результативної ознаки, викликана підвищенням продуктивності праці (А) і зниженням вартості кормів (С) при однаково низькому рівні їх затрат (B_1), показує різницю $M_{A_2B_1C_2} - M_{A\ B_1C_1}$ = 107,40 – 69,50 = 37,90 грн.

Як бачимо, значний вплив на результативну ознаку виявив цей фактор і в сполученнях з факторами А і В. Частка впливу цих сполучень становила відповідно 22,2 і 17,6 %.

Аналізуючи дію факторів А і В, не важко переконатися, що нижчий рівень результативної ознаки (собівартості) у підгрупі A_1B_1, а найвищий – підгрупі A_2B_2, оскільки ці підгрупи містять відповідно кращі і гірші показники факторних ознак – продуктивності праці і витрат кормів на 1 ц продукції. Різниця в рівнях собівартості тут становить 21,74 грн. (109,78 – 88,04).

сполучення

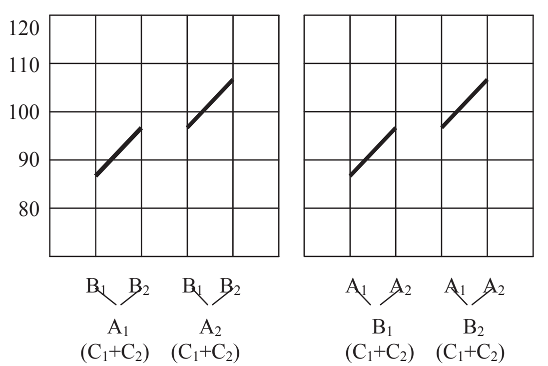
Подвійні (взаємодії/сполучення) факторів А і В показують зміни результативної ознаки при

різних

______ рівнях факторів А і В. Так зіставлення груп підприємств, які мають однаковий рівень по фактору А (продуктивність праці), дозволяє визначити, як впливає на абсолютну величину результативної ознаки фактор В (витрати кормів на 1 ц приросту). Різниця рівнів собівартості у даному випадку становить: $M_{A_1B_1} - M_{A_1B_2}$ = 99,29 – 88,04 = 11,25 грн.

Вплив сполучень факторів А і В показано графічно на рис. 25, який свідчить, що достатньо фактору В змінитися, як при градації першого фактора (A_1 і A_2) результативна ознака різко збільшується (рис. 25). Аналогічно проявляється і дія фактора А. При обох градаціях другого (B_1 і B_2) зміни фактора А призводять до різкого збільшення значення результативної ознаки (рис. 25). Аналогічно можна порівнювати між собою рівні результативної ознаки, зумовлені впливом всіх можливих сполучень факторів в аналізованому дисперсійному комплексі.

Рис. 25. Графічне зображення впливу факторів А і В при усередненому рівні фактора С



	Таким чином, за допомогою дисперсійного методу аналізу можна визначити не тільки частку дії досліджуваних факторів на результативну
абсолютну	ознаку, але й _________ зміну останнього під впливом того чи іншого фактора і їх взаємодій.
вплив	Аналізуючи (вплив/зміну) факторів на результативну ознаку як окремо, так і різних їх поєднань, потрібно мати на увазі, що не виключені випадки, коли дія окремих факторів дуже мало впливає (або зовсім не впливає) на результативну ознаку, тоді як вплив їх взаємодії досить значний.
	Це пояснюється так. Вплив
різних	(окремих/різних) поєднань факторів, що вивчаються, помітним чином проявляється
різниця	тільки у тих випадках, коли є _______ в дії
різних	одного фактора при _______ градаціях іншого. Особливий вплив поєднань у дисперсійному комплексі проявляється тоді, коли при одній градації першого фактора другий діє дуже мало або навіть негативно, а при іншій градації – сильно і сприяє позитивному напряму у зміні результативної ознаки. Наприклад, вивчаючи прибутковість будь-якої галузі виробництва, можна виявити, що при одних, здавалось би, достатніх рівнях забезпеченості її технікою, робочою силою і т.д. – галузь збиткова, а при інших рівнях (які на перший погляд здаються недостатніми) спостерігається підвищення прибутковості. У зв'язку з цим виникає необхідність викривати і вимірювати ступінь впливу не тільки окремих факторів, але також і їх взаємодій, як частини загального сумарного впливу.
	Оскільки завжди є деякі відмінності в діях одного фактора при різних рівнях (градаціях) іншого, сумарний вплив всіх врахованих факторів у кожній підгрупі дисперсійного комплексу
окремо;	складається з дій кожного фактора ______ і
поєднань	специфічного впливу їх ________.

Необхідно пам'ятати, що при аналізі відносних характеристик дисперсійної моделі виникає необхідність оцінки вірогідності одержаних різниць між частковими середніми. У даному випадку розраховується коефіцієнт

вірогідності

(вірогідності/імовірності):

$$F_p = \frac{P_C}{\sigma_Z^2} \cdot \frac{n_1 \cdot n_2}{n_1 + n_2} \text{ при } \nu_1 = 1;\ \nu_2 = \nu_Z,$$

де P_C – різниця між порівнюваними середніми комплексу;

σ_Z^2 – залишкова дисперсія;

n – число спостережень у порівнюваних групах комплексу;

$\nu_2 = \nu_Z$ – число ступенів вільності для залишкової дисперсії.

Як приклад визначимо вірогідність різниці у собівартості між групами $A_2B_2C_2$ і $A_2B_1C_1$. Вона становитиме: $M_{A_2B_2C_2} - M_{A_2B_1C_1}$ =119,78–90,29 = 29,49. Підставляючи у наведену вище формулу відповідні дані, одержимо:

$$F_p = \frac{29{,}49^2}{51{,}77} \cdot \frac{10 \cdot 9}{10 + 9} = 79{,}63.$$

табличне

Знаходимо ________ значення F_T при $\nu_1 = 1$; ν_2=58 (додатки К, Л). Воно дорівнює 4,0 і 7,1 при рівнях імовірності відповідно 0,95 і 0,99 . Оскільки $F_p > F_T$, вирахувана різниця визнається вірогідною. Звідси зниження собівартості виробництва яловичини залежно від рівня витрат кормів (В) і їх вартості (С) при постійному рівні продуктивності праці (А) потрібно визнати істотним. За таким же принципом встановлюється вірогідність різниці у будь – яких варіантах аналізованих факторів.

8.1.4. Можливості і обмеження застосування дисперсійного методу в статистико-економічному аналізі

Викладене вище не вичерпує можливостей дисперсійного аналізу. Знання його особливостей дозволяє безпосередньо оцінити вірогідність тих чи інших розрахунків при використанні методів статистичних групувань, кореляції, регресії. Особливо широкі можливості при оцінці множинних кореляційних залежностей (мова про них піде у наступній частині видання). Маючи порівняно невелике число одиниць спостереження, можна вводити у дисперсійний аналіз ряд ознак – факторів, обчислюючи випадкову помилку на достатньо великому числі ступенів вільності.

Зіставляючи кореляційні моделі з двома та більше змінними на невеликій сукупності об'єктів, за допомогою дисперсійного аналізу можна вирішити два дуже важливих питання: по-

взаємозв'язку

перше, в якому ____________ знаходяться включені в модель фактори, і, по-друге, чи

істотними

будуть __________ висновки, зроблені на невеликій вибірці змінних. Неврахування цього положення відніме багато часу у пошуках істотних факторів – аргументів, а іноді навіть знецінює економічні дослідження.

Відмічаючи позитивні сторони дисперсійного аналізу, потрібно підкреслити, що він має ряд переваг, які вигідно відрізняють його від інших статистико – математичних методів. Назвемо головні з них. Використовуючи даний метод у багатофакторному аналізі економічних явищ, можна отримати картину, яка показує вплив кожного фактора у різних умовах,

змінами різних факторів.

комбінацій

створюваних ______________________. При цьому застосування найрізноманітніших (визначених/комбінацій) факторів, що вивчаються, дає більш надійну основу для практичних рекомендацій, які залишаються придатними і при змінюваних умовах.

Аналізуючи економічні явища, де фактори

	інколи знаходяться у складному переплетінні, дисперсійний метод дозволяє об’єктивно пояснити складну картину, що виникає при такій взаємодії.
	Разом з тим, потрібно пам’ятати про деякі обмеження дисперсійного аналізу. Так, суттєвим недоліком цього методу є те, що на результати досліджень впливає рівень показників підгруп (по досліджуваних факторах), що становить дисперсійний комплекс.
	Отже, дисперсійні моделі, побудовані при одних рівнях факторних градацій, можуть мати
вірогідний	__________ вплив, а при інших рівнях такий
відсутній	вплив __________. Одночасно потрібно наголосити, що результат оцінки по факторах
згруповані	залежить від того, як (згруповані/побудовані) дані дослідження в статистичному комплексі.
	Необхідно вказати і на обмеження у
вірогідності	визначенні оцінки (вірогідності/імовірності) впливу факторів. Якщо величина вирахуваного коефіцієнта F_p перебільшує його табличне значення F_T, то вплив досліджуваного фактора
вірогідним	вважається __________, а якщо не перебільшує межу своїх випадкових коливань, то фактор не є суттєвим і не впливає на результат. Отже, не слід поспішати з висновком, оскільки причиною його невизначеності є недостатня кількість одиниць у вибірці для його переконливого підтвердження, а не різкий вплив факторів.
	Інколи величина F_p може опинитись менше свого табличного значення не тільки через недостатньо різкий вплив фактора, що вивчається, або недостатню чисельність вибірки. Причиною може бути і те, що помилка кожного з показників, взятих окремо, дуже велика в
неоднорідності	результаті завищеної __________ досліджуваних даних. Величину F_p (занижену) зумовлюють і властивості самих факторів, такі
функціональні	як __________ і близькі до них зв’язки між

факторами, використання в аналізі однорічних даних та ін. У результаті показники значно відрізняються від 0 або від 1, що збільшує їх

випадкові

можливі (випадкові/визначені) коливання. Це відбивається на величині їх помилки, а від останньої залежить значення розрахованого коефіцієнта F_p.

Поспішний висновок стосовно

несуттєвості

(істотності/несуттєвості) впливу фактора може тільки гальмувати подальші пошуки. Можливо цим і пояснюється переконання окремих дослідників відносно статистичної оцінки вірогідності дослідження взагалі. Недоведеність істотності впливу фактора повинна не стримувати, а навпаки, стимулювати подальші пошуки, покращення експерименту як у відношенні техніки обробки, так і підбору самого матеріалу. У такому випадку одержані позитивні результати стають ще більш неспростовними.

Щоб у дисперсійному аналізі мати об’єктивні результати, необхідно дотримуватись

правил

певних (правил/умов) побудови (організації) дисперсійних комплексів. Якщо поділити групи на підгрупи (градації) таким чином, що в кожній з них рівні показників виявляться близькими по величині, а між групами різко різняться, то дисперсійний аналіз може призвести до негативної відповіді на питання про істотність досліджуваних факторів. Це є наслідком того, що у загальній кількості показників у середній групи

мало відрізняються

буде багато таких із них, які _______________ один від одного, що може погасити відмінності між іншими. Різкі ж відмінності між середніми груп ніби зникнуть у великій кількості подібних один до одного середніх.

Аргументуючи сказане, потрібно підкреслити, що дана обставина, обмежуючи можливості застосування дисперсійного аналізу у техніці, біології, тощо не так вже й небезпечна в галузі економіки

______________. Тут оцінка в загальному і в цілому всіх відмінностей у характеристиках одиниць спостереження майже не має сенсу. В економічному аналізі дуже важлива оцінка відмінностей між кожною групою.

Із факту наявності у дисперсійному методі аналізу недоліків не випливає, що потрібно якось обмежити застосування цього методу в економіці. Мова йде не про обмеження, а про

правильне

__________ використання його в економічних дослідженнях, оскільки даний метод тільки у вказаному випадку є високоефективним. У цілому він повинен зайняти одне із перших місць серед інших статистико-математичних методів багатофакторного кількісного вивчення економічних процесів і явищ у будь-якій сфері людської діяльності.

§ 8.2. Кореляційно-регресійний аналіз

8.2.1. Загально-теоретичні основи кореляційно-регресійного методу аналізу

Будь-яке явище природи і суспільства не може бути усвідомленим і зрозумілим без обґрунтування його зв'язків з іншими явищами. Щоб пізнати сутність явищ, необхідно розкрити їх взаємовідносини, кількісно визначити вплив тих або інших об'єктивних і суб'єктивних факторів.

Вплив цих факторів на рівень економічних показників до недавнього часу визначався в основному за допомогою методу

статистичних групувань

_____________________ (цей метод розглянуто у темі 3). Співвідношення ознак, виявлених в результаті статистичних групувань, відрізняються від співвідношень, які мають місце при

функціональних

(функціональних/цілісних) зв'язках, коли кожному значенню аргументу відповідає визначене значення функції. Метод статистичних групувань дозволяє встановити тільки ________

наявність

зв'язку між явищами, не визначаючи при цьому

кількісні	його порівняльні ________ параметри. Через це поряд з методом групувань, які відіграють винятково важливу роль у економічних дослідженнях, для рішення подібних питань необхідно застосовувати і інші методи, зокрема, метод кореляції. Термін «кореляція» вперше застосував Ж. Кюв'є в праці «Лекції з порівняльної анатомії» (1800-1805 рр.). Початкові математичні побудови методу кореляції були дані О.Браве у 1846 р. («кореляція» – від латинського «correlation» відношення, що означає співвідношення, відповідність предметів або понять).
неповний	**Кореляцією** називається (неповний/повний) зв'язок між досліджуваними явищами. Це така залежність, коли будь-якому значенню однієї
декілька	змінної величини може відповідати ________ різноманітних значень іншої змінної. Вона
закон	відображає (умову/закон) множини причин і наслідків і є вільною неповною залежністю.
	У дослідженнях важливо вивчати не стільки міру кореляції, скільки форму її і характер зміни однієї ознаки в залежності від зміни другої. Ці задачі розв'язуються методами регресійного аналізу. Перші спроби застосування цього методу в економіці були зроблені у кінці XIX і на початку XX століття в Росії – роботи Е.Е.Слуцького, А.А.Чупрова, на Заході – роботи В.Парето, Гукера та ін.
	Кореляційний аналіз є свого роду логічним
статистичних групувань	продовженням (розвитком) методу ___________, його поглибленням. Він допомагає вирішити цілий ряд нових завдань у економічному аналізі. Розрахунки на основі кореляційних моделей підвищують ступінь точності аналізу, часто виявляють недоліки попереднього аналізу. Перевага цього методу складається також і в тому, що він дає можливість розв'язувати задачі, які не можна вирішити за допомогою інших

методів економічного аналізу – як, наприклад, розділ впливу багатьох факторів, які діють взаємопов’язано і взаємозумовлено.

Використання методу кореляції і регресії дозволяє вирішити такі основні завдання: 1) встановити характер і тісноту зв’язку між досліджуваними явищами; 2) визначити і кількісно виміряти ступінь впливу окремих факторів та їх комплексу на рівень досліджуваного явища; 3) на підставі фактичних даних моделі залежності економічних показників від різних факторів розраховувати кількісні зміни аналізованого явища при прогнозуванні показників і давати об'єктивну оцінку діяльності підприємств.

Відомо, що існує два типи
залежності (відмінності/залежності) явищ: функціональний і кореляційний. При функціональному зв’язку зміна однієї ознаки чи показника на певну величину викликає за собою зміни другої ознаки
чітко визначену чи показника на _________________ величину. Такого роду залежність в її чистому вигляді зустрічається в математиці, фізиці, хімії.

При кореляційній залежності будь-якому значенню однієї змінної величини може
декілька відповідати __________ чи навіть безліч різноманітних, тобто варіюючих значень іншої змінної величини.

Головна відмінність кореляційної залежності від функціональної полягає в тому, що функціональний зв’язок має місце в кожному окремому випадку спостереження, а кореляційний проявляється так само лише в
середньому _____________ або в цілому для всієї даної сукупності спостережень і є неточним у відношенні окремих спостережень.

Кореляційний зв’язок величин полягає в тому, що при заданій одній з них встановлюється
ймовірності не одне точне значення, а ____________ різноманітних значень іншої. Таким чином,

	залежність виявляється не між самими величинами, а між кожною з них і відповідним математичним очікуванням іншої.
взаємозв'язків	Вивчення (взаємозв'язків/сполучень) кореляційного типу має істотне значення особливо при аналізі явищ, які складаються під впливом великої кількості певних умов.
математичними	За своїми _______________ особливостями кореляційні залежності можуть бути додатними і від'ємними, прямолінійними і криволінійними, простими і множинними.
простою формою	Коли визначається зв'язок між двома ознаками, кореляція називається _______; якщо ж явище розглядається як результат впливу декількох факторів – множинною. За (типом/формою) кореляційна залежність буває прямолінійною і криволінійною, за напрямком – прямою (додатною) і оберненою (від'ємною).
особливості	Необхідно підкреслити дві (умови/особливості), властиві кореляційному аналізу:
	1) при використанні кореляційного методу вирішальне значення має всебічний, економічно усвідомлений попередній аналіз даних господарської діяльності. Слід пам'ятати, що зв'язок між ознаками і властивостями не є результатом математичних розрахунків, а лежить в природі самих економічних явищ і за допомогою методів математичної статистики можна лише виразити об'єктивно існуючі закономірності економічних процесів;
	2) кореляцію можна виявити лише досліджуючи достатньо велику сукупність спостережень, оскільки кореляційні зв'язки виявляються в формі спряженого варіювання двох або кількох зіставлених ознак.
	Кореляційно-регресійний аналіз включає три етапи: 1) математико-економічне моделювання; 2) рішення прийнятої моделі шляхом знаходження параметрів кореляційного рівняння

(кореляційне рівняння, за первинною пропозицією англійського статистика–математика Ф.Гальтона, називають також рівнянням регресії); 3) оцінка і аналіз одержаних результатів.

Статистичне дослідження кореляційної залежності включає завдання визначення форми

кількісної

зв'язку і знаходження _________ характеристики цієї форми. Процес встановлення форми зв'язку і вибору математичного рівняння, яке могло б найбільш повно відображати характер взаємозв'язку між ознаками досліджуваного явища, має вирішальне значення в кореляційному аналізі.

Питання вибору форми зв'язку та математичного рівняння можна вирішити на основі кількісного соціально-економічного аналізу явищ, що вивчаються, використовуючи при цьому такі методи статистичного аналізу, як графічний, статистичні групування, дисперсійний аналіз та ін.

прямолінійному

При ________________ зв'язку збільшення факторної ознаки (x) викликає безперечне збільшення (чи зменшення) результативної

у середньому

ознаки (y) ______________ на певну величину.

Повну характеристику лінійного зв'язку можна одержати, користуючись

критерієм

(критерієм/умовою) лінійної кореляційної залежності акад. В.С.Немчинова. Цей критерій

схему

являє таку _____:

1) $\overline{yx} = \overline{y} \cdot \overline{x} =$ повна відсутність лінійного кореляційного зв'язку;

2) $\overline{yx} \succ \overline{y} \cdot \overline{x}$ – прямий зв'язок між ознаками;

3) $\overline{yx} \prec \overline{y} \cdot \overline{x}$ – зворотний зв'язок між ознаками;

4) $\overline{yx} \cdot \overline{y} \cdot \overline{x} = \sigma y \cdot \sigma x$ – повна лінійна функціональна залежність.

У випадку, коли в кореляційному аналізі

групові

використовують (арифметичні/групові) середні, характер зв'язку між ознаками визначають за коефіцієнт кореляції

ляції

зміною останніх. Більш чи менш правильна систематична зміна їх від групи до групи свідчить про наявність прямолінійної залежності.

Показником тісноти зв'язку є лінійний ___________________, величина якого визначається за такою формулою:

$$ч_{yx} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n}\right]\left[\sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n}\right]}}.$$

Перетворення цієї формули призводить до вигляду: $r_{yx} = \frac{\overline{xy} - \overline{x} \cdot \overline{y}}{\sigma_x \sigma_y}$. Коефіцієнт кореляції коливається в межах від 0 до ± 1.

8.2.2. Рівняння регресії, визначення його параметрів

Рівняння, що відображує зміну середньої величини однієї ознаки (y) в залежності від другої (x), називається рівнянням регресії або рівнянням кореляційного зв'язку.

простій

При (загальній/простій) кореляції це рівняння має вигляд:

$$\overline{y}_x = a_0 + a_1 x,$$

де $\overline{y}_x$ – середнє теоретичне значення y при даному значенні x; a_0, a_1 – параметри рівняння.

рівняння

Кореляційне (рівняння/значення) пов'язує результативну ознаку з факторною у вигляді рівняння прямої лінії, де параметр a_1 визначає середню зміну результативної ознаки (y) при зміні факторної ознаки (x) на одиницю її натурального виміру.

Невідомі параметри a_0 і a_1 знаходять за способом найменших квадратів, який ставить умову, щоб сума квадратів відхилень y від аплікат $\overline{y}_x$, обчислених за рівнянням регресії,

найменшою

була _____________, або, інакше кажучи, щоб при зображенні в прямокутній системі координат максимально близько

теоретична лінія регресії проходила б _______________________ до фактичних даних. Такій умові відповідає пряма, параметри якої є коренями системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum x = \sum y \\ a_0 \sum x + a_1 \sum x^2 = \sum xy. \end{cases}$$

Приклад. Розглянемо кореляційну залежність між затратами праці на виробництво одиниці продукції (y) і рівнем автоматизації процесів в 64 підприємствах.

За даними спостереження вирахуємо допоміжні величини (табл. 77). Підставивши в систему нормальних рівнянь замість буквених позначень обчислені сумарні значення, одержимо:

$$\begin{cases} 64a_0 + 40{,}96a_1 = 156{,}38; \\ 40{,}96a_0 + 27{,}527a_1 = 98{,}9720 \end{cases}.$$

Таблиця 77. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення параметрів кореляційного рівняння**

Дані спостереження по 64 підприємствах		Розрахункові величини		
Затрати праці на одиницю, люд.-днів	Показник рівня автоматизації, х	*xy*	x^2	y^2
1,39	0,82	1,2398	0,6724	1,9321
1,54	1,00	1,5400	1,0000	2,37716
…	…	…	…	…
Всього 156,38	40,96	98,9720	27,5276	419,9248

Порівняємо коефіцієнт при невідомому a_0 і віднімемо з першого рівняння друге:

$$\begin{array}{r} a_0 + 0{,}6400a_1 = 2{,}4434 \\ -\, a_0 + 0{,}6721a_1 = 2{,}4163 \\ \hline -0{,}0321a_1 = 0{,}0271 \end{array},$$

звідки

$$a_1 = \frac{0{,}0271}{0{,}0321} = -0{,}8442.$$

Підставимо значення параметра

a_1=-0,8442 у перше рівняння, обчислимо значення параметра a_0:

$$a_0 + 0{,}6400(-0{,}8442) = 2{,}4434;$$

$a_0 = 2{,}4434 + 0{,}5403;\ a_0 = 2{,}9837$.

Таким чином, рівняння лінії регресії прийме такий аналітичний вигляд: $\overline{Y_x} = 2{,}9837 - 0{,}8442x$.

Перевірка правильності рішення:

$\overline{y} = 156{,}38 : 64 = 2{,}44;$

$\overline{x} = 40{,}96 : 64 = 0{,}64;$

$\overline{y} = 2{,}98 - 0{,}84 \cdot \overline{x} = 2{,}98 - 0{,}84 \cdot 0{,}64 = 2{,}98 - 0{,}54 = 2{,}44.$

Для зручності інтерпретації виразимо *x* (факторну ознаку) в відсотках. У цьому випадку коефіцієнт при *x* зменшиться в 100 разів.

Таким чином, у загальному вигляді рівняння матиме вигляд:

$$\overline{y}_x = 2{,}98 - 0{,}008x.$$

Економічна інтерпретація даного кореляційного рівняння така: збільшення рівня автоматизації процесу на 1% призводить до зменшення витрат живої праці на одиницю продукції в середньому на 0,008 людино –дня.

8.2.3. Криволінійна регресія

нерівномірного

При криволінійній формі зв’язку збільшення факторної ознаки призводить до ________________ збільшення (або зменшення) результативної ознаки, або ж зростання її величини змінюється спаданням, а зменшення – збільшенням.

оптимальних

параболи

Для визначення зв’язку між ознаками, взаємовідношення яких передбачає можливість існування _________________ розмірів операцій, використовують рівняння (параболи/гіперболи):

$$\overline{y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 x^2.$$

критичну

Одна з особливостей цього типу кривої та, що вона завжди має точку перетину (__________ точку), яка характеризує оптимальний варіант розміру величини результативної ознаки, і змінює напрямок свого руху лише один раз. Якщо в рівнянні величина α_1 виражена від’ємним числом, а α_2 – додатним, то крива змінюватиме напрямок спаду на зростання.

параметрів

Для розрахунку (параметрів/умов) рівняння параболи другого порядку використовується така система нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} \alpha_0 n + \alpha_1 \sum x + \alpha_2 \sum x^2 = \Sigma y; \\ \alpha_0 \sum x + \alpha_1 \sum x^2 + \alpha_2 \sum x^3 = \Sigma xy; \\ \alpha_0 \sum x^2 + \alpha_1 \sum x^3 + \alpha_2 \sum x^4 = \Sigma x^2 y. \end{cases}$$

Приклад. Розглянемо залежність собівартості одиниці продукції від рівня спеціалізації виробництва (x, %) на прикладі 20 підприємств. Для рішення рівняння параболи підставляємо в систему нормальних рівнянь відповідні, попередньо розраховані, підсумкові дані. Отже, одержимо

$$\begin{cases} 20\alpha_0 + 1171{,}58\alpha_1 + 75489{,}78\alpha_2 = 2033{,}04; \\ 1171{,}58\alpha_0 + 75489{,}78\alpha_1 + 5180169{,}86\alpha_2 = 121585{,}39; \\ 75489{,}78\alpha_0 + 5180169{,}86\alpha_1 + 371409983{,}95\alpha_2 = 8001658{,}22. \end{cases}$$

Розв’язавши цю систему рівнянь, знаходимо значення параметрів:

$$\alpha_0 = 132{,}95; \;\; \alpha_1 = -1{,}79; \;\; \alpha_2 = 0{,}02.$$

Рівняння зв’язку у даному випадку має такий аналітичний вигляд: $\overline{y}_x = 132{,}95 - 1{,}79x + 0{,}02x^2$.

Застосування гіперболічної форми кореляційного зв’язку розглянемо на прикладі залежності рівня виробничих витрат на одиницю продукції (y) від об’єму її виробництва (x).

Відомо, що загальна сума затрат виробництва ділиться на дві групи. До першої відноситься сума витрат, яка залежить від кількості виробленої продукції. Ця група включає вартість використаної сировини і затрати на оплату праці. Друга група витрат містить в собі суму витрати, які не залежить або непрямо залежних від об’єму виробленої продукції . До них відносять амортизацію, поточний ремонт, інші основні і накладні витрати. Позначимо суму витрат першої групи, яка припадає на одиницю продукції, через z_0 кількість виробленої продукції – через x. Загальна сума витрат цієї групи становить z_0x. Суму витрат другої групи позначимо через z_1. Тоді загальна сума витрат буде $xy=z_0x+z_1$. Щоб визначити рівень витрат, які припадають на одиницю продукції, потрібно отриманий вираз поділити на x. Ця залежність матиме вигляд: $У = z_0 + z_1 \frac{1}{x}$.

Даний вираз нагадує рівняння гіперболи:

$$\bar{y}_x = a_0 + a_1 \frac{1}{x}.$$

Таким чином, залежність рівня витрат виробництва продукції від виробленої її кількості може бути виражена рівнянням двочленної гіперболи. Параметри цього кореляційного рівняння визначаємо за такою системою рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y; \\ a_1 \Sigma \frac{1}{x} + a_1 \Sigma (\frac{1}{x})^2 = \Sigma \frac{1}{x} У. \end{cases}$$

Використовуючи попередньо розраховані підсумкові дані по 66 підприємствах, запишемо наведену систему рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} 66a_0 + 111{,}8938a_1 = 840{,}9200; \\ 111{,}8938a_0 + 260{,}7022a_1 = 1419{,}7429. \end{cases}$$

Розв'язавши ці рівняння, одержимо наступні числові значення параметрів: $\alpha_0 = 12{,}8826; \alpha_1 = 0{,}0834.$

Шукане кореляційне рівняння зв'язку собівартості одиниці продукції та об'єму її виробництва матиме вигляд:

$$\bar{y}_x = 12{,}88 + \frac{0{,}08}{x}.$$

Якщо інтервал зміни факторної ознаки значний, використовують рівняння тричленної гіперболи:

$$\bar{y}_x = \alpha_0 + \alpha_1 x + \alpha_2 \frac{1}{x}.$$

Система нормальних рівнянь у даному випадку буде наступною:

$$\begin{cases} \alpha_0 n + \alpha_1 \Sigma x + \alpha_2 \Sigma \frac{1}{x} = \Sigma y; \\ \alpha_0 \Sigma x + \alpha_1 \Sigma x^2 + \alpha_2 n = \Sigma xy; \\ \alpha_0 \Sigma \frac{1}{x} + \alpha_1 n + \alpha_2 \Sigma (\frac{1}{x})^2 = \Sigma \frac{1}{x} y \end{cases}.$$

У прикладі, який розглядається, ця система має вигляд:

$$\begin{cases} 66\alpha_0 + 51{,}2349\alpha_1 + 111{,}8938\alpha_2 = 840{,}9200; \\ 51{,}2349\alpha_0 + 52{,}5867\alpha_1 + 66\alpha_2 = 671{,}0019; \\ 111{,}8938\alpha_0 + 66\alpha_1 + 260{,}7022\alpha_2 = 1419{,}7429. \end{cases}$$

Розв'язавши наведену систему рівнянь, одержимо числове значення параметрів: $\alpha_0 = 12{,}6407;$ $\alpha_1 = 0{,}8694;$ $\alpha_2 = 0{,}3388.$ Відповідно, кореляційне рівняння зв'язку матиме вигляд:

$$\bar{y}_x = 12{,}64 + 0{,}87x + \frac{0{,}34}{x}.$$

аналітичного експонентної	Для (аналітичного/кількісного) виразу явищ, які відносяться до вивчення темпів росту, використовують рівняння _____________ кривої: $\bar{y}_x = \alpha_0 \cdot \alpha_1^x$, де α – фактор – аргумент (порядковий номер року, який в аналітичних рівняннях динаміки одержує значення 1,2, 3 і т. д.), α_0 – показник базисного року; α_1 – середньорічний темп зростання.

Невідомі параметри a_1 і a_1 у наведеній вище формулі визначають логарифмуванням, перетворивши показникову функцію в пряму: $Lgy = Lga_0 + xLga_1$.

Система нормальних рівнянь при цьому має вигляд:

$$\begin{cases} n\lg\alpha_0 + \lg\alpha_1\Sigma x = \lg y; \\ \lg\alpha_0\Sigma x + \lg\alpha_1\Sigma x^2 = \lg y\Sigma x \end{cases}.$$

Приклад. Розглянемо зміну затрат праці на одиницю продукції *(y)* у підприємствах адміністративного району за десятирічний період (2003-2012 рр.) Як відомо, показник затрат праці на одиницю продукції має завжди позитивне значення. При зниженні його рівня крива асимптотично (поступово) наближається до осі абсцис, але ніколи не може стати прямою, перетворитися в нуль або перетнути горизонтальну вісь, оскільки суспільство не може виробляти продукцію без затрат праці. У цьому випадку показники динаміки змінюються в геометричній прогресії.

Підставляючи попередньо розраховані сумарні показники для нашого прикладу в наведену вище систему нормальних рівнянь; одержимо:

$$\begin{cases} 10\lg\alpha_0 + 55\lg\alpha_1 = 3.77; \\ 55\lg\alpha_0 + 385\lg\alpha_1 = 20.44. \end{cases}$$

Розв’язавши цю систему рівнянь, одержимо логарифми числових значень невідомих параметрів: $\lg\alpha_0 = 0.39592$; $\lg\alpha_1 = 0.00347$.

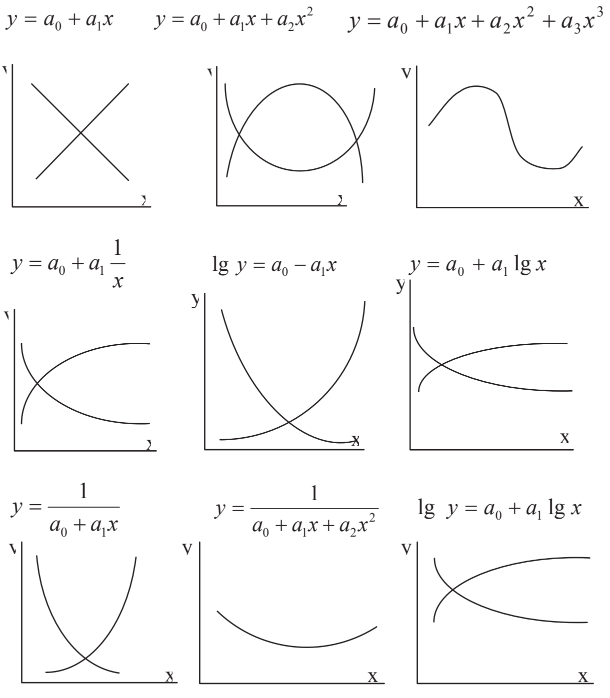
Визначивши антилогарифми, знайдемо значення параметрів: a_0=2,49; a_1=0,99.

Одержане рівняння зв'язку матиме аналітичний вигляд: $\overline{y}_x = 2{,}49 \cdot 0{,}99^x$. Дане рівняння має таку економічну інтерпретацію: середні затрати праці на одиницю продукції в підприємствах району в нульовому періоді (2003 р.) досліджуваного відрізку часу складають 2,49 люд.-дня, а зниження їх в кожному наступному періоді становить 1 %.

степеневу	В аналізі економічного явища часто використовують (показникову/степеневу) функцію виду $y = \alpha_0 x^{\alpha_1}$. Нелінійність відносно своїх констант зумовлюють її перетворення (шляхом логарифмування) в логарифмічно – лінійну функцію виду $\lg y = \alpha_0 + \alpha_1 \lg x$.
нормальних	Таке перетворення дає можливість розв'язувати систему __________ рівнянь методом найменших квадратів.
логарифмічну пропорційність	Застосовують (степеневу/логарифмічну) лінійну функцію для явищ, характерних тим, що в міру приросту абсолютної величини факторної ознаки її вплив на результативну ознаку знижується. Для цього типу функції характерна (пропорційність/відповідність) не абсолютних приростів (як для рівняння прямої лінії), а відносних приростів економічних показників, які вивчаються.
геометричною логарифмічна крива	Якщо природа взаємовідношень економічних явищ така, що середня арифметична результативної ознака (*y*) пов'язана із середньою ____________ факторні ознаки (*x*), то математичний вираз подібної залежності, тобто оцінку однієї змінної по другій, дає _______________, гіпотетичне рівняння якої: $y = \alpha_0 + \alpha_1 \lg x$.

Відсутність числових значень логарифмів для нульових і від'ємних чисел обмежує можливості у використанні логарифміческих функцій в окремих випадках економічного аналізу.

Рис 26. Лінії основних математичних функцій



На рис. 26 представлені графічні зображення ліній основних математичних функцій.

Наявність випадкових факторів зумовлює ймовірнісний характер висновків про ступінь ______________. При цьому значення коефіцієнта кореляції, як і інших кореляційних характеристик, оцінюють на (вірогідність/імовірність). Суть такої оцінки міститься в зіставленні систематичної варіації результативної ознаки, зумовленої варіацією факторної ознаки, з випадковою варіацією (помилкою) результативної ознаки. З цією метою використовують критерії Ст'юдента і критерії Фішера.

Критерій Ст'юдента розраховується за

тісноти зв'язку

вірогідність

формулою $t_p = \frac{|r|}{\mu_r}$,

де μ_r – середня помилка вибірки коефіцієнта кореляції, яка обчислюється за відношенням: $\mu = \frac{1-r^2}{\sqrt{n-1}}$.

зіставляють

Одержане значення t_p (зіставляють/визначають) з його табличним значенням (додаток Г) і роблять висновки про (можливість/вірогідність) коефіцієнта кореляції. Його величина визнається вірогідною, якщо $t_p > t_т$.

вірогідність

вірогідних

У практичних розрахунках, для оцінки надійності коефіцієнта кореляції як правило, використовують таблиці (вірогідних/теоретичних) значень коефіцієнтів кореляції для відповідної кількості спостережень, тобто даного об'єму і рівня ймовірності (додаток М).

надійності

Оскільки сам коефіцієнт кореляції є свого роду критерієм ______________ досліджуваної залежності факторних і результативних ознак то висновок про його вірогідність може бути поширений на інші параметри кореляційно-регресійної моделі в цілому.

8.2.4. Множинна кореляція

До цих пір розглядалися моделі простої кореляції, тобто кореляційної залежності між двома ознаками. Проте в практиці економічного аналізу часто доводиться вивчати явища, які складаються під впливом не одного, а багатьох різних факторів, кожний з яких окремо може не справляти вирішального впливу. Сукупний же вплив факторів інколи виявляється достатньо сильним, щоб по їх змінах можна було робити висновки про величини показника досліджуваного явища. Методи (вимірювання/порівняння) кореляційного зв'язку одночасно між двома, трьома і більше кореляційними ознаками

вимірювання

створюють вчення про множинну кореляцію (питання множинної кореляції вперше досліджувались англійським вченим Ф.А.Еджвортом у кінці XIX ст.).

множинної

У моделях (множинної/простої) кореляції залежна змінна «*y*» розглядається як функція кількох (у загальному випадку *n*) незалежних змінних «*x*».

Припущення про наявність лінійного зв'язку рівняння множинної регресії може бути показано в такому вигляді:

$$\overline{y}_{x_p x_n} = \alpha_0 + \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2 + \alpha_3 x_3 + ... + \alpha_n x_n .$$

Із геометричної точки зору це рівняння визначає у просторі площини відповідних змінних $x_{1,} x_2, x_3, ..., x_n$ і *y*.

очікувані

Множинне кореляційне рівняння встановлює зв'язок між досліджуваними ознаками і дозволяє вирахувати (визначені/очікувані) значення результативної ознаки під впливом включених в аналіз ознак – факторів, зв'язаних даним рівнянням.

додатне

Для оцінки ступеня тісноти зв'язку між результативною і факторними ознаками обчислюють коефіцієнт множинної кореляції. Величина його завжди ___________ число, яке знаходиться в межах від 0 до 1.

простої

У множинних кореляційно-регресійних моделях коефіцієнт (простої/оберненої) кореляції між результативною ознакою і факторними, а також між самими факторними ознаками розраховують за формулами:

парні – $ryx_1 = \dfrac{\overline{yx_1} - \overline{y} \cdot \overline{x_1}}{\sigma_y \sigma_x}$; $\quad ryx_2 = \dfrac{\overline{yx_2} - \overline{y} \cdot \overline{x_2}}{\sigma_y \sigma_{x_2}}$

$$rx_1 x_2 = \frac{\overline{x_1 x_2} - \overline{x_1} \cdot \overline{x_2}}{\sigma_{x_1} \sigma_{x_2}};$$

часткові – $ryx_1 \cdot x_2 = \dfrac{ryx_1 - ryx_2 \cdot rx_1 x_2}{\sqrt{1 - r^2}\, yx_2 \sqrt{1 - r^2}\, x_1 x_2}$;

$$ryx_2 \cdot x_1 = \frac{ryx_2 - ryx_1 \cdot rx_1x_2}{\sqrt{1-r^2 yx_1}\sqrt{1-r^2 x_1x_2}};$$

множинні (для двофакторної моделі):

$$Ryy_1x_2 = \sqrt{1-(1-r^2 yx_1)(1-r^2 yx_2 \cdot x_1)}.$$

вірогідності

Оцінку (вірогідності/імовірності) множинного коефіцієнта кореляції (так як і кореляційного рівняння в цілому) одержують шляхом розрахунку F – критерію:

$$F_p = \frac{R}{P-1} : \frac{1-R^2}{n-P},$$

де Р – кількість параметрів кореляційного рівняння.

табличними

Розрахункові значення F–критерію зіставляють з ____________ (додатки К. Л). Якщо одержана величина F–критерію більше його табличного значення, коефіцієнт кореляції визнається вірогідним. Аналогічний висновок робиться по інших загальних характеристиках кореляційної моделі, таким як параметри рівняння, коефіцієнти детермінації та ін.

8.2.5. Загальнотеоретичні передумови застосування методів кореляційно-регресійного аналізу економічних явищ

одне конкретне

неповні

Розгляд природи основних статистико-математичних методів і теоретичних передумов їх застосування в економічному аналізі почнемо зі стверджуючого припущення, що функціональні зв’язки в галузі економіки відсутні. Як уже було сказано раніше при функціональній залежності кожному конкретному значенню аргументу відповідає ____________________ значення функції. Такі залежності в абсолютно чистому вигляді демонструються абстрактними математичними формулами. В конкретних же економічних явищах, які зумовлюються множинністю причин, присутні __________ зв’язки або кореляційні. Їх ще прийнято називати статистичними. Багатозначність цих зв’язків породжується випадковими явищами.

Існують також підстави припустити, що економічні показники не обов'язково підпорядковуються закону нормального розподілу. Наприклад, відомі англійські вчені – статистики, які мають багатий досвід дослідження статистичних зв’язків, Е.Юл. і М.Дж. Кендел у частині закону нормального розподілу наводять слова К.Пірсона: «Цей закон не є загальний закон природи, ми повинні буквально полювати за подібними випадками»[1]. У працях Е.Юла є твердження, що в економічній статистиці дуже важко підібрати навіть дві взаємопов’язані змінні, які характеризуються симетричним розподілом. Хоча потрібно сказати, що з проникненням статистики в галузь технологічних процесів (особливо промислового виробництва) відкрито немало розподілів, близьких до нормального.

Говорячи про природу кореляційно-регресійного методу, потрібно пам'ятати, що

математичним

кореляційні розрахунки є чисто ______________ прийомом, що зовсім не виявляють фізичну картину взаємозв’язків. Одержана на основі цього прийому числова оцінка зв’язків і залежностей інколи виявляється формальною, що показує лише поверхню явищ. Незнання цієї особливості методу веде за собою неправильне користування ним. Якщо до цього ж

правила формування

порушуються ___________________ статистичних сукупностей, то дослідник потрапляє в полон логічних помилок, викликаних несправжньою кореляцією. На жаль, до цього часу завершеної теорії несправжньої кореляції не створено, незважаючи на те, що вона невід’ємна від природи кореляційного аналізу.

Кореляція в її формально-статистичному розумінні не розкриває причин зв’язку, а

наявність

констатує лише його _________, даючи оцінку

[1] Юл Е., Кендєл М.Дж. Теория статистики. М.: Росстатиздат, 1960.- С.225.

сили і тісноти, встановлює ступінь вірогідності міркувань про наявність такого. Разом з регресійним кореляційний аналіз вирішує такі завдання: оцінка сили зв'язку і її кількісне вимірювання, визначення форми зв'язку і реальності його існування. При вивченні економічних явищ дослідник, керуючись правилами кореляційно-регресійного аналізу, насамперед повинен виходити з економічного змісту досліджуваних залежностей. Лише після цього може бути встановлений їх
причинно-наслідковий ____________________ характер. Одержані результати розрахунків поширюються лише на ті об'єкти, кількісні характеристики яких включені в розрахунки. Звідси кореляційний аналіз повинен задовольняти вимогам об'єктивності на противагу формально-логічному підходу.

Приймаючи на озброєння методи кореляцій і регресій, необхідно обмежити дослідження від внесення в них викривлень, породжених суб'єктивною природою методів. Нерозуміння або недооцінка її, як правило, призводить до
необґрунтованості _________________ висновків, суб'єктивізму в рішеннях, помилок в підборі одиниць спостережень і планування дослідження, а також до того, що досліджуваний зв'язок ставиться в залежність від обставин, що не мають до нього об'єктивного відношення.

Застосування теорії кореляції вимагає
природи знання, насамперед, ________ показників тісноти зв'язку.

Відомо, що в економічних дослідженнях твердо встановилась думка про можливість використання коефіцієнтів парної кореляції як свого роду критерію оцінки впливу відібраних факторів в парних і множинних моделях на результативну ознаку. Тобто, мова йде про те, що ряд економістів вважають високу абсолютну величину коефіцієнтів кореляції ознакою наявності сильного причинного зв’язку між явищами. Це методичне положення не завжди під собою має об’єктивну основу, природа двох змінних величин не виключає існування (стохастичних/лінійних) зв’язків, які, полягають

стохастичних

у тому, що можливі значення однієї змінної мають імовірності, які змінюються залежно від значення, прийнятого іншої змінною. Проте останнє не вказує на наявність причинного зв’язку, хоча коефіцієнт кореляції може досягти при цьому значної величини.

У спеціальній літературі по теоретичній математиці про можливості трактування коефіцієнта кореляції як міри тісноти зв’язку говориться з обережністю. В економічній же літературі цього не спостерігається. Хоча майже всі автори-економісти повторюють слова математиків з теорії ймовірностей про необхідність обережного трактування величин коефіцієнтів кореляції, вони практично ігнорують це положення. Дійсно, в теорії імовірності коефіцієнт кореляції вводиться як параметр, дійсність величини якого вказує на наявність стохастичного зв’язку, але не визначає міри __________ зв’язку. Так, А. Хальд писав:

причинного

«Визначивши коефіцієнт кореляції і перевіривши потім гіпотезу про нульову кореляцію, можна інколи довести існування стохастичного зв’язку між змінними. Проте необхідно підкреслити, що стохастична залежність не вказує з необхідністю на наявність функціонального зв’язку[1]. Коефіцієнт кореляції хоч і може вказувати на стохастичний зв’язок між x_1 і x_2, але при допомозі його не можна визначити, чи є величина x_1 ______________________ величиною x_2, або x_2 –

причинно обумовленою

величиною x_1 , або ж їх зв’язок пояснюється тим, що обидві вони причинно зумовлені іншими

[1] Під функціональним зв'язком А. Хальд в даному випадку розумів причинний зв'язок

факторами. Таким чином, і при значному коефіцієнті кореляції для визначення функціонального зв'язку потрібне додаткове дослідження. При подальшому дослідженні, яке передусім повинно ґрунтуватися на знанні особливості проблеми, регресійний аналіз часто грає важливу роль як засіб перевірки зроблених гіпотез»[1].

Іноді створюється помилкове враження присутності (прямого/тісного) стохастичного

тісного

зв'язку і відсутності причинного між явищами стохастично і причинно незалежними. Про це також говориться у наведеній вище роботі А.Хальда: «В той час як стохастична незалежність може ховати причинний зв'язок, дві події можуть бути стохастично залежними, навіть якщо вони причинно (функціонально) незалежні»[2]. Тут мається на увазі той випадок, коли дві події стохастично і причинно незалежні, але кожна з них ____________ від третьої. У такому випадку

окремо залежить

дві події часто здаються стохастично залежними, якщо їх зв'язок з третьою не помічений.

Це ще раз підкреслює ____________ понять

відмінності

стохастичного і причинного зв'язку, а звідси і необхідність особливо старанного економічного усвідомлення зв'язків явищ, для визначення ступеня тісноти яких використовується коефіцієнт кореляції. Свою точку зору в цій частині А.Хальд визначив так: «... зміст, який може мати коефіцієнт кореляції, крім чисто описувального, залежність від знання особливостей походження зв'язку між величинами. Коефіцієнти кореляції можуть опинитися, таким чином, небезпечною зброєю при аналізі спостережень даних, оскільки вони можуть вести до змішування стохастичного і функціонального взаємозв'язків і таким чином до помилкових висновків»[3].

---

[1] Хальд А. Математична статистика з технічними додатками : Пер. з англ. – М.: Вид-во інозем. Літ., 1956 .- 584 с.

[2] Там само

[3] Там само.- С.585.

Показники тісноти зв’язку (коефіцієнт
кореляції, кореляційне відношення і та ін.), як
уже було сказано, будуються для явищ, які
прямо або непрямо піддаються дії складної
комбінації (комбінації/сумі) взаємосплетених причин.
Назвемо цей комплекс «умовами», в яких дане
явище існує. Результати дії умов на явища
висловлюються в формі хаотично змінюваних за
напрямком і силою коливань величини явища
біля певного рівня (постійного або змінюючого).
Загальну характеристику комплексної дії умов
дає пропонований теорією ймовірності показник
середнього квадратичного відхилення (σ). Він
таким чином вимірює не самі умови, а потуж-
ність їх впливу на явища. Якщо дослідженням
охоплено два економічних явища, які мають
сумісні (хоч би частково) умови, то ця спільність
умов призводить до деякої подібності коливань
обох явищ. З допомогою середньоквадратичного
відхилення можна оцінити силу дії тієї частини
умов, яка є загальною для даних явищ і
порівняти її з загальною дією умов для
аналізованих явищ. Ця логічна схема веде до
природи показника тісноти зв’язку –
кореляційного (кореляційного/стохастичного) відношення.

Дослідник, який використовує в
економічному аналізі показники тісноти зв’язку,
повинен пам’ятати, що коефіцієнт кореляції
являє собою тільки спрощений спосіб
обчислення кореляційного відношення для
прямолінійного випадку (оберненого/прямолінійного) зв’язку.
Оскільки природа показників зв’язку нероздільна
із середньоквадратичним відхиленням, пізна-
вальна значимість показників зв’язку обмежена
тими «умовами», які формують дане середньо-
квадратичне відхилення. Тому поширення
висновків на другі недосліджені випадки (вище
говорилось про їх можливу наявність)
правомірно лише настільки, наскільки вивчені

умови типові і повторюються в координатах простору і часу. Для економічних досліджень це обмеження може бути подолане знову таки шляхом проникнення у зміст самого показника зв'язку. А природа показника кореляції така, що він дає лише вихідну інформацію для висновків про причинні зв'язки. Якщо розподіл однієї з змінних кореляційної моделі не може бути охарактеризований за допомогою середньоквадратичного відхилення через слабку варіацію явищ, то в цьому випадку втрачає зміст вирахування коефіцієнта кореляції і кореляційного відношення. Такі випадки зустрічаються тоді, коли в комплексі причин, що формують варіацію, окремі з них проявляються у формі еволюторної або періодичної послідовності в часі або просторі. Якщо динаміка ряду не очищена від таких компонентів, вимірювання сили зв'язку втрачає зміст.

Отже, використання коефіцієнта простої кореляції як критерію оцінки вірності підбору
множинної — факторів для моделі ____________ регресії не
завжди виправдане. Даний статистичний показник вимагає особливої обережності використання його в ролі критерію, оскільки взаємозв'язок одних і тих же факторів з урахуванням і без урахування впливу інших причин може проявитися по-різному. А парна
ігнорує — залежність __________ дію інших факторів,
приписуючи її повністю тільки одному. Тому найбільш методично обґрунтованим буде визначення не тільки парних, але й часткових коефіцієнтів кореляції. Часткова кореляція дозволяє виконувати більш глибоке дослідження зв'язків між явищами, даючи можливість виділити вплив в окремо конкретних причин на зміну
результативної — величини (результативної/факторної) ознаки.

В економічних дослідженнях частковою кореляції майже не користуються, а обмежуються парною і множинної. Між тим природа

часткового

____________ коефіцієнта кореляції розкриває дійсним зв'язок і взаємозалежність окремих факторів, який міг би виявитися затушованим при використанні лише коефіцієнтів

парної

(простої/парної) кореляції. Так, при вивченні коливань врожайності картоплі в сільгосппідприємствах (101 господарство) було відібрано три фактори, які з економічної точки зору найбільш вагомо визначають варіацію рівня врожайності – кількість внесених мінеральних добрив на одиницю площі, якість землі і рівень фондозабезпеченості (табл. 78).

Таблиця 78. **Характеристики парної, часткової і множинної кореляції факторів з показниками врожайності картоплі**

Незалежні змінні (фактори)	Коефіцієнти кореляції		Коефіцієнти регресії	
	парної	часткової	парної	множинної
Внесено мінеральних добрив на 1 га ріллі, ц діючого речовини (x_1)	0,268	0,885	12,151	12,284
Якісна оцінка землі в балах (x_2)	0,227	0,778	0,819	0,958
Вартість основних виробничих засобів на 1 га ріллі, грн. (x_3)	0,276	0,882	0,084	0,098

Парні коефіцієнти, як видно з даних таблиці, вказали на наявність слабкого (0,227 – 0,276) кореляційного зв'язку врожайності з досліджуваними факторами. Проведена перевірка їх істотності при порозі ймовірності 0,99 підтвердила вірогідність факторів удобреності ґрунтів і фондозабезпеченості (додаток Л).

У цілому для моделі статистичні характеристики тісноти зв'язку, одержані на підставі парної кореляції, наводять на сумнів в частині категоричності їх трактування. Економічна природа даної залежності залишає бажати наявності більш тісного зв'язку досліджуваних змінних з результативним показником урожайності. Це спонукає продовжити дослідження вибраних факторів, виявити їх чистий вплив, розрахувавши коефіцієнти часткової кореляції в розрізі досліджуваних факторів. На противагу показникам парної кореляції, значення часткових коефіцієнтів кореляції (табл. 78) вказує на істотний тісний зв’язок факторів з результативною ознакою. Це відповідає висловленим теоретико-логічним припущенням.

чистий вплив

Одержані коефіцієнти часткової кореляції дозволили виявити ________________ всіх розглядуваних факторів при постійності інших, що відповідає меті дослідження залежностей складних економічних явищ.

8.2.6. Логіка побудови множинних кореляційно-регресійних моделей

Як було сказано, геометрична природа рівняння множинної регресії визначає положення в просторі площини відповідних змінних x_1, x_2, x_3, …, x_n і y. Саме рівняння характеризує кількісний зв’язок між досліджуваними ознаками і дозволяє вирахувати очікувані значенням результативної ознаки під дією включених в аналіз ознак – факторів, пов'язаних даним рівнянням.

підбір

Найважливіше питання кореляційно-регресійного аналізу є (визначення/підбір) типу аналітичної функції при вивченні множинних зв’язків. Наскільки важливе це положення свідчить розгорнута ще в 60-х роках минулого століття нині триває дискусія. Наприклад, відомі американські економетрики Е.Хедді і Д.Диллон вважають, що для «… економічних явищ є неймовірним, щоб всім умовам найбільш відповідав один тип... функції. До того ж різні люди можуть привести в однаковому ступені обґрунтовані доведення на користь вибору того чи іншого типу функції». Деякі автори стверджують, якщо теоретично неможливо обґрунтувати тип функції, то це можна зробити емпірично, на основі графічного аналізу парних зв'язків. (Лукомський Я.І., 1961) Таке твердження треба вважати невірним. Економічні явища, як ніякі інші, взаємозв'язані. Отже, графічний аналіз парних зв'язків між функцією і аргументами мало, що дає для обґрунтування форми множинного зв'язку.

Окремі економісти і статистики пропонують використовувати для побудови

степеневу

кореляційних моделей, (степеневу/лінійну) функцію виду: $y = \alpha_0 \cdot x_1^{a_1} \cdot x_2^{a_2} \cdot \ldots \cdot x_n^{a}$.

Як аргумент виставляється те, що: зручною формою взаємозв'язку економічних показників є добуток показників. Це підтверджується всім комплексом існуючих формул. Показники норми амортизації, виробітку, рентабельності, ланцюгові аналітичні показники – отримують методом

множення

алгебраїчного (множення/додавання). Поняття форми добутків полегшить також наступний аналіз змін норм виробітку впливу різних об'єктивних причин.

В.П. Хайкін та інші, наприклад, обґрунтовують застосування степеневих моделей тим, що при плануванні, головним чином, враховують найменші відносні відхилення фактичних значень від розрахункових, одержаних за рівнянням регресії.

Подібна аргументація непереконлива. Відносні відхилення можна одержати, не використовуючи логарифмічної лінійною форми зв'язку, наприклад, уявляючи вихідні дані у вигляді індексів, прийнявши при цьому гіпотезу про лінійну залежність між результативною ознакою і ознаками – факторами. Але справа в тому, що застосування кореляційного і регресійного аналізу ефективне лише тоді, коли модельована сукупність представлена широкою варіацією рівнів показників, що входять в модель. При використанні відносних чисел ця умова часто порушується.

Незважаючи на ряд переваг степеневої функції (простота лінеаризації, зручність інтерпретації і т.п.), вона має певні недоліки. Так, окремі ознаки – фактори, які входять у кореляційну модель (такі, як рівень механізації рівень рентабельності та ін.) можуть виявитися рівними нулю. Якби в даному випадку вибрати тип функції у вигляді добутку факторів, то вона в ряді випадків виявилася б рівної нулю, а рішення системи рівнянь було б пов'язано із значними обчислювальними труднощами. Так, при лінеаризації доводиться стикатися з тим, що в рівняннях ні один із членів не піддається логарифмуванню, оскільки $\lg 0 = -\infty$.

економічно

емпірично

Отже, математична природа кореляційних моделей свідчить про те, що функція повинна насамперед обґрунтовуватись __________. Якщо цього зробити не можна, то тип функції визначається (вибірково/емпірично), тобто шляхом побудови ряду функцій і оцінки їх адекватності певними критеріями.

Е. Хедді і Д. Діллон у даному випадку вказують: «Для емпіричного дослідження недостатньо тільки логічно обґрунтовувати модель. Вона до того ж повинна піддаватися математичній обробці. Дослідник повинен піти на компроміс з теоретично ідеальною моделлю. По-перше, число розглядуваних окремих змінних повинне бути визначене з врахуванням як можливості одержання даних, так і наявності ресурсів для проведення розрахунків. По-друге, необхідно використати такий функціональний вираз, який статистично припустимий як при оцінці, так і при випробуванні істотності. Тому побудова економічної моделі даного економічного явища залежить від проблем, пов'язаних з одержанням даних їх статистичної оцінки» (Хедді Є. і Діллон Д., 1965).

множинних

Природа __________ кореляційних моделей і процес їх побудови зобов'язують враховувати об'єктивні особливості, наприклад, сільськогосподарських підприємств, де, як правило, розглядають дві групи факторів. Перша з них зв'язана із природними, друга – з матеріальними умовами, які є продуктом діяльності людей.

Фактор природніх умов суттєво впливає на процес виробництва, а разом з ним і на процес утворення вартості. Дія цього фактору підвищує або знижує рівень затрат на виробництво одного і того ж обсягу споживної вартості.

До другої групи відносять фактори, які випливають з виробничо-господарської діяльності. Це, насамперед, напрям і рівень спеціалізації підприємств, розмір і структура виробничих фондів, об'єм виробництва і т.п. Дана група факторів істотно впливає на ефективність виробництва і тому повинна особливо враховуватися при кореляційному моделюванні.

кількісно вимірні

Факторам – аргументам, відібраним для включення в регресійну модель, пред'являються також, крім основної вимоги про відображення об'єктивних особливостей сільськогосподарських підприємств, також і деякі інші вимоги. Насамперед фактори повинні бути ___________, оскільки кореляційні формули за своєю природою відображають зв'язок тільки між кількісно визначеними ознаками. У випадку включення в кореляційну модель якісних ознак їм необхідно надати кількісну визначеність. Це може бути зроблено, наприклад, за допомогою бальної оцінки, шляхом присвоєння рангів і т.д.

Проблема аналізу ще більш ускладнюється, коли якісно варіює залежна змінна величина. Які б перетворення при цьому не застосовувалися, природа кореляції орієнтує тут лише на

наближеність	________________ у відображенні досліджуваних залежностей.
	Природа кореляції вимагає, дотримання умови, обов'язкової для підбору залежної і незалежної змінних. Жодна із змінних не
функціональній	повинна знаходитись у (прямій/функціональній) залежності від іншої, або їх групи. З одного боку, ця вимога випливає з того, що немає сенсу
залежність	шукати кореляційну (залежність/модель) там, де заздалегідь відомо існування функціональної залежності. З іншого боку, при існуванні функціональних зв'язків між включеними в кореляційну модель показниками, які утворюються в ході вирішення моделі, система нормальних рівнянь може вийти поганою або в зовсім не обумовленою, а одержані результати – ненадійними.
	Необхідно звернути увагу ще на один момент методологічного порядку. При побудові кореляційних моделей у них не можна включати групу факторів, лінійна комбінація яких
постійній величині	дорівнює __________________ або близька до неї. У цьому випадку система нормальних рівнянь для визначення коефіцієнтів регресії або не має рішення, або його одержують в результаті
випадкових	______________ відхилень. У подібних випадках, якщо парний коефіцієнт кореляції між двома ознаками – факторами перевищує 0,8 (з певним довірчим рівнем), то включати в кореляційну
один з факторів	модель можна __________________.
	Неможливо не відмітити, що відбір вихідних даних для розрахунків кореляційного аналізу вимагає великої уваги і обережності. Справа в тому, що, з одного боку, надійність кореляційних формул безпосередньо залежить
обсягу	від ________ статистичної сукупності. Адже в основу кореляційних розрахунків покладено
усереднення	(узагальнення/усереднення) – усереднюються як характер впливу кожного врахованого фактора

на залежну змінну, так і загальний вплив решти, неврахованих причин. Загальновідомо, що середні тим надійніші, чим за більшим обсягом даних вони розраховувались.

З іншого боку, включення в кореляційну модель додаткових даних, якщо воно було зроблено без належного якісного відбору, може призвести до того, що формулою неможливо буде користуватися. Відомо, що середні лише тоді мають реальний економічний зміст, коли

однорідному

вони ґрунтуються на якісно ______________ матеріалі. Теорія середніх величин вчить нас застосовувати їх для кількісної характеристики тільки однорідної сукупності.

Як правило, економічні явища формуються під дією багатьох факторів. Але бажання враховувати їх у кореляційній моделі в можливо більшій кількості досить рідко себе виправдує. Така кореляційна модель занадто громіздка, причому вплив великої частини факторів виявляється статистично неістотним.

Таким чином, природа кореляції і регресії

обмеження

вводить певні ___________ в частині практичного використання кореляційно-регресійного методу в аналізі соціально-економічних процесів. Одержання вірогідних висновків за результатами кореляційно-регресійного аналізу можливе тільки при дотриманні певних вимог. Останні

природи кореляції

випливають із самої ______________. Назвемо основні з них: визначеність характеру залежності (прямолінійної, криволінійної), статистична однорідність досліджуваної сукупності, кількісний вимір ознак, достатній обсяг вибірки.

Інколи дослідники з метою одержання корисної практичної інформації намагаються

залежності

виявити (залежності/причини) в ідеальному їх вигляді, коли дуже високі коефіцієнти кореляції. В результаті має місце така серйозна помилка: одночасно розглядається дуже велика кількість факторів, причому деякі з них тісно пов'язані між собою. Зміна одного фактора в такому випадку безумовно викличе зміну іншого, в результаті чого важко відокремити чистий вплив одного фактора від впливу іншого і задовольнити природу, на якій ґрунтується теорія множинної кореляції. Через це введення в аналіз великої кількості факторів з метою вивчення їх впливу на результативну ознаку іноді зовсім не так доцільно, як це здається з першого погляду. Методологічно буде більш правильним

основними

відбирати ті з них, які є (основними/загальними).

Для успішного практичного використання кореляційних моделей як об'єктивного критерію найкращого рівняння зв'язку можуть бути використанні коефіцієнт множинної кореляції і стандартна помилка оцінки за рівнянням множинної регресії при задовільній економічній інтерпретації самої моделі множинної регресії. Зокрема, напрям і сила впливу окремих факторів на залежну змінну, яка характеризується параметрами рівняння, повинні відповідати емпіричним уявленням про цей вплив, тобто крім підтвердження рівня значимості спостережуваної взаємозалежності статистичними методами необхідно ретельно вивчити її логічну обґрунтованість.

Враховуючи, що взаємодія одних і тих же факторів з врахуванням і без врахування впливу інших причин може виявлятися по-різному, всілякі висновки про можливу форму зв'язку у багатофакторній моделі, зроблені на підставі аналізу парних залежностей, не повинні тракту-

вірогідності

ватися як абсолютної (імовірності/вірогідності), до них необхідно відносити дуже обережно. У цьому відношенні переваги віддаються методу часткової кореляції.

Застосування даного методу в економіч-

умовний

ному аналізі носить у відомій мірі __________ правомірність

характер. Причини, які впливають на досліджувані явища в галузях народного господарства, дуже різноманітні. Тому необхідно завжди пам'ятати, якщо виключити вплив одного фактора ті що залишилися несуть на собі дію ряду інших умов, не врахованих в дослідженні. І все ж таки застосування методу часткової кореляції має важливе значення при поглибленому аналізі множинної кореляції.

Існують й інші принципові (і дискусійні) питання теорії, які орієнтують на (правомірність/формальність) використання методу кореляційно-регресійного аналізу соціально-економічних явищ. Розгляд їх виключено у зв'язку з метою і завданнями даного посібника. Тезисність викладення окремих питань даного розділу обумовлена тими ж причинами.

Питання для самоконтролю

1. Поясність призначення та завдання дисперсійного аналізу.
2. Назвіть етапи проведення дисперсійного аналізу.
3. Яка послідовність розрахунку однофакторного дисперсійного комплексу?
4. За якою формулою розраховують ступінь впливу врахованих факторів в однофакторному дисперсійному комплексі?
5. Який критерій використовують для визначення вірогідності впливу факторної ознаки на результативну в дисперсійному аналізі?
6. Наведіть алгоритм розв'язку двофакторної дисперсійної моделі.
7. Яку статистичну характеристику визначає формула $K = \frac{C_x}{C'_x}$?
8. Яка схема проведення трифакторного дисперсійного аналізу?
9. Назвіть існуючі обмеження (недоліки) дисперсійного аналізу.
10. Сутність та завдання кореляційно-регресійного аналізу.
11. Що називають рівнянням регресії?
12. Прямолінійна та криволінійна регресія.

13. Як називається кореляційний зв'язок, при якому значення результативної ознаки змінюється в протилежному напрямі щодо факторної?
14. Призначення та інтерпретація коефіцієнтів простої, множинної та часткової кореляції.
15. Види моделей кореляційних зв’язків.
16. Як перевіряють вірогідність коефіцієнта кореляції?
17. Назвіть вчених, які зробили найбільший внесок в розробку дисперсійного та кореляційно-регресійного аналізу.

Завдання для практичних занять

Завдання 8.1. Визначення кількісного впливу факторної ознаки на результативну дисперсійним методом аналізу

Зміст завдання: За даними завдання 3.1 (вихідна інформація наведена у додатку А) розрахувати однофакторний дисперсійний комплекс. Обчислити ступінь впливу врахованих та неврахованих факторів на результативну ознаку, оцінити вірогідність їх дії. Сформулювати висновки.

Порядок виконання

За даними таблиці 10 скласти таблицю вихідних та розрахункових даних одно факторного дисперсійного комплексу (табл. 79).

На підставі даних таблиці 79 визначити загальну (C_y), факторну (C_x) і залишкову (C_z) дисперсії:

$$C_y = \Sigma V^2 - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$$

$$C_x = \Sigma h - \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$$

$$C_z = \Sigma V^2 - \Sigma h$$

Таблиця 79

Вихідні та розрахункові дані однофакторного дисперсійного комплексу

Показники	Групи підприємств за рівнем виробництва продукції на одного працівника, тис. грн.			Сума (∑)
	A_1 - до …	A_2 - …	A_3 - понад …	
V (середня оплата праці працівників, тис. грн)				
$\sum V$				
n_x				
$(\sum V)^2$				×
$h = \frac{(\Sigma V)^2}{n_x}$				
$\sum V^2$				

Ступінь впливу факторної ознаки на результативну розраховується співвідношенням:

$$\eta_x^2 = \frac{Cx}{Cy}$$

Ступінь впливу решти неврахованих факторів:

$$\eta_z^2 = \frac{C_Z}{C_y}$$

Число ступенів вільності варіації складає:

$$\nu_x = l - 1 \qquad \nu_z = n - l$$

Девіати дорівнюють:

$$\sigma_x^2 = \frac{C_x}{\upsilon_x} \qquad \sigma_z^2 = \frac{C_z}{\upsilon_2}$$

Критерій вірогідності:

$$F_p = \frac{\sigma_x^2}{\sigma_z^2}$$

Отриманий критерій ($F_р$) порівняти з табличним його значенням ($F_т$) при порогах імовірності р=0,95 та р=0,99 (додатки К, Л).

Сформулювати висновки.

Завдання 8.2. Визначення кількісного впливу факторної ознаки на результативну кореляційно–регресійним методом аналізу

Зміст завдання: За вихідними даними табл. 80 визначити вплив на рентабельність виробництва продукції А її фондомісткості (виробництва продукції на одну гривну вартості основних виробничих засобів) за допомогою кореляційно-регресійного методу. Сформулювати висновки.

Порядок виконання

Таблиця 80

Вихідні та розрахункові дані для обчислення рівняння зв'язку

№ підприємства	Вироблено продукції на 1 грн. вартості ОВЗ, грн.	Рента-бельність, %	Розрахункові величини			Теоретичне значення результативної ознаки
	x	y	x^2	xy	y^2	$\overline{y}_x = a_0 + a_1 x$
1.	36,0	80,5				
2.	42,1	74,0				
3.	29,8	33,8				
4.	26,9	17,2				
5.	31,2	37,5				
6.	30,5	41,3				
7.	35,6	39,9				
8.	33,5	21,8				
9.	32,5	19,7				
10.	30,1	18,4				
11.	47,6	111,2				
12.	26,9	11,6				
13.	29,4	25,2				
14.	35,7	20,3				
15.	28,5	18,6				
16.	39,8	57,9				
17.	36,0	42,2				
18.	37,9	23,0				
19.	38,8	29,4				
20.	31,1	25,6				
Всього						

Рівняння, що відображає зміну середньої величини результативної ознаки (y) в залежності від факторної (x), називається рівнянням регресії або рівнянням кореляційного зв'язку.

Якщо зв'язок між факторною та результативною ознакою близький до прямолінійного, рівняння регресії буде мати вигляд:

$$\overline{y}_x = a_0 + a_1 x ,$$

де $\overline{y}_x$ – середнє теоретичне значення y при даному значенні x;

a_0, a_1 - параметри рівняння.

Параметри a_o та a_1 визначаються на основі рівнянь:

$$a_0 = \frac{\sum x^2 \sum y - \sum x \sum xy}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2};$$

$$a_1 = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2}.$$

де n – кількість одиниць сукупності.

Параметр a_1 (коефіцієнт регресії) визначає середню зміну результативної ознаки y при зміні факторної ознаки x на одиницю її натурального виміру.

Ступінь тісноти зв'язку характеризується коефіцієнтом кореляції:

$$r = \frac{n\sum xy - \sum x \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x^2 - \left(\sum x\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}$$

Оцінка коефіцієнту кореляції відбувається за такими критеріями:

r = 0 - зв'язок відсутній;

r = 0,1 - 0,3 - зв'язок слабкий;

r = 0,3 - 0,5 - зв'язок помірний;

r = 0,5 - 0,7- зв'язок суттєвий;

r = 0,7 - 0,9 зв'язок тісний;

r = понад 0,9 - зв'язок дуже тісний;

r =1 - зв'язок функціональний.

Коефіцієнт детермінації (показує, на скільки відсотків загальна варіація (зміна) результативної ознаки визначається факторною ознакою): $r^2 =$

Структурна формула середньої помилки коефіцієнта кореляції має вигляд:

$$S_r = \frac{1 - r^2}{\sqrt{n}}$$

Критерій надійності коефіцієнта кореляції визначається за формулою:

$$t_r = \frac{|r|}{S_r}$$

Якщо критерій надійності t_r - перевищує нормативну величину коефіцієнт кореляції не є випадковим і не спростовує наявності і суттєвості зв'язку.

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 8.3. Визначення кількісного впливу факторних ознак на результативну дисперсійним методом аналізу

Зміст завдання: Розрахувати двофакторний дисперсійний комплекс по 50 підприємствах, у якості факторних ознак взяти, результативної – рівень рентабельності (вихідна інформація наведена у додатку Б).

Завдання 8.4. Визначення кількісного впливу факторних ознак на результативну кореляційно-регресійним методом

Зміст завдання: З додатку Б обрати дві факторні (вихід продукції на 1 люд-год витрат праці та фондоозброєність) та результативну (рівень рентабельності) ознаки. Обрати рівняння зв'язку між досліджуваними ознаками та визначити вплив факторних ознак на результативну за допомогою кореляційно-регресійного аналізу.

Порядок виконання

Для розрахунків скористатися стандартними функціями редактора Exel або використати спеціалізовані комп'ютерні програми, наприклад Statistika або StatPlus Professional.

Дати економічну інтерпретацію одержаних результатів. Сформулювати висновки щодо впливу факторних ознак на результативну.

ТЕМА 9. ІНДЕКСНИЙ МЕТОД

§ 9.1. Загальне поняття статистичних індексів. Основи індексного методу

В аналітичній роботі зі статистичними даними часто оперують різнорідними елементами. Наприклад, при аналізі сукупної зміни собівартості продукції рослинництва за певний проміжок часу мають справу з різними видами продукції – зерном, овочами, баштанними і т.д.; в аналізі сукупних змін затрат праці на виробництво картоплі – із різними видами польових робіт (оранка, боронування, культивація та ін.) Об'єднання різних елементів в одну сукупність називають **агрегатом.** Для аналізу змін, що відбуваються в таких агрегатах, найкращим прийомом вважається розрахунок індексів.

відносні

Статистичні індекси – це (відносні/рівні) величини, які одержують у результаті порівняння складних економічних явищ, утворених з різнорідних елементів, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню.

Англійський термін «index number» означає «число – показник». Статистична практика широко використовує індекси при вивченні економічних явищ (хоча деякі економісти виявляються не підготовленими для такої роботи). Знання методології побудови індексів (далі будемо вживати термін «індексний комплекс») значно розширює аналітичні можливості дослідника, збагачує результативну інформацію досліджень.

зміну

За допомогою індексів можна характеризувати ______ як у часі, так і в просторі найрізноманітніших показників: обсягів виробленої продукції, посівних площ, урожайності, цін, вартості та собівартості, продуктивності праці і т.д. Їх поділяють на дві (цілі/групи): до першої належать об'ємні (сумарні) показники (наприклад, розмір посівних площ, кількість худоби, обсяг продукції та ін.), які виражаються абсолютними величинами; до другої – показники, розраховані на певну одиницю (наприклад,

групи

поділ	урожайність, ціни, собівартість, продуктивність праці і т.д.). Останні умовно можна назвати якісними показниками, і виражаються вони у вигляді середніх величин. Зазначена особливість зумовлює ______ індексів на індекси **кількісних** та **індекси якісних показників.**
часі і просторі	За допомогою статистичних індексів можна відображувати зміну у __________ як окремих простих показників (наприклад, обсяг виробництва зерна, молока, м’яса і т.д.), так і однойменних показників по складних сукупностях (наприклад, зміна обсягу виробництва продукції рослинництва, тваринництва, по господарству в цілому і т.д.).
ступенем побудови	Класифікують індекси за (ступенем/часом) охоплення елементів досліджуваного явища та способом (розрахунку/побудови). За *ступенем охоплення елементів явища* індекси поділяють на індивідуальні й загальні.
одиничних сукупності зведені частину	Індекси, які відображують співвідношення простих (одиничних/періодичних) показників, називають **індивідуальними,** а індекси, що характеризують зміну певного показника в цілому по будь-якій складній (сукупності/умові), – **загальними.** Останні в свою чергу розглядаються за широтою сукупності. Так, ________ індекси, що охоплюють всю сукупність досліджуваних явищ називають **тотальними** (або загальними), а індекси, які охоплюють _______ (групу) елементів сукупності, – **груповими** (або субіндексами). Наприклад, індекс продукції рослинництва та індекс продукції тваринництва є груповими щодо тотального індексу продукції сільського господарства.
загальні поділяють	*За способом побудови (*групові/загальні) індекси __________ на агрегатні, середні із індивідуальних та середнього рівня.
співвідношення	**Агрегатний індекс** розраховують шляхом (додавання/співвідношення) двох сум. При цьому

знаходять співмірник для різних елементів складного явища й додають елементи у звітному та базисному періодах, одержуючи відповідні суми.

індивідуальних

Середній індекс визначають з (простих/індивідуальних) індексів окремих елементів.

середніх

Індекс середнього рівня знаходять як співвідношення ________ величин поточного і базисного періодів.

основною

похідними

Згідно із теоретичними концепціями агрегатні індекси вважаються _______ формою економічних індексів, а середні із індивідуальних індексів – (похідними/рівними), які одержують у результаті перетворення агрегатних індексів.

вивчати

вимірювати

Обчислення загальних індексів, що дають змогу співвіднести між собою показники за складними сукупностями, являє собою особливий прийом дослідження, який називається **індексним методом.** За його допомогою можна не тільки _________ динаміку показників, а й ____________ вплив окремих факторів на динаміку складного показника. При цьому залежно від завдань аналізу можна фактори вивчати ізольовано, абстрагуючись від дії інших, або розглядати їх взаємопов'язано.

завдання

За допомогою індексного методу вирішуються такі (завдання/методи): 1) характеристика загальної зміни складного економічного явища чи окремих його елементів (складових); 2) виділення впливу одного з факторів шляхом елімінування впливу інших; 3) відокремлення впливу зміни структури явища на зміну індексованої величини.

Індексний метод має свою термінологію та символіку. Її дотримання є обов'язковою умовою в індексному аналізі. Розглянемо це питання дещо детальніше.

Для побудови статистичного індексу необхідно мати вихідну інформацію, як мінімум, періоди

за два (періоди/види). Один з таких періодів називається базисним, другий – поточним. **Базисний** – це період, з яким порівнюють досліджувані явища, **поточний –** період, що порівнюється. Якщо досліджуються дані за кілька періодів, то один з них (як правило, початковий) буде базисним, а решта – поточними, або звітними.

об’єктами

Основними (завданнями/об’єктами) для побудови індексних комплексів є кількість і ціна. Кількість позначають латинською літерою *q* (від лат. «quantitas»); ціну – латинською *p* (від лат. «pretium»). Важливе значення має **підписна нумерація.** За її допомогою позначається період, до якого належать дані. Так, якщо йдеться про кількість продукції за базисний період, то йому відповідає позначення q_0. Відповідно кількість продукції за перший поточний період позначається q_1, за другий поточний – q_2 і т.д. Аналогічні позначення вводять і для ціни.

Такі об’єкти для побудови індексних комплексів, як посівні площі, урожайність, затрати робочого часу на одиницю продукції та собівартість її одиниці, позначають відповідно символікою: *П*, *y, t, z.*

індивідуальні

Виходячи з прийнятих позначень, для різних показників записують ________________ індекси, які позначають через *i*. Так, індивідуальний індекс обсягу виражається як $i=q_1:q_0$, цін – $i=p_1:p_0$, собівартості одиниці продукції – $i=z_1:z_0$. Загальні індекси позначаються символом *I* і розраховуються дещо складніше.

У теорії індексів показник, зміну якого характеризує індекс, називають **індексованою величиною,** а пов’язану з нею величну, що використовують як постійну, – **елімінованою величиною,** або вагою. Остання відіграє роль сумірника. Використання зазначених двох видів величин вважається особливістю індексного методу аналізу.

Слід відзначити, що при побудові статистичних індексів насамперед необхідно

питання

вирішити такі _______: 1) який набір різнорідних елементів досліджуватиметься; 2) які показники виступатимуть індексованими величинами; 3) які величини виступатимуть сумірниками (вагами). При цьому встановлюють, які досліджувані показники при побудові індексів вважаються базисними, а які – поточними.

§ 9.2. Загальні індекси. Агрегатний індекс як основна форма індексу. Середні арифметичні й гармонійні індекси

Щоб розрахувати загальний індекс, необхідно подолати несумірність окремих елементів досліджуваної сукупності. Це досягається шляхом введення в індекс сумірника (ваги). Побудова формули загального індексу – одне з головних питань теорії індексів.

Агрегатний індекс вважається основною формою загального індексу. Його застосовують для вивчення складних суспільних явищ, які містять у собі різнойменні елементи. Найбільш

індексом

типовим загальним (індексом/показником) кількісних показників є *індекс фізичного обсягу*. Його

способами

можна побудувати двома (видами/способами): як агрегатний і як середній із індивідуальних. Наприклад, є дані про виробництво різних видів продукції в межах одного підприємства за два періоди. Необхідно за допомогою загального індексу характеризувати зміни обсягу всієї продукції. Знаходимо загальний сумірник, який дає змогу виразити у співмірному вигляді загальний обсяг продукції в базисному та звітному періодах. Таким сумірником можуть бути: ціна, собівартість одиниці продукції, затрати праці на одиницю продукції і т.д.

Використовуючи прийняту символіку, виразимо вартість продукції в базисному і звітному періодах як q_0p_0 і q_1p_1. Порівнянням цих двох агрегатний

показників одержуємо (агрегатний/вартісний) індекс вартості: $I=\Sigma q_1p_1:\Sigma q_0p_0.$ Оскільки вартість залежить від кількості продукції та цін, індекс може відобразити зміну обсягу виробництва продукції лише за умови постійності цін на окремі її види.

Побудований за цим принципом індекс називають **індексом фізичного обсягу.** Його формула має вигляд: $I_{фо} = \sum q_1 p : \sum q_0 p$, де $q_0,$ q_1 – кількість виробленої продукції в базисному і звітному періодах; p – ціни, зіставні для двох періодів.

загальний

спосіб

Таким чином, **агрегатним індексом** називається (індивідуальний/загальний) індекс, одержаний шляхом зіставлення підсумків, які виражають величину складного показника у звітному та базисному періодах, за допомогою сумірників (незмінних). Сам _______ обчислення загального індексу називають **агрегатним.** Порівнювані суми в агрегатному індексі різняться між собою за індексованими величинами, сумірники тут незмінні.

Технічний бік розрахунків ілюструє макет, наведений у таблиці 81.

Таблиця 81
Макет розрахунку індексу фізичного обсягу

Вид продукції	Обсяг виробництва, ц		Ціна одиниці продукції, грн.		Вартість продукції, тис. грн.	
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період
	q_0	q_1	p_0	p_1	q_0p_0	q_1p_0
...	...	...	...	...	...	...
Всього	-	-	-	-	130000	162000

Індекс фізичного обсягу одержимо порівнянням вартості продукції звітного і базисного років:

$$I_{фо} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} = \frac{162000}{130000} = 1{,}246 \text{ або } 124{,}6\ \%.$$

Отже, загальний обсяг виробництва продукції збільшився у звітному році порівняно з базисним на 24,6 %. Різниця між чисельником і знаменником формули характеризує абсолютну зміну обсягу виробництва в поточному періоді за рахунок його збільшення. У нашому прикладі ця величина дорівнює 32000 грн. ($\sum q_1 p - \sum q_0 p$).

Загальний індекс може бути розрахований і як **середній із індивідуальних.** У такому випадку визначають індивідуальні індекси обсягу по окремих видах продукції i=q_1:q_0. З одержаних індивідуальних індексів розраховують (зведений/середній).

У статистичній практиці середні індекси визначають у формі середньої ____________ і середньої _________. При цьому кожна з обраних форм повинна прийматися як середня зважена, тобто:

$$\bar{I} = \sum if : \sum f \, ; \qquad \bar{I} = \sum M : \sum (M : i),$$

де i – індивідуальні індекси обсягу; f і M – ваги відповідно в середньому арифметичному та середньому гармонійному індексах.

При визначенні ваг середнього арифметичного і середнього гармонійного індексів виходять із (тотожності/добутку) їх агрегатного індексу. Так, при обчисленні середнього ______________ індексу повинна виконуватись умова:

$$\frac{\sum if}{\sum f} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

Остання матиме місце при f =$q_0 p_0$. Дійсно, $\bar{I} = \sum i q_0 p_0 : \sum q_0 p_0 = \sum (q_1 : q_0) q_0 p_0 : \sum q_0 p_0$.

Отже, загальний індекс у формі середньо-арифметичного матиме вигляд: $\bar{I} = \sum i q_0 p_0 : \sum q_0 p_0$.

Розраховуючи (аналогічно) ваги середнього __________ індексу, слід пам'ятати умову $\sum M : \sum (M : i) = \sum q_1 p_0 : \sum q_0 p_0$. Така рівність буде дотримана, якщо M=$q_1 p_0$. Тоді: $\bar{I} = \sum q_1 p_0 : \sum (q_0 p_0 : i) =$ $= \sum q_1 p_0 : \sum (q_1 p_0 : q_1) q_0 = \sum q_1 p_0 : \sum q_0 p_0$, тобто середньо-гармонійний індекс фізичного обсягу можна записати у вигляді: $\bar{I} = \sum q_1 p_0 : \sum (q_1 p_0 : i)$.

середній

арифметичної
гармонійної

тотожності
арифметичного

гармонійного

Вибір форми обчислення середнього індексу зумовлений насамперед наявністю в роз порядженні дослідника вихідної інформації поряд з індивідуальними індексами. Так, при наявності даних про вартість продукції в порівняльних цінах у базисному періоді загальний індекс із індивідуальних розраховують як середній арифметичний. Розглянемо послідовність таких дій на базі даних таблиці 82.

Таблиця 82. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення середнього арифметичного індексу**

Вид продукції	Індивідуальний індекс обсягу	Вартість продукції у базисному періоді, тис. грн.
	$i = q_1 : q_0$	$q_0 p_0$
Зерно	1,160	36200
Овочі	1,270	17900
Молоко	0,870	36700

$$\bar{I} = \frac{\sum i q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{1{,}16 \cdot 36200 + 1{,}27 \cdot 17900 + 0{,}87 \cdot 36700}{36200 + 17900 + 36700} = 1{,}064,$$

або 106,4 %.

Якщо в розпорядженні є дані про вартість продукції у звітному періоді в базисних цінах (табл. 83), то загальний індекс визначають за принципом гармонійної середньої.

Таблиця 83. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення середнього гармонійного індексу**

Вид продукції	Індивідуальний індекс обсягу	Вартість продукції у звітному періоді в цінах базисного, тис. грн.
	$i = q_1 : q_0$	$q_1 p_0$
Зерно	1,090	17900
Овочі	1,290	15500
Картопля	1,000	33200

Так, у нашому прикладі маємо:

$$\bar{I} = \frac{\sum i q_1 p_0}{\sum \frac{q_1 p_0}{i}} = \frac{17900 + 15500 + 33200}{\frac{17900}{1{,}09} + \frac{15500}{1{,}28} + \frac{33200}{1{,}00}} = 1{,}079, \text{ або } 107{,}9~\%.$$

Між розглянутими вище видами індексів існує певне співвідношення, згідно з яким середній індекс повинен дорівнювати агрегатному.

§ 9.3. Система індексів для характеристики динаміки складного явища

Із розглянутого вище зрозуміло, що явища, динаміка яких вимірюється індексами, складаються з різнорідних елементів. Це зумовлює неможливість вимірювання рівнів таких явищ. Із цього випливає необхідність їх вимірювання в динамічному розрізі. Тому при обчисленні індексу завжди мають справу з двома рядами величин, які характеризують базисний і поточний періоди.

періоду

Залежно від (періоду/тривалості) часу, який береться за основу при побудові індексів, останні можуть бути базисними та ланцюговими. **Базисними** називають індекси, які мають (різний/один) і той самий період часу, взятий за основу розрахунків, тобто постійну базу порівняння. Наприклад, якщо при розрахунках індексів за 2008–2012 рр. за базу порівняння взяти 2008 р., то такі індекси називатимуться базисними. Якщо ж при обчисленні індексів база порівняння (змінюватиметься/залишатиметься) і за таку базу братимуть період, який є попереднім щодо обчислюваного індексу, то останній називатиметься **ланцюговим.** Як базисний, так і ланцюговий індекси дають (вартісну/кількісну) характеристику темпів розвитку явища.

один

змінюватиметься

кількісну

Розглянемо приклад (табл. 84). При обчисленні базисних індексів за базу порівняння прийнято 2009 р. Останній рядок таблиці показує: а) по графі базисних індексів – в 2012 р. порівняно з 2009-м середня врожайність збільшилася на 1,5 % (індекс 1,015); б) по графі ланцюгових індексів – в 2012 р. порівняно з 2009-м середня урожайність зменшилася на 1,8 % (індекс 0,982).

Таблиця 84.
Динаміка врожайності зернових культур у господарстві

Рік	Урожайність, ц/га	Індекси	
		базисні	ланцюгові
2009	33,1	-	-
2010	33,7	1,018	1,018
2011	34,2	1,033	1,015
2012	33,6	1,015	0,982

взаємозв’язок

Між базисними і ланцюговими індексами існує певний (взаємозв’язок/порядок): добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду 1,018×1,015×0,982×=1,015.

Щоб довести правильність цього рівняння, перемножимо ті дроби, на підставі яких були обчислені ланцюгові індекси, та здійснимо відповідні скорочення:

$$\frac{33{,}7}{33{,}1}\times\frac{34{,}2}{33{,}7}\times\frac{33{,}6}{34{,}2}=1{,}015\,.$$

Отже, одержано базисний індекс 2012 р. У результаті скорочення залишаються лише знаменник першої ланки і чисельник останньої, що дає тотожність з базисним індексом: $i=\frac{33{,}6}{33{,}1}=1{,}015$.

Зазначена взаємозалежність на прикладі індивідуальних індексів поширюється і на співвідношення агрегатних. Але таке співвідношення має місце за умови, що зважування, здійснюється лише постійними сумірниками (вагами), наприклад, базисного періоду.

Розглянемо зазначену залежність на прикладі співвідношення індексів фізичного обсягу:

$$\frac{\sum q_3p_0}{\sum q_0p_0}$$

$$\frac{\sum q_1p_0}{\sum q_0p_0}\cdot\frac{\sum q_2p_0}{\sum q_1p_0}\cdot\frac{\sum q_3p_0}{\sum q_2p_0}=\underline{\qquad\qquad}\,.$$

Як бачимо, знаменник другої ланки скорочується з чисельником першої, знаменник третьої ланки – із чисельником другої і залишаються чисельник третьої ланки та знаменник першої, що тотожне базисному індексу.

Слід відзначити, що при інтерпретації індексів, якими вимірюють динаміку явищ, іноді застосовують термін «пункт». Під останнім розуміють одиницю, якщо база порівняння при обчисленні індексу виражена у вигляді 100 %. Наприклад, якщо індекс обсягу виробництва продукції підвищився з 125 % у 2011 р. до 135 % у 2012-му при базі порівняння 2000 р. 100 %, то можна сказати, що індекс збільшився на 10 пунктів.

вагами

Індекси з постійними і змінними _______. Як уже згадувалося, взаємозв'язок між базисними і ланцюговими індексами (добуток ланцюгових дорівнює базисному) є безумовним лише для

індивідуальних

(індивідуальних/окремих) індексів. Для загальних такий взаємозв'язок не порушується, якщо ряд загальних індексів розраховано з постійною вагою.

Приклад. При визначенні виробництва виду продукції по підприємству (*q*) та про ціни на неї (р) за чотири роки використаємо наступні симовли:

2009	2010	2011	2012
q_1; p_1	q_2; p_2	q_3; p_3	q_4; p_4

При обчисленні базисних і ланцюгових індексів фізичного обсягу можна по-різному вирішити питання про еліміновані величини (ваги). Так, при визначенні ланцюгових індексів фізичного обсягу продукцію всіх періодів можна оцінити в одних і тих самих цінах (наприклад, у цінах 2010 р.) такі індекси мають вигляд:

$$I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1};\ I_{3/2} = \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_2 p_1};\ I_{4/3} = \frac{\sum q_4 p_1}{\sum q_3 p_1}.$$

Оскільки розраховані таким чином індекси мають однакові ваги (p_1), то представляють ряд **індексів з постійними вагами.** У цьому випадку можна перейти від ланцюгових індексів до базисного (і навпаки):

$$\frac{\sum q_4 p_1}{\sum q_1 p_1}$$

$$\frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1} \cdot \frac{\sum q_3 p_1}{\sum q_2 p_1} \cdot \frac{\sum q_4 p_1}{\sum q_3 p_1} = \_\_\_\_\_\_ .$$

Але при побудові ряду ланцюгових індексів можна було б піти іншим шляхом: для кожного періоду побудувати індекс фізичного обсягу за цінами попереднього періоду:

$$I_{2/1} = \frac{\sum q_2 p_1}{\sum q_1 p_1};\ I_{3/2} = \frac{\sum q_3 p_2}{\sum q_2 p_2}; I_{4/3} = \frac{\sum q_4 p_3}{\sum q_3 p_3}.$$

Ці індекси побудовані за різними вимірниками (вагами), тобто вони є **індексами зі змінними вагами.** Для таких індексів перехід від ланцюгових до базисних (і навпаки) неможливий.

Відзначаючи позитивну особливість

індексів із постійними вагами, що зумовлює перехід від ланцюгових індексів до базисних (і навпаки), слід вказати й на недоліки деяких видів економічних індексів. Так, чи можна вважати доцільною побудову індексів цін із постійними вагами? І дійсно, який сенс розрахунку індексу цін у четвертому періоді (порівняно з третім) за продукцією першого періоду (q_1)? З практичного боку для цін значно більший інтерес становлять індекси зі змінними вагами, хоча їм і не притаманна вказана вище взаємозалежність між ланцюговими та базисними індексами.

складу

Індекси змінного і постійного _________. У розглянутих вище прикладах йшлося про випадки, коли для сукупності невимірних показників у натуральному вигляді визначалася середня зміна індексованих величин. При вивченні динаміки якісних показників часто треба визначати зміну середньої величини індексованого показника для будь-якої однорідної сукупності (наприклад, середньої врожайності, середньої трудоємності надою, середньої собівартості і т.д.).

середніх

У загальному вигляді динаміку таких (середніх/невідомих) показників можна представити виразом ($x_1 : x_0$), який являє собою **середній індекс.**

однорідної

Відносну величину, що характеризує динаміку двох середніх показників для (однорідної/постійної) сукупності, в статистиці називають **індексом змінного складу.**

змінного

Для якісних показників, наприклад урожайності і цін, індекси ________ складу легко записати у вигляді таких відношень:

$$I_y = \bar{y}_1 : \bar{y}_0 = \frac{\sum y_1 \Pi_1}{\sum \Pi_1} : \frac{\sum y_0 \Pi_0}{\sum \Pi_0};$$

$$I_p = \bar{p}_1 : \overline{p_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0}.$$

Назва індексу змінного складу зумовлена

тим, що середні величини, динаміку яких вони відображують, можуть змінюватися залежно від змін кожної окремої одиниці досліджуваного явища та від змін його структури. Наприклад, збільшення середньої врожайності зернових культур залежить від підвищення врожайності кожної окремої культури (вівса, ячменю, гречки і т.д.) та від збільшення питомої ваги в загальній площі зернових найбільш урожайних культур.

Таким чином, індекс змінного складу характеризує спільний вплив зазначених вище факторів. У такому індексі знаходить прояв зміна обох величин – кількісних ($П_0$, $П_1$) та якісних (y_0 і y_1).

У загальному вигляді формула індексу змінного складу така:

$I_{зм.скл.}$

$$\_\_\_\_\_\_ = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \overline{x_1} : \overline{x}_0,$$

де $\overline{x}$ – осереднювана ознака; f – вага (питома вага) досліджуваного явища.

Якщо дослідження має на меті виключити вплив змін структури сукупності на динаміку середніх показників розраховують середні для двох періодів по одній і тій самій структурі, що, як правило, фіксується по звітному періоду. Індекс, який відображує динаміку середніх величин при (однорідній/фіксованій) структурі явища, називається **індексом постійного (фіксованого) складу.** Він характеризує вплив лише індексованої величини. Його структурна формула має вигляд:

фіксованій

$$I_{ф.скл.} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} \text{ або}$$

$$I_{ф.скл.} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1} : \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_1}$$

При скороченні в наведеній формулі на Σf_1 одержуємо вже відому формулу агрегатного індексу: $I = \sum x_1 f_1 : \sum x_0 f_{1\cdot 1}$.

У даному індексі вплив структурного фактора виключено. Прикладом таких індексів є індекси фізичного обсягу ($\frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$), індекси цін ($\frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$), індекси собівартості ($\frac{\sum Z_1 q_1}{\sum Z_0 q_1}$) та ін.

змінного
фіксованого

Відношенням індексів _________ складу до індексу ___________ складу одержують **індекс структури:** $I_{стр.} = (\sum x_0 f_1 : \sum f_1) : (\sum x_0 f_0 : \sum f_0)$, тобто $I_{стр.} = I_{ф.скл.} : I_{зм.скл.}$. Таким чином завжди можна обчислити один з індексів, якщо відомі два інших. Даний індекс характеризує **вплив змін структури на зміну середньої величини.**

Таблиця 85. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення індексів змінного та фіксованого складу**

Культура	Площа, га		Урожайність, ц/га		Валовий збір, ц		
	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	базисний період	звітний період	умовний
	$П_0$	$П_1$	y_0	y_1	$y_0 \; П_0$	$y_1 \; П_1$	$y_0 \; П_1$
Пшениця	500	590	30	35	15000	20650	17700
Жито	200	250	12	15	2400	3750	3000
Разом	700	840	×	×	17400	24400	20700

Приклад. Розглянемо розрахунку зазначених вище індексів за даними таблиці 85. Середня врожайність базисного і звітного періодів становить, відповідно:

$$\overline{y_0} = \frac{\sum y_0 П_0}{\sum П_0} = \frac{17400}{700} = 24{,}9; \quad \overline{y_1} = \frac{\sum y_1 П_1}{\sum П_1} = \frac{24440}{840} = 29{,}0.$$

Обчислимо індекси врожайності змінного і постійного складу та їх співвідношення:

$\frac{\sum y_1 П_1}{\sum П_1} : \frac{\sum y_0 П_0}{\sum П_0}$

$$I_{зм.скл.} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \frac{24400}{840} : \frac{17400}{700} = 1{,}165;$$

$\frac{\sum y_1 П_1}{\sum П_1} : \frac{\sum y_0 П_1}{\sum П_1}$

$$I_{ф..скл.} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \frac{24400}{840} : \frac{20700}{840} = 1{,}179;$$

$\frac{\sum y_0 П_1}{\sum П_1} : \frac{\sum y_0 П_0}{\sum П_0}$

$$I_{стр.} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = \frac{20700}{840} : \frac{17400}{700} = 0{,}988;$$

$I_{зм.скл.} : I_{ф.скл.}$

$$I_{стр..} = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ = 0{,}988 = 1{,}165 : 1{,}179;$$

$$I_{зм.скл.} = I_{ф.скл.} \cdot I_{стр.} = 1{,}165 = 1{,}179 \cdot 0{,}988$$

Прокоментуємо результати розрахунків. Індекс урожайності змінного складу відображує динаміку середньої врожайності. У нашому випадку середня врожайність зернових культур підвищилася на 16,5 % як за рахунок збільшення врожайності окремих культур, так і за рахунок змін структури посівних площ. Перш ніж визначити вплив на динаміку врожайності змін структури посівних площ ($I_{стр..}$), розраховують індекс урожайності фіксованого складу ($I_{ф.скл}$). Він виключає вплив структури посівних площ. Індекс дорівнює 1,1789 і показує, що середня врожайність у звітному періоді порівняно з базисним підвищилася на 17,9 % за рахунок зростання врожайності окремих культур.

Розбіжність в індексах змінного та постійного складу можна пояснити впливом змін структури посівних площ. Величина індексу структури 0,988 свідчить про те, що зменшення питомої ваги високоврожайних культур у звітному періоді (пшениці – від 71 до 70 %) зумовило деяке зниження показника середньої врожайності (на 1,2 %).

Аналогічно можна розрахувати індекси змінного та фіксованого складу і для інших якісних показників у випадках, коли йдеться про сукупності, для яких розраховується середня величина індексованого показника (наприклад, для показників цін, собівартості, продуктивності праці і т.д.).

§ 9.4. Види економічних індексів, їх взаємозв’язок

Індекси фізичного обсягу. В аналізі соціально-економічних явищ часто використовується **індекс фізичного обсягу.** Він широко застосовується в наукових дослідженнях і практичних розрахунках, які стосуються вивчення динаміки виробництва продукції або ступеня виконання плану. Обчислюють цей індекс, нагадаємо, за формулою агрегатного індексу.

За інформацією макету таблиці 86, знахофізичного

дять величину індексу ___________ обсягу, який характеризує зміну обсягу виробництва продукції в поточному періоді щодо базисного або планового періоду. Суми трьох останніх граф робочої таблиці дають вихідну інформацію для розрахунку індексів за такими формулами: $I_{ф.о.} = \sum q_1 p_0 : \sum q_0 p_0$; $I_{ф.о.} = \sum q_1 p_0 : \sum q_{gk/} p_0$. Перший із наведених індексів характеризує динаміку виробництва продукції, другий – ступінь виконання плану.

Таблиця 86. **Макет таблиці для обчислення індексу фізичного обсягу**

Вид продукції	Виробництво продукції, ц			Ціна, грн.	Вартість продукції, тис. грн.		
	базисний період	план	поточний період		базисний період	поточний період	
						план	фактично
	q_0	$q_{пл.}$	q_1	p_0	$q_0 p_0$	$q_{пл.} p_0$	$q_1 p_0$
Зерно							
Овочі							
Картопля							
і т.д.							
Всього	-	-	-	-	$\Sigma q_0 p_0$	$\Sigma q_{пл.} p_0$	$\Sigma q_1 p_0$

індексуються
елімінуються

При обчисленні індексу фізичного обсягу (індексуються/приймаються) обсяги виробництва продукції, (враховуються/елімінуються) – ціни. Причому за незмінні ваги приймаються ціни базисного періоду. Отже, чисельник першого індексу являє собою умовну вартість виробленої продукції, знаменник – фактичну вартість продукції базисного періоду. Якщо обчислена величина цього індексу становить, наприклад, 1,163, це означає, що в поточному періоді порівняно з базисним було вироблено продукції на 16,3 % більше. За аналогічною схемою розраховують та інтерпретують індекс фізичного обсягу, коли базою порівняння є планові показники. При відсутності необхідних даних індекс фізичного обсягу обчислюють за формулою середнього (арифметичного/простого) індексу.

арифметичного

Індекси цін. Досить важливим завданням статистики є характеристика динаміки цін. Воно вирішується за допомогою **агрегатних індексів цін.** Для їх розрахунку береться вартість однієї й тієї ж продукції у поточних та базисних цінах. Обчислюють індекс за схемою аналогічною індексу фізичного обсягу з тією різницею, що індексуються тут показники цін (p_1, p_0), а елімінованою величиною (вагою) приймається кількість продукції поточного періоду (q_1). Одержані суми вартості продукції з робочої таблиці (вона будується аналогічно попередній) підставляють у формулу індексу цін $\_\_\_\_ = \sum p_1 q_1 : \sum p_0 q_1$.

$I_ц$

Отже, _________ формули являє собою вартість продукції поточного періоду, _________ – умовну вартість. Наприклад, якщо вивчається динаміка цін на продукцію, реалізовану на ринку, й обчислена величина індексу цін становить 0,841, це означає, що ціни на реалізовану продукцію в поточному періоді порівняно з базисним знизилися на 15,9 %.

чисельник
знаменник

Агрегатний індекс цін розраховують у випадках, коли наявні дані про реалізовану продукцію в поточному періоді у цінах поточного та базисного періодів. Якщо ж є інформація про зміни обсягів реалізації і цін по окремих видах продукції, то для характеристики динаміки цін в цілому по всіх видах продукції розраховують середній (арифметичний/гармонійний) індекс цін: $I_ц = \sum p_1 q_1 : \sum \frac{p_1 q_1}{i}$.

гармонійний

Таблиця 87. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення середнього гармонійного індексу цін**

Вид продукції	Обсяг реалізації в поточному періоді, тис. грн.	Зміни (+,-) в поточному періоді порівняно з базисним, %	Обсяг реалізації в поточному періоді в цінах базисного
	$p_1 q_1$	$i \times 100 - 100$	$\sum \frac{p_1 q_1}{i} = \sum p_0 q_1$
Зерно	6018	-16	7164
Овочі	3227	+9	2961
Молоко	1639	-3	1690
Всього	10884	-	11815

Розрахунок цього виду індексу розглянемо за даними, наведеними в таблиці 87. Як бачимо, у вихідній інформації відсутні дані про вартість реалізованої продукції у поточному періоді за цінами базисного. Тому динаміку цін розкриває середній гармонійний індекс:

$$I_{ц} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{p_1 q_1}{i}} = \frac{10884}{11815} = 0,921.$$

Таким чином, ціни в поточному році порівняно з базисним на реалізовану продукцію в цілому знизилися в середньому на 7,9 %.

Індекс продуктивності праці. Оскільки продуктивність праці вимірюється

кількістю

(кількістю/вартістю) продукції, виробленою за одиницю часу, або затратами робочого часу на виробництво одиниці продукції, для визначення

продуктивності

рівня (затрат/продуктивності) праці необхідно знати обсяг продукції та час, затрачений на її виробництво. Використовують також вартісні показники продуктивності праці, які одержують шляхом ділення вартості продукції на затрачений робочий час.

При вивченні динаміки продуктивності праці на виробництві окремих видів продукції розраховують індивідуальні індекси продуктивності праці. При обчисленні їх за сукупністю

різнорідної

(різнорідної/фактичної) продукції співвідношення затрат робочого часу на виробництво продукції в поточному періоді визначають за продуктивністю праці в базисному періоді та фактичними затратами робочого часу на продукцію звітного періоду. Структурна формула цього співвідношення має вигляд: $I = \sum t_0 q_1 : \sum t_1 q_1$, де t_0, t_1 – затрати робочого часу на одиницю продукції відповідно у базисному і звітному періодах; q_1 – кількість продукції за звітний період.

Обернену величину індексу продуктивності

затрат

праці називають індексом _______ робочого часу.

Її розраховують за формулою: $I = \sum t_1 q_1 : \sum t_0 q_1$.

трудовими

Наведені індекси називають (**вартісними/трудовими) індексами продуктивності праці.** Для зручності їх розрахунку складають робочу таблицю (табл. 88). Підсумки по останніх двох графах підставляють у чисельник та знаменник формули агрегатного індексу продуктивності праці. У статистиці він має назву «трудовий індекс продуктивності праці фіксованого складу».

Таблиця 88. **Вихідні і розрахункові дані обчислення агрегатного індексу продуктивності праці (трудового)**

Вид продукції	Кількість виробленої продукції в поточному періоді, ц	Затрати праці на 1 ц продукції, люд.-г		Затрати робочого часу, люд.-г	
		базисний період	поточний період	умовні	фактичні
	q_1	t_0	t_1	$t_0 q_1$	$t_1 q_1$
А					
Б					
В					
і т.д.					
Всього	-	-	-	$\Sigma t_0 q_1$	$\Sigma t_1 q_1$

На практиці широко застосовується вартісний метод вимірювання динаміки продуктивності праці. Такий методичний підхід дає змогу одержати узагальнюючу характеристику динаміки продуктивності праці шляхом обчислення

вартісного

(**вартісного/фізичного) індексу продуктивності праці.** Формула цього агрегатного змінного індексу змінного складу має вигляд: $I = (\sum q_1 p : \sum t_1 q_1) : (\sum q_0 p : \sum t_0 q_0)$, де $\sum q_0 p, \sum q_1 p$ – вартість одержаної продукції у порівнянних цінах відповідно у базисному та звітному періодах; $\sum t_0 q_0, \sum t_1 q_1$ – затрати робочого часу в базисному і звітному періодах.

Розрахунки вартісного індексу здійснюють на базі допоміжної робочої таблиці (табл. 89). Підставивши у чисельник і знаменник підсумкові дані відповідних граф, одержимо агрегатний індекс продуктивності праці (вартісний) змінного складу.

Таблиця 89.
Вихідні і розрахункові дані для обчислення агрегатного індексу продуктивності праці (вартісного)

Вид продукції	Кількість виробленої продукції, ц		Затрати праці на всю продукцію, люд.-г		Ціна, грн.	Вартість валової продукції, грн.	
	базисний період	поточний період	базисний період	поточний період		базисний період	поточний період
	q_0	q_1	$t_0\ q_0$	$t_1\ q_1$	p	q_0 p	q_1 p
Зерно							
Овочі							
Картопля							
і т.д.							
Всього	-	-	$\Sigma t_0\ q_0$	$\Sigma t_1 q_1$	-	Σq_0 p	Σq_1 p

залежність

Між розглянутими вище видами індексів існує така (залежність/різниця): вартісний індекс продуктивності праці дорівнює відношенню індексу фізичного обсягу до індексу затрат праці, а саме:

$$\frac{\sum q_1 p}{\sum t_1 q_1} : \frac{\sum q_0 p}{\sum t_0 q_0} = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} : \frac{\sum t_1 q_1}{\sum t_0 q_0}.$$

Індекс собівартості. На підставі даних про кількість виробленої в підприємстві за два роки продукції та собівартість її одиниці можна обчислити середню зміну собівартості одиниці продукції по галузі (рослинництво, тваринництво) та підприємству в цілому. У даному випадку індексується собівартість одиниці продукції, а елімінується – кількість продукції поточного періоду. Розраховують індекс собівартості за схемою агрегатного загального індексу (фіксованого/фізичного) складу $I_{соб.} = \sum z_1 q_1 : \sum z_0 q_1$, де z_0, z_1 – собівартість одиниці продукції базисного і поточного періодів; q_1 – кількість продукції поточного періоду.

фіксованого

загальних

Індекс _________ витрат обчислюють за формулою агрегатного індексу змінного складу: ______ $= \sum Z_1 q_1 : \sum Z_0 q_0$.

$I_{заг.витр.}$

Перший із наведених індексів характеризує динаміку змін собівартості одиниці продукції в поточному періоді щодо базисного, другий – динаміку змін загальних витрат. Обчислюють ці індекси а підставі даних попередніх розрахунків, як показано в таблиці 90.

Таблиця 90.
Вихідні і розрахункові дані для обчислення індексів собівартості та витрат

Вид продукції	Кількість виробленої продукції, ц		Собівартість одиниці продукції, грн.		Витрати виробництва, грн.		
	базисний період	поточний період	базисний період	поточний період	базисний період	поточний період	умовні
	q_0	q_1	z_0	z_1	$q_0\ z_0$	$q_1\ z_1$	$q_1\ z_0$
А							
В							
В							
і т.д.							
Всього	-	-	-	-	$\Sigma q_0\ z_0$	$\Sigma q_1\ z_1$	$\Sigma q_1\ z_0$

Вибір ваги (сумірника) індексу. Слід відзначити, що в теорії індексного методу дискусійним вважається питання вибору _______________ величини (ваги) при побудові агрегатних індексів. У статистичній практиці існує такий методичний (підхід/результат) до побудови індексних комплексів: якщо результативний показник являє собою добуток об’ємного (кількісного) і якісного показників, то при визначенні впливу першого на результативний – якісний показник слід фіксувати на рівні базисного періоду. Наприклад, при побудові агрегатного індексу $\Sigma П_1 у_0 : \Sigma П_0 у_0$ (де $П_0$, $П_1$ – площі зернових у базисний та звітний періоди; $у_0$ – урожайність) індексуються об’ємні показники ($П_0$, $П_1$), а елімінується якісний показник ($у_0$), тобто урожайність у базисному періоді. Економічний зміст одержаного результату зводиться до ___________: як змінився валовий збір зернових культур за рахунок кількісних змін посівних площ у поточному періоді.

елімінованої

підхід

висновку

Якщо ж визначається вплив якісного показника, то об'ємний (кількісний) фіксується на рівні поточного періоду. Так, при обчисленні агрегатного індексу $\Sigma y_1 П_1 : \Sigma y_0 П_1$ індексуються показники урожайності (y_0, y_1), а вагою виступає показник площі ($П_1$) у поточному періоді. Одержаний результат характеризує зміну валового збору (однорідних культур) у поточному році за рахунок змін рівня врожайності. Аналогічний методичний підхід використовують при побудові агрегатних індексів цін ($\Sigma p_1 q_1 : \Sigma p_0 q_1$), собівартості ($\Sigma z_1 q_1 : \Sigma z_0 q_1$), продуктивності праці ($\Sigma t_0 q_1 : \Sigma t_1 q_1$) та ін.

якісних

При обчисленні зазначених вище індексів ________ показників виходять із суті останніх як економічної категорії, а не з математичного оформлення індексних комплексів. Наприклад, індекс цін повинний дати відповідь, на скільки та чи інша кількість продукції, оцінена за цінами попереднього і звітного періодів, змінила б свою грошову вартість. Отже, якщо ми вивчаємо реальну зміну цін, то нас повинна цікавити зміна їх на продукцію, яку одержуємо зараз, тобто в поточному періоді (q_1). З аналогічних міркувань виходять при виборі ваги для розрахунку індексів урожайності, собівартості, продуктивності праці тощо.

кількісних

При обчисленні індексів __________ показників, наприклад індексу фізичного обсягу, як уже згадувалося, сумірником береться ціна базисного періоду. Це зумовлено тим, що більш точно відобразити зміну кількості виробленої продукції можна лише, якщо виходити з передбачення, що в поточному періоді змінилася лише кількість виробленої продукції, а ціни залишилися на рівні базисного періоду.

Викладений порядок розрахунку індексів є загальноприйнятим, але залежно від завдань дослідження можуть бути певні відхилення від нього. Особливо це стосується розрахунку конкретних економічних індексів у статистичних дослідженнях.

§ 9.5. Взаємозв'язок статистичних індексів. Визначення впливу окремих факторів

Уже відзначалося, що суспільно-економічні явища і процеси перебувають у взаємозалежності та взаємозумовленості. Тому значна частина статистичних показників взаємопов'язані. Наприклад, валовий збір є добутком показників урожайності на площу; виробничі витрати – добутком обсягу виробництва на собівартість; товарооборот – добутком кількості реалізованої продукції на ціну і т.д. Аналогічна взаємозалежність існує і між економічними індексами. Так, індекс валового збору дорівнює добутку індексу врожайності на індекс посівних площ; індекс товарообороту – добутку індексу фізичного обсягу на індекс цін і т.д.

взаємозв'язків

Нижче наведено схему ________________ індексів, які найчастіше зустрічаються в економічних дослідженнях та аналізі.

Зміну валового збору однорідної групи культур визначають за допомогою наведених індексів та їх співвідношень:

$I_{в.з.}$

Індекс валового збору – $\_\_\_\_ = \dfrac{\sum П_1 у_1}{\sum П_0 у_0}$.

$I_{ур}$

Індекс урожайності – $\_\_\_\_ = \dfrac{\Sigma П_1 у_1}{\Sigma П_1 у_0}$.

$I_{рсп}$

Індекс розміру і структури посівів – $\_\_\_\_ = \dfrac{\Sigma П_1 у_0}{\Sigma П_0 у_0}$.

$I_{п.п}$

Індекс розміру посівної площі – $\_\_\_\_ = \dfrac{\Sigma П_1}{\Sigma П_0}$.

$I_{усг}$

Індекс урожайності зі «строкатого» гектара – $\_\_\_\_ = \dfrac{\Sigma П_1 у_1}{\Sigma П_1} : \dfrac{\Sigma П_0 у_0}{\Sigma П_0} = \dfrac{\overline{у_1}}{\overline{у_0}}$.

Взаємозв'язок індексів – $I_{в.з.} = I_{ур} \times I_{рсп}$; $I_{в.з.} = I_{п.п} \times I_{усг}$.

посівних

Ступінь впливу змін у структурі _________ площ на валовий збір знаходять за таким співвідношенням індексів:

$$\frac{\Sigma\Pi_1 y_0}{\Sigma\Pi_0 y_0} : \frac{\Sigma\Pi_1}{\Sigma\Pi_0} \text{ або } \frac{\overline{y_1}}{y_0} : \frac{\sum\Pi_1 y_1}{\sum\Pi_1 y_0}.$$

товарообороту

Зміни в рівні _______________ продукції можна визначити добутком індексу фізичного обсягу на індекс цін:

$$\frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_0 p_0} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 q_0} \cdot \frac{\Sigma q_1 p_1}{\Sigma q_1 p_0}.$$

Аналогічний взаємозв'язок індексів знаходимо при вивченні змін витрат

виробництва

___________, а саме: добуток індексу фізичного обсягу на індекс собівартості:

$$\frac{\Sigma q_1 z_1}{\Sigma q_0 z_0} = \frac{\Sigma q_1 z_0}{\Sigma q_0 z_0} \cdot \frac{\Sigma q_1 z_1}{\Sigma q_1 z_0}.$$

продуктивності

При вивченні змін у рівнях ______________ праці знаходять співвідношення індексу фізичного обсягу та індексу затрат праці:

$$\left(\frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_1 t_1} : \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma q_0 p_0}\right) = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} : \frac{\Sigma q_1 t_1}{\Sigma q_0 t_0}.$$

Існує також взаємозв'язок між індексами фонду заробітної плати, середньої зарплати та чисельності працівників. Так, добуток індексів середньої заробітної плати $(I_{сз})$ і чисельності працівників $(I_п)$ дає індекс фонду заробітної плати $(I_{фз})$, тобто $I_{фз} = I_{сз} \times I_п$.

Слід відзначити, що існує взаємозв'язок і між індексами змінного складу (вони відображують зміни середніх рівнів якісних показників), індексами структурних зрушень та індексами фіксованого складу: $I_{з.с.} = I_{с.з.} \times I_{ф.с.}$.

Взаємозв'язки між наведеними вище індексами дають змогу дослідити вплив

структурного

_____________ фактора і зміну самої індексованої величини на зміну (у часі) ________ рівнів досліджуваного показника

середніх

Отже, при дослідженні динаміки показників соціально-економічних явищ можна використовувати широке коло статистичних індексів, різних за будовою і змістом, але взаємопов'язаних між собою та доповнюючих один одного, тобто їх систему. Систему взаємозалежних індексів використовують, зокрема, при вивченні ролі окремих факторів у загальній динаміці явищ, а також при обчисленні за двома відомими показниками третього, невідомого.

Характеристика дії фактора може бути одержана як у відносному, так і в абсолютному вираженні.

двофакторних

Загальний вигляд системи (двофакторних/зведених) взаємозалежних індексів можна представити у такому поєднанні:

$$I_{yx} = I_y I_x \text{ або } \frac{\sum y_1 x_1}{\sum y_0 x_0} = \frac{\sum y_1 x_0}{\sum y_0 x_0} \cdot \frac{\sum y_1 x_1}{\sum y_1 x_0}.$$

За даними таблиці 86 знайдемо зазначену взаємозалежність індексів:

$$I_{в.з.} = I_{рсп.} \cdot I_{ур.} = \frac{\sum П_1 y_0}{\sum П_0 y_0} \cdot \frac{\sum П_1 y_1}{\sum П_1 y_0} = \frac{20700}{17400} \cdot \frac{24400}{20700} = 1{,}190 \cdot 1{,}179 = 1{,}402;$$

$$I_{в.з..} = \frac{\sum П_1 y_1}{\sum П_0 y_0} = \frac{24400}{17400} = 1{,}402.$$

Висновок: валовий збір зернових культур у цілому збільшився на 40,2 %, у тому числі за рахунок збільшення розмірів посівних площ – на 19,0 %, за рахунок підвищення врожайності – на 17,9 %.

приріст

У розглянутому прикладі можна визначити абсолютний (зміст/приріст) результативного показника за рахунок змін кожного із факторних показників обчисленням різниць між чисельником та знаменником. Зокрема, загальний абсолютний приріст становить: $\Delta_{yx} = y_1 x_1 - y_0 x_0$. Розклавши його за факторами, маємо: $\Delta_y = y_1 x_0 - y_0 x_0 = x_0 (y_1 - y_0)$; $\Delta_x = y_1 x_1 - y_1 x_0 = y_1 (x_1 - x_0)$. При такому методі розкладання абсолютного приросту одержимо $\Delta_{yx} = \Delta_y + \Delta_x$.

взаємозалежних

Для системи ______________ індексів у двофакторних комплексах розкладання абсолютного приросту має вигляд: $\Delta_{yx} = \sum y_1x_1 - \sum y_0x_0$, у тому числі за факторами: $\Delta_{yx} = \sum y_1x_0 - \sum y_0x_0$; $\Delta_x = y_1x_1 - \sum y_1x_0$.

За даними розглянутого вище прикладу валовий збір у поточному періоді порівняно з базисним збільшився на 7000 ц (24400 – 17400). Розраховуємо вплив кожного із факторів на визначений розмір приросту. Так, за рахунок збільшення посівних площ валовий збір підвищився на 3300 ц (20700 – 17400), а від підвищення урожайності – на 3700 (24400-20700), тобто 3300+3700 = 7000.

Аналогічний принцип розкладання абсолютного приросту на складові при вивченні дії трьох і більше факторів.

§ 9.6. Територіальні індекси, особливості їх обчислення

порівняння

індивідуальних

Як уже згадувалося, статистичні індекси використовують не тільки для дослідження змін явищ і процесів у часі, а й для характеристики змін рівнів соціально-економічних явищ у просторі. Зокрема, статистика широко застосовує метод (узагальнення/порівняння) показників у розрізі підприємств, міст, економічних районів, областей, країн. Узагальнюючі показники, які характеризують співвідношення рівнів складних економічних явищ у просторі, тобто в розрізі територій і об’єктів, називаються **територіальними індексами.** Побудова територіальних індексів має свої особливості порівняно з індексами, які характеризують динаміку явищ. Щодо обчислення ______________ територіальних індексів, то тут ніяких труднощів не виникає, адже обчислюються звичайні відносні величини порівняння. Наприклад, якщо порівнюється середньорічний надій від однієї корови у двох районах, в першому з яких він дорівнював 4700 кг, а в другому – 4300 кг, то зіставленням першого показника з другим одержуємо територіальний індекс 1,093. По суті, одержано індивідуальний індекс, який показує, що надій у першому районі в 1,093 раза вищий, ніж у другому.

елімінованої

При побудові територіальних індексів (індивідуальних і загальних) за базу порівняння можуть бути прийняті показники будь-якої із порівнюваних територій. Проте інакше вирішується питання вибору _____________ величини (ваги), тобто території чи об'єкта, на рівні якого слід зафіксувати вагу індексу. Загальноприйнята схема вибору ваги, розглянута вище, для обчислення індексів динаміки явищ не прийнятна. Адже в територіальних індексах порівнюються явища, які істотно різняться між собою за структурою, а тому ваги тут повинні певною мірою нейтралізувати структурні зрушення. Отже, для територіальних індексів методично правильним вважається вибір «стандартизованої» ваги, яка розрахована на базі, наприклад, районної галузевої та інших структур. Крім того, вибір бази порівняння при обчисленні територіальних індексів слід економічно обґрунтовувати. Наприклад, якщо порівнюються рівень заробітної плати тваринників спеціалізованих господарств з однаковими умовами виробництва, то за базу слід узяти передове господарство з найвищим рівнем оплати праці тваринників.

індексованої

Щодо (арифметичної/індексованої) величини, то в територіальних індексах нею може бути кількісний чи якісний показник. Для останніх індексні комплекси розраховують за схемою індексів змінного та фіксованого складу.

При виборі ваги при побудові територіальних індексів слід виходити насамперед із завдань дослідження та його мети.

сумірників

Досить просто вирішується питання (сумірників/аналогів) при побудові індексів фізичного обсягу. Наприклад, при порівнянні обсягів виробництва продукції у двох областях використовують єдині порівнянні ціни (p). Тоді для областей А і Б територіальний індекс обсягу має вигляд: $I_{ф.о.} = \sum q_A p : \sum q_Б p$.

кормомісткості

Але якщо просторове порівняння двох областей здійснюють із метою визначення, наприклад, різниці у показниках ____________ продукції тваринництва (витрати кормів на одиницю продукції), то за вагу слід брати кормомісткість кожного виду тваринницької продукції. Ця вага повинна бути зафіксована на одному й тому ж рівні для обох областей при індексуванні об'ємних показників. Який же показник слід обрати за фіксовану величину? Тут можливі варіанти: а) кормомісткість в області, яка порівнюється: б) кормомісткість в області, яка є базою порівняння; в) середній показник кормоміскості для обох областей; г) осереднений показник для ширшої території.

якісних

При побудові територіальних індексів _______ показників також маємо кілька варіантів вирішення питання вибору сумірника (ваги): а) обсяг продукції в області, яка порівнюється; б) обсяг продукції в області, яка є базою порівняння; в) сумарний обсяг продукції двох областей; г) будь-який інший об'ємний показник.

варіантом

Зрозуміло, що індекси, обчислені за наведеними вище варіантами вибору ваг, дадуть різні відповіді. З практичного боку більш об'єктивною слід вважати відповідь за (варіантом/типом) «а». Наприклад, при вивченні різниці в цінах реалізації продукції територіальний індекс по областях А і Б для цього варіанта матиме вигляд: $I_y = \sum q_A p_A : \sum q_A p_Б$.

Як бачимо, чисельник цього індексу містить показник фактичного, тобто реального, розміру грошової виручки в області А, знаменник – умовний показник виручки при обсязі продукції області А, якщо продукція реалізовувалася за цінами області Б. Отже, додатна різниця між чисельником та знаменником характеризує втрати покупців області А, а від'ємна, – навпаки, виграш за рахунок різниці в цінах порівняно з областю Б.

За результатами дискусії з питань методології побудови територіальних індексів найбільш прийнятним слід вважати таке
розв'язання (дослідження/розв'язання) питань вибору сумір-
ників (ваги). При побудові індексних комплексів
інтенсивності із показників ___________ доцільно обирати
сумірником: 1) екстенсивний показник, що стосується територій, на якій інтенсивний показник є більш економічним; 2) загальну середню величину екстенсивного показника на порівнюваних територіях; 3) стандартну величину екстенсивного показника.

Якщо територіальні індекси будуються для
екстенсивних _____________ показників, вагами можуть бути
прийняті середні величини інтенсивного показника: 1) встановлені для території, прийнятої за стандарт; 2) розраховані для території, по якій здійснюється порівняння.

Зауважимо, що ми розглянули лише загальні риси методологічного підходу і принципів побудови територіальних індексів. Вирішення цих питань можливе після досконалого вивчення конкретного об'єкта дослідження та економічної природи явища чи процесу.

Питання для самоконтролю

1. Що розуміють під індексом?
2. Індивідуальні та загальні індекси.
3. Як поділяють загальні індекси за способом побудови?
4. Поясніть символіку індексного аналізу. Наведіть приклади.
5. Агрегатні індекси.
6. Як поділяють індекси динаміки залежно від періоду часу, який береться за основу при побудові індексів?
7. Індекси постійного та змінного складу.
8. Наведіть формулу та поясніть індекс фізичного обсягу.
9. Методика обчислення та аналізу агрегатних індексів цін.
10. Способи обчислення індексів продуктивності праці.
11. Загальний індекс собівартості: методика обчислення, економічний зміст.
12. Поясніть принципи вибору ваги (сумірника) індексу.
13. Наведіть приклади взаємозв'язку індексів.
14. Як за допомогою індексного аналізу визначають вплив окремих факторів у динаміці складних економічних явищ?
15. Які особливості побудови територіальних індексів?

Завдання для практичних занять

Завдання 9.1. Визначення базисних та ланцюгових індексів

Зміст завдання: За даними форми про виробництво основних видів продукції визначити: 1) загальну вартість продукції в порівняних цінах; 2) базисні та ланцюгові індекси фізичного обсягу продукції; 3) взаємозв'язок між базисним і ланцюговими індексами.

Порядок виконання

Загальні індекси фізичного обсягу продукції можна розраховувати базисним та ланцюговим способами. Базисні індекси визначають відношенням показника наступного періоду до показника, прийнятого за базу порівняння. Ланцюгові індекси визначають відношенням показника кожного наступного періоду до показника попереднього періоду.

Таблиця 91

Вихідні та розрахункові дані для обчислення індексів

Види продук-ції	Кількість продукції, тис. ц					Ціна за 1 ц, грн.	Вартість продукції, тис. грн.				
	Роки						Роки				
	2008	2009	2010	2011	2012		2008	2009	2010	2011	2012
	q_0	q_1	q_2	q_3	q_4	p_0	q_0p_0	q_1p_0	q_2p_0	q_3p_0	q_4p_0
Пшениця	15,2	15,7	18,0	16,6	17,2	102,75					
Цукрові буряки	9,4	8,8	8,7	9,0	9,2	39,14					
Молоко	1,2	0,9	1,1	0,7	0,8	248,66					
Всього	х	х	х	х	х	х	Σ	Σ	Σ	Σ	Σ

Таблиця 92

Розрахунок базисних і ланцюгових індексів

Роки	Вартість продукції, тис. грн.	Базисні індекси	Ланцюгові індекси
2008		-	-
2009		$I_1 = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} =$	$I_1 = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} =$
2010		$I_2 = \frac{\Sigma q_2 p_0}{\Sigma q_0 p_0} =$	$I_2 = \frac{\Sigma q_2 p_0}{\Sigma q_1 p_0} =$
2011		$I_3 = \frac{\Sigma q_3 p_0}{\Sigma q_0 p_0} =$	$I_3 = \frac{\Sigma q_3 p_0}{\Sigma q_2 p_0} =$
2012		$I_4 = \frac{\Sigma q_4 p_0}{\Sigma q_0 p_0} =$	$I_4 = \frac{\Sigma q_4 p_0}{\Sigma q_3 p_0} =$

Між базисним і ланцюговими індексами існує взаємозв’язок:

а) відношення наступного базисного індексу до попереднього індексу дає наступний ланцюговий індекс;

б) добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному індексу останнього періоду.

Таблиця 93

Взаємозв’язок базисних і ланцюгових індексів

Роки	Перетворення базисних індексів у ланцюгові		Перетворення ланцюгових індексів у базисні	
	розрахунок	результат	розрахунок	результат
1	2	3	4	5
2009	I_1		I_1	

Продовж. табл 93

1	2	3	4	5
2010	$\frac{I_2}{I_1}$		$I_1 \times I_2$	
2011	$\frac{I_3}{I_2}$		$I_1 \times I_2 \times I_3$	
2012	$\frac{I_4}{I_3}$		$I_1 \times I_2 \times I_3 \times I_4$	

Сформулювати висновки.

Завдання 9.2. Визначення конкретних видів економічних індексів

Зміст завдання: За даними про виробництво продукції, ціну, собівартість та затрати праці на 1 ц визначити індекси фізичного обсягу; цін; собівартості; продуктивності праці та взаємозв'язок між індексами.

Порядок виконання

Таблиця 94

Вихідні дані для розрахунку індексів

Види продукції	Вироблено продукції, ц		Ціна 1 ц, грн.		Собівартість 1 ц, грн.		Витрати праці на 1 ц, люд.-г	
	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік	Базисний рік	Звітний рік
	q_0	q_1	p_0	p_1	z_0	z_1	t_0	t_1
Пшениця	18000	17200	102,75	110,15	95,00	100,00	10,3	9,0
Молоко	1100	800	248,66	250,86	240,20	250,20	8,5	11,5

За даними таблиці 94 розрахувати індивідуальні та загальні індекси. Індивідуальні індекси показують зміну одного елемента сукупності або всієї однорідної сукупності.

Індивідуальні індекси обчислюються як відношення показників звітного періоду до показників базисного періоду (за винятком трудового індексу, де $i = \frac{t_0}{t_1}$).

Таблиця 95

Розрахунок індивідуальних індексів

Назви індексів	Формули	Розрахунок	
		Пшениця	Молоко
Фізичного обсягу	$i = \frac{q_1}{q_0}$		
Цін	$i = \frac{p_1}{p_0}$		
Собівартості	$i = \frac{z_1}{z_0}$		
Продуктивності праці	$i = \frac{t_0}{t_1}$		

Сформулювати висновки.

Таблиця 96

Допоміжні розрахунки для визначення загальних індексів

Види продукції	Вартість продукції, тис. грн.			Собівартість всієї продукції, тис. грн.			Витрати праці, тис. люд.-г		
	Базисний рік	Звітний рік	Умовний	Базисний рік	Звітний рік	Умовний	Базисний рік	Звітний рік	Умовний
	q_0p_0	q_1p_1	q_1p_0	z_0q_0	z_1q_1	z_0q_1	$T_0=t_0q_0$	$T_1=t_1q_1$	t_0q_1
Зерно									
Молоко									
Всього									

Загальними індексами називають відносні величини, що характеризують динаміку складного явища, елементи якого не піддаються безпосередньому підсумовуванню. При розрахунку загальних індексів застосовують формули агрегатних індексів. Агрегатні індекси поділяються на *індекси фіксованого і змінного складу*.

Абсолютний приріст результативного показника за рахунок змін кожного із факторних показників можна визначити обчисленням різниць між чисельником та знаменником індексу.

Таблиця 97

Розрахунок агрегатних індексів

Індекс	Формула	Розра-хунок	Відхилення звітного року вів базисного (+, -)	
			абсолютне	відносне
Індекси фіксованого складу				
1 а) фізичного обсягу продукції б) фізичного обсягу по собівартості	$I_q = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0}$ $I_q = \frac{\Sigma q_1 z_0}{\Sigma q_0 z_0}$			
2. Цін	$I_p = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$			
3. Собівартості	$I_z = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1}$			
4. Продуктивності праці	$I_t = \frac{\Sigma t_0 q_1}{\Sigma t_1 q_1}$			
Індекси змінного складу				
1. Вартості продукції	$I = \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_0}$			
2. Загальних витрат виробництва	$I = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_0}$			
3. Продуктивності праці (вартісний)	$I = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma T_1} \div \frac{\Sigma q_0 p_0}{\Sigma T_0}$			
4. Витрат праці	$I = \frac{\Sigma T_1}{\Sigma T_0}$			

Система взаємопов’язаних індексів дає змогу вивчити взаємозв’язки суспільних явищ, визначити роль та вплив окремих факторів на зміну результативної ознаки.

1. Величина індексу вартості продукції залежить від зміни фізичного обсягу продукції і від зміни цін. Зв’язок між цими сполученими індексами можна відобразити рівнянням:

$$I_{ВАРТОСТІ} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \times \frac{\Sigma p_1 q_1}{\Sigma p_0 q_1}$$

2. Індекс витрат виробництва дорівнює добутку індексу собівартості та індексу фізичного обсягу продукції:

$$I_{ВИТРАТ} = \frac{\Sigma z_1 q_1}{\Sigma z_0 q_1} \times \frac{\Sigma q_1 z_0}{\Sigma q_0 z_0}$$

3. Індекс продуктивності праці залежить від зміни фізичного обсягу продукції та зміни витрат праці:

$$I_{ПП} = \frac{\Sigma q_1 p_0}{\Sigma q_0 p_0} \div \frac{\Sigma T_1}{\Sigma T_0}.$$

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 9.3. Індексний аналіз прибутку

Зміст завдання: За даними про реалізацію зернової продукції (табл. 98) визначити: загальний обсяг прибутку; вплив факторів на зміну розміру прибутку.

Порядок виконання

Таблиця 98

Розрахунок прибутку від реалізації зернової продукції

Показники	Умовні позначення	Базисний рік	Звітний рік
1. Реалізовано продукції, ц	*q*	15000	14500
2. Дохід (виручка) від реалізації продукції, грн	*pq*	1575000	1667500
3. Собівартість реалізованої продукції, грн	*zq*	1428000	1525400
4. Прибуток (+), збиток (-), грн.	*pq- zq*		
5. Ціна 1 ц, грн	*p = pq / q*		
6. Собівартість 1 ц, грн	*z = zq / q*		

Динаміка прибутку від реалізації продукції характеризується загальним індексом:

$$I = \frac{\sum (p_1 - z_1) \cdot q_1}{\sum (p_0 - z_0) \cdot q_0},$$

де q_0 і q_1 – кількість реалізованої продукції в базисному і звітному періодах;

p_0 і p_1 –ціна одиниці продукції в відповідних періодах;

z_0 і z_1 – собівартість одиниці продукції у відповідних періодах.

Вплив факторів першого порядку на динаміку прибутку від реалізації окремого виду продукції визначається за допомогою індексів:

1. Вплив збільшення (зменшення) кількості реалізованої продукції:

$$I_q = \frac{\sum q_1(p_0 - z_0)}{\sum q_0(p_0 - z_0)}.$$

Абсолютна величина зміни прибутку за рахунок цього фактора визначається як різниця між чисельником і знаменником:

$$\Delta_q = \Sigma q_1(p_0 - z_0) - \Sigma q_0(p_0 - z_0).$$

2. Вплив підвищення (зниження) ціни реалізації:

$$I_p = \frac{\sum q_1(p_1 - z_0)}{\sum q_1(p_0 - z_0)}.$$

Абсолютна величина зміни прибутку за рахунок цього фактора:

$$\Delta_p = \Sigma q_1(p_1 - z_0) - \Sigma q_1(p_0 - z_0).$$

3. Вплив зміни собівартості одиниці продукції:

$$I_z = \frac{\sum q_1(p_1 - z_1)}{\sum q_1(p_1 - z_0)}.$$

Абсолютна зміна розміру прибутку за рахунок цього фактора:

$$\Delta_z = \sum q_1 z_0 - \sum q_1 z_1$$

Сформулювати висновки.

МОДУЛЬ 4

ТЕМА 10. АНАЛІЗ ІНТЕНСИВНОСТІ ДИНАМІКИ

§ 10.1. Статистичні ряди динаміки, основні правила їх побудови

Явища суспільного життя знаходяться в постійних змінах і розвитку як у просторі, так і у часі. Одне з основних завдань статистики полягає в дослідженні процесів змін і розвитку явищ у часі, тобто вивчення процесу їх розвитку. Числові дані, які характеризують такі процеси і явища, утворюють ряди динамік (інколи їх називають динамічними, хронологічними або часовими рядами).

часі

хронологічному

Рядом динаміки у статистиці називається ряд чисел, який характеризує зміну величини суспільного явища у (русі/часі). Це ряд послідовно розташованих у __________________ порядку значень показника, який у своїх змінах відображує хід розвитку досліджуваного явища.

елементів

Кожний ряд динаміки складається з двох (елементів/сегментів): 1) **ряду рівнів**, які характеризують величину явища, його розмір; 2) **ряду періодів** або моментів часу, до яких належать рівні ряду. Обидва елементи називаються членами ряду динаміки.

Прикладом ряду динаміки можуть бути дані, наведені в таблиці 99.

Таблиця 99. Виробництво продукції підприємством

Рік	2007	2008	2009	2010	2011	2012
Виробництво, тис. грн.	1800	2100	2400	2200	2300	2350

Ряди динаміки дають матеріал для аналізу розвитку соціально-економічних явищ і процесів. Приклади їх використання можна знайти в різних сферах економічної роботи. Значення рядів динаміки зростає якщо вони ведуться неперервно на протязі довгого часу. Дослідження такого ряду дає можливість вивчати процес розвитку явищ, виявити основні тенденції і закономірності цього розвитку.

Статистичні дані, що входять до складу

рядів динаміки повинні бути порівняними між собою. Використання їх в аналізі передбачає попередню ретельну перевірку і перерахунки. Слід підкреслити, що побудова ряду динаміки передбачає дотримання певних (вимог/законів). Розглянемо їх.

вимог

1. Усі показники ряду динаміки повинні бути вірогідними, точними, науково обґрунтованими. Якщо в ряду показників є хоча б один не правильно обчислений, то порівняння з ним призведе до помилкових висновків.

2. Показники ряду динаміки повинні бути порівнянні за змістом, тобто вони повинні обчислюватися за єдиною методологією (наприклад, виробництво валової продукції подається в єдиних порівнянних цінах).

3. Порівнянність за територією, до якої належать показники ряду динаміки. Така вимога враховується у випадках, коли протягом періоду, яким охоплено ряд динаміки, відбувалися зміни меж району, області і т.д. Наприклад, у 2012 році до території адміністративного району була приєднана частина земель сусіднього району. В такому випадку при побудові ряду динаміки певного явища за попередні роки робиться поправка на приєднану територію.

4. Порівнянність у часі. За цією умовою показники ряду динаміки повинні бути обчислені в однакові періоди часу або на одну й ту ж саму дату. Якщо дана вимога не витримується, здійснюють відповідні перерахунки. Наприклад, не можна будувати ряд динаміки за 2000 – 2013 рр., якщо є інформація за 2000–2012 рр. про валове виробництво м’яса за рік, а в 2013 р. – за 10 місяців. У даному випадку беруть дані кожного року за 10 місяців, або будують ряд після завершення 2013 року.

5. Порівнянність рядів динаміки за колом охоплюваних ними об’єктів (наприклад, фермер-

ських господарств). Так, якщо до 2010 року у складі району налічувалося 300 фермерських господарств, потім приєдналося ще 116 господарств, то при побудові ряду динаміки за 2002– 2012 рр., необхідно всі показники обирати, виходячи із складу фермерських господарств до 2010 року, тобто по 300 господарствах.

Крім зазначених вище вимог, без урахування яких неможливо побудувати ряд динаміки, необхідно дотримуватися одних і тих самих

одиниць виміру

______________. Не можна також, в одному ряду динаміки поєднувати періоди і моменти часу. Наприклад, середньорічну чисельність працівників на підприємстві не можна порівнювати з їх чисельністю на початок місяця, року і т.д. За своєю сутністю всі вимоги зводяться до однієї: показники ряду динаміки повинні бути порівнянними між собою в усіх відношеннях.

§ 10.2. Види рядів динаміки, їх аналітичні показники

Залежно від реєстрації фактів ряди динаміки бувають дискретними і неперервними.

Дискретні ряди містять дані, одержані через певні проміжки часу (місяць, квартал, рік і т.д.). Слід розглядати три (види/типи) дискретних (показників/рядів) динаміки: моментні, інтервальні (періодичні) і ряди середніх.

види рядів

Моментні ряди динаміки – це ряди статистичних величин, які характеризують розміри досліджуваного явища на певний ______ часу (на початок місяця, кварталу, року і т.д.). До таких показників відносяться чисельність працюючих, парк автомобілів, поголів’я худоби та інші. Характер цих показників такий, що їх величини можна визначити лише на той чи інший момент часу.

момент

Інтервальні ряди динаміки характеризують розміри досліджуваного явища за певні ________

проміжки

– інтервали (періоди) часу, тобто характеризують процеси за той чи інший період часу (добу, місяць, рік і т.д.). До таких показників відносяться обсяг виробленої продукції, фонд оплати праці та інші.

Ряди середніх характеризують зміну

часі

середніх рівнів досліджуваного явища у _____ (наприклад, місячний рівень заробітної плати, денна продуктивність праці та ін.).

Неперервні ряди динаміки одержують у випадках, коли відбувається неперервний запис змін явища за допомогою відповідних приладів (механічних, електричних, електронних). Методика статистичного аналізу рядів динаміки

неперервності

базується на передбаченні (неперервності/зміни) досліджуваних процесів. Але перешкодою тут є обчислювальні труднощі, і тому неперервні ряди дискретизують, і результати аналізу виводять на

дискретних

підставі __________ (перервних) послідовностей.

виду

Залежно від (виду/часу) узагальнених показників ряди динаміки можуть бути представлені абсолютними, відносними і середніми величинами. До перших відносяться показники земельних площ, валової продукції, виробництва автомобілів та ін., до других – питома вага площі окремих культур у загальній площі посіву, коефіцієнти зростання (наприклад, цін), показники виконання планових завдань тощо; до третіх – собівартість одиниці продукції, продуктивність тварин, заробітна плата одного працівника та ін.

Різний характер моментних і інтервальних

особливості

показників зумовлює певні (вимоги/особливості) відповідних рядів динаміки. Так, рівень

залежить

інтервального ряду __________ від тривалості періоду часу, який він характеризує. Величина інтервального рівня тим більша, чим більша тривалість періоду. Рівні моментних рядів динаміки

не залежать

_____________ від проміжку часу між датами. Підсумок рівнів інтервального ряду дає результат за більш тривалий період часу. Так, від декадних рівнів можна перейти до щомісячних, від щомісячних – до квартальних, від останніх – до річних і т. д. Іноді шляхом послідовного додавання рівнів інтервального ряду одержують нагромаджувальні підсумки за певний період (наприклад, нараховано заробітної плати, відпрацьовано людино-годин, оброблено площі тощо). Підсумовування рівнів моментального ряду динаміки само по собі не має змісту, адже одержані величини не мають економічного значення.

показників

При аналізі рядів динаміки користуються рядом статистичних (показників/законів), які визначають характер, напрямок, і інтенсивність кількісних змін явищ. До таких показників відносяться: рівень ряду, середній рівень, абсолютний приріст, коефіцієнт (темп) зростання, темп приросту, абсолютне значення одного проценту приросту.

початковим
кінцевим

Рівнем ряду є кожен член ряду динаміки. Перший показник ряду називається ___________ рівнем, останній – (кінцевим/останнім) рівнем. Часто виникає потреба у визначенні середнього рівня динаміки. При цьому для інтервального ряду і рядів середніх величин середній рівень

арифметична

розраховується як середня ___________ проста з окремих рівнів: $\bar{y} = \frac{\sum y_i}{n}$.

моментного

Дещо інакше розраховується середній рівень _____________ ряду динаміки. При його обчисленні виходять з розгляду найпростішого випадку, коли є дані на початок і кінець будь-якого періоду. Середній рівень у такому випадку визначають як середню арифметичну просту з цих двох показників. У моментних рядах кожен рівень можна розглядати як показник, що відноситься одночасно до початку одного і закінчення іншого періоду. Розглянемо приклад з моментним рядом динаміки про чисельність працюючих на підприємстві на 1 січня.

Роки	2009	2010	2011	2012	2013
Чисельність	789	811	837	860	901

середньорічна

За наведеними вихідними даними (середньорічна/загальна) чисельність працюючих становить, осіб:

$\frac{789+811}{2}$

у 2009 р.: __________ $= 800$;

$\frac{811+837}{2}$

у 2010 р.: ___________ $= 824$;

$\frac{837+860}{2}$

у 2012 р.: ___________ $= 848$.

кількох років

Для _______________ середній рівень визначають за середньорічними як середню арифметична з них. Для нашого прикладу середня чисельність за 3 роки становила:

$$\frac{800+824+848}{3} = 824 \text{ (чол.)},$$

або підставивши безпосередньо рівні моментного ряду, одержимо:

$$\frac{\frac{789+811}{2}+\frac{811+837}{2}+\frac{837+860}{2}}{3} = \frac{\frac{789}{2}+811+837+\frac{860}{2}}{3} = 824 \text{ (осіб)};$$

Як бачимо, для розрахунку середньої чисельності за три роки використовується чотири рівні моментного ряду, з яких перший і останній беруться в напівсумі.

Отже, у загальному вигляді розрахунок середнього рівня для моментного ряду, який має *n* рівнів можна виразити формулою:

$$\bar{y} = \frac{\frac{y_1}{2}+y_2+y_3+\ldots+\frac{y_n}{2}}{n-1} \text{ або } \bar{y} = \frac{\frac{y_1+y_n}{2}+\sum_{n-2}^{n-1} yi}{n-1}.$$

Одержана середня відома в статистиці як середня хронологічна.

правомірною

Слід відзначити, що застосована формула буде вважатися (діючою/правомірною) у випадках, коли ряди мають рівні проміжки часу між датами (моментами) до яких відносяться рівні ряду. Якщо інтервали між датами неоднакові, середню хронологічну розраховують як середню арифметичну зважену, прийнявши за вагу відрізки часу між датами.

узагальнюючу

Середній рівень ряду динаміки дає (узагальнюючу/одиничну) характеристику окремих рівнів ряду, які варіюють навколо нього. Визначають варіацію за допомогою вже відомих статистичних характеристик – середнього квадратичного відхилення (σ) і коефіцієнта варіації (Vσ):

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum (y_1 - \overline{y})^2}{n}}; \; V_\sigma = \frac{\sigma}{\overline{y}} \times 100.$$

відносний

Коефіцієнт варіації використовується в аналізі рядів динаміки як ___________ показник, що характеризує варіацію у кількох рядах.

аналітичних

Середній рівень ряду і зазначені вище показники варіації дають узагальнюючі характеристики рядам динаміки, але не дозволять визначити напрямок і розмір змін рівнів ряду в часі. Таке завдання вирішується за допомогою ____________ показників ряду динаміки: абсолютного приросту, коефіцієнту (темпу) зростання, темпу приросту, абсолютного значення 1 % приросту.

абсолютна

Абсолютний приріст (А) – це (абсолютна/відносна) величина розміру змін досліджуваного явища, характеризується вона різницею між двома рівнями ряду динаміки. Абсолютні прирости можуть бути *базисними і ланцюговими*. *Базисні* визначають як різницю всіх рівнів ряду до одного, прийнятого за базу порівняння. *Ланцюгові* абсолютні прирости одержують як різницю наступного і попереднього рівнів. Величина абсолютного приросту показує на скільки одиниць рівень одного періоду більше або менше будь-якого іншого (як правило, попереднього) періоду, а отже він може мати знак «+» чи «-».

При базисному способі обчислення

абсолютних

____________ приростів (А) рівнів ряду динаміки (У) маємо: $A_1 = У_1 - У_0$; $A_2 = У_2 - У_0$; $A_n = У_n - У_0$.

ланцюговому

При ____________ способі обчислення: $A_1 = У_1 - У_0$; $A_2 = У_2 - У_1$; $A_n = У_n - У_{П-1}$.

відношення

Коефіцієнт зростання (К) – це (відношення/зростання) наступного рівня до базисного або попереднього. Він показує, у скільки разів рівень даного періоду більше або менше будь-якого рівня, прийнятого за базу порівняння. Коефіцієнт зростання, виражений у відсотках, називають **темпом зростання**. Залежно від мети дослідження за базу порівняння може прийматися постійний для всіх рівень ряду або кожний той, що передує йому. Розглянемо схематично розрахунок базисних (а) і ланцюгових (б) коефіцієнтів зростання:

$\frac{У_n}{У_0}$

$\frac{У_n}{У_{n-1}}$

а) $K_1 = \frac{У_1}{У_0}$; $K_2 = \frac{У_2}{У_0}$; $K_n =$ ____;

б) $K_1 = \frac{У_1}{У_0}$; $K_2 = \frac{У_2}{У_1}$; $K_n =$ ____.

Темп приросту (Т) – це відношення абсолютного приросту до попереднього або початкового (базисного) рівня, виражене у відсотках: $T_1 = \frac{A_1}{У_0}100$; $T_2 = \frac{A_2}{У_1}100$; $T_n =$ ______.

$\frac{A_n}{У_{n-1}}100$

Якщо база порівняння постійна, наведені формули мають вигляд:

$\frac{A_n}{У_0}100$

$$T_1 = \frac{A_1}{У_0}100;\ T_2 = \frac{A_2}{У_1}100;\ T_n = \_\_\_\_\_\_ .$$

Коефіцієнти зростання і темпи приросту знаходяться у такому співвідношенні: $T_n = K_n \times 100 - 100$; $K_n = \frac{T_n + 100}{100}$.

Абсолютне значення 1% приросту являє собою частку від ділення абсолютного приросту на відповідний показник темпу приросту: $n_1 = \frac{A_1}{T_1}$;

$\frac{А_n}{T_n}$

$n_2 = \frac{A_2}{T_2}$; $n_n =$ _____.

Дана величина являє собою соту частину

попереднього рівня.

Розрахунок розглянутих вище аналітичних показників схематично наведено у таблиці 100.

Таблиця 100.
Розрахунок аналітичних показників ряду динаміки

Показники ряду	Символи	Роки				
		2009	2010	2011	2012	2013
Рівень	у	789	811	837	860	901
Абсолютний приріст	$A_1 = y_1 - y_0$	-	22	26	-37	60
Коефіцієнт зростання	$K_1 = \frac{У_1}{У_0}$	-	1,028	1,032	0,056	1,075
Темп приросту	$T_1 = \frac{A_1}{У_0} \times 100$	-	2,8	3,2	-4,4	7,5
Абсолютне значення 1% приросту	$n_1 = \frac{A_1}{T_1}$	-	7,9	8,1	8,4	8,0

Для наведення аналітичних показників ряду динаміки в свою чергу можна розраховувати узагальнюючі показники у вигляді середніх величин. Так, за даними (абсолютних/відносних) ____________ розраховують **середній річний абсолютний приріст**, як середню арифметичну просту:

абсолютних приростів

$$\overline{A} = \frac{A_1 + A_2 + ... + A_n}{n}.$$

індивідуальних

Із (загальних/індивідуальних) коефіцієнтів зростання, розрахованих ланцюговим способом, середній коефіцієнт зростання обчислюють за формулою середньої (геометричної/арифметичної), тобто $\overline{K} = \sqrt[n]{K_1 \times K_2 \times ... \times K_n}$.

геометричної

Середній коефіцієнт зростання можна розрахувати і за рівнями ряду динаміки: $\overline{K} = \sqrt[n-1]{\frac{У_n}{У_0}}$, тобто за (крайніми/середніми) членами ряду динаміки. Із природи наведеної формули видно, що при однакових крайніх рівнях динаміки, але з різним характером змін у ньому можна одержати один і той же середній коефіцієнт зростання. Тому, якщо аналізують довгі і неоднакові за

крайніми

характером змін періоди, їх обов'язково дроблять на частини, для яких розрахунок середніх матиме зміст.

поглиблений

кількісних

Крім розглянутих показників, (детальний/поглиблений) статистичний аналіз ряду динаміки передбачає визначення таких (кількісних/якісних) характеристик як автоковаріація, автокореляція і тренд.

очікування

Автоковаріація – це математичне __________ (середня арифметична) добутків відхилень рівнів ряду, зрушених між собою на період, *L* від середнього рівня. Кількісне вимірювання автоковаріації здійснюють за формулою:

$$C_x(L)=E\left[\left(x_l-\bar{x}\right)\left(x_{i+l}-\bar{x}\right)\right]$$

де $C_x(L)$ – автокореляція; Е – оператор математичного очікування; L – лаг (часове зрушення); L = 1,…, T.

При L=0 одержують дисперсію ряду динаміки: $C_x(0)-E\left[(x_i-\bar{x})(x_i-\bar{x})\right]=\sigma_x^2$.

таблицею

зв'язок

Функція, що складається із значень $C_x(L)$, називається автоковаріацією і, як правило, задається (графічно/таблицею).

Автокореляція це (зв'язок/різниця) між рівнями ряду динаміки. Тісноту такого зв'язку можна визначати через показники автокореляції, а саме $R_l\,\frac{C_x(L)}{C_x(0)}=\frac{C_{x[}(L)}{\sigma_x^2}$.

тенденція

Тренд – це (відношення/тенденція) розвитку явища (буде розглянуто у темі 11).

видів

В рядах динаміки, які несуть інформацію про економічні явища, спостерігається тенденція розвитку трьох (видів/форм): 1) тенденція середнього рівня; 2) тенденція дисперсії; 3) тенденція автокореляції.

Тенденція середнього рівня – аналітично виражається за допомогою математичної одиниці, навколо якої варіюють фактичні значення досліджуваного явища. У цьому разі значення тренда в окремі моменти часу є математичним очікуванням ряду динаміки. Тенденцію середнього рівня ще називають детермінованою компонентою досліджуваного явища і зображують у вигляді формули:

$$x_t = f(t) + Et,$$

де x – рівень ряду динаміки в момент часу t; $f(t)$ – детермінована компонента (аналітична функція); Et – випадкова компонента.

графіка

Тенденцію середнього рівня легко уявити у вигляді (графіка/таблиці).

відхилень

Тенденція дисперсії являє собою тенденцію змін (відхилень/відношень) між емпіричними значеннями і детермінованою компонентою ряда. Цей вид тенденції також легко зображується графічно.

зв'язку

Тенденція автокореляції – це тенденція змін (добутку/зв'язку) між окремими рівнями ряду динаміки. Графічно такі зміни прослідкувати неможливо. Враховують їх у прогнозних розрахунках.

Щоб визначити тенденцію в русі показників динаміки використовують різні статистичні прийоми (методи), про них мова піде нижче.

Питання для самоконтролю

1. Поняття динаміки, рідів динаміки.
2. Що є рівнем ряду динаміки?
3. Види рядів динаміки та їх особливості.
4. Дайте визначення інтервального ряду динаміки. Наведіть приклад.
5. Дайте визначення моментного ряду динаміки. Наведіть приклад.
6. Умови співставності рядів динаміки.
7. Способи обчислення аналітичних показників ряду динаміки.
8. Абсолютний приріст: значення, методика визначення.
9. Коефіцієнт зростання: значення, методика визначення.
10. Темп приросту: значення, методика визначення.

11. Абсолютне значення 1% приросту: значення, методика визначення.
12. Особливості визначення середнього рівня показника в інтервальних і моментних рядах динаміки

Завдання для практичних занять

Завдання 10.1. Обчислення показників ряду динаміки

Зміст завдання: за даними про отриманий чистий прибуток підприємства за 5 років визначити аналітичні показники ряду динаміки: базисні, ланцюгові та середні.

Порядок виконання

Аналітичні показники ряду динаміки:

1. Абсолютний приріст – це різниця між двома рівнями ряду:

базисний $A = У_n - У_0$,

ланцюговий $A = У_n - У_{n-1}$,

де $У_o$ - рівень бази порівняння;
$У_n$ - рівень, який порівнюють;
$У_{n-1}$ - попередній рівень.

2. Коефіцієнт зростання – це відношення двох рівнів ряду:

базисний $K = \frac{У_n}{У_0}$,

ланцюговий $K = \frac{У_n}{У_{n-1}}$

3. Темп зростання - це процентне відношення двох рівнів ряду:

базисний $T_{зр.} = \frac{У_n}{У_0} \times 100 = K^б \times 100$,

ланцюговий $T_{зр.} = \frac{У_n}{У_{n-1}} \times 100 = K^л \times 100$

4. Темп приросту розраховують як відношення абсолютного приросту до базисного (попереднього) рівня або як різницю між відповідним темпом зростання і 100:

базисний $T_{пр.} = \dfrac{A^{б}}{У_0} \times 100 = T^{б}_{зр.} - 100$,

ланцюговий $T_{пр.} = \dfrac{A^{л}}{У_{n-1}} \times 100 = T^{л}_{зр.} - 100$.

5. Абсолютне значення одного проценту приросту розраховують лише ланцюговим способом діленням абсолютного приросту на темп приросту: $n = \dfrac{A_n}{T_n} = \dfrac{У_{n-1}}{100}$.

Таблиця 101

Розрахунок аналітичних показників ряду динаміки

Показники ряду	Символи	Роки				
		2008	2009	2010	2011	2012
Рівень ряду (чистий прибуток, тис. грн)	$У$	350	420	425	400	390
Абсолютний приріст: базисний ланцюговий	 $A^{б} = У_n - У_0$ $A^{л} = У_n - У_{n-1}$	 × ×				
Коефіцієнт зростання: базисний ланцюговий	$K^{б} = \dfrac{У_n}{У_0}$ $K^{л} = \dfrac{У_n}{У_{n-1}}$	× ×				
Темп зростання: базисний ланцюговий	 $T^{б}_{зр.} = K^{б} \times 100$ $T^{л}_{зр.} = K^{л} \times 100$	 × ×				
Темп приросту: базисний ланцюговий	 $T^{б}_{пр.} = T^{б}_{зр.} - 100$ $T^{л}_{пр.} = T^{л}_{зр.} - 100$	 × ×				
Абсолютне значення одного проценту приросту	$n = \dfrac{У_{n-1}}{100}$	×				

За даними таблиці проводиться розрахунок середніх значень аналітичних показників ряду динаміки:

1. Середній рівень інтервального ряду визначається за формулою середньої арифметичної простої з рівнів ряду:

$$\bar{У} = \frac{\sum У}{n}.$$

2. Середній абсолютний приріст розраховується за формулою середньої арифметичної простої з ланцюгових приростів:

$$\overline{A} = \frac{\sum A^{Л}}{n} .$$

3. Середній коефіцієнт зростання визначається за формулою

$$\overline{K} = \sqrt[n]{K_1^{Л} \times K_2^{Л} \times \ldots \times K_n^{Л}} .$$

середньої геометричною з ланцюгових коефіцієнтів зростання:

4. Середній темп зростання дорівнює:

$$\overline{T}_{зр.} = \overline{K} \times 100.$$

5. Середній темп приросту:

$$\overline{T}_{пр.} = \overline{T}_{зр.} - 100.$$

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 10.2. Обчислення середнього рівня моментного ряду у випадку, коли даних не достатньо

Зміст завдання: Є дані про заборгованість підприємства за кредитами банку: на 01.01.2012 р. – 200 тис. грн;
на 01.10.2012 р. – 220 тис. грн;
на 01.01.2013 р. – 100 тис. гр.
Визначити, якою була середня заборгованість підприємства за кредитами за 2012 рік.

Порядок виконання

Маємо моментний ряд динаміки з нерівними інтервалами між наданими моментами часу. В даному випадку використовуємо формулу середньої модифікованої:

$$\overline{y} = \frac{\Sigma \overline{y}_i \times t_i}{\Sigma t_i} ,$$

де y_i – середній рівень між двома сусідніми моментами часу;

t_i – тривалість часу між двома сусідніми моментами часу.

ТЕМА 11. АНАЛІЗ ТЕНДЕНЦІЙ РОЗВИТКУ ТА КОЛИВАНЬ

§ 11.1. Прийоми аналітичного вирівнювання рядів динаміки

Ряди динаміки, рівні яких впродовж тривалого часу не змінюються, зустрічаються досить рідко. Як правило, рівні ряду з часом змінюються, коливаються. Ці коливання для різних явищ неоднакові і можуть бути зумовлені різними причинами. Серед них: випадкові причини, вплив сезонності, дія будь-яких визначальних факторів.

закономірність

Маючи справу з показниками ряду динаміки, дослідник завжди намагається виявити головну _____________ розвитку явища в окремі проміжки часу, тобто виявити головну тенденцію в зміні рівнів ряду, звільнену від дії різних випадкових факторів. З цією метою ряди динаміки піддають певній статистичній обробці. Остання може бути елементарно простою і більш складною, із застосуванням математичних методів. Завдання щодо їх використання зводиться до одного: _______________ дії випадкових, другорядних причин, а також встановлення характеру дії основних причин, які визначають динаміку досліджуваних явищ. На цій основі можна передбачити динаміку явищ і в майбутньому, що має аналітичне і практичне значення щодо управління процесами виробництва.

елімінування

побудови

спостережень

Мета інших прийомів (методів) аналізу рівнів динаміки зводиться до (зображення/побудови/) математичних функцій динаміки на підставі ізольованих (дискретних) емпіричних (спостережень/вимірювань). Їх називають **методами вирівнювання статистичних рядів.** Така функція динаміки і відповідні їм згладжені криві динаміки дають значно більш узагальнююче і наочне уявлення про досліджувану сукупність чи спостережуване явище, ніж звичний матеріал у вигляді статистичних рядів розподілу. Математичні функції дають змогу глибше вивчити фактори, які впливають на формування статистичної сукупності або на динаміку явища у часі.

Змикання рядів динаміки. Цей прийом обробки рядів динаміки застосовують у випадках, коли досліджувані рівні за одні роки (взаємні/неспівставні) з рівнями за інші роки. Неспівставність може бути зумовлена різними причинами: територіальними змінами реорганізаційними факторами переходом до інших одиниць виміру і т.д. у таких випадках здійснюють перерахунок рівнів ряду. Наприклад, є дані про валові надої молочного стада корів в господарствах району, територія якого була зменшена в 2010 році (табл. 102).

неспівставні

Таблиця 102.
Зведення рядів динаміки до однієї бази порівняння

Роки	Валовий надій, тис. ц		2010 р. – 100 %		Зімкнений ряд динаміки, %
	до територіальних змін	після територіальних змін	до територіальних змін	після територіальних змін	
2008	3100		79,5		79,5
2009	3600		92,3		92,3
2010	3900	4200	100,0	100,0	100,0
2011		4400		104,8	104,8
2012		4600		109,5	109,5

Оскільки границі адміністративного району у 2010 році змінилися, дані за 2008-2010 рр. виявилися неспівставними з даними за 20010-2012 рр. Щоб побудувати ряд динаміки зівставних показників, приймають за базу порівняння рівень 2010 року, для якого є дані у старих і нових межах району. В результаті одержують ряди відносних величин з однаковою базою порівняння, які можна замінити одним зімкненим рядом динаміки. За даними такого ряду розраховують коефіцієнти (темпи) зростання по відношенню до будь-якого року. Так, валовий надій у 2012 році по відношенню до 2008 року збільшився на 30,0% (109,5 - 79,5).

Прийоми виявлення загальної тенденції. Найважливішим завданням аналізу ряду
закономірності динаміки є виявлення (впливу/закономірності) розвитку явища виявлення загальної тенденції динаміки, а також її характеру, типу.

Під загальною тенденцію динаміки розуміють тенденцію до зростання, стабільності
рівня чи зниження _____ певного явища, а під *характером (типом) динаміки* розуміють ту чи
показників іншу тенденцію зміни аналітичних ____________ динаміки: абсолютного приросту, коефіцієнта (темпу) зростання або темпу проросту.

Приклад. Розглянемо показники динаміки врожайності окремих культур у сільськогосподарському підприємстві за 6 років (табл. 103).

Таблиця 103.
Динаміка врожайності сільськогосподарських культур у сільськогосподарському підприємстві

Роки	Картопля			Цукровий буряк			Ячмінь ярий		
	урожайність, ц/га	приріст		урожайність, ц/га	приріст		урожайність, ц/га	приріст	
		ц*	%**		ц	%		ц	%
2007	102	-	-	192	-	-	13,6	-	-
2008	120	18	12	228	36	12	15,0	1,4	10
2009	140	20	12	269	41	12	17,0	2,0	13
2010	160	20	11	312	43	12	19,6	2,6	15
2011	178	18	9	359	47	11	25,3	5,7	29
2012	197	19	8	411	52	11	31,0	5,7	22

Тут і далі: *абсолютний приріст; **темп приросту.

Наведені дані свідчать про загальну тенденцію зростання врожайності всіх трьох видів сільськогосподарських культур. Але характер такого зростання неоднаковий. Так, абсолютні прирости урожайності картоплі відносно стабільні, а щодо темпів приросту, то тут спостерігаєся тенденція до деякого зниження. Інший характер динаміки мають показники врожайності цукрових буряків: абсолютні прирости тут щорічно збільшуються, тоді як темпи приросту стабілізуються на рівні 11 – 12 відсотків. Урожайність ярого ячменю зростає прискорено, як в абсолютному так і у відносному виразі.

Таким чином, за даними наведеного прикладу переконуємося, що зростання рівнів ряду динаміки може здійснюватися з неоднаковою інтенсивністю. Отже, завдання аналізу зводиться до того, щоб виявити загальні для всього досліджуваного періоду риси змін.

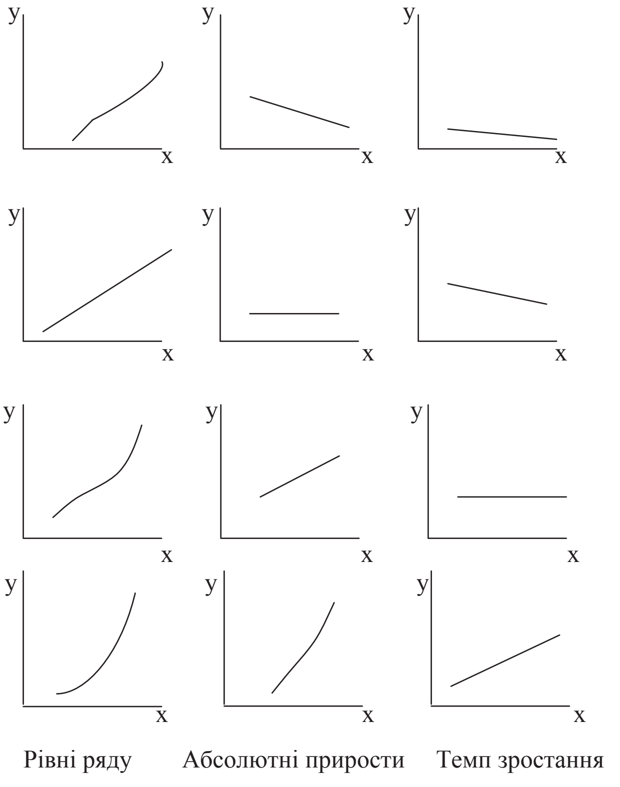
Серед різноманітних форм характеру динаміки виділяють такі її типи: I – абсолютні прирости спадають; II – абсолютні прирости стабільні; III – темпи зростання стабільні; IV – темпи зростання збільшуються.

Для I типу динаміки характерним є те, що
зниження — при ___________ рівнів ряду спостерігається зниження абсолютного приросту; II тип динаміки
зростання — показує, що ___________ рівнів ряду супроводжується стабільністю абсолютних приростів і зниженням темпів приросту; III тип означає, що
стабільних — при ___________ темпах зростання абсолютні прирости збільшуються; IV – характеризується інтенсивністю зростання рівнів при
систематичному — ________________ підвищенні темпів зростання.

Таким чином, при постійному зростанні рівнів ряду характеристика динаміки у наведених її типів досить різноманітна, тобто
інтенсивність — (інтенсивність/період) зростання тут неоднакова. Наочно ці типи динаміки ілюструє графік (рис. 27).

Інколи виявити загальну тенденцію розвитку і характер динаміки за ланцюговими показниками не вдається. Це трапляється в тих випадках, коли рівні або одержані ланцюгові показники динаміки значно варіюють, то підвищуючись, то знижуючись. У такому разі основна тенденція розвитку явища ніби затушовується. Щоб її виявити, статистика
прийоми — застосовує такі (прийоми/методи): згладжування шляхом укрупнення інтервалів; чи за ковзною (рухомою) середньою.

Рис. 27. Типи динаміки



закономірності

Згладжування (вирівнювання) шляхом укрупнення інтервалів. Цей найпростіший спосіб виявлення (закономірності/темпу) зміни рівнів динаміки полягає в одержанні середніх або підсумкових показників для укрупнення періодів (інтервалів) часу. Так, наприклад, в рівнях ряду динаміки показників урожайності цукрових буряків по роках спостерігається значна варіація, зумовлена природно-економічними факторами окремих років. Для встановлення тенденції в русі показників урожайності цієї культури розраховують середні значення за трихріччя, п’ятиріччя чи інші періоди.

Згладжування способом ковзної середньої є одним з ефективних методів виявлення загальної (тенденції/різниці) розвитку явища в часі. Суть його полягає в тому, що середній рівень обчислюється спочатку з певного числа перших рівнів ряду, потім – з такої ж кількості рівнів, але починаючи з другого, далі – починаючи з третього і т.д. Розраховані таким чином середні рівні ряду ніби ковзають по ряду динаміки від його початку до кінця, при цьому щоразу відкидається один рівень спочатку і додається наступний. Звідси назва – «ковзна» (рухома) середня. Згладжування таким способом можна здійснювати за будь-яким числом членів ряду. Наприклад, для згладжування ряду динаміки способом ковзної середньої з 5 членів, необхідно послідовно додати 5 членів ряду і результати поділити на 5.

тенденції

Перш ніж розглянути процес розрахунків ковзних середніх, який проілюстровано таблицею 104, зупинимося на деяких технічних (прийомах/особливостях) його здійснення.

особливостях

Таблиця 104.
Розрахунок ковзної середньої (6 – річної) динаміки врожайності зернових культур (рівень ряду – в ц з 1 га)

Рік	Рівень ряду	Шестиріччя (роки)	Рівень ряду		Приріст середнього рівня	Центрування	
			сума за 6 років	середня за рік		середина періоду	центровані ланки ковзної середньої
2003	18,5						
2004	23,0						
2005	23,4	2003-2008	140,5	23,4	-		
2006	25,4	2004-2009	149,4	29,4	1,5	2006	(23,4+24,9):2 =24,1
2007	21,2	2005-2010	146,8	24,4	-0,5	2007	(24,9+24,4):2=24,6
2008	29,0	2006-2011	151,3	25,2	0,8	2008	(24,4+25,2):2=24,8
2009	27,4	2007-2012	153,8	25,6	0,4	2009	(25,2+25,6):2=25,4
2010	20,4						
2011	27,9						
2012	27,9						

Кожна ланка ковзної середньої умовно відноситься (записується чи наноситься на графік) до середини відповідного періоду. При цьому, якщо охоплено парне число рівнів ряду, то середина періоду не збігатиметься з жодним вихідним періодом або датою. У нашому прикладі має місце такий випадок. Одержані

центрують

ланки ковзної середньої (**групують/центрують)** шляхом розрахунку на їх основі двочленних ковзних середніх.

Як бачимо з даних, наведених у таблиці, після згладжування загальна тенденція зростання урожайності зернових культур проявляється досить виразливо. Водночас за такими розрахунками можна більш детально (ніж при звичайному укрупненні інтервалів)

динаміки

прослідкувати і **характер (динаміки/руху)**. Так, показники графи 3 таблиці 104 свідчать про те, що зростання здійснювалося нерівномірне і лише центрування згладжує цю нерівномірність.

В даному випадку розглянуто приклад згладжування за допомогою 6-річної (6-членної) ковзної середньої. Питання про кількість років, охоплених ланкою ковзної середньої вирішується в залежності від конкретних особливостей досліджуваного ряду. При цьому, чим довший

період

(період/ряд), за який обчислюється кожна ланка рухомої середньої, тим сильніше буде згладжено ряд.

Недоліком такого способу вирівнювання є те, що згладжений ряд «укорочується» в порівнянні з фактичним на $\frac{n-1}{2}$ члена з початку і кінця ряду динаміки (n – число членів, з яких розраховується ковзна середня). У нашому прикладі цей показник становить $\frac{(6-1)}{2}=2{,}5$, тобто разом ряд динаміки укорочується на 5 рівнів (2,5 + 2,5), про що свідчить таблиця 105.

Отже, одержане число ланок завжди менше вихідних рівнів, а це звужує можливості виявлення характеру (типу) динаміки, оскільки маємо малу кількість аналітичних показників ряду динаміки.

Аналітичне вирівнювання рядів динаміки вважається найбільш удосконаленим способом

встановлення

обробки ряду з метою _____________ тенденції розвитку явища. Завдання такого вирівнювання полягає у знаходженні простої математичної

формули

тенденцію

___________ (апроксимуючої функції), яка б відображала загальну __________ ряда динаміки. Рівні ряду тут розглядаються як функція часу, а завдання (вирівнювання) зводиться до визначення виду функції, її параметрів за емпіричними даними та розрахунку теоретичних рівнів за знайденою формулою.

Суть такого вирівнювання полягає в наступному:

а) на підставі економічного аналізу виділяють певний етап розвитку явища і виявляють характер динаміки протягом цього етапу;

б) виходячи з характеру динаміки обирається той чи інший математичний вираз закономірності, тобто аналітичне рівняння, якому на графіку відповідає певна лінія – пряма, парабола, гіпербола, експонента, логарифмічна крива і т.д.

формули

етапи

Підбір емпіричної (складової/формули), за допомогою якої здійснюється вирівнювання, відбувається у два (етапи/періоди): 1) вибір виду функції, яка дає найкраще наближення; 2) визначення параметрів обраної функції.

суті

Як підібрати потрібний вид функції, яка б давала найкраще наближення теоретичної лінії до емпіричних даних? Насамперед слід виходи з економічної (суті/тенденції) досліджуваних залежностей і логіко-теоретичних передумов характеру зміни явищ. Зокрема:

1) якщо динаміка характеризується більш чи менш стабільним абсолютним приростом, тобто коли рівні ряду змінюються приблизно у арифметичній прогресії, використовується

прямої

рівняння ______ лінії виду $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$, де $\bar{y}_t$ – теоретичний рівень (читається «ігрек», вирівняний по t); t – час, a_0 і a_1 – параметри прямої;

параболу

2) у випадках, коли абсолютні прирости рівномірно збільшується і при згладжуванні крива має один вигин, наближеним математичним виразом цієї тенденції можна обрати ________ другого порядку: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$;

3) якщо криві при згладжуванні мають S-подібну форму (два вигини), використовують рівняння параболи третього порядку: $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$;

показову

4) якщо коефіцієнти зростання, розраховані по відношенню до попереднього періоду, більш чи менш постійні, тобто ряд динаміки відображує розвиток у геометричній прогресії, розраховують _________ функцію. Для вирівнювання ряду динаміки в даному випадку використовують рівняння $\bar{y}_t = a_0 a_1 t$.

Логарифм показової функції ($\lg \bar{y}_t = \lg a_0 + t \lg a_1$) являє собою рівняння прямої. Параметри a_0 і a_1 знаходять за системою нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} n \lg a_0 + \lg a_1 \sum t = \sum \lg y \\ \lg a_0 \sum t + \lg a_1 \sum t^2 = \sum t \lg y \end{cases}$$

Фур'є

5) серед інших способів обробки рядів динаміки особливе місце займає вирівнювання за допомогою ряду (Фішера/Фур'є), який виражається рівнянням: $\bar{y}_t = a_0 + \sum_{к=1}^{m} \left(a_к \cos кt + вк \sin кt\right)$,

де к – гармоніка ряду (к=1; к=2; і т.д.); $a_0 = \frac{\sum y}{n}$; $a_к = \frac{2\sum y \cos кt}{n}$; $в_к = \frac{2\sum y \sin кt}{n}$.

мінімальною

Параметри аналітичного рівняння лінії зв'язку визначають за способом найменших квадратів. Тобто, сума квадратів відхилень фактичних рівнів динаміки від вирівняних повинна бути (мінімальною/умовною): $\sum (y_t - \bar{y}_t) = \min$.

рівні

Вирівняні (рівні/форми) ряду ($\bar{y}_t$) розраховують на підставі аналогічного рівняння шуканої прямої чи кривої. На графіку вони розташовані на прямій чи кривій лінії відповідного типу.

Таким чином, якщо розглядати технічний бік вирівнювання, то він зводиться до заміни фактичних рівнів теоретичними, які в середньому мінімально відхилися б від фактичних рівнів, але мали б певний аналітичний вираз.

сезонних

Хоча спосіб вирівнювання ряду динаміки містить в собі певні умовності, в ряду випадків він є досить корисним технічним прийомом, який полегшує виявлення загальної тенденції і вивчення характеру ряду динаміки. Зокрема, це стосується вивчення _________ коливань. Про це мова йтиме пізніше.

Приклад. Розглянемо найбільш поширеного і простого випадку аналітичного вирівнювання ряду динаміки врожайності проса за рівнянням прямої лінії (1995-2012 рр., n=18). Рівняння прямої має вигляд $\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$, де t – час, тобто порядковий номер періоду або моменту часу; a_0 і a_1 – параметри шуканої прямої.

Параметри a_0 і a_1 знаходяться за системою нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum ty, \end{cases}$$

де y – фактичні рівні ряду;

n= число рівнів.

Для зручності розрахунків будують робочу таблицю 105. На підставі даних цієї таблиці одержуємо таку систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} 18a_0 + 171a_1 = 263{,}9 \\ 171a_0 + 2109a_1 = 2959{,}1 \end{cases}$$

Рішення:

$$\begin{array}{l} 171a_0 + 2109a_1 = 2959{,}1 \\ \underline{-171a_0 + 1624{,}5a_1 = 2507{,}1} \\ 484{,}5a_1 = 452; \end{array}$$

a_1=0,93; $18a_0 + (171 \times 0{,}93) = 263{,}9$; a_0=5,80.

Таблиця 105. **Вихідні та розрахункові дані вирівнювання ряду динаміки врожайності проса за рівнянням прямої**

Роки	Порядковий номер року	Фактичний рівень урожайності, ц/га	Розрахункові величини		Теоретичний рівень урожайності, ц/га
n	t	y	ty	t^2	$\overline{y}t$
1995	1	7,5	7,5	1	6,7
1996	2	4,7	9,4	4	7,7
1997	3	10,2	30,6	9	8,6
…	…	…	…	…	…
2012	18	23,2	417,6	324	22,6
n=18	Σt=171	Σy=263,9	Σty= =2959,1	$\sum t^2 =$ =2109	$\sum \overline{y}t =$ =263,9

Знайдені параметри дають змогу побудувати рівняння прямої:

$\overline{y}t$ =5,8 + 0,93 t.

Дані одержаного рівняння свідчать про те, що середня врожайність проса в нульовому році (1994) досліджуваного періоду становила 5,8 ц, а підвищення її складає в середньому 0,93 ц у кожному наступному році, тобто теж саме означає середньорічний приріст урожайності впродовж досліджуваного періоду.

Підставивши в рівняння почергово значення t, одержуємо вирівняний ряд динаміки врожайності, який абстрагований від випадкових коливань і характеризується систематичним підвищенням рівнів.

В аналогічній послідовності здійснюється вирівнювання рядів динаміки за іншими типами аналогічних функцій (парабола, гіпербола, експонента та ін.).

§ 11.2. Статистичні прийоми виміру сезонних коливань

Досить значна кількість суспільних явищ має сезонний характер, тобто сезонні коливання. Рівень їх рік у рік у певні місяці підвищується, а в інші – знижується. Наприклад, витрати палива у весняно-літні місяці значно більші ніж в осінньо-зимові місяці; досить неоднаковими впродовж року виявляються ціни на сільськогосподарську продукцію на ринку і т.д.

періодичний	Такі внутрішньорічні коливання, які мають (постійний/періодичний) характер, називають **сезонними**. Вони завжди пов'язані з впливом природних факторів, особливо в сільському господарстві.
нерівномірність	Сезонність – явище негативне, адже вона обумовлює (нерівномірність/умовність) здійснення виробничих процесів, призводить до зниження продуктивності праці та підвищення собівартості виробництва продукції. Тому подолання сезонності є важливим резервом підвищення
ефективності	економічної ____________ виробництва. Звідси випливає питання про необхідність вивчення сезонності та кількісного виміру сезонних коливань (сезонної хвилі), що є одним із важливих завдань аналізу рядів динаміки.
виявлення та виміру	Розглянемо деякі методи, розроблені статистикою для ____________________ сезонної хвилі.
Перший спосіб	А. Для рівнів ряду розраховується середня арифметична величина ($\bar{y}$), потім із нею порівнюють (у %) рівень кожного місяця (y_i). Одержане процентне відношення називається **індексом сезонності**: $I_C = \frac{y_i}{y} \times 100$.
Другий спосіб	Б. Вплив на місячні дані випадкових коливань зумовлює необхідність розрахунку для кожного місяця середніх показників за трирічча.
	Потім знаходять процентне відношення середніх для кожного місяця до загального середнього рівня, тобто: $I_C = \frac{\bar{y}_i}{y} 100$, де $\bar{y}_i$ – середня для кожного місяця за 3 роки; $\bar{y}$ – загальний середній рівень за 3 роки.
	Схему цього способу розрахунку наведено в таблиці 106.

Таблиця 106.
Розрахунок індексів сезонності за першим способом

Місяць	Середня денна виробітка на трактор, га умовної оранки				Індекси сезонності $(\overline{y_i} : \overline{y}) \times 100\%$
	2010р.	2011р.	2012р.	в середньому	
Січень	4,6	4,5	4,2	4,4	(4,4:5,7)= =100=77
Лютий	5,0	4,8	4,5	4,7	(4,7:5,7)= =100=84
Березень	4,9	5,1	6,0	5,3	(6,3:6,7)= =100=93
…	…	…	…	…	…
Грудень	4,2	4,3	4,8	4,4	(4,4:5,7)= =100=77
Середній рівень ряду	5,9	5,5	5,7	$\overline{y}$=5,7	100

При наявності даних за три роки розраховують індекси сезонності для кожного року за першим способом (А), а потім за одержаними індексами знаходять середню арифметичну.

Розглянемо даний спосіб на прикладі, здійснивши розрахунок для січня. Індекси сезонності для кожного року становлять : 2010 рік – (4,6:5,9)100 = 78 %; 2011 рік – (4,5: 5,5)100 = 82 %; 2012 рік – (4,2:5,7)100 = 74 %. Звідси середній індекс сезонності для січня становить: $\frac{78+82+74}{3} = 78\%$.

Аналогічно здійснюють розрахунки для лютого, березня і т.д.

Наведені результати розрахунків свідчать про те, що індекси сезонності (для січня) майже не різняться між собою. Це пояснюється стабільністю місячного рівня в різні роки. У випадках, коли спостерігається тенденція до збільшення чи зменшення рік у рік місячних рівнів, то перевагу віддають другому способу.

Третій спосіб

В. Полягає в обчисленні відношень фактичних помісячних рівнів до ковзної середньої, розрахункові для 12 місяців. На підставі таких відношень (індексів сезонності) за ряд років знаходять середню арифметичну для кожного місяця. Ці середні вважаються індексами сезонних коливань.

За аналогічною схемою розрахунків індекси сезонності можна побудувати на підставі відношень фактичних помісячних рівнів до рівнів, вирівняних за математичними формулами (прямої, параболи, гіперболи і т.д.). Існують і інші більш складні способи (методи) розрахунку індексів сезонності.

§ 11.3. Особливості кореляційного аналізу рядів динаміки та методичні основи статистичного прогнозування їх рівнів

Об'єктом кореляційного аналізу можуть бути не тільки статистичні (просторові) сукупності, а й сукупності, які характеризують зміну явищ у часі, тобто динамічні. Розроблена методологія кореляції для аналізу явищ у просторі не прийнятна для динамічних сукупностей. Тому при використанні кореляційного методу необхідно знати особливості та межі його використання. Насамперед це стосується перевірки передбачень та інтерпретації результатів аналізу рядів динаміки. Як кореляційна модель, так і її статистичні характеристики мають конкретний економічний зміст і висвітлюють економічне явище з певного боку. Оскільки зміст статистичних показників залежить від дотримання вимог щодо їх обчислення, то дослідник повинен вміти користуватися методологією аналізу і пояснювати одержані результати. Особливо це стосується досліджень (взаємодії/кореляції) між рядами динаміки.

кореляції

Під **кореляцією рядів динаміки** розуміють метод вивчення зв'язку між показниками, представленими їх значеннями в послідовні моменти або періоди часу. Кореляція рядів

особливості	динаміки має свої ______________, які зумовлені тим, що ряд динаміки, по-перше, має короткочасні коливання (місячні, квартальні, річні) і, по-друге, містить у собі такий компонент, як загальна тенденція в зміні показників ряду – «вісь кривої», або **тренд.** Під останнім розуміють зміну, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію рядів динаміки. Лінію тренда можна порівняти з лінією регресії. Якщо остання являє собою плавну зміну результативної ознаки під впливом факторної, звільненої від дії всіх сторонніх (неврахованих) причин, то лінія тренда характеризує плавну у часі зміну явищ, викликаних різними обставинами короткочасних відхилень від загальної тенденції.
без виключення	Наявність тренда ускладнює кореляційний аналіз рядів динаміки. Так, якщо вивчається кореляція рядів ________________ загальної тенденції в них, то показник тісноти залежності характеризуватиме зв'язок не лише між короткочасними коливаннями, а й між трендами.
виключеними	В іншому випадку, коли тренди будуть ______________ із корельованих рядів динаміки, одержаний коефіцієнт кореляції характеризуватиме тісноту залежності лише між короткочасними коливаннями.
залежність формою	Тренд, відображуючи загальний напрям змін явища, що відбуваються у часі, водночас визначає й (залежність/подібність) між членами ряду динаміки. Ця залежність, яка визначається (типом/формою) лінії тренда, має таку ж саму статистичну природу, як і лінія регресії. Зазначену кореляційну залежність між сусідніми (попередніми і наступними) членами ряду називають **автокореляцією.**
автокореляції причинами	Наявність (автокореляції/показників) зумовлюється різними (причинами/типами), а саме:
	1) у кореляційній динамічній моделі не

врахований істотний фактор;

2) у моделі не враховано кілька неістотних факторів, взаємний вплив яких є істотним внаслідок збігу фаз та напрямів їх змін;

3) обрано неправильний тип моделі;

4) специфічна структура випадкової компоненти.

вирівнювання

Щоб виявити лінії трендів з метою наступного їх виключення з аналізу, здійснюють ________________ ряду за допомогою ковзної середньої або аналітичне вирівнювання ряду динаміки за певною математичною функцією (прямої, параболи, експоненти та ін.).

Зазначені особливості кореляційного аналізу рядів динаміки розглянемо на прикладі показників продуктивності молочного стада корів *(у* – середньорічний надій, т) і рівня їх годівлі (*х* – річні витрати кормів на голову, ц к. од.): (табл. 107).

Таблиця 107. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції в рядах динаміки**

№ п.п. року	y	x	yx	y^2	x^2	Темпи зростання, %	
						x	y
1	2,7	39	105,3	7,29	1521	–	–
2	2,5	30	75,0	6,25	900	93	77
3	2,3	31	71,3	5,29	901	92	103
4	3,8	49	186,2	14,44	2401	165	158
5	3,5	40	140,0	12,25	1600	92	82
6	3,9	41	159,9	15,21	1681	111	102
7	3,2	39	124,8	10,24	1521	82	95
8	4,5	47	211,5	20,25	2209	141	121
9	5,1	60	306,0	26,01	3600	113	128
10	4,8	52	249,6	23,04	2704	94	87
$\sum$	36,3	428	1629,6	140,27	19098	–	–

Якщо розглядати кореляційну залежність в рядах динаміки, прийнявши рівень годівлі тварин за ознаку-фактор а рівень їх продуктивності – за результативну ознаку, то величина коефіцієнта кореляції становитиме:

$$r_{yx} = \frac{\sum xy - \frac{\sum x \sum y}{n}}{\sqrt{\left[\sum x^2 - \frac{\left(\sum x\right)^2}{n}\right]\left[\sum y^2 - \frac{\left(\sum y\right)^2}{n}\right]}} =$$

0,934 $$= \frac{1629{,}6 - \frac{36{,}3 \cdot 428}{10}}{\sqrt{\left[140{,}27 - \frac{36{,}3^2}{10}\right]\left[19098 - \frac{428^2}{10}\right]}} =$$

тісної

сильна

Одержана величина коефіцієнта кореляції свідчить про наявність досить _____ кореляційної залежності між продуктивністю тварин та рівнем їх годівлі. Така _____ кореляція зумовлена тим, що в обох порівнюваних рядах динаміки короткострокові коливання мають однакову тенденцію, отже, і тренди відображують однаковий напрям змін у часі як продуктивності тварин, так і рівня їх годівлі.

прямої

Форма і напрям лінії трендів для обох досліджуваних рядів наведені на рис. 28. Лінії трендів надоїв і рівня годівлі визначені шляхом аналітичного їх вирівнювання за формулою (прямої/кривої) лінії: $\overline{y}_t = a_0 + a_1 t$.

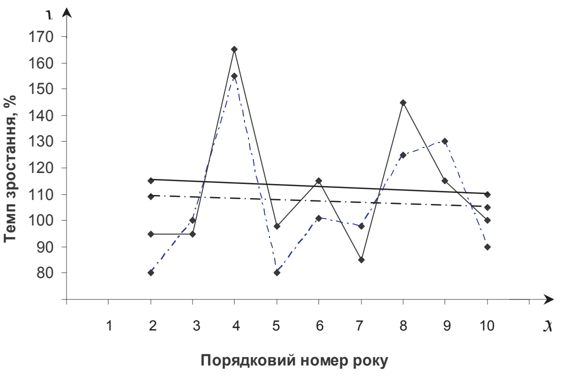


Рис. 28. Тренди продуктивності тварин і рівня їх годівлі:
1 – емпіричні дані надоїв; 2 – тренд надоїв; 3 – емпіричні дані рівня годівлі; 4 – тренд рівня годівлі.

Якщо ставиться завдання визначити, якою мірою щорічні коливання показників рівня продуктивності молочного стада залежали від рівня годівлі, то його вирішення потребує виключення з обох рядів динаміки трендів. Із цією метою визначають характеристики автокореляції.

Для рядів надоїв (т) і рівнів годівлі (ц к. од.) автокореляція визначається шляхом порівняння даних, які стосуються двох сусідніх років (табл. 108, 109).

Таблиця 108. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції за показниками надоїв (автокореляція)**

x	y	xy	x^2	y^2
2,7	2,5	6,75	7,29	6,25
2,5	2,3	5,75	6,25	5,29
2,3	3,8	8,74	5,29	14,44
3,8	3,5	13,3	4,44	12,25
3,5	3,9	13,65	12,25	15,21
3,9	3,2	12,48	15,21	10,24
3,2	4,5	14,4	10,24	20,25
4,5	5,1	22,95	20,25	26,01
5,1	4,8	24,48	26,01	23,04
31,5	33,6	122,5	117,23	132,98

Таблиця 109. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції за показниками рівня годівлі (автокореляція)**

x	y	xy	x^2	y^2
39	30	1170	1521	900
30	31	930	900	961
31	49	961	1519	2401
49	40	1960	2401	1600
40	41	1640	1600	1681
41	39	1599	1681	1521
39	47	1833	1521	2209
47	60	2820	2209	3600
60	52	3120	3600	2704
376	389	16033	16952	17577

коефіцієнти

Розрахуємо (коефіцієнти/показники) кореляції по рядах динаміки надоїв і рівнів годівлі:

$$r_{yx} = \frac{122{,}5\frac{31{,}5\cdot 33{,}6}{9}}{\sqrt{\left[117{,}23-\frac{31{,}5^2}{9}\right]-\left[132{,}98-\frac{33{,}6^2}{9}\right]}} = 0{,}676;$$

$$r_{yx} = \frac{16033 - \frac{376 \cdot 389}{9}}{\sqrt{\left[16952 - \frac{376^2}{9}\right]\left[17577 - \frac{389^2}{9}\right]}} = -0{,}224$$

Як свідчать числові значення знайдених коефіцієнтів кореляції, в ряді динаміки надоїв існує досить значна додатна автокореляція; у ряді рівнів годівля тварин вона слабка і від'ємна.

трендів

Визначимо лінії (динаміки/трендів) з тим, щоб потім виключити їх з аналізу. Зокрема, здійснимо аналітичне вирівнювання ряду динаміки за прямою $\overline{y}_t = a_0 + a_1 t$, де t – одиниця часу (у даному випадку рік). Параметри a_0 і a_1 знаходять шляхом вирішення системи нормальних рівнянь:

$$\begin{cases} a_0 n + a_1 \sum t = \sum y; \\ a_0 \sum t + a_1 \sum t^2 = \sum yt. \end{cases}$$

Для показників динаміки надоїв (табл. 110) і рівнів годівлі (табл. 112) системи рівнянь мають вигляд:

$$\begin{cases} 10a_0 + 55a_1 = 36{,}3; \\ 55a_0 + 385a_1 = 223. \end{cases} \qquad \begin{cases} 10a_0 + 55a_1 = 428; \\ 55a_0 + 385a_1 = 2543. \end{cases}$$

Таблиця 110. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення лінії тренда показників надоїв**

Рік (t)	Надій, т (y)	yt	t^2	$\overline{y}_t$
1	2,7	2,7	1	2,37
2	2,5	5,0	4	2,65
3	2,3	6,9	9	2,93
4	3,8	15,2	16	3,21
5	3,5	17,5	25	3,49
6	3,9	23,4	36	3,77
7	3,2	22,4	49	4,05
8	4,5	36,0	64	4,33
9	5,1	45,9	81	4,61
10	4,8	48,0	100	4,89
55	36,3	223	385	36,3

Таблиця 111. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення лінії тренда показників рівня годівлі**

Рік (t)	Рівень годівлі, ц к. од. (y)	yt	t^2	$\bar{y}_t$
1	39	39	1	32,49
2	30	60	4	34,78
3	31	93	9	37,07
4	49	196	16	39,36
5	40	200	25	41,65
6	41	246	36	43,94
7	39	273	49	46,23
8	47	376	64	48,52
9	60	540	81	50,81
10	52	520	100	53,10
55	428	2543	385	428

аналітичні

Після рішення цих систем одержимо ___________ рівняння зв'язку: для рядів динаміки надоїв $\bar{y}_t = 2{,}09 + 0{,}28t$; для рядів динаміки рівнів годівлі $\bar{y}_t = 30{,}2 + 2{,}29t$.

короткочасні

Щоб виключити знайдений тренд із аналізу рядів динаміки, розраховують відхилення від нього емпіричних даних. Такі відхилення, які являють собою (короткочасні/постійні) коливання у «чистому» вигляді, можна корелювати. У прикладі з показниками продуктивності молочного стада та рівня годівлі визначено в обох рядах відхилення від трендів, розраховані за формулою прямої лінії (табл. 112).

Таблиця 112. **Відхилення від трендів**

№ пп року	Середньорічний надій (Δy)	Рівень годівлі (Δx)
1	0,33	6,51
2	-0,15	-4,78
3	-0,63	-6,07
4	0,59	9,94
5	0,01	-1,65
6	0,13	-2,94
7	-0,85	-7,23
8	0,17	-1,52
9	0,49	9,19
10	-0,09	-1,10

За одержаними відхиленнями від тренда розраховують коефіцієнт кореляції (табл. 113):

$$r_{xy} = \frac{\sum \Delta x \Delta y}{\sqrt{\sum \Delta x^2 \sum \Delta y^2}}; \qquad r_{xy} = \frac{22,4675}{\sqrt{1,8930 \cdot 346,6185}} = 0,877.$$

Таблиця 113. **Вихідні і розрахункові дані для обчислення коефіцієнта кореляції за відхиленнями від тренда**

2,1483	0,1089	42,3801
0,7170	0,0225	22,8484
3,8241	0,3969	36,8449
5,6876	0,3481	92,9296
-0,0165	0,0001	2,7225
-0,3822	0,0169	8,6436
6,1455	0,7225	52,2729
-0,2584	0,0289	2,3104
4,5031	0,2401	84,4561
0,0990	0,0081	1,2100
22,4675	1,8930	346,6185

Величина розрахованого коефіцієнта кореляції найбільш точно відображує тісноту зв'язку в рядах динаміки показників надоїв і годівлі. Адже наявність високої автокореляції в рядах показників надоїв ($r_{xy} = 0,676$) певною мірою посилювала зв'язок між щорічними надоями та рівнем годівлі, зумовивши високий рівень коефіцієнта кореляції (0,934) в досліджуваних рядах динаміки.

прогнозування

Питання кореляції рядів динаміки тісно пов'язані з питаннями (аналізу/прогнозування). Економічний прогноз – це науково обґрунтоване передбачення розвитку будь-якого економічного показника тієї чи іншої галузі або народного господарства в цілому на перспективу, ступінь вірогідності якого залежить, від методів прогнозування. При економічному прогнозуванні використовують цілий комплекс __________ (подібність і відмінність, супутні зміни, аналогія, моделювання та ін.), серед яких найпростішим і доступним широкому колу економістів-практиків є метод _____________ шляхом екстраполяції

методів

прогнозування

рядів динаміки, який ґрунтується на гіпотезі стійкості закономірності розвитку явища (тренд). В його основу покладено зафіксовану в минулому і нинішню тенденцію, яка передбачається і в майбутньому, якщо не очікується змін зовнішніх та внутрішніх факторів, які зумовлюють її. Однак ця тенденція не завжди точно відображує дійсність, оскільки її збереження залежить насамперед від урахування взаємодії з іншими тенденціями, що не завжди можливо. Незважаючи на це, метод екстраполяції тенденції широко використовують у прогнозуванні економічних показників, бо він дає змогу визначити заходи, спрямовані на запобігання шкідливим та посилення корисних тенденцій. Статистичний прогноз – це засіб запобігання раптовостям у дійсній реальності, що особливо важливо для економічних явищ.

Передумовою успішного застосування екстраполяції рядів динаміки (продовження рівнів ряду на майбутнє на підставі виявленої закономірності змін рівнів за досліджуваний проміжок часу) є наявність необхідної статистичної інформації, яка дає змогу перевірити гіпотезу стійкості розвитку. Таким чином, питання полягає в об'єктивному підході до вибору економічно обґрунтованого типу лінії вирівнювання ряду динаміки. Правильний вибір типу тренда дозволяє одержати точнішу характеристику коливання показників динаміки і тенденції

типу лінії

їх змін. Від ________ значно залежить і величина очікуваного показника, а отже, і якість прогнозу.

У практиці статистичного прогнозування економічних показників найчастіше використо-

аналітичні

вують _________ рівняння прямої лінії, показової кривої (експоненти) та параболи другого і вищих порядків. Вирівнювання здійснюють виходячи з логіко-теоретичного аналізу ряду динаміки, завдяки якому встановлюють характер динаміки узагальнене

первинних

й тип необхідної лінії аналітичного рівняння. При цьому беруть до уваги характер динаміки факторів, що зумовлюють основну тенденцію змін показників, які досліджуються. Але оскільки факторним ознакам також властиве певне (іноді істотне) коливання, характер якого не завжди зрозумілий і потребує в свою чергу поглибленого аналізу, логічніше при виборі типу лінії виходити з характеру динаміки результативної ознаки.

У зв'язку з тим, що завдання вибору типу аналітичної лінії потребує абстрагування від індивідуальних особливостей коливань багатьох факторів, тобто, передбачає (узагальнене/одиничне) відображення їх дій, досить корисним слід вважати попередній аналіз (середніх/первинних) емпіричних показників у системі координат. При цьому метою вирівнювання рядів динаміки, є не вибір лінії, а встановлення тенденції розвитку. Наприклад, при вивченні показників динаміки врожайності в розрізі окремих культур тенденції змін її не збігаються, тому будуть різними й аналітичні рівняння зв’язку. Для встановлення стабільності тієї чи іншої характеристики динаміки (абсолютний приріст, темп росту та його прискорення) розраховують істотність їх різниць. Так, якщо у рядах величин приростів, темпів росту чи прискорення не спостерігається певних закономірностей у розташуванні, тобто показники зазначених характеристик «розкидані» по ряду динаміки, можна стверджувати про істотність їх різниць. У випадку, коли розраховані характеристики динаміки за розміром їх величин концентруються в певних частинах ряду, різниця між ними буде істотною й потребуватиме статистичної оцінки. Вважається, що при ймовірності понад 0,9 різниця буде істотною, а тому екстраполяцією за відповідним типом лінії (абсолютний приріст – пряма, темп росту – показова крива, прискорення – парабола) виконувати не можна.

Проілюструємо це на прикладі рядів динаміки врожайності зернових культур за попередні 23 роки (табл. 114).

Таблиця 114.
Статистичні характеристики динаміки врожайності зернових культур

№ п.п. року	Середня врожай-ність, ц/га	П'ятирічна середня ковзна врожайність, ц/га	Показники динаміки середньої ковзної врожайності		
			абсо-лютний приріст, ц/га	темп росту, %	темп приросту (зменшен-ня), %
1	9,1	–	–	–	–
2	10,3	–	–	–	–
3	16,5	10,6	–	–	–
4	13,7	13,1	2,5	123,6	–
5	3,6	14,2	1,1	108,4	-15,2
6	21,3	14,0	-0,2	98,6	-9,8
7	15,8	15,7	1,7	112,1	13,5
8	15,4	17,9	2,2	114,0	1,9
9	22,4	16,7	-1,2	93,3	-20,7
10	14,5	17,2	0,5	103,0	9,7
11	15,2	17,5	0,3	101,7	1,3
12	18,6	15,1	-2,4	122,4	20,7
13	16,9	15,3	0,2	86,3	-36,1
14	10,5	15,6	0,3	102,0	15,7
15	15,2	16,8	1,2	107,7	5,7
16	17,0	18,1	1,3	107,7	0
17	24,4	20,0	1,9	110,5	2,8
18	23,4	20,8	0,8	104,0	-6,5
19	20,2	22,2	1,4	106,7	2,7
20	19,0	23,6	1,4	106,3	-0,4
21	24,1	22,4	-1,2	94,6	-11,4
22	31,4	–	–	–	–
23	17,1	–	–	–	–

абсолютних

Як свідчать наведені дані, серед показників динаміки найвиразніше простежується закономірність у розташуванні (абсолютних/ланцюгових) приростів. У другій половині ряду концептруються вищі їх величини, ніж у першій; вони мають стійкішу тенденцію до зростання. Для визначення істотності різниці помилку

середніх приростів обчислюють середню випадкову (величину/помилку) для кожної половини ряду динаміки за формулою $m = \sigma : \sqrt{n}$. Середню випадкову помилку різниці знаходять, як суму таких помилок двох періодів ($m_p = \sqrt{m_1 + m_2}$). Порівнюючи різницю середніх абсолютних приростів (A_2 – A_1) із середньої) випадковою помилкою, одержують показник нормованого відхилення *(t)*.

Згідно з цією статистичною характеристикою і числом ступенів вільності за таблицею значень інтеграла ймовірностей Ст'юдента знаходять імовірність істотності різниці середніх абсолютних приростів. Аналогічні розрахунки виконують і для інших характеристик рядів динаміки – темпів росту і прискорень. У нашому прикладі інтеграл імовірності при нормованому відхиленні t=0,259 і 17 ступенях вільності варіація приростів урожайності зернових культур становить 0,616 (додаток Ж). Таким чином, величина знайденого показника ймовірності менша за 0,9, що дає підставу стверджувати про можливість використання для екстраполяції врожайності зернових культур рівняння прямої лінії. Якщо прийняти гіпотезу про сталість закономірності для визначення врожайності зернових, то фактичні її рівні добре апроксимуються рівнянням $\bar{y}_t$ = 10,6+0,554*t*. Екстраполяція цієї лінії на наступні 8-10 років дає показник 28-29 ц/га.

нерегульованих

Існування (випадкових/нерегульованих) факторів (наприклад, кліматичні умови) потребує обґрунтування форми тренда з урахуванням їх дії. Для розглядуваного прикладу найкращими формами тренда можуть бути експонента і парабола. Тут необхідний поглиблений попередній аналіз досліджуваного періоду, який ґрунтується на знанні агроекономічних факторів формування рівнів урожайності.

В таблиці 115 наведено статистичні характеристики рядів динаміки для різних культур, вирощуваних у степовій зоні України, і відповідно до них рекомендований тип тренда, який дасть найбільш об'єктивні результати розрахунків показників динаміки на прогнозований період. Безумовно, для більш точного статистичного прогнозування слід застосовувати ____________ кореляційні моделі динамік, в яких би враховувалася дія факторів. Поки що теоретична база багатофакторного регресійного аналізу рядів динаміки розроблена і висвітлена недостатньо. Розглянемо основні методичні особливості його здійснення при вивченні економічних явищ.

множинні

Таблиця 115.
Статистичні характеристики ряду динаміки врожайності (23 роки)

Культура	Статистична оцінка показників динаміки*: випадкова помилка різниць середніх (m)	нормоване відхилення (t)	значення інтеграла ймовірності $S_{(t)}$	Тип тренда
Озимі зернові	1,43	0,26	0,616	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Кукурудза	3,21	0,53	0,688	$\bar{y}_t = a_0 a_1 t$
Картопля	1,70	1,29	0,894	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Овес	2,63	1,30	0,894	$\bar{y}_t = a_0 a_1 t$
Овочі	1,72	0,16	0,578	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Кормові коренеплоди	2,63	0,61	0,722	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Силосні	2,14	0,61	0,722	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Однорічні трави на сіно	0,79	0,50	0,688	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$
Багаторічні трави на сіно	2,19	0,14	0,616	$\bar{y}_t = a_0 a_1 t$
Природні сіножаті	0,54	0,55	0,722	$\bar{y}_t = a_0 + a_1 t$

* Залежно від типу тренда визначали істотність різниць абсолютних приростів або темпів росту чи прискорень

середні

багатофакторна

Багатофакторні кореляційні моделі динаміки економічних явищ можуть бути побудовані на інформації різних ієрархічних рівнів і за неоднаковий період часу. Для таких моделей використовують ряди динаміки, що характеризують (середні/узагальнені) величини досліджуваних показників: 1) по країні в цілому; 2) по окремих галузях народного господарства; 3) по окремих галузях народного господарства за певний період часу, який приймається за одиницю виміру (наприклад, рік). Крім того, ____________________ модель може будуватися на інформації, яка характеризує динаміку явища на кожному досліджуваному об’єкті (господарство, бригада, ферма), а також на просторовій інформації).

проблеми

При побудові багатофакторних кореляційних моделей економічних явищ виникають дві математичні (проблеми/форми): автокореляція та мультиколінеарність.

причин

Автокореляція у відхиленнях від трендів або регресійної моделі виникає з таких (розрахунків/причин): 1) у моделі не враховано істотного фактора; 2) у моделі не враховано кілька неістотних факторів, дія яких збігається за напрямом і фазою; 3) неправильно обрано форму зв'язку залежної та незалежної змінних; 4) через особливість внутрішньої структури випадкової компоненти.

Дурбіна-Уотсона

Для виявлення наявності автокореляції у відхиленнях від трендів або регресійної моделі розраховують критерій (Дурбіна-Уотсона/Суслова), який обчислюють за формулою:

$$d = \frac{\sum_{t=1}^{n}\left(\varepsilon_{t+1} - \varepsilon_t\right)^2}{\sum_{t=1}^{n}\varepsilon_t},$$

де ε_t – випадкові відхилення від тренда або регресійної моделі.

Розрахована таким чином величина (d/ε) порівнюється з теоретичними її значеннями за

стандартною

_______________ математичною таблицею (додаток Н), яка містить відповідні нижні (d_1) та верхні (d_2) границі критерію Дурбіна-Уотсона, а також число змінних у кореляційній динамічній моделі (V_i) і довжину ряду динаміки (n).

При порівнянні фактичних і теоретичних

випадки

величин критерію можливі три ______: 1) $d < d_1$; 2) $d > d_2$; 3) $d_1 \leq d \leq d_2$. Дамо їм пояснення: 1 – гіпотеза про відсутність автокореляції у відхиленнях не приймається (відкидається); 2 – гіпотеза про відсутність автокореляції приймається; 3 – виникає потреба у подальших дослідженнях (наприклад, збільшення ряду динаміки).

Значення критерію Дурбіна-Уотсона

коливається

(коливається/визначається) в межах $0 \leq d \leq 4$, при цьому величини їх різні для додатних та від'ємних коефіцієнтів. Для перевірки від'ємних автокореляцій обчислюють величину ($4 - d$) й порівнюють її і за схемою, аналогічною у випадку додатної автокореляції.

зменшення

Для (зменшення/усунення) автокореляції, крім виключення тренда, використовують й

прийом

інший (тип/прийом): включення у множинну кореляційну моделі показника часу як аргументу (фактора), адже множинна регресія з відхиленнями від лінійних тенденцій еквівалентна прямому введенню часу в рівняння регресії (теорема Фриша і Воу).

До особливостей кореляційного аналізу в рядах динаміки слід віднести також

мультиколінеарність

______________________, тобто наявність сильної кореляції між незалежними змінними, яка може існувати поза залежністю між результативною та факторними ознаками. Наявність мультиколінеарності в кореляційних моделях становить досить серйозну загрозу і для одержання об'єктивних оцінок взаємозв'язків, у зв'язку з чим причинами

ускладнюється сам процес здійснення аналізу. Пояснюється це такими (даними/причинами): 1) важко виділити найбільш істотні фактори, оскільки правило β-коефіцієнтів дійсне лише для некорельованих (або слабокорельованих) факторів; 2) викривлюється зміст коефіцієнтів регресії; 3) ускладнюється обчислювальний процес.

етапами

Розв'язання питань мультиколінеарності в кореляційному аналізі рядів динаміки повинне здійснюватися за такими (видами/етапами): 1) визначення факту наявності мультиколінеарності; 2) визначення області мультиколінеарності на множині факторів; 3) вимірювання ступеня мультиколінеарності; 4) з'ясування її причин; 5) розробка заходів усунення мультиколінеарності.

виключає

Слід пам'ятати, що математична природа регресії (виключає/визнає) наявність лінійного зв'язку між незалежними змінними. Для економічних явищ ця обставина вважається не характерною, адже між факторами існують лінійні співвідношення, які знаходять своє відображення (в найпростішому випадку) у великих значеннях коефіцієнтів простої кореляції. Як вже відзначалося, фактори вважаються мультиколінеарними, якщо абсолютна величина парного коефіцієнта кореляції перевищує 0,8.

Назвемо шляхи усунення (зменшення) в кореляційному аналізі мультиколінеарності в рядах динаміки: 1) побудова рівнянь регресії за відхиленнями від трендів; 2) одержання та залучення додаткової статистичної інформації; 3) перетворення множини незалежних змінних у кілька ортогональних (незалежних) множин із наступним використанням методів багатомірного статистичного аналізу (факторного, кластерного та ін.); 4) виключення з моделі одного або кількох лінійно зв'язаних факторів.

У спеціальній літературі рекомендується при багатофакторному регресійному аналізі в динаміці використовувати найпростіші – прямолінійні – залежності. Це пояснюється тим, що при складних дійсні залежності між явищами часто перекручуються. Вони також погано піддаються економічній інтерпретації.

Питання для самоконтролю

1. Що розуміють під основною тенденцією розвитку явища?
2. Назвіть та охарактеризуйте типи характеру динаміки.
3. Перерахуйте методи, які використовуються для виявлення основної тенденції ряду динаміки.
4. Мета і методика аналітичного вирівнювання рядів динаміки.
5. Методика визначення ковзної середньої.
6. В яких випадках використовують прийом змикання рядів динаміки?
7. Як здійснюють аналіз сезонності?
8. Які особливості кореляційного аналізу рядів динаміки?
9. Що розуміють під автоковаріацією?
10. Поясніть поняття автокореляція.

Завдання для практичних занять

Завдання 11.1. Прийоми обробки рядів динаміки та виявлення тенденції розвитку явищ

Зміст завдання: За даними завдання 10.1 провести вивчення тенденції розвитку явища шляхом: а) розрахунку ковзної середньої; б) аналітичного вирівнювання ряду динаміки.

Порядок виконання

Укрупнення періодів – визначення середньої рівнів за кілька періодів. Кожен такий період включає декілька років.

Спосіб *розрахунку ковзної середньої* передбачає заміну індивідуальних значень ознаки середніми, які розраховуються на підставі кількох рівнів ряду. Періоди укрупнюються з поступовим зрушенням на одну дату від початкового рівня.

Таблиця 116

Розрахунок ковзної середньої (трьохрічної) динаміки показника

Рік	Рівень ряду	Трьохріччя	Рівень ряду		Приріст середнього рівня
			сума за 3 роки	середня за рік	
2008					
2009		2008-2010			
2010		2009-2011			
2011		2010-2012			
2012					

Аналітичне вирівнювання рядів динаміки проводиться за допомогою математичної формули, яка найбільш точно відображає загальну тенденцію ряду динаміки.

При вирівнюванні динамічних рядів за допомогою прямої лінії $y_t = a_0 + a_1 t$, параметри прямої визначаються за формулами:

$$a_0 = \frac{\Sigma y}{n};$$

$$a_1 = \frac{\Sigma ty}{\Sigma t^2}$$

Для проведення допоміжних розрахунків рекомендується наступний макет таблиці (табл. 117).

Таблиця 117

Вихідні та розрахункові дані
для вирівнювання ряду динаміки за рівнянням прямої

Роки	Порядковий номер року	Фактичний рівень показника	Розрахункові величини			Теоретичний рівень показника
n	t	y	ty	t^2	a_1t	y_t
2008	-2					
2009	-1					
2010	0					
2011	1					
2012	2					
Всього					×	

Сформулювати висновки.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 11.2. Вивчення сезонних коливань

Зміст завдання: За даними про чисельність працівників (табл. 118) розрахувати показники сезонності використання трудових ресурсів.

Порядок виконання

Таблиця 118

Вихідні та розрахункові дані використання трудових ресурсів

Місяці	Базисний рік			Звітний рік		
	Чисельність працівників	Відхилення від середнього	Коефіцієнт сезонності	Чисельність працівників	Відхилення від середнього	Коефіцієнт сезонності
Січень	270			350		
Лютий	280			345		
Березень	320			350		
Квітень	350			420		
Травень	365			421		
Червень	410			429		
Липень	420			425		
Серпень	420			425		
Вересень	420			424		
Жовтень	365			400		
Листопад	350			395		
Грудень	350			367		
В середньому						

Сезонні коливання вивчаються шляхом розрахунку показників:

1) *коефіцієнт сезонності* – відношення показника за кожний місяць до середнього показника за рік. Чим ближчий коефіцієнт сезонності до 1 (або до 100%), тим ритмічніше явище;

2) середнє лінійне відхилення: $d = \frac{\Sigma\left|y_n - \overline{y}\right|}{n}$;

3) середній коефіцієнт сезонності - відношення середнього лінійного відхилення до середнього показника: $\overline{K} = \frac{\overline{d}}{\overline{x}}$.

Сформулювати висновки.

ТЕМА 12. ПОДАННЯ СТАТИСТИЧНИХ ДАНИХ: ТАБЛИЦІ, ГРАФІКИ, КАРТИ

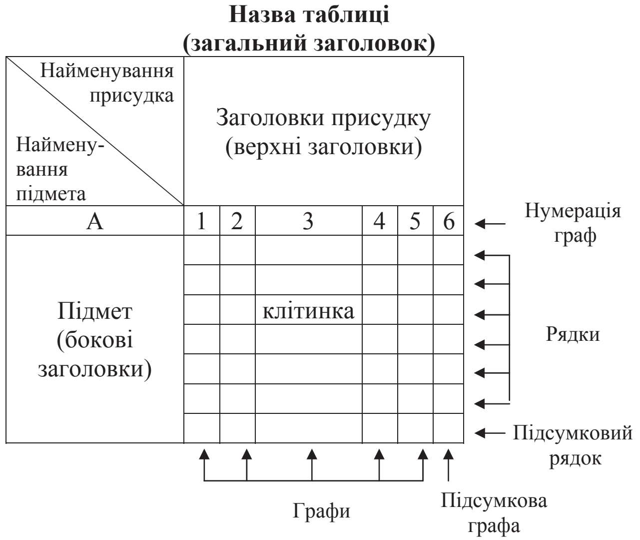
§ 12.1. Статистичні таблиці, їх види і правила оформлення

Результати обробки статистичних даних оформляють у вигляді статистичних таблиць. **Статистична таблиця** – це форма раціонального і наочного викладення цифрових характеристик досліджуваних явищ і їх складових частин. За допомогою інформації у вигляді зведених статистичних таблиць створюється можливість характеристики явищ з погляду їх розміру, структури та динаміки розвитку. А стислість і наочність форм зображення даних у таблиці зумовлюють їх сприймання, розуміння й аналіз. Адже таблична форма дозволяє викласти матеріал найбільш зручно, компактно, наочно і раціонально.

складових

До (видів/складових) статистичної таблиці належать вертикальні графи, горизонтальні рядки, які, перетинаючись, утворюють клітини, а також відповідні заголовки. У сукупності зазначені елементи форми таблиці утворюють її макет (рис. 29).

Рис. 29. Схема макету статистичної таблиці



Статистична таблиця має загальний і внутрішні заголовки Перший з них у стислій формі відображує зміст таблиці. Останні – пояснюють змістовне навантаження відповідних рядків і граф.

елементами

Основними ____________ статистичної таблиці є **підмет** і **присудок.**

одиниці

Підметом таблиці є (одиниці/показники) статистичної сукупності, або їх групи, які характеризуються показниками. Присудок таблиці

показників

– це система (показників/розрахунків), які характеризують підмет.

Залежно від побудови (розробки) підмета статистичні таблиці поділяють на три

групи

(групи/складові): **прості, групові, комбінаційні**.

1. **Таблиця проста**, або перелікова, містить зведені показники щодо переліку одиниць спостереження, переліку хронологічних дат або територіальних підрозділів. Відповідно їх називають таблицями простими, або переліковими, хронологічними, або територіальними. Отже, в підметі простої таблиці перелічуються одиниці сукупності (підприємства, виробничі підрозділи, види продукції тощо) або одиниці часу (роки, квартали, місяці тощо).

2. **Таблиця групова** містить зведення про сукупність, розчленовану на окремі групи за однією ознакою. При цьому кожна група може бути охарактеризована рядом показників (табл. 119).

Таблиця 119. **Групування підприємств за розміром посівної площі зернових культур**

Групи підприємств за розміром посівної площі	Кількість підприємств у групі	Посівна площа, га	Урожайність, ц/га
I - до 500	3	460	36,3
II – 500-700	5	680	39,6
III – 700 - 900	16	810	43,8
IV – 900 - 1100	4	1030	50,6
V – понад 1100	3	1270	53,2
Всього	31	×	×

3. **Таблиця комбінаційна** – у підметі такої таблиці містяться групи за двома і більше ознаками (табл. 120).

Таблиця 120. **Вплив якості ґрунту та кількості внесених добрив на урожайність зернових культур**

Показники	Групи підприємств за якістю ґрунту, балів					
	I – до 50		II -50-70		III – понад 70	
	Підгрупи підприємств за внесеними мінеральними добривами, ц діючої речовини					
	до 2,5	понад 2,5	до 2,5	понад 2,5	до 2,5	понад 2,5
Кількість підприємств у групі	3	6	4	7	6	3
Урожайність, ц/га	32,7	39,6	40,2	43,4	45,0	52,6

Статистичні таблиці можуть бути побудовані за принципом розробки їх присудка, а саме: з простою розробкою присудка та із складною розробкою присудка. У таблиці з простою розробкою присудка показники, які характеризують підмет, не пов’язані між собою (табл. 121), а у таблиці із складною розробкою присудка такі показники пов'язані між собою (табл. 122).

Таблиця 121. **Макет статистичної таблиці з простою розробкою присудка**

Бригади підприємства	Кількість працюючих, чол.	У тому числі			
		чоловіки	жінки	з виробничим стажем, років	
				до 5	понад 5
1					
2					
3					

Таблиця 122. **Макет статистичної таблиці з складною розробкою присудка**

Бригади підприємства	Кількість працюючих, чол.	У тому числі з виробничим стажем, років			
		до 5		понад 5	
		чоловіки	жінки	чоловіки	жінки
1					
2					
3					

Вигляд статистичної таблиці залежить не від розробки присудка, а від побудови підмета.

При побудові комбінаційних таблиць найчастіше використовують комбінаційне групування за 2-3 (графами/ознаками). Якщо виділяти більшу кількість груп і підгруп, одержимо досить громіздке групування. Наприклад, якщо за першою ознакою виділити 2 групи, за другою – 3, за третьою – 4, то у підметі такого групування одержимо 24 рядки (2×3×4), не рахуючи підсумкових рядків по групах і загального підсумку. Тому з введенням кожної нової групувальної ознаки число рядків у кілька разів збільшується, що значно ускладнює читання такої таблиці і та аналіз.

ознаками

Слід також враховувати ту обставину, що при комбінаційному групуванні за кількома ознаками відбувається велике (подрібнення/об'єднання) сукупності на групи і підгрупи. У результаті цього в одержаних підгрупах може виявитися недостатня кількість одиниць спостереження. У такому разі числові показники не будуть характеризувати типові (фактори/властивості), адже вони не втрачають своєї індивідуальності.

подрібнення

властивості

Результати комбінаційного групування за великою кількістю ознак навіть при невеликій кількості інтервалів важко сприймаються, а сама таблиця втрачає свою найважливішу перевагу – (наочність/точність). Тому комбінаційні таблиці доцільно складати не більше як за трьома факторами та кількістю інтервалів не більше трьох (інколи чотирьох).

наочність

Уперше прості і групові таблиці були застосовані при вивченні статистичних даних у 1727 р. І.К.Кириловим, а комбінаційна таблиця була розроблена і запропонована у 1882 р. А.П.Шлікевичем.

Для досягнення найбільшої виразності ста-

правил	тистичної таблиці необхідно при її оформленні дотримуватися певних (розрахунків/правил). Розглянемо їх.
узгоджена	1. Форма статистичної таблиці повинна бути __________ із раніше існуючими таблицями для забезпечення можливості порівняння даних за ряд відрізків часу.
зміст	2. Назва таблиці (загальний заголовок) повинна коротко і точно характеризувати основний її (зміст/принцип). Ця вимога рівною мірою стосується і назв підмета та присудка таблиці. Якщо загальний заголовок недостатньо докладно сформульований, то можна зробити примітки до нього.
	3. У таблиці (в загальній назві або в назвах підмета і присудка) повинно бути вказано, якої території або якого періоду чи моменту часу стосуються наведені дані, а також характер цих даних (фактичні, нормативні, розрахункові і т.д.).
виміру	4. Показники таблиці повинні мати одиниці (виміру/порівняння). Якщо для всіх показників використовується одна одиниця виміру, її пишуть наприкінці заголовка таблиці, а якщо їх кілька – в кінці рядків або граф.
однаковою	5. Усі числові значення даного показника зазначаються з __________ точністю.
нумерують	6. Якщо кількість показників підмета і присудка таблиці досить велика, то їх (спрощують/нумерують). При цьому графи, які містять перелік об'єктів або їх груп, позначають великими літерами алфавіту, а графи з показниками присудка – арабськими цифрами.
знаки	7. У кожній клітині таблиці слід писати відповідне число або умовні (показники/знаки), які мають таке значення: ... (три крапки) – відсутність даних, або робиться запис «немає зведень»; – (тире) – замість нульового значення або якщо числове значення не має логічного

змісту чи неможливе зовсім; число 0,0 ставиться у тих випадках, коли величина показника не перевищує 0,05.

замкненою — 8. Таблиця повинна бути (замкненою/простою), тобто мати підсумки (в цілому по групах і підгрупах).

нумерують — 9. Якщо по тексту зустрічаються дві та більше таблиць, їх (нумерують/складають) арабськими цифрами.

пояснень — При необхідності до таблиці дають примітки і зноски. Примітки даються у випадках необхідності додаткових (значень/пояснень) щодо показників таблиці. У зносках вказують джерела зведень, наведених у таблиці, уточнюють дату тощо.

засобом — Грамотно складена статистична таблиця є важливим (засобом/моментом) викладення обробленого статистичного матеріалу та його аналізу.

§ 12.2. Графічний метод

12.2.1. Роль і значення графічного методу в наукових дослідженнях

Графічні методи вважаються досить важливим та ефективним знаряддям сучасної науки, вони надійно увійшли в методику наукових досліджень. Особливо велику роль ці методи відіграють у статистичних дослідженнях, де вивчаються складні взаємозв'язки соціально-економічних явищ і процесів в русі показників динаміки, а також складні переплетіння зв'язків у просторі.

узагальнення — Статистичні графіки використовують з метою (узагальнення/виявлення) статистичних даних, їх аналізу та популяризації (останнє стосується неспеціалістів).

наочного — Що ж являє собою **статистичний графік?** Це спосіб __________ подання і викладення статистичних даних та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків (сукупності крапок, ліній, поверхонь) та інших графічних засобів з метою їх узагальнення й аналізу. За допомогою графіків більш глибоко вивчають склад і динаміку явищ, а також взаємозв'язки між ними.

Застосування графічного методу при вивченні соціально-економічних явищ досить різнопланове. Так, його використовують для
порівняння (визначення/порівняння) обсягів певних статистичних сукупностей та вивчення їх складу. Прикладом може бути графічне зображення складу спеціалістів певної галузі народного господарства за віком, статтю, фахом або обсягів і по-галузевого складу валової продукції сільського господарства тощо. У даному випадку роль графічного методу зводиться до наочного
співвідношення представлення (даних/співвідношення) окремих елементів, які утворюють досліджувану статистичну сукупність, показу зміни обсягів і структури цих сукупностей.

Об'єктами графічних зображень можуть
відтворення бути процеси (відтворення/порівняння), які розглядаються у демографічній та економічній статистиці. Особливу роль відіграє графічний
динаміки метод при вивченні ____________ соціально-економічних явищ, де використовують графічні характеристики рядів динаміки; у статистико-географічних дослідженнях, де статистичні дані зображують у вигляді статистичних карт. Побудовою останніх займається прикладна наука – економічна картографія, в якій тісно поєднуються статистичні і географічні аспекти дослідження явищ.

Специфічною особливістю графічних
лаконічність зображень є їх (вид/лаконічність), простота кодування інформації та однозначність тлумачення (за змістом) записів у символічній формі. До окремих особливостей статистичних графіків належать також їх виразність, універсальність (для них не існує мовних

перешкод), доступність для огляду та ін.

формою

Графічна мова вважається специфічною (системою/формою) наукового мислення та узагальнення. Це особлива форма інформації, яка трактується в сучасних поняттях теорії пізнання як своєрідна знакова система.

особливості

Мова статистичних графіків належить до умовних символічних мов і має такі __________:

двомірність

1) двомірність графічних знаків, тобто (двомірність/поступовість) запису. Це основна ознака графічної мови як знакової системи, джерело інформації та пізнавальної сили. Так, у двомірному символічному записі «працює на інформацію» як послідовність розташування знаків у лінійному ряду, так і їх розташування в просторі. Це, безумовно, розширює інформаційні й пізнавальні можливості графічної мови;

взаємопов’язаною

2) безперервність виразу. У статистичних графіках відповідна інформація представлена не окремими дискретними знаками, а (взаємопов’язаною/послідовною) системою, геометрично орієнтованою у просторі. Цим графічна мова відрізняється, наприклад, від мови математичних формул, яка зберігає дискретність знаків і лінійну (одномірну) послідовність їх виразу (і чергування);

відокремленість

3) (відокремленість/незалежність) викладу. Статистичні графіки як знаряддя наукової інформації відособлюються від тексту взаємопов’язаної за змістом інформації, яка подається в усній або письмовій формі.

знакової

4) Своєрідність статистичного графіка як (знакової/складної) системи полягає і в тому, що основним засобом передачі інформації при такому способі зображення є не знаки – коди, а знаки – образи. На відміну від перших, які є найпростішими умовними сигналами, знаки – образи являють собою складніше організовані системи сигналів, які зовнішньо відображають

статистичних

об'єкти за принципом їх схожості.

Предметом дослідження при визначенні статистичного графіка є статистичні дані про масові суспільні явища і процеси. Саме в цьому полягає відмінність (наочних/статистичних) графіків від графіків взагалі. Вони являють собою не просту ілюстрацію явищ, а дають нове знання про предмет дослідження, відображуючи ті розумові побудови, які вивчає статистична наука і практика.

12.2.2. Основні елементи статистичного графіка

Статистичний графік являє собою рисунок, який описує статистичні сукупності умовною мовою геометричних знаків тієї чи іншої форми крапок, ліній, площин, фігур та різних їх комбінацій. У більшості випадків статистичних графіків використовують не об'ємне зображення, яке є складним за побудовою, а площинне. Останнє досить різноманітне за формою і водночас має ті ж самі складові елементи. Розглянемо основні з них.

простір

Поле графіка – це (макет/простір), в якому розміщуються геометричні або інші графічні знаки, що утворюють графік. Розмір поля графіка залежить від його призначення і характеризується розміром та пропорціями сторін. З погляду естетичних вимог і зорового сприйняття зображених даних рекомендується таке співвідношення сторін: від 1:1,3 до 1:1,5. Найзручнішим для візуального сприйняття вважається формат, сторони якого знаходяться у співвідношенні 1:2. Таке співвідношення одержують коли довша сторона прямокутника дорівнює діагоналі квадрата, побудованій на короткій стороні прямокутника. Ідеальні графіки прямокутної форми зі (співвідношенням/розміром) сторін _____________ і т. д. Такі співвідношення сторін

співвідношенням 3:5, 5:8, 8:13

відомі під назвою «правило золотого перетину», згідно з яким висота прямокутника відноситься до його основи як основа до висоти плюс основа. Якщо статистичні графіки представлені у формі рівнобічного трикутника, то його основа

1:3 повинна відноситися до висоти, як _____.

Слід відзначити, що розмір графіка повинен відповідати його призначенню.

Геометричні знаки (або графічні образи) – сукупність геометричних або графічних знаків для зображення статистичних даних. Насамперед це крапки, за допомогою яких наочно зображу-

множини ються лічильні (множини/знаки), тобто окремі елементи статистичної сукупності. Одна крапка може означати один випадок або будь-яку їх кількість (наприклад, одне підприємство, 400 кг, 6 км і т .д.). Геометричними знаками статистичних графіків можуть бути відрізки прямих ліній, що поєднують дві сусідні крапки у полі графіка. Змістове наповнення такого знака пов'язується з довжиною відрізка та кутом нахилу щодо осі абсцис. Довжина відрізків характеризує розмір явища, а кут – інтенсивність його розвитку у часі чи просторі. Відрізки з'єднані в один ланцюг, утворюють одна ламану лінію – криву графіка. Остання є досить поширеною формою знакової системи.

Значне місце в цій системі займають знаки

форм у вигляді **площин** різних геометричних _____ (квадрат, сектор, коло і т.п.). Їх використовують для порівняння явищ, які характеризуються абсолютними і відносними величинами.

Графічні зображення в статистиці можуть

знаками бути представлені і негеометричними ________, зокрема силуетами чи малюнками. Наприклад, динаміку книжкової продукції на графіку можна зобразити у вигляді книжкових полиць, інфляційні процеси – у вигляді банкнотів тощо.

Просторові орієнтири у статистичних

	графіках використовують для визначення порядку розміщення геометричних знаків у полі графіка. Вони задаються системою координатних
сіток	_______ контурних ліній, які ділять це поле на частини. Як правило, в статистиці використовується система (прямокутників/трикутників)
прямокутників	координат, але іноді може застосовуватися і полярна система (колові графіки).
	Масштабні орієнтири визначаються системою масштабних шкал або спеціальними
розмірів	знаками для визначення (видів/розмірів) графічних знаків.
словесне пояснення	**Експлікація графіка** являє собою _______ (пояснення/зображення) основних елементів графіка та його змісту. Вона включає: назву графіка, надписи вздовж масштабних шкал, окремі пояснювальні надписи, що розкривають зміст елементів графічного образу. Статистичний графік – це знакова модель, без експлікації його не можна зрозуміти, тобто перенести знання із формалізованої системи характеристики дійсності на саму дійсність.
12.2.3. Види статистичних графіків і способи їх побудови	Статистичні графіки за напрямом використання характеризуються значною різноманітністю. Їх наукова класифікація передбачає такі ознаки, як загальне призначення, види, форми і типи основних елементів. Традиційно теорія статистики розглядає
поля	класифікацію графіків за видами їх (даних/поля). За цим принципом графічні зображення поділяють на діаграми, картограми та картодіаграми.
	Діаграми – це умовні зображення числових величин та їх співвідношень за допомогою
геометричних	(геометричних/математичних) знаків.
	Картограми – зображення числових

величин та їх співвідношень за допомогою нанесення умовної штриховки або розцвітки на

карту

(карту/листок) – схему.

поєднання

Картодіаграми – це __________ діаграми із картою – схемою. При побудові діаграми встановлюється певний масштаб, тобто співвідношення між розмірами величин на графіку і дійсною величиною зображуваного явища в натурі.

Найбільш поширеним видом статистичних графіків є діаграми. Залежно від способу зображення статистичних даних вони можуть бути в одному вимірі, коли ці дані зображують у вигляді прямих ліній або смуг однакової ширини, і в двох вимірах (площині), на яких даних зображують за допомогою площ геометричних фігур (прямокутників, квадратів, кіл.).

До першого виду діаграм належать лінійні, стовпчикові, стрічкові та ін.; до другого – прямокутні (квадратні, «Знак Варзара»), колові, секторні, радіальні, фігурні.

Лінійна діаграма відображує розмір показ-

ліній

ника у формі (прямих/ліній) різної довжини, які утворюються в результаті з'єднання крапок у координатному полі. Одним із видів лінійних діаграм є лінійний графік виконання плану та обліково-плановий графік (рис. 30, 31).

Застосовують лінійні діаграми в основному для вивчення розвитку явищ у часі.

До будови лінійних діаграм ставлять такі

вимоги

(вимоги/значення):

1) діаграма повинна читатися по горизонталі зліва на право, по вертикалі – знизу вверх;

2) на осі ординат обов'язково позначається нульова величина. У випадках, коли дотримання цього правила пов'язане зі значним зменшенням масштабу та погіршенням наочності, слід зробити розрив по всіх ординатах (при цьому нульова лінія зберігається);

Рис. 30. Лінійний графік динаміки поголів’я коней у господарстві

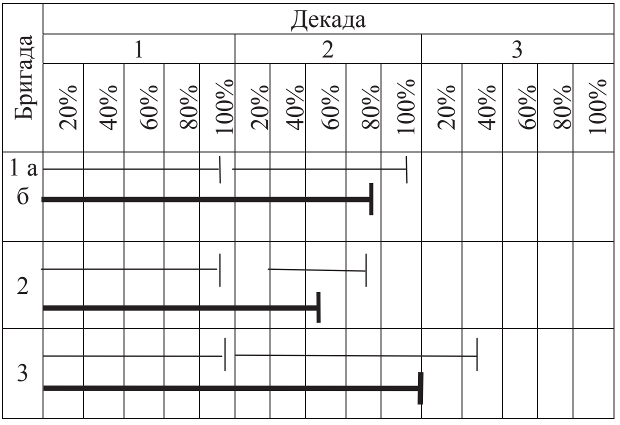


Рис. 31. Обліково-плановий графік виконання підприємством плану виробництвом продукції впродовж місяця:
а – за декаду;
б – наростаючим підсумком

3) відрізки на осі абсцис повинні відповідати інтервалам (для рядів динаміки – періоду часу);

4) нульова лінія повинна різко відрізнятися від інших паралельних ліній ;

5) при побудові діаграми із застосуванням процентної шкали треба чітко виділити лінію, яка означає 100 %;

6) крива лінія діаграми повинна різко відрізнятися від ліній сітки;

7) цифрові показники розміщують на

графіку таким чином, щоб їх можна було легко прочитати;

8) площа графіка повинна бути квадратною або прямокутною.

Стовпчикові діаграми. На цьому виді діаграми статистичні дані зображують у вигляді ______________ (стовпчиків) однакової ширини.

прямокутників

Розташовують їх вертикально чи горизонтально. Величину явищ характеризує висота стовпчика (рис. 32).

Виробництво продукції, тис. грн.

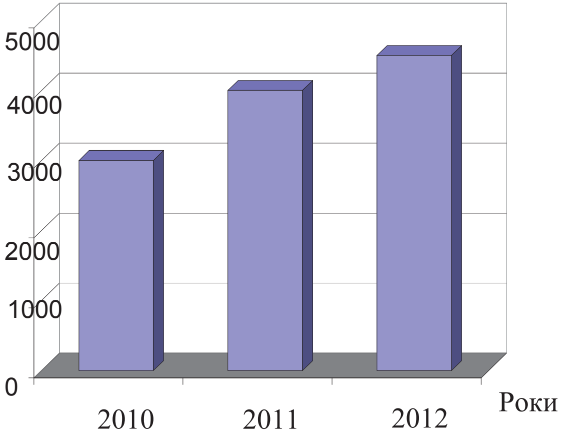


Рис. 32. Стовпчикова діаграма динаміки валового виробництва продукції підприємством

застосовуються

Стовпчикові діаграми __________________: 1) при порівнянні між собою різних явищ; 2) для зображення явищ у часі; 3) для відображення структури явищ.

побудови

Розглянемо основні правила (використання/побудови) стовпчикових діаграм:

1) ширина стовпчиків та відстань між ними повинні бути однаковими;

2) стовпчики розташовують від меншого до більшого або навпаки (просторова модель);

3) в основі стовпчиків проводиться та виділяється базова лінія;

варіаційні

горизонталі

4) вказується назва і цифрові дані стовпчиків;

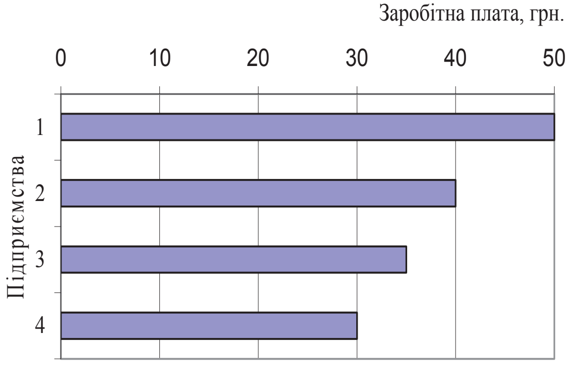
5) на шкалі повинні бути поділки, основні з яких позначаються цифрами;

6) вказують одиницю виміру.

Різновидом стовпчикової діаграми є **гістограма**, за допомогою якої зображуються (варіаційні/середні) ряди розподілу.

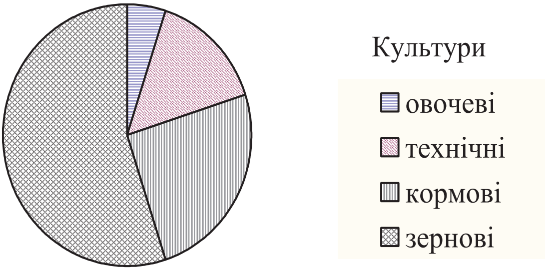
Стрічкові діаграми. На відміну від стовпчикових, при побудові стрічкових діаграм прямокутники, якими зображують розмір явищ, розташовують не по вертикалі, а по ___________ (рис. 33). Вимоги, що ставляться до побудови цього виду діаграм, аналогічні вимогам до стовпчикових діаграм.

Рис. 33. Стрічкова діаграма годинної заробітної плати на підприємствах



Секторні діаграми являють собою коло, поділене на сектори, величини яких відповідають (у пропорціях) зображуваним розмірам явищ. Секторні діаграми будують для відображення структури явищ (рис. 34).

Рис. 34. Секторна діаграма структури посівних площ сільськогосподарського підприємства



Прямокутні діаграми. Цей вид діаграм величину досліджуваних явищ зображує у вигляді площ. Прямокутні діаграми застосовують для зображення явищ, які змінюються у часі, а також для порівняння різних величин у просторі.

До прямокутних діаграм належать квадратні діаграми та «Знак Варзара».

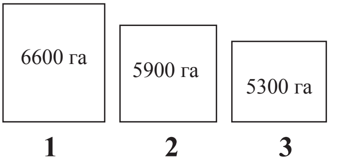
абсолютних

Квадратні діаграми використовують при порівнянні (абсолютних/групових) величин. Для визначення сторони квадрата слід добути квадратний корінь із досліджуваних (діаграмованих) величин. За даними таблиці 123 проводимо відповідні розрахунки, прийнявши масштаб 30=1 см. Переводимо в масштабні одиниці показники, одержані після добування квадратного кореня із величин площ сільськогосподарських угідь: 81,2 : 30=2,7 см; 76,8 : 30= 2,6 см; 72,8 : 30=2,4 см одержані числові значення приймаються за величину сторони квадрата (рис. 36).

Таблиця 123. **Вихідні і розрахункові дані для побудови квадратних та колових діаграм**

Номер підприємства	Площа сільсько-господарських угідь, га	Квадратний корінь із розміру площі	Довжина радіуса, см, при масштабі 100=2 см
1	6600	81,2	$1{,}62=(\frac{81{,}2\times 2}{100})$
2	5900	76,8	1,54
3	5300	72,8	1,46

Рис. 36. Квадратна діаграма розмірів площ сільськогосподарських угідь підприємства

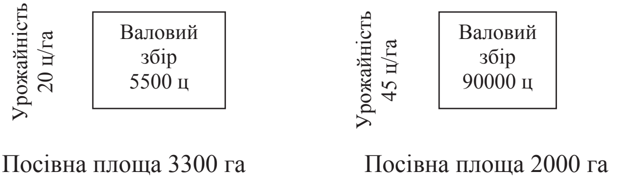


трьох

«Знак Варзара». Використовується для порівняння ______ пов'язаних між собою величин. Він являє собою прямокутник, в якому довжина відображує величину одного явища, ширина – іншого, а площа його характеризує добуток цих у двомасштабному порівнянні: один масштаб – для основи прямокутника, другий – для його висоти.

«Знаком Варзара» одночасно порівнюється, як уже згадувалося, три пов'язані між собою величини, тобто діаграмовий показник є добутком двох інших. Наприклад, якщо площа прямокутника діаграми ілюструє валовий збір, то одна його довжина – посівну площу, друга – висота – урожайність. Цей вид діаграми зображено на рис. 37.

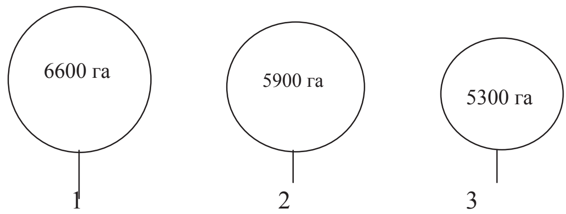
Рис. 37. Прямокутна діаграма «Знак Варзара»



величину

Колові діаграми своєю площею відображують (величину/результат) досліджуваних явищ. Вони ґрунтуються на використанні площі кола для ілюстрації порівнюваних однорідних величин. При їх побудові береться до уваги, що площі кіл відносяться між собою як квадрати їх радіусів. Для визначення радіуса кола необхідно добути квадратний корінь із діаграмової величини; на цій основі накреслити його в певному масштабі й за його величиною описати коло. На рис. 38 зображено колову діаграму за даними таблиці 123.

Рис. 38. Колова діаграма розмірів площ сільськогосподарських угідь підприємства



замкнуті

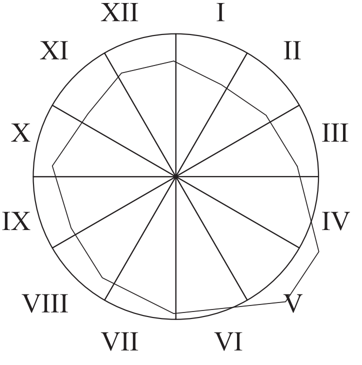
Радіальні діаграми. Цей вид діаграм застосовується для графічного зображення явищ, які змінюються в (замкнуті/термінові) календарні строки. В основу їх побудови покладено полярну систему координат, де за вісь абсцис приймається коло, за весь ординат – його радіуси. Залежно від того, який зображується цикл діаграмованого явища – замкнутий чи продовжуваний (із періоду в період), – розрізняють радіальні діаграми *замкнуті і спіральні.* Наприклад, якщо весь цикл зміни зображуваного явища охоплює річний період, радіальну діаграму будують за формою замкнутої.

Якщо ж зміна явища вивчається впродовж циклу діаграмованого періоду (наприклад, грудень одного року сполучається з січнем другого року і т.д.), ряд динаміки зображується у вигляді суцільної кривої, яка візуально має вигляд спіралі.

центр

При побудові радіальних діаграм початком відліку (полюсом) може бути центр або окружність. Якщо за полюс прийнято (початок/центр) кола, то радіальну діаграму будують у такій послідовності: коло ділять на стільки частин, скільки періодів має діаграмований цикл (наприклад, рік – 12 міс.), і будують відповідно їм радіуси (у даному випадку – 12). Періоди розміщують за годинниковою стрілкою і на кожному радіусі у масштабному вимірі відкладають відрізки (від центра кола), пропорціональні розмірам явищ. Кінці відрізків на радіусах з'єднують, у результаті чого утворюється концентрична ламана лінія. Приклад замкнутої радіальної діаграми з початком відліку від центра кола наведено на рис. 39.

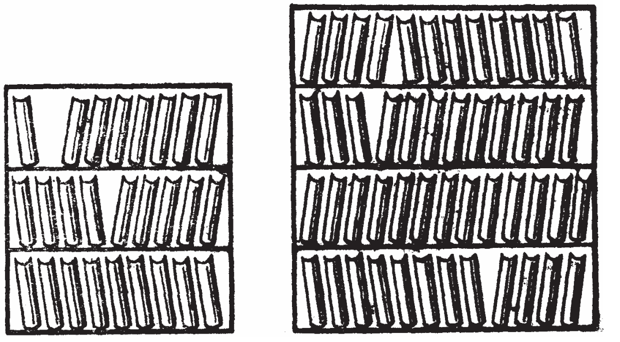
Рис. 39. Радіальна діаграма відпрацьованих людино-годин на підприємстві впродовж року



малюнками

Метод фігур – знаків. Цей метод зображення діаграмованих явищ передбачає заміну геометричних фігур (малюнками/знаками), які відповідають змісту статистичних даних (рис. 40). Тобто величина показника зображується за допомогою фігур (символів, рисунків): наприклад, поголів'я коней – у вигляді силуету коня, виробництво автомобілів – у вигляді малюнка автомобіля і т.п. Переваги такого виду діаграм перед геометричним – їх наочність та дохідливість. Символічне зображення робить діаграму виразнішою й привабливішою.

Рис. 40. Динаміка книжкових видань з питань ринкової економіки в районній бібліотеці



2002 р. 2012 р

особливості

Метод фігур – знаків (так званий віденський) має свої (особливості/показники) і характеризується більш насиченим змістом, що має принципове значення й вимагає дотримання певних правил щодо побудови таких діаграм, а саме:

1) символи повинні бути зрозумілими самі по собі й не вимагати детальних пояснень. Як правило, вони зображують контур чи силует діаграмованих об'єктів;

2) забезпечувати однозначність трактування;

3) однозначність теми;

4) групувальні ознаки розташовують вертикально, а показники, які їх характеризують, – горизонтально;

5) зображення знаків – символів повинне відповідати принципам гарного малюнку;

6) виключними вважаються зайва деталізація та прикрашання;

7) стандартизація знаків–символів. Компонування діаграми повинне здійснюватися стандартизованими знаками – символами, виготовленими у друкарні і монтованими методом аплікації. Існують спеціальні зразки таких знаків;

8) обов'язковість назви діаграми і текстових позначень окремих сукупностей (груп), які

зображується певною фігурою; масштабне позначення з вказівкою числового значення кожного знака – символу.

логарифмів

Напівлогарифмічні графіки. Цей вид статистичного графіка будується в системі координат. Числа, що характеризують діаграмоване явище, знаходяться у масштабі (карти/логарифмів). Логарифми точок розташовують на осі ординат, а дату явища (роки) – на осі абсцис (рис. 41).

Рис. 41. Напівлогарифмічний графік динаміки показників заробітної плати на підприємстві

Картограми і картодіаграми. Картограми являють собою контурну географічну карту або схему, на якій штриховкою різної густоти, крапками або фарбами різного ступеня насиченості зображена порівняльна інтенсивність будь-якого показника в межах кожної одиниці нанесеного на карту територіального поділу.

відносними
середніми

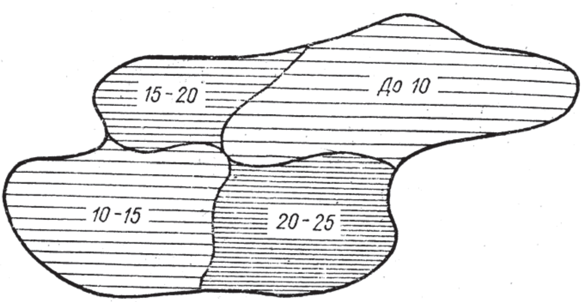
На картограмах, як правило, зображують явища, що характеризуються __________ або ____________ величинами (наприклад, кількість працюючих пенсіонерів у загальній кількості працюючих за регіонами, меліорованість земель у процентах до загальної площі, середня заробітна плата на підприємствах по районах області і т.д.).

За способом зображення діаграмованих явищ розрізняють *картограми крапкові і фонові.*

У перших рівень явища показують за допомогою крапок, розташованих на контурній карті територіальної одиниці. Для наочності зображення щільності або частоти появи певної ознаки крапкою позначають одну або кілька одиниць сукупності.

На фонових картограмах штриховкою різної густоти або фарбою різного ступеня насиченості зображують інтенсивність будь-якого показника в межах територіальної одиниці. Один із випадків картограм зображено на рис. 42.

Рис. 42. Картограма щільності поголів'я корів на 100 га сільськогосподарських угідь у господарствах району



Якщо на контурну карту наносяться статистичні дані у вигляді діаграм, одержують **картодіаграму.** Яскравим її прикладом є географічна карта, на якій чисельність населення великих міст зображена у вигляді кіл різної величини.

Крім розглянутих способів графічного зображення досліджуваних явищ, існують і інші. Практичне їх використання при відображенні динаміки явищ, їх структури та взаємозв'язків розглянуто в попередніх розділах.

Питання для самоконтролю

1. Що являє собою статистична таблиця?
2. Назвіть основні елементи статистичної таблиці.
3. Що розуміють під підметом статистичної таблиці?
4. Що розуміють під присудком статистичної таблиці?
5. Як поділяють статистичні таблиці залежно від побудови їх підмета?
6. Перелічить основні правила побудови статистичних таблиць
7. Що являє собою статистичний графік?
8. Складові елементи статистичного графіку.
9. Що розуміють під «правилом золотого перетину»?
10. Як поділяють графіки за видами їх поля.
11. Правила побудови лінійних діаграм.
12. Сфера застосування стовпчикових діаграм.
13. Послідовність побудови радіальних діаграм.
14. Які особливості використання методу фігур–знаків?

Завдання для практичних занять

Завдання 12.1. Графічне зображення статистичних даних

Зміст завдання: 1. За даними завдань 10.1 і 11.1 побудувати лінійну діаграму, на якій відобразити фактичні, середні ковзні та вирівняні дані;
2. За даними завдання 11.2 побудувати радіальну діаграму сезонності використання трудових ресурсів;
3. За даними завдання 5.1 і 5.3 побудувати статистичні графіки інтервального ряду розподілу: гістограму і огіву.

Порядок виконання

Найпоширенішим видом графіків є діаграми. Розрізнюють лінійні, стовпчиків, секторні, стрічкові, фігурні діаграми тощо.

В лінійних діаграмах статистичні дані зображують у вигляді ліній. Будують їх у системи прямокутних координат.

Стовпчикові діаграми застосовують для зображення динаміки або структури явищ. Ширина стовпчиків повинна бути однаковою, а висота - пропорційною до величини зображуваного явища.

Радіальні діаграми застосовують для зображення сезонних коливань. У цьому випадку коло розбивається на 12 частин, радіус кола приймається за 100%.

Гістограми використовують для графічного зображення інтервальних варіаційних рядів. На вісі абсцис відкладають інтервали значень варіанти, а на вісі ординат - частоти.

Огіва використовується для зображення варіаційного ряду з накопиченими частотами. Будується у прямокутній системі координат. На вісі абсцис наносяться накопичені частоти, а на вісі ординат – значення варіант.

Завдання для самостійного виконання

Завдання 12.2. Графічне зображення структури явищ

Зміст завдання: За даними таблиці 22 (завдання 4.1) побудувати секторну діаграму структури виручки від реалізації продукції.

Порядок виконання

Секторна діаграма структури являє собою коло, розділене на сектори. Абсолютні дані спочатку виражають у процентах, а потім переводять у градуси множенням на 3,6 (1% - 3,6°); на колі відкладаються градуси, а позначаються проценти.

ПРОГРАМОВАНИЙ КОНТРОЛЬ ЗНАНЬ

МОДУЛЬ І

Тема 1. Методологічні засади статистики

Статистика – кількісний бік окремих суспільних явищ.	1.1. Яке із зазначених нижче положень виходить за межі визначення терміну «Статистика»? – Статистика – наука. – Статистика – параметр. – Статистика – кількісний бік окремих суспільних явищ. – Статистика – процес збирання, зберігання і обробки даних про масові суспільні явища.
Сукупність статистичних методів дослідження.	1.2. Яке з положень належить до визначення статистичної методології? – Вивчення кількісного боку масових явищ. – Своєрідний метод пізнання. – Сукупність статистичних методів дослідження. – Єдність статистичної теорії і практики.
Статистика – самостійна суспільна наука, яка вивчає кількісний бік масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним боком.	1.3. Що собою являє статистична наука? Знайти правильну відповідь. – Своєрідний метод пізнання. – Статистика – самостійна суспільна наука, яка вивчає кількісний бік масових суспільних явищ у нерозривному зв'язку з їх якісним боком. – Метод розробки принципів збирання і обробки даних. – Вивчення взаємозв'язків і закономірностей розвитку явищ.
	1.4. Яке з наведених положень належить до визначення загальної теорії статистики? – Галузь статистики, яка вивчає кількісний бік масових явищ.

Вивчення загальних правил і методів дослідження масових суспільних явищ.	– Вивчення загальних правил і методів дослідження масових суспільних явищ. – Галузь математичних знань. – Розробляє раціональні прийоми систематизації обробки і аналізу даних статистичних спостережень.
	1.5. Що вивчає теорія статистики? – Кількісний бік масових явищ і процесів, які відбуваються у народному господарстві.
Загальні правила і методи статистичного дослідження.	– Загальні правила і методи статистичного дослідження. – Взаємозв'язки між окремими одиницями суспільних явищ. – Кількісний бік масових явищ у сфері виробництва.
	1.6. Що вивчає соціальна статистика? – Тенденції руху показників у сфері соціального життя.
Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ і процесів, які відбуваються у соціальному житті.	– Стан і розвиток умов виробництва і умов соціального життя. – Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ, процесів. – Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ і процесів, які відбуваються у соціальному житті.
	1.7. Що вивчає економічна статистика?
Вивчає масові суспільні явища (спираючись на положення теорії статистики) у сфері матеріального виробництва.	– Реєструє масові суспільні явища. – Вивчає масові суспільні явища (спираючись на положення теорії статистики) у сфері матеріального виробництва. – Вивчає загальні правила і методи дослідження масових явищ. – Вивчає взаємозв'язки між масовими суспільними явищами і процесами.
	1.8. Що вивчають галузеві статистики? – Правила і основні принципи вивчення економіки галузей. – Загальні положення про статистичні

Загальні положення про статистичні показники процесів виробництва в галузях народного господарства.	показники процесів виробництва в галузях народного господарства. – Кількісний і якісний бік масових явищ у сфері виробництва. – Вивчають показники процесу виробництва в галузях матеріального виробництва, сфері обігу; показники роботи галузей невиробничої сфери і т. ін.
Маса однорідних елементів (явищ, фактів тощо), які маютьєдину якісну основу.	1.9. Знайти правильне визначення статистичної сукупності. – Ознаки, які відображують розміри чи обсяги явищ і процесів. – Ознаки, які дають характеристику безпосередньо одиницям спостереження. – Первинні елементи масових однорідних явищ. – Маса однорідних елементів (явищ, фактів тощо), які мають єдину якісну основу.
Окремі первинні елементи або індивідуальні явища, які складають статистичну сукупність.	1.10. Що являє собою одиниця сукупності? – Множина реально існуючих у часі і просторі матеріальних предметів. – Окремі первинні елементи або індивідуальні явища, які складають статистичну сукупність. – Варіюючі ознаки про масові явища і процеси. – Вторинні ознаки досліджуваних явищ.
Математична теорія математико-статистичних методів не залежно від специфіки і галузі їх застосування.	1.11. Що є предметом математичної статистики? – Кількісний і якісний бік масових суспільних явищ і процесів. – Кількісний бік масових явищ. – Якісний і кількісний аналіз даних про масові явища. – Математична теорія математико-статистичних методів не залежно від специфіки і галузі їх застосування.

Кількісний бік масових суспільних явищ у конкретних умовах простору і часу.	1.12. Що є предметом статистики як суспільної науки? – Кількісний аналіз окремих одиниць статистичної сукупності. – Сукупність прийомів і методів дослідження суспільних явищ. – Кількісний бік масових суспільних явищ у конкретних умовах простору і часу. – Вивчення кількісних зв'язків соціально-економічних явищ.
Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики.	1.13. Складові статистики як суспільної науки. – Математична статистика, загальна теорія статистики. – Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика. – Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики. – Загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики.
Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики, галузеві статистики, статистичне моделювання, статистичне прогнозування.	1.14. Що входить в систему наукових статистичних дисциплін? – Загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики. – Математична статистика, загальна теорія статистики, економічна статистика, галузеві статистики, галузеві статистики, статистичне моделювання, статистичне прогнозування. – Економічна статистика, галузева статистика, статистичне моделювання. – Галузеві статистики, загальна теорія статистики, статистичне моделювання.
	1.15. Визначення математичної статистики як наукової дисципліни. – Статистична методологія і математична теорія. – Статистична теорія методологія і

	математична теорія.
Галузь математичних знань.	– Галузь математичних знань.
	– Принципи статистичної науки стосовно різних сторін суспільного життя.
	1.16. Дати визначення предмету математичної статистики.
	– Загальні властивості кількісних відносин соціально- економічних явищ.
Формальна математична сторона статистичних методів дослідження байдужа до специфічної природи об’єктів, які вивчаються.	– Показники, які характеризують масові суспільні явища.
	– Кількісні характеристики процесів і явищ суспільного життя
	– Формальна математична сторона статистичних методів дослідження байдужа до специфічної природи об’єктів, які вивчаються.
	1.17. Теоретична база математичної статистики.
	– Статистика методологія.
Теорія ймовірності.	– Статистична теорія і статистика методологія.
	– Теорія ймовірності.
	– Чисто математична теорія.
	1.18. Завдання математичної статистики.
	– Вивчення кількісних сторін масових суспільних явищ.
Встановлення законів розподілу, оцінка невідомих параметрів різних розподілів, перевірка статистичних гіпотез.	– Встановлення законів розподілу, оцінка невідомих параметрів різних розподілів, перевірка статистичних гіпотез.
	– Кількісна оцінка якісної сторони масових суспільних явищ.
	– Збір, систематизація, обробка і аналіз даних про явища суспільного життя.
	1.19. Визначення категорії «статистика сукупність».
	– Сукупність статистичних показників різних за кількісними та якісними ознаками.
	– Сукупність однорідних об’єктів чи явищ,

Сукупність однорідних об’єктів чи явищ, об’єднаних за певними ознаками в єдине ціле.	об’єднаних за певними ознаками в єдине ціле. – Статистичні характеристики масових даних, одержані в результаті статистичного спостереження. – Середні величини, показники варіації, міри асиметрії.
Тема 2. Статистичне спостереження	
Планомірний науково організований збір даних про явища і процеси суспільного життя шляхом реєстрації по заздалегідь розробленій програмі спостереження.	2.1. Що являє собою статистичне спостереження? – Збирання та аналіз даних про масові явища. – Первинна обробка масових даних. – Планомірний науково організований збір даних про явища і процеси суспільного життя шляхом реєстрації по заздалегідь розробленій програмі спостереження. – Вивчення кількісних взаємозв’язків явищ по заздалегідь розробленій програмі спостереження.
Сукупність суспільних явищ і процесів, які підлягають статистичному спостереженню.	2.2. Що є об’єктом статистичного спостереження? – Сукупність суспільних явищ і процесів, які підлягають статистичному спостереженню. – Сукупність масових суспільних явищ. – Елементи явищ, які є носіями істотних ознак, що підлягають реєстрації. – Одиниці суспільних явищ, які підлягають спостереженню.
Первинний елемент об’єкта дослідження, який є носієм істотних ознак і властивостей, що підлягають реєстрації.	2.3. Що є одиницею статистичного спостереження ? – Первинний елемент об’єкта дослідження, який є носієм істотних ознак і властивостей, що підлягають реєстрації. – Первинний елемент масового суспільного явища.

<table>
<tr><td></td><td>– Декілька елементів об’єкта статистичного спостереження.
– Елементи явищ суспільного життя.</td></tr>
<tr><td></td><td>2.4. До якого виду статистичного спостереження належить звітність сільськогосподарських підприємств перед органами державної статистики?
– Вибіркове.
– Монографічне.</td></tr>
<tr><td>Суцільне.</td><td>– Суцільне.
– Обстеження основного масиву.</td></tr>
<tr><td></td><td>2.5. У якому документі статистичного спостереження формуються мета і завдання спостереження ?
– В інструкції.
– У статистичному формулярі.</td></tr>
<tr><td>В організаційному плані.</td><td>– В організаційному плані.
– У програмі спостереження.</td></tr>
<tr><td></td><td>2.6. До якого виду статистичного спостереження належить обстеження бюджету сімей ?
– До суцільного.</td></tr>
<tr><td>До вибіркового обстеження.</td><td>– До монографічного.
– До анкетного обстеження.
– До вибіркового обстеження.</td></tr>
<tr><td></td><td>2.7. Які види спостережень розрізняють залежно від повноти охоплення статистичної сукупності?</td></tr>
<tr><td>Суцільне і несуцільне спостереження.</td><td>– Суцільне і несуцільне спостереження.
– Спостереження основного масиву.
– Вибіркове спостереження.
– Монографічне спостереження.</td></tr>
<tr><td></td><td>2.8. Який вид спостереження називають вибірковим?
– Спостереження, при якому обстеженню підлягає більша половин статистичної сукупності, відібраної на основі науково розроблених принципів відбору.</td></tr>
<tr><td>Спостереження, при якому обстеженню</td><td>– Спостереження, при якому обстеженню</td></tr>
</table>

підлягає частина статистичної сукупності, відібраної на основі науково-розроблених принципів відбору.

підлягає частина статистичної сукупності, відібраної на основі науково-розроблених принципів відбору.

– Спостереження, при якому обстеженню підлягає менша половина статистичної сукупності, відібраної на основі науково розроблених принципів відбору.

– Вид несуцільного спостереження, при якому обстежується не більше 10% сукупності.

Несуцільне обстеження, при якому з усієї сукупності одиниць відбирається така їх частина, в якій обсяг досліджуваної ознаки становить питому вагу більшу за 50% загального обсягу сукупності.

2.9. Який вид спостереження називають обстеження основного масиву?

– Несуцільне обстеження, при якому з усієї сукупності одиниць відбирається така їх частина, в якій обсяг досліджуваної ознаки становить питому вагу більшу за 50% загального обсягу сукупності.

– Несуцільне обстеження, при якому з усієї сукупності відбираються типові одиниці спостереження.

– Вид несуцільного спостереження, яке організовується періодично впродовж господарського року.

– Обстеження, організоване за спеціальною програмою і зумовлене виробничою необхідністю.

Детальне вивчення окремих одиниць статистичної сукупності або їх груп, подібних у певному відношенні.

2.10. Який вид спостереження називають монографічним?

– Різновидність суцільного спостереження.

– Спостереження, при якому здійснюється контроль інформації, одержаної при анкетуванні.

– Детальне вивчення окремих одиниць статистичної сукупності або їх груп, подібних у певному відношенні.

– Спостереження, при якому обстежуються однорідні об’єкти.

2.11. Яка мета монографічного спостереження.

	– Контроль даних вибіркового обстеження.
Виявлення тенденції розвитку прогресивних явищ і поширення передового досвіду.	– Виявлення тенденції розвитку прогресивних явищ і поширення передового досвіду.
	– Коригування даних при обстеженні серій однорідних об'єктів.
	– Виявлення помилок при несуцільних обстеженнях.
	2.12. За якою ознакою поділяють статистичні спостереження на поточні періодичні й одноразові?
	– За вимогами до організаційних форм спостереження.
За часом проведення спостереження.	– За часом проведення спостереження.
	– За часом надходження даних статистичної звітності від підприємств.
	– За організацією статистичної звітності.
	2.13. Сутність поточного статистичного спостереження.
Безперервна реєстрація фактів явищ у міру їх виникнення.	–Безперервна реєстрація фактів явищ у міру їх виникнення.
	– Систематична реєстрація фактів і явищ.
	– Епізодична реєстрація фактів і явищ.
	– Одноразова реєстрація фактів і явищ.
	2.14. Сутність періодичного спостереження.
Спостереження, яке повторюється через певні, заздалегідь установлені проміжки часу.	– Спостереження, яке повторюється через певні, заздалегідь установлені проміжки часу.
	– Спостереження, яке здійснюється за програмою монографічного обстеження.
	– Спостереження, яке здійснюється на підставі документів оперативно – технічного обліку.
	– Спостереження, яке проводять з метою вивчення явища у разі потреби.
	2.15. Сутність одноразового спостереження.
	– Спостереження, яке здійснюється за

	вимогою директивних органів.
Спостереження, яке проводиться з метою вивчення якогось явища на певний момент часу.	– Спостереження за фактами та явищами шляхом їх безперервної реєстрації. – Спостереження, яке проводиться з метою вивчення якогось явища на певний момент часу. – Спостереження за фактами та явищами за певний період часу.
	2.16. До якого виду статистичного спостереження за часом належить реєстрація народжень ?
До поточного.	– До періодичного. – До поточного. – До одноразового. – До безпосереднього.
	2.17. Які помилки визначають розбіжність між спостережуваним показником і дійсним його розміром ?
Помилки статистичного спостереження.	– Помилки репрезентативності. – Помилки випадкові. – Помилки статистичного спостереження. – Помилки систематичні.
	2.18. Які помилки спостереження називають помилками реєстрації ?
Помилки, які виникають внаслідок неправильного встановлення, фактів або неправильного їх запису у формуляр.	– Помилки, які виникають внаслідок неправильного встановлення, фактів або неправильного їх запису у формуляр. – Помилки, які виникають внаслідок неправильного встановлення фактів. – Помилки, які виникають внаслідок невипадкових причин. – Помилки, які виникають внаслідок перекручення дійсності.
	2.19. Що називають точністю статистичного спостереження ?
	– Арифметичний контроль даних спостереження. – Вірогідність одержання об’єктивної інформації за даними спостереження.

Ступінь відповідності величини ознаки, встановленої за даними спостереження, дійсної величини.	– Ступінь відповідності величини ознаки, встановленої за даними спостереження, дійсної величини. – Розбіжність між величиною показника, встановленою за допомогою спостереження і дійсним його розміром.
Тема 3. Зведення і групування статистичних даних Розподіл статистичної сукупності на частини (групи) за рядом характерних для них ознак.	3.1. Що називають статистичним групуванням? – Зведення результатів обчислення у статистичних таблицях; – Раціональну форму викладення результатів обстеження явищ; – Побудову варіаційного ряду; – Розподіл статистичної сукупності на частини (групи) за рядом характерних для них ознак.
Аналітичним.	3.2. Яким видом групувань вирішується завдання вивчення причинно-наслідкових зв'язків між досліджуваними ознаками? – Комбінаційним; – Структурним; – Аналітичним; – Типологічним.
Підмет містить групи за двома і більше ознаками.	3.3. Яка статистична таблиця називається комбінаційною? – Підмет містить одну або більше ознак; – Підмет містить групи за двома і більше ознаками; – Підмет містить групи одиниць спостереження; – Підмет містить групи одиниць спостереження за однією ознакою.
Багатовершинні.	3.4. Які за видом графіки форм розподілу не вивчає математична статистика? – Одновершинні; – Багатовершинні;

	– Помірноасиметричні; – Крайньоасиметричні .
Гістограма.	3.5. За допомогою якого виду графіків рядів розподілу зображуються інтервальні варіаційні ряди? – Полігон; – Гістограма; – Кумулята; – Огіва.
Відносна величина координації.	3.6. Яка відносна величина характеризує співвідношення між складовими частинами цілого? – Відносна величина координації; – Відносна величина структури; – Відносна величина порівняння; – Відносна величина інтенсивності.
Ефективність.	3.7. Яка з наведених відповідей виходить за межі вимог до статистичних показників? – Повнота вихідних даних; – Порівнюваність; – Вірогідність; – Ефективність.
Середня арифметична.	3.8. Що є статистичною характеритикою центра розподілу у ряді розподілу? – Середня арифметична; – Дисперсія; – Мода; – Медіана.

МОДУЛЬ 2

Тема 4. Узагальнюючі статистичні показники	4.1. Знайти правильну відповідь до визначення абсолютних показників. – Показники, які відображують розмір кількісних ознак досліджуваних явищ.
Показники, які відображують розмір кількісних ознак досліджуваних явищ.	– Показники, які відображують розміри кількісних ознак окремих одиниць сукупності. – Показники, які відображують кількісні

	ознаки певної сукупності. – Показники, які відображують кількісні і якісні ознаки досліджуваних явищ.
У прямих і непрямих.	4.2. Знайти неправильну відповідь на запитання: «В яких вимірниках (одиницях виміру) статистика застосовує абсолютні показники?» – У прямих і непрямих. – У натуральних і умовно-натуральних. – У вартісних і трудових. – У комбінованих.
Знаменник.	4.3. При обчисленні відносних величин, що виступає базою порівняння у формулі співвідношення абсолютних показників? – Чисельник. – Знаменник. – 100 %. – Звітна величина.
У проміле.	4.4. В яких одиницях виражаються відносні показники, коли базова величина приймається за 1000? – У процентах. – У коефіцієнтах. – У проміле. – У продециміле.
Відносні величини структури.	4.5. Які з перелічених величин характеризують відношення між однойменними показниками? – Відносні величини інтенсивності. – Відносні величини координації. – Відносні величини структури. – Інтегровані відносні величини.
Відносні величини інтенсивності і відносні величини координації.	4.6. Які з перелічених величин характеризують відношення між різнойменними показниками? – Відносні величини виконання плану. – Відносні величини структури. – Відносні величини динаміки. – Відносні величини інтенсивності і

	відносні величини координації.
Відносна величина виконання планового завдання.	4.7. Яка відносна величина характеризує відношення планового показника до іншої величини, прийнятої за базу порівняння? – Відносна величина виконання плану. – Відносна величина порівняння. – Відносна величина координації. – Відносна величина виконання планового завдання.
Відносна величина динаміки.	4.8. Яка відносна величина характеризує зміну явищ і процесів у часі? – Відносна величина структури. – Відносна величина порівняння. – Відносна величина динаміки. – Відносна величина інтенсивності.
Відносна величина координації.	4.9. Яка відносна величина характеризує співвідношення між складовими частинами цілого? – Відносна величина координації. – Відносна величина структури. – Відносна величина порівняння. – Відносна величина інтенсивності.
Відносна величина структури.	4.10. Яка величина характеризує склад того чи іншого суспільного явища? – Відносна величина порівняння. – Відносна величина структури. – Відносна величина координації. – Відносна величина динаміки.
На 100 робітників підприємства припадає 70 жінок.	4.11. В якому з наведених прикладів обчислена відносна величина координації? – Кількість автомобілів на початок року в одному підприємстві по відношенню до іншого підприємства становить 86 %. – Щільність поголів'я корів на 100 га сільськогосподарських угідь у становить 27 голів. – На 100 робітників підприємства припадає 70 жінок. – Питома вага зернових культур у

загальній площі посівустановить 36 %.

4.12. Яка з наведених відповідей виходить за межі вимог до статистичних показників?

– Повнота вихідних даних.
– Порівнюваність.
– Вірогідність.

Ефективність.

– Ефективність.

4.13. До якого виду вимірників абсолютних величин належить показник обсягу виробництва валової продукції по підприємству?

– До трудових.
– До натуральних.
– До умовно-натуральних.

До вартісних.

– До вартісних.

4.14. До якого виду вимірників абсолютних величин належить показник обсягу витрат кормів у кормових одиницях?

– До вартісних.
– До натуральних.

До умовно-натуральних.

– До умовно-натуральних.
– До трудових.

4.15. До якого виду відносних величин належить показник виходу телят на 100 корів?

– Інтенсивності.
– Структури.

Інтенсивності.

– Порівняння.
– Координації.

4.16. Яка з середніх належить до степеневої середньої ?

– Геометрична;
– Арифметична;
– Гармонійна;

Квадратична.

– Квадратична.

4.17. Що станеться із середньою арифметичною величиною, якщо до кожної варіанти ряду розподілу додати або відняти одну і ту ж величину?

Збільшиться або зменшиться на цю ж величину.	– Не зміниться; – Збільшиться ; – Зменшиться; – Збільшиться або зменшиться на цю ж величину.
Гармонійна, геометрична, арифметична, квадратична.	4.18. Різні види середніх, розраховані для одного й того ж варіаційного ряду, різняться між собою. У якій відповіді простежується послідовне їх зростання? – Гармонійна, геометрична, арифметична, квадратична; – Геометрична, гармонійна, арифметична, квадратична; – Квадратична, геометрична, гармонійна, арифметична; – Арифметична, геометрична, гармонійна, квадратична.
Сукупність об’єктів повинна бути якісно однорідною.	4.19. Щоб середня величина була дійсно типовою, яких необхідно дотримуватись вимог при її обчислені? – Середня якомога менше повинна підлягати дії випадкових коливань; – Сукупність об’єктів повинна бути якісно однорідною; – Середня повинна обчислюватись за всім колом явищ; – Чисельність сукупності повинна бути достатньо великою.
Тема 5. Аналіз рядів розподілу	5.1. Яка з перелічених відповідей виходить за межі видів рядів розподілу? – Атрибутивні, варіаційні. – Дискретні. – Інтервальні. – Структурні.
Структурні.	
	5.2. За допомогою якого виду графіків рядів розподілу зображуються дискретні

	варіаційні ряди?
Полігон.	– Полігон. – Гістограма. – Кумулята. – Огіва.
	5.3. Як класифікуються ряди розподілів за формами їх графіків?
Одновершинні і багатовершинні.	– Гістограма. – Кумулята. – Одновершинні і багатовершинні. – Гостровершинні і похиловершинні.
	5.4. Назвати складові елементи статистичних рядів розподілу.
Варіанта і частота.	– Варіанта, частість. – Частота, частість. – Частість. – Варіанта і частота.
	5.5. За допомогою якого виду графіків рядів розподілу зображуються інтервальні варіаційні ряди?
Гістограма.	– Полігон. – Гістограма. – Кумулята. – Огіва.
	5.6. За які межі не повинно виходити число інтервалів при визначенні їх кількості через корень квадратний з обсягу вибірки?
5 – 20.	– 3 – 15. – 5 – 30. – 5 – 20. – 10 – 20.
	5.7. На яку кількість інтервалів розподіляють статистичну сукупність при невеликій її кількості (до 30 одиниць спостереження?)
Три.	– Три. – Чотири. – П’ять.

	– Сім.
	5.8. Який показник характеризує абсолютну міру варіації ознаки в статистичній сукупності?
	– Розмах варіації;
Середнє квадратичне відхилення.	– Середнє квадратичне відхилення;
	– Середній квадрат відхилення;
	– Коефіцієнт варіації.
	5.9. Назвати практичну значимість центрального моменту третього порядку
	– Характеризує міру варіації;
	– Характеризує однорідність сукупності;
Використовується для характеристики асиметрії розподілу.	– Використовується для характеристики асиметрії розподілу;
	– Використовується для характеристики гостровершинності розподілу.
	5.10. Назвати практичну значимість центрального моменту четвертого порядку.
Використовується для характеристики гостровершинності розподілу.	– Характеризує міру варіації;
	– Характеризує однорідність сукупності;
	– Використовується для характеристики асиметрії розподілу;
	– Використовується для характеристики гостровершинності розподілу.
Тема 6. Вибірковий метод	6.1. Як називається вид статистичного спостереження, при якому обстеженню підлягає лише частина одиниць сукупності, відібраних на основі науково розроблених принципів?
Вибіркове.	–Вибіркове.
	– Суцільне.
	– Обстеження основного масиву.
	– Анкетування.
	6.2. Який використовують спосіб відбору у вибіркову сукупність, якщо відбір одиниць з генеральної сукупності

Механічний.	здійснюють через рівні проміжки? – Типовий. – Власне випадковий. – Механічний. – Серійний.
Вибіркове.	6.3. Який вид статистичного спостереження застосовують для одержання характеристик генеральної сукупності при умові, що затрати праці і засобів на збір інформації повинні бути мінімальними? – Обстеження основного масиву. – Суцільне. – Несуцільне. – Вибіркове.
До 30.	6.4. З перелічених нижче вибіркових сукупностей, які вибірки вважаються малими за обсягом одиниць спостереження? – До 50. – До 70. – До 30. – До 100.
Репрезентативність.	6.5. Як називають властивість вибіркової сукупності відтворювати генеральну сукупність? – Ідентичність. – Типовість. –Репрезентативність. – Уніфікованість.
У 20 разів.	6.6. У скільки разів скорочується обсяг робіт порівняно до суцільного спостереження, якщо вибірці підлягає 5 % одиниць загальної кількості? –У 20 разів. – У 25 разів. – У 10 разів. – У 15 разів.
Середня.	6.7. Як називається помилка вибірки, одержана за формулою $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$?

– Гранична.
– Середня.
– Випадкова.
– Систематична.

6.8. Як називається помилка вибірки, одержана за формулою $t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$?

Гранична.

– Гранична.
– Середня.
– Випадкова.
– Систематична.

6.9. Величина якої помилки вибірки характеризує середнє квадратичне відхилення всіх можливих вибіркових середніх від генеральної середньої?

Середньої.

– Граничної.
– Випадкової.
– Систематичної.
– Середньої.

6.10. Який спосіб відбору потребує попередньої градації генеральної сукупності на якісно відмінні групи?

Типовий.

–Типовий.
– Серійний.
– Власне випадковий.
– Механічний.

6.11. За якою формулою визначається гранична помилка середньої при безповторному відборі?

$\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{\mathrm{N}}\right)}$.

– $m = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
– $m = \sqrt{\frac{\sigma}{n}\left(1-\frac{n}{\mathrm{N}}\right)}$.
– $\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}\left(1-\frac{n}{\mathrm{N}}\right)}$.
– $\Delta = t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.

6.12. Як зміниться середня помилка вибірки при повторному відборі, якщо

	чисельність вибірки збільшити у 4 рази?
	– Не зміниться.
Зменшиться у 2 рази.	– Збільшиться у 4 рази.
	– Зменшиться у 2 рази.
	– Зменшиться у 4 рази.
	6.13. За якою формулою визначається середня помилка частки ознаки, якщо обстеження здійснено за принципом безповторного відбору?
	– $m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}}$.
$m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$.	– $m = \sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$.
	– $\Delta = t\sqrt{\frac{\sigma}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$.
	– $m = t\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$.
	6.14. Який рівень імовірності найчастіше використовують при розрахунках в аналізі аграрно-економічних явищ?
	– 0,683.
0,954.	– 0,954.
	– 0,997.
	– 0,999.
	6.15. При вирішенні питання організації вибірки, яка статистична характеристика вважається критерієм?
	– Середня.
Помилка вибірки.	– Дисперсія.
	– Помилка вибірки.
	– Імовірність.
	6.16. За якою з наведених формул розраховують чисельність вибірки при визначенні і оцінці середньої ознаки за схемою безповторного відбору?
	– $n = \frac{t^2\sigma^2}{\Delta^2}$.
	– $n = \frac{t^2\sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2\sigma^2}$.

$n = \frac{t^2\sigma^2 N}{\Delta^2 N + t^2\sigma^2}$.	– $n = \frac{t^2 w(1-w)}{\Delta^2}$. – $n = \frac{t^2 w(1-w)N}{\Delta^2 N + t^2 w(1-w)}$.
Спосіб прямого перерахунку.	6.17. Яким способом здійснюється розповсюдження результатів вибірки, якщо вибіркова середня помножується на відповідний показник обсягу? – Спосіб прямого перерахунку. – Спосіб поправочних коефіцієнтів. – Спосіб прямого перерахунку з врахуванням поправочних коефіцієнтів. – Шляхом розрахунку інтегрованих показників.
Тема 7. Аналіз подібності розподілів	
Метод суджень про числові значення параметрів розподілу генеральної сукупності по вибіркових даних.	7.1. Знайти правильне визначення статистичної оцінки. – Узагальнююча характеристика. – Будь-який вид середньої величини. – Метод суджень про числові значення параметрів розподілу генеральної сукупності по вибіркових даних. – Метод суджень про результати одержаних вибіркових характеристик на підставі довірчої ймовірності.
Статистична оцінка.	7.2. Як називається в статистиці наближене значення параметра генеральної сукупності, одержане за результатами вибірки? – Довірчий інтервал. – Одиниця вибірки. – Вибіркова характеристика. – Статистична оцінка.
	7.3. Якими властивостями повинна бути наділена статистична оцінка, щоб вона була максимально наближена до генеральної характеристики?

Незміщеність, ефективність, спроможність, достатність.	– Незміщеність, ефективність, спромогність, достатність. – Незміщеність, ефективність, вірогідність. – Незміщеність, істотність. – Вірогідність.
	7.4. Як називається статистична оцінка середньої, якщо вибіркове її значення відповідає генеральному значенню?
Незміщена.	– Ефективна. – Спроможна. – Незміщена. – Достатня.
	7.5. Яка статистична оцінка зумовлює повноту охоплення всієї вибіркової інформації, тобто є вичерпною?
Достатня.	– Ефективна. – Спроможна. – Незміщена. – Достатня.
	7.6. Яка з зазначених нижче оцінок не є точковою оцінкою?
Границі інтервалу генеральної середньої.	– Середня арифметична. – Середня квадратичне відхилення. – Границі інтервалу генеральної середньої. – Кількість елементів в групі генеральної сукупності.
	7.7. Як називається доведена ймовірність того, що помилка вибірки не перевищить деяку задану величину ?
Довірча ймовірність.	– Поріг імовірності. – Довірча ймовірність. – Рівень істотності. – Рівень вірогідності.
	7.8. Як називаються границі, в яких із заданою ймовірністю може знаходитися генеральна характеристика?
Довірчі інтервали.	– Істотні інтервали. – Інтервальна різниця. – Розмах варіації.

– Довірчі інтервали.

7.9. В яких з перелічених випадків використовується наведена формула:

$$P(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-t}^{+t} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \, ?$$

При відсутності стандартних таблиць інтервалу ймовірностей.

– При відсутності стандартних таблиць інтервалу ймовірностей.
– При визначенні граничної помилки.
– При визначенні рівня ймовірності, середня генеральної.
– При визначенні рівня ймовірності, коли невідоме нормоване відхилення

7.10. Як називається довірчий інтервал, коли розраховується лише значення ознаки, які перевищують (або не перевищують) значення шуканого параметра?

Односторонній довірчий інтервал.

– Односторонній довірчий інтервал.
– Двосторонній довірчий інтервал.
– Довірчий інтервал.
– Інтервальна різниця.

7.11. Які закони розподілу вважаються класичними по відношенню до інших ?

Біноміальний, нормальний, Пуассонов.

– Біноміальний, нормальний, Ст’юдента.
– Біноміальний, нормальний, Пуассоновий.
– Нормальний, Пірсона.
– Нормальний, Ст'юдента, Пірсона.

7.12. На якому законі ґрунтується переважна більшість статистичних методів дослідження?

На нормальному.

– Фішера-Спедекора.
– Ст’юдента.
– Пірсона.
– На нормальному.

7.13. Як називається теоретичний розподіл, до якого прямує емпіричний розподіл при $n \to \infty$?

– Класичний розподіл
– Умовний розподіл.

Закон розподілу.

– Закон розподілу.

– Стандартний розподіл.

7.14. Яким вченим відкритий закон нормального розподілу?

– Бернулі

– Фішером.

– Ст'юдентом.

Гауссом.

– Гауссом.

7.15. Яким вченим зроблено відчутний теоретичний вклад у розробку нормального закону?

– Пуассоном.

– Лапласом.

Лапласом.

– Пірсоном.

– Фішером.

7.16. Якими математичними параметрами визначається нормальний розподіл?

– $\bar{x}, \sigma$.

– $x_i \ \sigma^2$.

$\bar{x}, \sigma$.

– σ. t.

– x_i t.

7.17. Які статистичні характеристики зумовлюють форму і положення нормальної кривої?

– Середня.

– Середнє квадратичне відхилення.

Середня і середнє квадратичне відхилення.

– Середня і середнє квадратичне відхилення.

– Дисперсія і середнє лінійне відхилення.

7.18. При якому розподілі середня арифметична, мода і медіана будуть рівні між собою?

– При нормальному симетричному.

– При помірно асиметричному.

При нормальному симетричному.

– При асиметричному.

– При крайньоасиметричному.

7.19. Яке спостерігається співвідношення між середньою арифметичною, модою і

	медіаною при симетричному нормальному розподілі?
	– Середня арифметична більша за моду і медіану.
Середня арифметична, мода і медіана рівні між собою.	– Середня арифметична менша за моду, більша за медіану.
	– Середня арифметична, мода і медіана рівні між собою.
	– Середня арифметична менша за моду і медіану.
	7.20. Як називається крива нормального розподілу, коли $\bar{x}$=0 і σ=1?
	– Теоретичною.
	– Канонічною.
	– Логарифмічною.
Нормованою.	– Нормованою.
	7.21. При обчислені теоретичних частот, яку кількість нечисленних частот прийнято об'єднувати?
	– До 7.
	– До 6.
До 5.	– До 5.
	– До 4.
	7.22. При якому абсолютному розмірі відношення коефіцієнта асиметрії до своєї середньоквадратичної помилки робиться висновок про невідповідність емпіричного розподілу характеру нормального розподілу?
	– >2.
>3.	– >3.
	– >1.
	– >0,5.
	7.23. Яким правилом користуються на практиці при дослідженні сукупності на предмет її узгодження з нормальним законом?
	– Правилом складання дисперсії.
Правилом 3 сигм.	– Правилом 3 сигм.

	– Правилом золотого перетину.
	– Правилом розкладання дисперсії.
	7.24. В яких сферах людської діяльності зустрічаються розподіли, близькі до нормального, найрідше?
	– У техніці.
	– У біології.
В економіці.	– В економіці.
	– В астрономії.
	7.25. Яке з названих нижче положень виходить за межі аспектів застосування нормального розподілу?
	– Визначення ймовірності конкретного значення ознаки.
При визначенні чисельності вибірки.	– Оцінка статистичних параметрів.
	– При визначенні довірчого інтервалу.
	– При визначенні чисельності вибірки.
	7.26. Від яких статистичних характеристик залежить імовірність значення t в сукупності з розподілом Ст'юдента ?
	– $\bar{x}$, t.
	– п, $\bar{x}$.
n, t.	– n, t.
	– v, $\bar{x}$.
	7.27. При яких умовах розподіл Ст'юдента наближається до нормального?
	– При зменшенні чисельності вибірки.
При збільшенні чисельності вибірки.	– При збільшенні чисельності вибірки.
	– При збільшенні середнього квадратичного відхилення.
	– При п > 15.
	7.28. Як називається критерій, розроблений К.Пірсоном для з'ясування відповідності певного закону розподілу вибраного для відображення досліджуваного ряду розподілу ?
	– Критерій Фішера.
Хі-квадрат критерій.	– Хі-квадрат критерій.
	– Критерій Ст'юдента.

	– Критерій Бартлета.
	7.29. При яких змінах чисельності вибірки розподіл Хі –квадрат переходить у нормальний?
При збільшенні.	– При збільшенні.
	– При зменшенні.
	– При збільшенні або зменшенні.
	– При п > 15.
	7.30. За якою з наведених формул розраховується Хі-квадрат критерій?
$\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)^2}{n_T}$.	– $\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)^2}{n_T}$.
	– $\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)}{n_T}$.
	– $\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)^2}{n_i}$.
	– $\chi^2 = \sum \frac{(n_i - n_T)}{n_i}$.
	7.31. Як називають критерій розподілу, для визначення якого знаходиться співвідношення факторної і залишкової дисперсії?
	– Пірсона.
	– Ст’юдента.
Фішера.	– Фішера.
	– Лапласа.
	7.32. Як називають кількість одиниць спостереження, здатних приймати будь-які (вільні) значення, що не змінюють середньої величини, тобто, загальної їх характеристики?
	– Вибіркова сукупність.
	– Мала вибірка.
Число ступенів вільності.	– Число ступенів вільності.
	– Велика вибірка.
	7.33. Чи вирішує мала вибірка типові завдання: оцінка середньої; визначення довірчих інтервалів генеральної середньої; оцінка різниць двох вибіркових середніх;

	оцінка середньої різниці?
Вирішує.	– Вирішує. – Не вирішує. – Залежно від чисельності вибірки. – Лише оцінку середньої.
	7.34. Для якої за обсягом вибірки розподіл Ст'юдента вважається точним?
Для будь-якої.	– Для малої. – Для великої. – Для будь-якої. – Для вибірки з п >20.
	7.35. В яких вибірках підлягає статистичній оцінці різниця середніх?
У малих незалежних.	– У малих незалежних. – У малих. – У великих. – У залежних.
МОДУЛЬ 3	8.1. У чому полягає головне завдання дисперсійного аналізу ?
Тема 8. Статистичні методи вимірювання взаємозв'язків Статистичне виявлення впливу факторів, які зумовлюють мінливість ознаки.	–Статистичне вивчення варіації середньої величини ознаки. –Визначення вибіркової дисперсії. – Статистичне виявлення впливу факторів, які зумовлюють мінливість ознаки. – Обчислення факторної дисперсії.
	8.2. Які відповіді виходять за межі завдань дисперсійного методу, коли він виконує не допоміжні, а самостійні функції в аналізі економічних явищ?
Визначення вірогідності впливу факторних ознак, результати групувань.	–Кількісне вимірювання сили впливу факторних ознак та їх сполучень на результативну ознаку. –Визначення вірогідності впливу та його двірчих границь. –Аналіз окремих середніх та статистична оцінка їх різниці.

– Визначення вірогідності впливу факторних ознак, результати групувань.

8.3. Яка з наведених формул визначає ступінь впливу факторних ознак на результативну?

– $\eta^2 = C_x : C_y$.

– $\eta^2 = C_y : C_x$.

– $\eta^2 = C_Z : C_y$.

– $\eta^2 = C_Z : C_x$.

$\eta^2 = C_x : C_y$.

8.4. Що означає наведене рівняння: $C_x = C_A + C_B + C_C + C_{AB} + ... + C_{ABC}$?

– Дисперсію дії факторів.

– Дисперсію дії поєднання факторів.

– Дисперсію дії факторів та їх поєднань.

– Дисперсію результативної ознаки.

Дисперсію дії факторів та їх поєднань.

8.5. Які відповіді виходять за межі етапів дисперсійного аналізу?

– Обробка дисперсійного комплексу для одержання загальної, фактичної та залишкової дисперсій.

– Знаходження питомої ваги факторної і залишкової дисперсій у загальній дисперсії та їх коригування на число ступенів вільності.

– Оцінка вірогідності впливу факторів та їх поєднань

– Оцінка вірогідності залишкової дисперсії.

Оцінка вірогідності залишкової дисперсії.

8.6. Яка з наведених формул визначає величину загальної дисперсії?

– $C_x = C_y - C_Z$.

– $C_y = C_x + C_Z$.

– $C_Z = C_y - C_x$.

– $\eta_x^2 = C_x : C_y$.

$C_y = C_x + C_Z$.

8.7. Яка з наведених формул виходить за межі обчислення дисперсій в одно факторному статистичному комплексі?

	$- C_y = \sum V^2 - \frac{\left(\sum V\right)^2}{n}$.
$F = C_x : C_Z$	$- C_x = \sum h - \frac{\left(\sum V\right)^2}{n}$.
	$- C_Z = \sum V^2 - \sum h$.
	$- F = C_x : C_Z$.
	8.8. Яку статистичну характеристику визначає формула $K = \frac{C_x}{C'_x}$?
	– Девіата.
Поправочний коефіцієнт для розкладу сумарної дисперсії.	– Коефіцієнт окремого визначення.
	– Поправочний коефіцієнт для розкладу сумарної дисперсії.
	– Кінцева дисперсійна структура.
	8.9. Яка з наведених формул визначає ступінь впливу неврахованих факторів на результативну ознаку?
	$- \eta^2 = C_x : C_y$.
$\eta^2 = C_Z : C_y$.	$- \eta^2 = C_Z : C_y$.
	$- \eta^2 = C_y : C_Z$.
	$- \eta^2 = C_y : C_x$.
	8.10. Що означає вираз $\eta_{AB}{}^2 = C_{AB} : C_y = 16{,}6\%$?
	– Ступінь впливу факторної ознаки на результативну.
	– Ступінь впливу факторів та їх поєднань на результативну ознаку.
Ступінь впливу поєднань двох факторів на результативну ознаку.	– Кількісну залежність результативної ознаки від двох факторів.
	– Ступінь впливу поєднань двох факторів на результативну ознаку.
	8.11. За яким критерієм визначається вірогідність дії досліджуваних факторів у дисперсійному комплексі?
Критерій Фішера.	– Критерій Фішера.
	– Критерій Ст’юдента.
	– Критерій Пірсона .
	– Критерій Лапласа.

	8.12. Як називають стандартні відношення девіат, які знаходять за математичними таблицями ?
F – критерій.	– Xi – квадрат критерій.
	– F – критерій.
	– t – критерій.
	– λ – критерій.
	8.13. Як у дисперсійному аналізі називається математична модель, в якій досліджується дія трьох факторів?
	– Факторний дисперсійний комплекс.
Трифакторний дисперсійний комплекс.	– Багатофакторний дисперсійний комплекс.
	– Трифакторний дисперсійний комплекс.
	– Дисперсійна модель.
	8.14. Чому дорівнює сума окремих ступенів вільності у двофакторному дисперсійному комплексі?
	– Числу одиниць спостережень.
Числу ступенів вільності, зменшеному на дві одиниці.	– Числу одиниць спостережень, зменшеному на одиницю.
	– Числу ступенів вільності, зменшеному на дві одиниці.
	– Числу ступенів вільності для загальної дисперсії.
	8.15. В яких випадках вважається вірогідним досліджуваний вплив факторів на результативну ознаку?
FT<Fp	– FT>Fp.
	– FT<Fp.
	– FT=Fp.
	– FT≠Fp.
	8.16. Які відповіді виходять за межі характеристики дисперсійного методу з боку виконуваних ним допоміжних функцій ?
Оцінка характеру розподілу вибірки.	– Оцінка результатів групувань.
	– Оцінка істотності коефіцієнт кореляції та різниці середніх.

– Оцінка характеру розподілу вибірки.
– Оцінка лінійної множинної регресії.

8.17. Який зв'язок називається кореляційним?
– Повний зв'язок між ознаками.
– Повний зв'язок між двома і більше ознаками.
– Неповний зв'язок між ознаками, який проявляється при спостереженні масових даних.
– Неповний зв'язок між ознаками, встановлений на підставі одиничного спостереження.

Неповний зв'язок між ознаками, який проявляється при спостереженні масових даних.

8.18. Яка з відповідей виходить за межі правильного визначення поняття «кореляція»?
– Зміна середньої величини однієї ознаки залежно від значення іншої.
– Залежність між випадковими величинами, яка не має функціонального характеру.
– Неповна залежність між ознаками.
– Визначення форми зв'язку.

Визначення форми зв'язку.

8.19. Що являє собою поняття «регресія»?
– Тіснота зв'язку.
– Математичне очікування змінної величини, зумовлене зміною випадкової.
– Лінія, вид залежності середньої величини результативної ознаки від факторної.
– Вид пропорціональної залежності двох змінних.

Лінія, вид залежності середньої величини результативної ознаки від факторної.

8.20. Пояснити поняття «стохастичний зв'язок».
– Вид кореляційного зв'язку
– Форма кореляційного зв'язку.
– Тип зв'язку між випадковими величинами.
– Зв'язок між випадковими величинами, при якому зміна однієї з них зумовлює

Зв'язок між випадковими величинами, при якому зміна однієї з них зумовлює зміну закону розподілу інших.

	зміну закону розподілу інших.
Тип аналітичної формули; яка відображує залежність між досліджуваними ознаками.	8.21. Дати визначення поняттю «форма кореляційного зв'язку». – Тип аналітичної формули; яка відображує залежність між досліджуваними ознаками. – Аналітичне рівняння зв'язку. – Кутовий коефіцієнт у прямолінійному рівнянні зв'язку. – Вид дослідження взаємозалежностей між ознаками.
Визначення ступеня відокремленого спільного впливу факторів на результативну ознаку.	8.22. Яка з відповідей виходить за межі визначення завдань кореляційного аналізу? – Визначення ступеня відокремленого спільного впливу факторів на результативну ознаку. – Оцінка параметрів нормально розподіленої генеральної сукупності (середніх, дисперсій, коефіцієнтів кореляції). – Перевірка істотності оцінюваних параметрів. – Виявлення структури взаємозалежності ознак.
Кореляція між факторами.	8.23. Дати визначення поняттю «мультиколінеарність». – Кореляційна залежність між досліджуваними ознаками. – Теоретично не доведений кореляційний зв'язок між факторами. – Кореляція між факторами. – Комбінація кількох рядів розподілу з метою побудови кореляційної моделі.
Перехід від нелінійного зв'язку до лінійного.	8.24. Що означає поняття «лінеаризація»? – Аналітичне вирівнювання досліджуваних зв'язків за математичними формулами. – Виявлення кореляційних зв'язків шляхом виключення факторів, лінійно пов'язаних між собою. – Перехід від лінійного зв'язку до

	нелінійного.
	– Перехід від нелінійного зв'язку до лінійного.
	8.25. Яка з відповідей виходить за межі визначення переваг кореляційно - регресійного методу перед методом статистичних групувань?
	– Елімінування випадкових коливань досліджуваних ознак.
	– Можливість одночасного вивчення зв'язків між кількома ознаками.
Раціональне й наочне викладення цифрових характеристик досліджуваних явищ.	– Одержання показників тісноти зв'язку та оцінка параметрів генеральної сукупності за даними вибірки.
	– Раціональне й наочне викладення цифрових характеристик досліджуваних явищ.
	8.26. Як називається кореляція, коли ознака розглядається як результат дії двох і більше факторів?
	– Прямолінійною.
	– Криволінійною.
	– Простою.
Множинною.	– Множинною.
	8.27. Як називається кореляційний зв'язок, при якому значення результативної ознаки змінюється в протилежному напрямі щодо факторної?
	– Криволінійний.
	– Обернений.
	– Прямий.
Обернений.	– Прямолінійний.
	8.28. Які з перелічених етапів роботи не стосуються кореляційного аналізу?
	– Математично-економічне моделювання.
	– Знаходження параметрів кореляційного рівняння.
Визначення кореляції атрибутивних ознак.	– Визначення кореляції атрибутивних ознак.

	– Оцінка й аналіз одержаних результатів.
Зв'язок обернений.	8.29. Який можна зробити висновок про характер кореляційного зв'язку, якщо величина одержаного коефіцієнта кореляції становить -0,816? – Зв'язок прямий. – Зв'язок обернений. – Зв'язок криволінійний. – Зв'язок прямолінійний.
Повну лінійну функціональну залежність.	8.30. Який вид залежності характеризує взаємозв'язок наведених нижче параметрів $\overline{yx} = \overline{y} \cdot \overline{x} = \sigma_y \sigma_x$? – Прямий зв'язок між ознаками. – Обернений зв'язок між ознаками. – Відсутність лінійного зв'язку. – Повну лінійну функціональну залежність.
Схема Чебишева поліномах Дулітля.	8.31. Яка схема рішення вважається більш прийнятною, якщо обчислювальні операції кореляційного аналізу виконуються за допомогою засобів малої механізації? – Алгоритми Таусса. – Метод послідовних наближень Зейделя. – Правило Сарруса. – Схема Чебишева поліномах Дулітля.
Вимірник тісноти зв'язку при простій прямолінійній залежності.	8.32. Дати визначення показника коефіцієнта кореляції. – Вимірник тісноти зв'язку при простій кореляційній залежності. – Параметр рівняння регресії. – Вимірник тісноти кореляційного зв'язку. – Вимірник тісноти зв'язку при простій прямолінійній залежності.
Коефіцієнт кореляції.	8.33. Яка статистична характеристика визначається за формулою $r = (\overline{yx} - \overline{y} \cdot \overline{x}) : \sigma_y \sigma_x$? – Індекс кореляції. – Коефіцієнт кореляції. – Частковий коефіцієнт кореляції. – Кореляційне відношення.

8.34. Розраховано коефіцієнт регресії врожайності вівса (ц/га) і собівартості його виробництва (грн.). В яких одиницях виміру інтерпретується цей коефіцієнт?

Гривні з розрахунку на 1 центнер.

– Гривні з розрахунку на 1гектар.
– Центнери з розрахунку на 1 гектар.
– Гривні з розрахунку на 1 центнер.
– Центнери з розрахунку на 1 гривню.

8.35. В яких випадках можна одержати коефіцієнт кореляції з від'ємним знаком?

При парному лінійному зв'язку.

– При множинному лінійному кореляційному зв'язку.
– При множинному криволінійному кореляційному зв'язку.
– При парному лінійному зв'язку.
– При парному криволінійному зв'язку.

8.36. Яка з наведених формул використовується для визначення коефіцієнта множинної кореляції?

$\sqrt{\sigma_x^2 : \sigma_x^2}$.

– $\sqrt{\sigma_x^2 : \sigma_x^2}$.
– $\sqrt{\sigma_{yx}^2 : \sigma_y^2}$.
– $\sqrt{1-\frac{\sigma_x^2}{\sigma_y^2}}$.
– $\sigma_{\overline{yx}} : \sigma_y$

8.37. Що характеризує числове значення коефіцієнта множинної детермінації 0,858?

Варіація результативної ознаки на 85,8 % зумовлена варіацією досліджуваних факторів.

– Варіація результативної ознаки на 85,8 % зумовлена варіацією досліджуваних факторів.
– На невраховані фактори припадає 85,8 % питомої ваги впливу на зміну результативної ознаки.
– Варіація результативної ознаки на 85,8 % зумовлена варіацією всіх можливих факторів.
– Не інтерпретується.

8.38. Що означає наведена формула: $t = \left(r\sqrt{n-2}\right) : \left(\sqrt{1-r^2}\right)$?

	– Істотність параметрів рівняння регресії.
	– Довірчий інтервал коефіцієнта кореляції.
Істотність коефіцієнта кореляції.	– Нормоване відхилення.
	– Істотність коефіцієнта кореляції.
	8.39. За якою формулою перевіряється істотність коефіцієнта множинної кореляції?
	– $\left(r\sqrt{n-2}\right):\left(\sqrt{1-r^2}\right)$.
$R:S_R$.	– $R:S_R$.
	– $\left(1-R^2\right):\left(\sqrt{n-1}\right)$.
	– $\left(1-r^2\right)\left(n-p\right)$.
	8.40. В яких випадках вважається істотним коефіцієнт кореляції?
	– $t_T \rangle t_p$.
	– $t_p \rangle t_T$.
	– $t_T = t_p$.
$t_p \geq t_T$.	– $t_p \geq t_T$.
	8.41. Для параметрів рівняння регресії необхідно встановити довірчі границі випадкових коливань. Яка з наведених формул буде використана з цією метою?
	– $R:S_R$.
$\left(\sum y^2 - a_0\sum y - a_1\sum xy\right):\left(n-2\right)$.	– $\left(\sum y^2 - a_0\sum y - a_1\sum xy\right):\left(n-2\right)$.
	– $\sigma_{\overline{yx}}:\sigma_y$.
	– $\left(1-R^2\right):\left(\sqrt{n-1}\right)$.
	8.42. Обчисленням стандартної помилки рівняння регресії встановлено, що довірчий інтервал коливається у значних межах. Чим пояснюється така неточність передбачень теоретичного рівня результативної ознаки?
Досліджувана залежність є кореляційною, а не функціональною.	– Досліджувана залежність є кореляційною, а не функціональною.
	– Залежність ознак досліджувалася з низьким рівнем імовірності.
	– Одержані результати кореляційного аналізу є вірогідними, а не точними.

– Стандартна помилка рівняння регресії виявилася невірогідною.

8.43. Що характеризує частковий коефіцієнт кореляції у випадку дослідження впливу двох факторних ознак?

– Тісноту лінійного зв'язку між результативною і даною факторною ознакою.

– Тісноту лінійного зв'язку між двома факторними ознаками.

Тісноту лінійного зв'язку результативної ознаки з однією із факторних при виключенні дії іншої факторної ознаки.

– Тісноту зв'язку між результативною і факторною ознакою.

– Тісноту лінійного зв'язку результативної ознаки з однією із факторних при виключенні дії іншої факторної ознаки.

8.44. Яка з перелічених відповідей виходить за межі вимог до побудови кореляційно-регресійних моделей аграрно-економічних явищ?

– Фактори-аргументи повинні відображувати об'єктивні особливості сільськогосподарських підприємств.

– Залежна і жодна з незалежних змінних не повинні перебувати у функціональній залежності від іншої або їх групи.

Величина коефіцієнта кореляції між включеними у модель факторами не повинна перевищувати 0,9.

– Кількість включених у модель факторів повинна бути не дуже великою.

– Величина коефіцієнта кореляції між включеними у модель факторами не повинна перевищувати 0,9.

8.45. Які з перелічених статистичних характеристик не стосуються непараметричних критеріїв кореляційних зв'язків?

Коефіцієнт кореляції.

– Коефіцієнт кореляції.

– Коефіцієнт кореляції рангів.

– Коефіцієнт асоціації.

– Критерій знаків.

8.46. Який непараметричний критерій розраховують за формулою $p = 1\frac{\sigma\sum d^2}{n\left(n^2-1\right)}$?

Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена.	– Коефіцієнт асоціації. – Коефіцієнт Фехнера. – Ранговий коефіцієнт кореляції Спірмена. – Коефіцієнт контингенції.
Лінійний коефіцієнт кореляції і коефіцієнт кореляції рангів.	8.47. Між якими непараметричними критеріями існує залежність, яку визначає відношення $p = r_{yx} : 2\sin\frac{\pi}{\sigma}$? – Коефіцієнт кореляції та коефіцієнт асоціації. – Коефіцієнт кореляції рангів і коефіцієнт контингенції. – Коефіцієнт Фехнера та коефіцієнт Спірмена. – Лінійний коефіцієнт кореляції і коефіцієнт кореляції рангів.
Критерій знаків (коефіцієнт Фехнера).	8.48. Який непараметричний критерій розраховують за формулою $K_{Ф} = (n_a - n_b) : (n_a + n_b)$? – Критерій знаків (коефіцієнт Фехнера). – Коефіцієнт асоціації. – Коефіцієнт контингенції. – Рантовий коефіцієнт кореляції Спірмена.
Зміна, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію ряду динаміки.	8.49. Що розуміють у кореляції рядів динаміки під поняттям «тренд»? – Зміна, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію ряду динаміки. – Непараметричний критерій. – Наявність автокореляції у рядах динаміки. – Специфічна структура випадкової компоненти у ряді динаміки.
Тема 9. Індексний метод	9.1. Як називають в індексному аналізі об'єднання різнорідних елементів в одну сукупність? – Індексний комплекс.

	– Модель індексного аналізу.
Агрегат.	– Агрегат.
	– Агрегатний індексний комплекс.
	9.2. Яка з відповідей дає визначення статистичного індексу?
	– Показник.
Відносна величина, одержана в результаті порівняння складних економічних явищ, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню.	– Відносна величина.
	– Комплексний показник.
	– Відносна величина, одержана в результаті порівняння складних економічних явищ, що не підлягають безпосередньому підсумовуванню.
	9.3. Які індекси відображують співвідношення простих одиничних показників?
	– Тотальні.
	– Субіндекси.
Індивідуальні.	– Індивідуальні.
	– Загальні.
	9.4. Як називається в теорії індексів показник, зміну якого характеризує індекс?
	– Сумірник.
Індексована величина.	– Індексована величина.
	– Елімінована величина.
	– Середня величина.
	9.5. Як називається в індексному комплексі постійна величина, пов'язана з індексованою?
Сумірник (вага).	– Сумірник (вага).
	– Порівнювана величина.
	– Константа.
	– Середня величина.
	9.6. Як класифікуються індекси за способом побудови?
	– Агрегатні, тотальні, середні.
Агрегатні, середні із індивідуальних, середнього рівня.	–Агрегатні, середні із індивідуальних, середнього рівня.
	– Агрегатні, групові, індивідуальні.
	– Агрегатні, середнього рівня, індивідуальні.

9.7. Як класифікуються індекси за ступенем охоплення елементів явищ?

Індивідуальні, загальні.

–Індивідуальні, загальні.
– Індивідуальні, агрегатні.
– Загальні, тотальні.
– Групові, індивідуальні.

9.8. Якими способами можна побудувати індекс фізичного обсягу?

Як агрегатний і як середній із індивідуальних.

– Як агрегатний і як середній із індивідуальних.
– Як загальний і як індивідуальний.
– Як тотальний.
– Як груповий.

9.9. Як називається індекс, одержаний за рівнянням: $\sum q_1 p : \sum q_0 p$?

Агрегатний індекс фізичного обсягу.

– Агрегатний індекс вартості.
– Агрегатний індекс фізичного обсягу.
– Індекс вартості.
– Індекс цін.

9.10. За якою формою середньої розраховують середні індекси?

Арифметичної, гармонійної.

– Арифметичної, гармонійної.
– Арифметичної.
– Гармонійної.
– Структурної.

9.11. Яку форму індексу використовують в аналізі, якщо вихідні дані несуть інформацію про вартість продукції звітного періоду в базисних цінах?

Середню гармонійну.

– Середню арифметичну.
– Середню гармонійну.
– Середню арифметичну або середню гармонійну.
– Будь-яку середню форму.

9.12. Яка форма індексу буде використана в розрахунках, якщо в розпорядженні дослідника є дані: а) індивідуальні індекси обсягу; б) вартість продукції у базисному році? Треба визначити індекс фізичного

	обсягу.
	– Середній гармонійний.
	– Агрегатний.
	– Середній з індивідуальних.
Середній арифметичний.	–Середній арифметичний.
	9.13. Як класифікують індекси залежно від періоду часу, взятого за базу порівняння?
	– Періодичні та базисні.
	– Базисні та моментні.
Базисні та ланцюгові.	– Ланцюгові, моментні та інтервальні.
	– Базисні та ланцюгові.
	9.14. Який взаємозв'язок існує між базисними і ланцюговими індексами?
	– Прямий.
	– Обернений.
Добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному останнього періоду.	– Добуток базисних індексів дорівнює ланцюговому останнього періоду.
	– Добуток ланцюгових індексів дорівнює базисному останнього періоду.
	9.15. Який термін використовують при інтерпретації індексів, якщо за базу порівняння при обчисленні береться 100 %?
	– Процент.
Пункт.	– Пункт.
	– Проміле.
	– Продециміле.
	9.16. Знайдіть правильну відповідь за такими результатами розрахунків: у 2013 р. індекс цін щодо 2012 р. підвищився від 115 до 120%. За базу порівняння (100 %) взяте 2012 р.
Індекс збільшився на 5 пунктів.	– Індекс збільшився на 5 %.
	– Індекс збільшився на 5 одиниць свого виміру.
	– Індекс збільшився на 0,05.
	– Індекс збільшився на 5 пунктів.
	9.17. Як називається індекс, представлений відносною величиною, що характеризує

	динаміку двох середніх показників?
Індекс змінного складу.	–Індекс змінного складу. – Індекс фіксованого складу. – Індекс з постійною вагою. – Індекс із змінною вагою.
	9.18. Яку статистичну характеристику одержують відношенням індексу змінного складу до індексу фіксованого складу?
Індекс структури.	– Індекс середнього рівня. – Індекс структури. – Індекс з постійною вагою. – Середній індекс.
	9.19. Яку статистичну характеристику одержують добутком індексу структури та індексу фіксованого складу?
Індекс змінного складу.	– Індекс змінного складу. – Індекс із змінними вагами. – Індекс із постійними вагами. – Середній індекс.
	9.20. Яка відповідь відображує основні види економічних індексів?
Індекси продуктивності праці, індекси фізичного обсягу, індекси цін, індекси собівартості.	– Індекси середнього рівня. – Індекси продуктивності праці, індекси фізичного обсягу, індекси цін, індекси собівартості. – Індекси структури. – Індекси товарообороту.
	9.21. Як називаються індекси, що характеризують співвідношення рівнів явищ у просторі?
Територіальні	– Загальні. – Тотальні. –Територіальні. – Субіндекси.

МОДУЛЬ 4	10.1. Яка з відповідей виходить за межі вимог до побудови рядів динаміки?
Тема 10. Аналіз інтенсивності динаміки	– Вірогідність, точність, наукова обґрунтованість.
Порівнянність моментних і періодичних рядів.	– Порівнянність за змістом. – Порівнянність за територією. – Порівнянність моментних і періодичних рядів.
	10.2. Яка з відповідей виходить за межі дискретних рядів динаміки?
	– Моментні ряди.
Інтервальні ряди.	– Інтервальні ряди.
	– Неперервні ряди.
	– Ряди середніх.
	10.3. До яких рядів динаміки належать показники, одержані через певні проміжки часу?
	– Моментні.
	– Інтервальні.
Дискретні.	– Дискретні.
	– Неперервні.
	10.4. До яких рядів динаміки належать показники, що характеризують розміри явищ за певні проміжки часу?
	– Дискретні.
	– Моментні.
Інтервальні.	– Інтервальні.
	– Ряди середніх.
	10.5. До якого виду динаміки належать показники поголів'я худоби на початок кожного місяця року?
Моментні.	– Моментні.
	– Інтервальні.
	– Ряди середніх.
	– Неперервні.
	10.6. З яким видом середньої розраховують середньорічну кількість худоби, якщо відома її чисельність на початок кожного місяця року?

	– Арифметична.
Хронологічна.	– Хронологічна.
	– Гармонійна.
	– Геометрична.
	10.7. За яким видом середньої визначають середньорічний рівень виробництва продукції, якщо відомі щорічні обсяги її виробництва за 6 років?
Арифметична.	– Арифметична.
	– Хронологічна.
	– Гармонійна.
	– Геометрична.
	10.8. За допомогою яких статистичних характеристик визначають варіацію рядів динаміки навколо середньої?
	– Розмах варіації.
	– Середнє лінійне відхилення.
Середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації.	– Середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації.
	– Дисперсія та коефіцієнт осциляції.
	10.9. Який аналітичний показник ряду динаміки характеризує абсолютну величину розміру змін явища?
	– Коефіцієнт зростання.
	– Темп приросту.
Абсолютний приріст.	– Абсолютне значення 1% приросту.
	– Абсолютний приріст.
Тема 11. Аналіз тенденцій розвитку та коливань	11.1. За яким видом середніх розраховують середній коефіцієнт зростання?
	– Арифметична.
	– Геометрична.
Геометрична.	– Квадратична.
	– Хронологічна.
	11.2. Яка кількісна статистична характеритика ряду динаміки визначає тенденцію розвитку явища?

	– Автоковаріація. – Автокореляція.
Тренд.	– Тренд. – Регресія.
	11.3. Який вид тенденції розвитку явища характеризує тенденцію змін зв'язку між окремими рівнями ряду? – Тенденція середнього рівня. – Тенденція дисперсії.
Тенденція автокореляції.	– Тенденція автокореляції. – Тенденція в русі показників приросту.
	11.4. У чому полягає суть завдання щодо використання прийомів обробки рядів динаміки з метою виявлення головної тенденції розвитку явища?
Елімінування дії випадкових причин та встановлення характеру дії основних причин, що визначають динаміку явища.	– Встановлення характеру дії основних причин, що визначають динаміку явища. – Елімінування дії випадкових, другорядних причин, що визначають динаміку явища. – Елімінування дії випадкових причин та встановлення характеру дії основних причин, що визначають динаміку явища. – Побудова математичних функцій динаміки.
	11.5. В яких випадках використовують прийом змикання рядів динаміки?
При непорівнянності рівнів рядів динаміки.	– При непорівнянності рівнів рядів динаміки. – При виявленні закономірності розвитку явища. – При виявленні характеру головної тенденції динаміки. – При виявлені типу загальної тенденції динаміки.
	11.6. Що розуміють під загальною тенденцією динаміки?
Тенденція до зростання, стабільності або зни-	– Тенденція в русі показників динаміки. – Тенденція до зростання рівня явища.

ження рівня даного явища.	– Тенденція до зростання або зниження рівнів ряду. – Тенденція до зростання, стабільності або зниження рівня даного явища.
	11.7. Яка з відповідей виходить за межі типів динаміки?
Темпи зростання зменшуються.	– Абсолютні прирости зростають. – Абсолютні прирости стабільні. – Темпи зростання стабільні; темпи зростання збільшуються. – Темпи зростання зменшуються.
	11.8. Які з прийомів виявлення загальної тенденції розвитку і характеру динаміки слід використовувати, коли рівні ряду динамки значно варіюють?
Згладжування шляхом укрупнення інтервалів, згладжування за допомогою ковзної середньої.	– Згладжування шляхом укрупнення інтервалів, згладжування за допомогою ковзної середньої. – Побудова графіків рядів динаміки. – Змикання рядів динаміки. – Визначення автокореляції у рядах динаміки.
	11.9. З метою встановлення тенденції розвитку явища дослідником виділено певний етап його розвитку й обрано тип аналітичної функції $\overline{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$. Який спосіб обробки рядів динаміки використано в даному разі?
Аналітичне вирівнювання.	– Вирівнювання шляхом укрупнення інтервалів. – Вирівнювання способом ковзної середньої. – Аналітичне вирівнювання. – Побудова математичних функцій динаміки.
	11.10. Який тип аналітичної функції використовують для вирівнювання ряду динаміки у випадках, коли абсолютні

прирости рівномірно збільшуються?

Рівняння параболи.

– Рівняння прямої.

–Рівняння параболи.

– Рівняння показової функції.

– Ряд Фур'є.

11.11. Яку з наведених математичних функцій використовують для вирівнювання рядку динамки, якщо коефіцієнти зростання (ланцюгові) стабільні?

– $\overline{y}_t = a_0 + a_1 t$.

$\overline{y}_t = a_0 a_1 t$.

– $\overline{y}_t = a_0 + a_1 t + a_2 t^2 + a_3 t^3$.

– $\overline{y}_t = a_0 a_1 t$.

– $\overline{y}_t = a_0 + \sum_{\kappa-1}^{m}(a_\kappa \cos \kappa t + b_\kappa \sin \kappa t^2$.

11.12. Яка з відповідей виходить за межі способів визначення сезонних коливань у рядах динаміки?

– Розраховується середня арифметична ряду, з якою порівнюється щомісячні рівні.

– Розраховуються індекси сезонності за способом,

Розраховується середня арифметична ряду. З нею порівнюються середні ковзні тримісячні рівні.

– Розраховується відношення фактичних щомісячних рівнів до ковзної середньої, розрахованої за 12 міс. На підставі цих співвідношень за ряд років розраховується середня арифметична для кожного місяця.

– Розраховується середня арифметична ряду. З нею порівнюються середні ковзні тримісячні рівні.

11.13. Що розуміють у кореляції рядів динаміки під поняттям «тренд»?

Зміна, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію рядів динаміки.

– Зміна, яка визначає загальний напрям розвитку, основну тенденцію рядів динаміки.

– Непараметричний критерій.

– Наявність автокореляції у рядах динаміки.

– Специфічна структура випадкової компоненти у ряді динаміки.

Критерій Дурбіна-Уотсона.	11.14. Назвати критерій, який використовується для виявлення наявності автокореляції у відхиленнях від тренда. – Критерій Пірсона. – Критерій Стьюдента. – Критерій Дурбіна. – Критерій Дурбіна-Уотсона.
Наявність сильної кореляції між незалежними змінними.	11.15. Що означає термін «мультиколінеарність» в рядах динаміки? – Наявність функціонального зв’язку. – Ступінь тісноти. – Криволінійний зв’язок. – Наявність сильної кореляції між незалежними змінними.
Тема 12. Подання статистичних даних: таблиці, графіки, карти Прості, групові, комбінаційні	12.1. Назвати види статистичних таблиць. – Прості. – Складні. – Групові. – Прості, групові, комбінаційні.
Комбінаційна.	12.2. До якого виду відноситься статистична таблиця, побудована за трьома групувальними ознаками? – Складна. – Групова. – Аналітична. – Комбінаційна.
Одиниці виміру вказуються після назви таблиці.	12.3. Яка з відповідей не відноситься до правил оформлення статистичних таблиць. – Статистичні таблиці повинні бути замкнуті. – Назва таблиці, її граф і рядків повинні бути стислими. – Одиниці виміру вказуються після назви таблиці. – Відсутність явища позначається символом «-».

	12.4. Яка з відповідей дає визначення статистичного графіка?
Спосіб наочного подання статистичних даних та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків чи інших графічних засобів.	– Зображення явищ на рисунку за допомогою символів. – Наочне зображення статистичних даних. – Спосіб наочного подання статистичних даних та їх співвідношень за допомогою геометричних знаків чи інших графічних засобів. – Спосіб наочного подання статистичних даних із метою їх аналізу.
	12.5. Яка з перелічених відповідей виходить за межі визначення особливостей мови статистичних графіків?
Своєрідність графічної системи.	– Безперервність виразу. – Двомірність графічних знаків. – Своєрідність графічної системи. – Відокремленість викладу.
	12.6. У чому відмінність статистичних графіків від графіків взагалі?
Предмет дослідження – масові статистичні дані.	– Особливість побудови. – Відокремленість викладу. – ДвомІрність графічних знаків. – Предмет дослідження – масові статистичні дані.
	12.7. Яка з перелічених відповідей виходить за межі визначення елементів статистичних графіків?
Назва графіка.	– Поле графіка, графічні знаки. – Назва графіка. – Просторові і масштабні орієнтири. – Експлікація графіка.
	12.8. Що покладено в основу наукової класифікації статистичних графіків?
Загальне призначення, види, форми і типи основних елементів.	– Форми і типи графіків. – Умовні зображення та загальне призначення. – Загальне призначення, види, форми і типи основних елементів.

	– Предмет дослідження.
Діаграми, картограми, картодіаграми.	12.9. Як класифікуються графіки за видами їх поля? – Діаграми, картограми, карто-діаграми. – Лінійні, стовпчикові, стрічкові. – Прямокутні, колові. – Фігурні.
Лінійні, стовпчикові, стрічкові, прямокутні, колові, секторні, радіальні, фігурні.	12.10. Які існують види діаграм? – Лінійні, стовпчикові. – Лінійні, стовпчикові, стрічкові, прямокутні, колові, секторні, радіальні, фігурні. – Лінійні і фігурні. – Прямокутні та колові.
Стрічкові.	12.11. В якому виді діаграм статистичні дані зображують у вигляді прямокутників, розташованих по горизонталі? – Стовпчикові. – Стрічкові. – Прямокутні. – Секторні.
Прямокутні.	12.12. В якому виді діаграм величина явищ зображується у вигляді площ? – Стовпчикові. – Фігурні. – Прямокутні. – Квадратні.
Секторні.	12.13. Який вид діаграм будується для відображення структури явищ? – Стрічкові. – Секторні. – Радіальні. – Квадратні.
Квадратні діаграми.	12.14. Який вид діаграм використовується для порівняння абсолютних величин? – «Знак Варзара». – Квадратні діаграми. – Секторні діаграми. – Радіальні діаграми.

	12.15. Який вид діаграм використовується для порівняння трьох пов'язаних між собою величин?
«Знак Варзара».	– «Знак Варзара».
	– Квадратні діаграми.
	– Секторні діаграми.
	– Радіальні діаграми.
	12.16. Який вид діаграм будується за принципом співвідношень площ кіл як квадратів їх радіусів?
	– Секторні.
Колові.	– Радіальні.
	– Колові.
	– Кульові.
	12.17. Який вид діаграм використовується для відображення явищ, котрі змінюються в замкнуті календарні строки?
	– Секторні.
	– Колові.
	– Кульові.
Радіальні.	– Радіальні.
	12.18. Як називають метод графічного зображення явищ, який передбачає заміну геометричних фігур малюнками?
Метод фігур-знаків.	– Метод фігур-знаків.
	– Метод графічних образів.
	– Масштабні орієнтири.
	– Просторові орієнтири.
	12.19. Який вид графічних зображень застосовують для відображення явищ шляхом нанесення умовної штриховки на карту-схему?
	– Діаграми.
Картограми.	– Картограми.
	– Картодіаграми.
	– Картосхеми.
	12.20. Який вид радіальної діаграми використовують для зображення продовжуваного циклу діаграмованого явища?

	– Замкнуті.
Спіральні.	– Спіральні.
	– Кульові.
	– Секторні.
	12.21. Як називаються види графіків, якщо розмір діаграмованого явища зображується у масштабі логарифмів, а дата — на осі абсцис?
	– Логарифмічні.
Напівлогарифмічні.	– Напівлогарифмічні.
	– Замкнуті.
	– Спіральні.
	12.22. Як називають статистичні графіки, якщо діаграмоване явище наноситься на карту у вигляді діаграм?
	– Картосхема.
	– Картограма.
Картодіаграма.	– Картодіаграма.
	– Фігурна діаграма.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бек В. Л. Теорія статистики : [навч. посібник] / В. Л. Бек. – К. : ЦУЛ, 2002. – 288 с.
2. Бугуцький О. А. Статистика: Навчальний посібник. / Бугуцький О. А., Опря А. Т., Дорогань Л. О. - К. : Комплекс «Віта», 1999. – 419 с.
3. Вашків П. Г. Теорія статистики : [навч. посібник] / П. Г. Вашків. – К. : Либідь, 2001. – 320 с.
4. Годин А. М. Статистика: учебник / А. М. Годин. – Москва: Дашков и К°, 2012. – 451 с.
5. Горкавий В. К. Статистика: Навчальний посібник / В. К. Горкавий. – К. : Алерта, 2012. – 608 с.
6. Горкавий В. К. Статистика: підручник / В. К. Горкавий. – (2-ге вид., перероб. і допов.). – К. : Аграрна освіта, 2009. – 512 с.
7. Елисеева И. И. Статистика: [углубленный курс]: учебник для бакалавров / И. И. Елисеева и др.]. – Москва: Юрайт: ИД Юрайт, 2011. – 565 с.
8. Єріна А. М. Статистика : підручник / А. М. Єріна, З. О. Пальян. – К. : КНЕУ, 2010. - 351 с.
9. Єріна А. М. Теорія статистики : практикум / А. М. Єріна, З. О. Пальян. - 7-ме вид., стереотипне. – К. : Знання, 2009. - 255 с.
10. Закон України «Про державну статистику» № 2614-XII від 17.09.1992 р. [Електронний ресурс] / Верховна Рада України. – Режим доступу : http:// www.rada.gov.ua.
11. Кулинич О. І. Теорія статистики : підручник / О. І. Кулинич, Р. О. Кулинич. - 5-те видання, перероб. і доп. – К. : Знання, 2010. - 239 с.
12. Лекції з теорії і методів вибіркових обстежень : навчальний посібник для студентів-магістрів / О. І. Василик, Т. О. Яковенко ; Київський національний університет імені Тараса Шевченка. – К. : ВПЦ «Київський університет», 2010. - 207 с.
13. Лугінін О. Є. Статистика: Підручник. / Лугінін О. Є., Білоусова С. В. – К. : Центр навчальної літератури, 2005. – 580 с.
14. Мармоза А. Т. Практикум з математичної статистики : навчальний посібник / А. Т. Мармоза. – К. : Кондор, 2009. - 264 с.
15. Мармоза А. Т. Практикум з сільськогосподарської статистики : [навч. посібник] / А. Т. Мармоза. – К. : Кондор, 2005. – 450 с.

16. Мармоза А. Т. Практикум з теорії статистики : [навч. посібник] / А. Т. Мармоза. 3-те видання. – К. : Ельга, 2007. – 348 с.
17. Мармоза А. Т. Статистика : підручник / А. Т. Мармоза. – К. : КНТ : Ельга-Н, 2009. - 895 с.
18. Мармоза А. Т. Статистика сільського господарства : [навч. посібник] / А. Т Мармоза. – К. : Ельга, 2007. – 696 с.
19. Ниворожкина Л. И. Статистика: учебник для бакалавров: учебник /. Л И Ниворижкина. – Москва: Дашков и К°: Наука–Спектр, 2011. – 415 с.
20. Опря А. Т. Статистика (з програмованою формою контролю знань). Математична статистика. Теорія статистики. Навчальний посібник. / Опря А. Т. - К. : Центр учбової літератури, 2005 - 469 с.
21. Опря А. Т. Статистика (модульний варіант з програмованою формою контролю знань) : [навч. посібник] / А. Т. Опря. – К.: Центр учбової літератури, 2012. – 447 с.
22. Статистика : [підручник] / [С. С. Герасименко, А. В. Головач, А. М. Еріна та ін.] / [за наук. ред. С. С. Герасименка] ; вид. 2-е, перероб. і доп. – К. : КНЕУ, 2000. – 467 с.
23. Слуцький Є. Є.Теорія кореляції і елементи вчення про криві розподілу / Є. Є. Слуцький // Відомості Київського комерційного інституту. – К., 1912. Кн. XVI. - С. 2.
24. Статистика : Підручник / [А. В. Головач, А М. Єріна, О. В. Козирев та ін.] / За ред. А. В. Головача. – К. : Вища школа, 1993. – 623 с.
25. Статистика для економістів : навчальний посібник / Р. М. Моторин, Е. В. Чекотовський. - 2-ге вид., виправ. і допов. – К. : Знання, 2011. - 429 с.
26. Статистика: теория и практика в Excel: учебное пособие/ В. С. Лялин, И. Г. Зверева, Н. Г. Никифорова. – Москва : Финансы и статистика: Инфра–М, 2010. – 446 с.
27. Суслов Й. П. Общая теория статистики / Й. П. Суслов – Москва: Статистика, 1978. – 250 с.
28. Тарасенко І. О. Статистика: Навчальний посібник. / І. О. Тарасенко – К. : Центр навчальної літератури, 2006. – 344 с.
29. Теорія статистики : навчальний посібник / С. О. Матковський, О. Р. Марець; 2-ге вид., стереотип. – К. : Знання, 2010. - 534 с.
30. Ткач Є. І. Загальна теорія статистики: підручник [для студ. вищ. навч. закл.] / Ткач Є. І., Сторожук В. П. - [3-тє вид.] – К. : Центр учбової літератури, 2009. – 442 с.

31. Толбанов Ю. А. Загальна теорія статистики засобами Excel : навч. посібник / Ю. А. Толбанов. – К. : Четверта хвиля, 1999. – 224 с.
32. Тринько Р. І. Основи теоретичної і прикладної статистики : навчальний посібник / Р. І. Тринько, М. Є. Стадник. – К. : Знання, 2011. - 397 с.
33. Уманець Т. В. Економічна статистика : [навч. посібник] / Т. В. Уманець, Ю. Б. Пігарєв. – К. : Вікар, 2005. – 367 с.
34. Уманець Т. В. Статистика: Навч. посіб. / Уманець Т. В., Пігарєв Ю. Б. - К. : Вікар, 2003. – 623 с.
35. Чекотовський Е. В. Історія статистичної науки : навчальний посібник / Е. В. Чекотовський. – К. : Знання, 2011. - 495 с.
36. Чекотовський Є. В. Статистика сільського господарства : підручник / Є. В. Чекотовський ; М-во освіти і науки України, Держ. вищ. навч. заклад «Київський нац. екон. ун-т ім. В. Гетьмана». - Електрон. текст. дан. - К. : КНЕУ, 2008. - 504 с.
37. Чекотовський Є. В. Основи статистики сільського господарства : [навч. посібник] / Є. В. Чекотовський. – К. : КНЕУ, 2001. – 432 с.

ДОДАТКИ

Додаток А

Вихідна інформація до індивідуальних завдань

№ пп	Чисельність працівників, осіб	Фонд оплати праці, тис. грн.	Виробництво валової продукції, тис. грн.	Середньорічна вартість основних виробничих засобів, тис. грн.
А	1	2	3	4
1	157	536,6	3680,4	8221,50
2	263	900,6	3165,1	11211,52
3	226	771,4	3864,4	6459,00
4	239	817,7	4089,1	6706,52
5	173	590,3	4057,6	11340,42
6	434	1485,8	3038,5	10651,52
7	426	1456,9	4250,9	9469,98
8	393	1345,2	4675,7	8329,86
9	434	1485,8	3449,0	8677,76
10	271	927,8	2582,8	4669,28
11	323	1103,4	3613,2	5420,16
12	165	563,4	3974,4	2999,20
13	277	945,6	2931,6	10093,12
14	237	810,0	2195,3	6817,44
15	251	858,6	3071,2	11541,00
16	181	619,8	3378,2	13413,60
17	413	1411,5	2491,9	10520,28
18	405	1384,1	3096,0	11200,80
19	374	1277,9	3840,6	11980,80
20	413	1411,5	4101,5	6439,68
21	141	482,9	3348,1	8200,80
22	237	810,6	3861,6	7843,92
23	203	694,3	4494,5	7536,20
24	215	736,0	4716,3	9228,24
25	155	531,2	4075,9	9703,80
26	391	1337,2	4512,4	10696,32
27	383	1311,2	5050,3	9669,60
28	354	1210,7	4008,8	6270,00
29	391	1337,2	3464,5	6049,80

Продовження додатку А

А	1	2	3	4
30	244	835,0	3835,5	6929,12
31	290	993,0	4292,8	9671,04
32	148	507,1	3407,5	9256,00
33	249	851,1	2944,8	11747,70
34	159	636,6	3580,4	6840,00
35	263	900,6	3165,1	8436,48
36	226	771,4	3864,4	7595,28
37	239	817,7	4089,1	6216,00
38	173	590,3	4057,6	13080,48
39	434	1485,8	3038,5	11383,20
40	426	1456,9	4250,9	11603,52
41	393	1345,2	4675,7	8054,86
42	434	1485,8	3449,0	10796,80
43	271	927,8	2582,8	6608,80
44	323	1103,4	3613,2	7972,80
45	165	563,4	3974,4	6529,32
46	277	945,6	2931,6	7995,26
47	237	810,0	2195,3	5042,20
48	251	858,6	3071,2	7422,24
49	181	619,8	3378,2	7214,22
50	413	1411,5	2491,9	9636,80
51	405	1384,1	3096,0	11826,50
52	374	1277,9	3840,6	7727,52
53	413	1411,5	4101,5	10775,47
54	141	482,9	3348,1	4868,35
55	237	810,6	3861,6	5802,42
56	203	694,3	4494,5	8769,63
57	215	736,0	4716,3	12480,95
58	155	531,2	4075,9	10912,76
59	391	1337,2	4512,4	9655,88
60	383	1311,2	5050,3	11481,65
61	354	1210,7	4008,8	6720,48
62	391	1337,2	3464,5	7203,62
63	244	835,0	3835,5	9468,79
64	290	993,0	4292,8	10870,08
65	148	507,1	3407,5	7120,88

Продовження додатку А

А	1	2	3	4
66	249	851,1	2944,8	14167,06
67	413	1411,5	2491,9	12016,62
68	405	1384,1	3096,0	9412,59
69	374	1277,9	3840,6	9354,72
70	413	1411,5	4101,5	12088,84
71	141	482,9	3348,1	11941,12
72	237	810,6	3861,6	10620,48
73	203	694,3	4494,5	8331,84
74	323	1103,4	3613,2	10142,88
75	165	563,4	3974,4	9977,12
76	277	945,6	2931,6	11001,40
77	237	810,0	2195,3	9440,28
78	251	858,6	3071,2	76668,09
79	181	619,8	3378,2	6559,80
80	413	1411,5	2491,9	7633,34
81	405	1384,1	3096,0	11903,90
82	374	1277,9	3840,6	6897,85
83	413	1411,5	4101,5	12749,76
84	141	482,9	3348,1	10250,88
85	237	810,6	3861,6	14238,84
86	203	694,3	4494,5	7417,60
87	215	736,0	4716,3	6364,05
88	155	531,2	4075,9	9454,16
89	391	1337,2	4512,4	10336,69
90	383	1311,2	5050,3	12449,25
91	354	1210,7	4008,8	8996,52
92	391	1337,2	3464,5	11526,24
93	244	835,0	3835,5	12493,67
94	290	993,0	4292,8	6229,08
95	148	507,1	3407,5	8563,75
96	249	851,1	2944,8	6621,12
97	413	1411,5	2491,9	8878,98
98	405	1384,1	3096,0	11139,50
99	374	1277,9	3840,6	8461,80
100	413	1411,5	4101,5	5594,54

Додаток Б

Вихідна інформація до індивідуальних завдань

№ п/п	Рівень рента-бельності вироб-ництва, %	Чисель-ність працiв-ників, осіб	Вихід продукції на 1 люд-год витрат праці, грн.	Фондооз-броєність, тис. грн.	Виручка від реалізації товарів (робіт, послуг), млн. грн.	Платежі до бюджету, млн. грн.
А	1	2	3	4	5	6
1	26,5	122	429	25,8	218	207
2	38,0	134	756	37,1	231	142
3	27,1	165	620	30,2	236	192
4	29,0	162	870	27,4	247	124
5	22,3	103	951	23,5	266	132
6	19,1	96	633	23,6	269	209
7	28,0	109	586	24,8	270	152
8	24,9	101	617	20,1	271	151
9	27,5	114	718	23,8	273	99
10	29,3	108	729	22,3	277	114
11	22,1	126	863	21,6	280	134
12	30,5	129	690	23,9	285	190
13	26,3	117	780	23,6	285	141
14	24,0	119	577	23,7	286	138
15	30,5	87	517	22,8	288	171
16	30,2	175	612	21,2	289	122
17	32,3	63	518	25,5	289	181
18	23,2	122	480	24,3	293	132
19	29,3	133	420	24,5	293	129
20	30,1	112	551	25,1	294	201
21	28,2	135	681	22,7	295	185
22	26,3	105	423	21,3	295	186
23	30,0	129	529	32,7	303	172
24	27,3	140	590	34,8	304	151
25	32,3	87	510	35,2	304	154
26	19,8	144	401	24,8	305	138
27	37,8	162	480	27,6	305	107
28	21,3	85	463	30,1	306	300

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
29	27,2	129	493	27,7	307	170
30	21,1	118	418	24,3	307	135
31	19,5	115	560	24,8	309	95
32	25,3	103	430	26,1	309	131
33	31,9	107	670	21,1	309	121
34	24,0	129	580	23,5	311	175
35	27,9	77	513	22,6	311	165
36	28,0	108	444	21,8	313	133
37	18,1	110	532	26,7	314	150
38	23,3	95	402	27,1	315	170
39	29,0	118	400	24,3	316	196
40	24,3	122	600	22,2	318	141
41	32,0	132	556	21,8	318	165
42	32,2	110	784	27,23	321	115
43	17,7	87	808	24,3	321	203
44	25,3	95	614	25,6	322	161
45	27,6	125	512	24,3	323	138
46	23,5	106	451	21,4	323	158
47	23,7	102	406	20,8	324	147
48	28,0	122	680	24,1	325	129
49	29,5	114	646	26,4	327	174
50	31,0	132	406	25,2	329	124
51	31,1	87	509	28,3	330	125
52	26,3	89	478	31,3	334	120
53	41,2	154	440	26,5	335	173
54	33,1	106	550	24,9	335	140
55	26,5	124	675	25,5	338	147
56	27,6	98	421	26,8	339	177
57	30,6	168	817	24,3	340	200
58	30,4	169	638	23,8	343	161
59	32,3	175	613	22,3	344	121
60	30,2	130	590	26,6	345	182
61	24,6	126	760	26,3	345	148
62	35,4	129	604	37,6	346	210
63	26,4	142	605	30,7	354	181
64	27,5	154	580	27,9	355	133

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
65	34,5	132	631	24,0	355	135
66	29,5	87	462	24,1	355	196
67	37,4	125	422	25,3	355	115
68	27,4	128	500	20,6	357	163
69	32,3	119	404	24,3	358	123
70	36,2	126	548	22,8	358	97
71	29,7	257	401	22,1	359	181
72	29,3	101	530	24,4	360	163
73	35,2	158	415	24,1	363	191
74	30,2	161	656	24,2	364	151
75	34,2	122	712	23,3	365	117
76	24,2	130	521	21,7	365	151
77	34,3	178	668	26,0	369	181
78	23,5	144	765	24,0	369	185
79	33,0	117	696	25,0	376	121
80	19,3	152	806	25,1	378	132
81	18,4	158	401	23,2	379	153
82	27,4	110	615	21,8	381	201
83	29,1	92	553	33,2	384	131
84	21,2	122	595	35,3	385	231
85	24,7	97	448	35,7	389	161
86	23,1	93	459	25,3	395	156
87	23,0	94	680	28,1	395	127
88	24,3	80	543	30,6	401	133
89	20,6	117	403	28,2	404	166
90	21,5	77	680	24,8	411	161
91	25,3	58	650	25,3	417	121
92	23,3	88	770	26,6	418	173
93	32,4	100	460	21,6	426	171
94	18,4	117	568	24,0	430	162
95	26,3	70	576	23,1	432	175
96	29,0	124	490	22,3	433	111
97	19,5	122	465	27,2	456	116
98	27,0	98	544	27,8	462	103
99	30,1	119	448	24,8	465	164
100	25,8	100	529	22,7	466	171

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
101	26,8	78	696	22,3	479	152
102	38,3	99	606	27,8	495	177
103	27,4	129	616	24,8	511	123
104	32,3	111	426	26,1	318	161
105	22,6	138	416	24,8	351	212
106	19,4	68	459	21,9	302	138
107	28,3	120	628	21,3	392	168
108	25,2	132	576	24,6	373	182
109	27,8	163	437	26,9	360	146
110	29,6	160	734	25,7	480	177
111	22,4	101	620	28,8	343	214
112	30,8	92	702	31,8	303	176
113	26,6	107	456	28,8	301	186
114	24,3	93	552	31,8	331	153
115	30,8	112	459	27,0	357	143
116	30,5	106	546	25,4	331	205
117	32,5	124	489	26,0	476	139
118	23,5	127	652	27,3	215	108
119	29,6	115	716	24,8	352	206
120	30,4	117	834	25,0	327	201
121	28,5	85	416	24,3	423	129
122	26,6	173	522	22,8	270	126
123	30,0	61	642	24,4	342	127
124	27,8	120	753	25,9	383	128
125	32,6	131	408	25,3	286	132
126	20,1	110	586	24,1	310	134
127	38,1	133	676	26,1	308	147
128	21,6	103	414	27,1	462	171
129	27,5	127	580	22,7	273	196
130	21,4	138	487	23,6	362	205
131	19,8	85	491	28,1	315	170
132	25,6	142	496	23,9	422	156
133	32,3	160	539	22,5	412	157
134	24,3	83	426	25,3	282	167
135	28,1	127	554	25,1	335	190
136	28,3	116	766	27,5	492	206

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
137	18,4	113	476	24,3	336	163
138	23,6	101	419	28,8	366	175
139	29,3	105	556	29,9	352	195
140	24,6	127	604	32,0	362	169
141	29,2	75	594	32,1	342	136
142	32,5	106	439	26,6	304	120
143	18,0	108	701	25,7	392	130
144	25,6	93	561	25,9	341	180
145	27,9	116	676	24,6	282	186
146	23,8	120	586	23,7	376	166
147	24,0	130	647	23,0	286	155
148	28,3	108	473	21,8	312	206
149	36,5	85	525	31,7	320	188
150	25,3	93	426	23,3	415	166
151	28,4	123	510	28,1	267	156
152	27,3	104	416	24,8	332	166
153	24,7	100	829	23,1	552	120
154	26,3	120	636	23,3	508	159
155	27,3	112	700	26,4	228	156
156	25,8	130	540	23,5	361	180
157	27,3	85	656	21,3	320	126
158	29,9	152	526	24,1	319	186
159	21,9	104	513	24,1	324	152
160	30,4	122	486	32,3	430	140
161	26,4	96	666	27,1	318	146
162	23,8	166	508	28,1	290	176
163	30,9	167	521	27,7	321	236
164	26,5	173	479	28,6	398	168
165	32,6	128	597	30,5	306	125
166	27,3	124	688	33,7	233	170
167	27,8	127	598	32,8	453	137
168	30,7	140	637	24,4	285	145
169	29,9	152	481	20,4	429	175
170	28,3	130	608	25,9	355	190
171	29,9	87	506	26,6	313	129
172	27,6	85	513	22,6	375	126

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
173	32,9	123	496	21,4	283	122
174	21,9	126	566	23,9	244	126
175	36,8	117	801	24,0	382	208
176	23,8	124	717	23,1	463	138
177	27,6	125	698	21,6	301	104
178	20,4	99	504	27,3	300	116
179	25,3	156	639	32,3	381	137
180	25,4	159	714	34,2	335	138
181	25,6	120	514	23,8	292	134
182	24,8	128	497	35,1	386	100
183	28,5	176	509	34,0	326	143
184	19,5	142	492	35,5	366	157
185	29,5	115	416	35,2	414	166
186	23,6	150	522	38,4	274	128
187	21,5	156	527	31,6	291	178
188	24,8	138	612	29,7	352	138
189	24,3	90	536	27,6	427	186
190	32,6	120	429	25,0	311	152
191	19,8	95	416	26,4	304	201
192	27,6	91	576	31,2	349	191
193	19,3	95	418	26,0	308	208
194	27,9	78	640	31,8	268	178
195	24,7	115	743	34,1	366	156
196	28,3	75	614	29,8	266	187
197	24,6	56	497	24,9	378	161
198	31,3	86	558	33,9	340	112
199	26,3	98	850	34,8	401	119
200	39,5	115	468	26,1	263	121
201	40,6	68	518	27,8	354	158
202	35,6	122	522	29,5	315	140
203	36,9	120	638	28,6	366	179
204	29,6	99	774	27,8	337	136
205	29,8	99	576	21,7	308	176
206	29,3	96	476	24,9	470	182
207	33,5	117	478	29,5	466	161
208	31,8	98	585	36,9	518	102

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
209	28,8	76	687	31,8	516	107
210	35,7	97	897	32,5	506	103
211	26,6	127	801	37,6	525	113
212	27,3	109	608	31,4	382	111
213	33,8	136	708	32,6	458	132
214	29,8	66	513	28,8	462	118
215	37,6	130	523	30,3	360	105
216	25,7	139	831	31,8	316	185
217	35,6	164	631	23,3	362	110
218	35,6	118	733	25,1	396	195
219	30,6	97	438	22,8	316	137
220	29,8	109	540	20,9	350	180
221	34,4	100	641	22,6	292	156
222	31,3	126	443	23,4	310	150
223	34,3	134	546	31,3	376	174
224	21,5	163	646	31,5	360	172
225	36,1	116	835	31,4	393	118
226	43,3	113	550	34,0	385	197
227	26,3	108	671	20,0	380	168
228	27,6	109	780	21,0	406	138
229	41,3	127	654	23,3	395	140
230	21,5	77	554	27,4	403	195
231	25,6	73	456	28,2	312	123
232	22,4	158	557	29,4	353	120
233	22,3	165	662	24,2	282	113
234	22,4	172	563	25,5	350	160
235	23,4	108	765	23,8	373	192
236	18,5	104	565	23,3	401	106
237	19,6	129	866	25,6	423	117
238	19,8	127	766	23,8	380	168
239	18,3	139	567	21,6	465	190
240	25,8	117	867	25,5	371	122
241	26,3	107	541	19,9	392	115
242	32,7	92	473	21,8	423	157
243	21,8	100	676	36,8	344	126
244	18,3	106	576	28,1	490	147

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
245	18,5	126	677	38,6	395	159
246	29,3	115	582	28,1	454	116
247	19,7	117	483	29,6	473	126
248	31,6	133	584	28,2	395	142
249	21,9	127	685	26,4	458	195
250	12,5	386	759	36,5	321	132
251	27,1	68	486	34,6	293	190
252	20,9	70	594	35,6	381	160
253	25,7	95	694	29,2	355	115
254	21,6	119	595	24,4	361	127
255	22,1	95	760	26,7	370	182
256	20,1	123	765	25,8	396	165
257	32,9	120	685	29,3	335	145
258	25,9	113	551	23,7	353	165
259	32,3	160	461	24,7	333	130
260	28,4	92	673	25,9	295	118
261	26,4	106	551	27,3	380	166
262	21,6	117	471	26,8	203	122
263	25,1	108	802	29,8	390	192
264	23,6	90	533	31,8	363	134
265	30,9	122	723	33,8	352	111
266	27,0	115	801	27,3	441	170
267	28,5	157	544	33,1	530	107
268	30,0	126	491	33,6	320	101
269	21,3	47	549	37,9	295	120
270	23,3	55	683	37,5	370	185
271	21,0	116	678	23,5	370	161
272	19,1	126	493	26,5	335	150
273	20,8	142	582	27,8	375	161
274	29,6	95	578	29,7	373	150
275	29,5	132	414	39,1	373	127
276	30,0	90	702	39,4	345	114
277	29,6	160	404	38,7	312	186
278	32,2	115	533	39,1	373	125
279	21,5	127	401	39,3	343	128
280	25,6	82	404	39,6	453	196

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
281	26,4	165	661	27,8	432	180
282	27,6	145	731	28,9	370	107
283	22,4	165	472	23,4	423	105
284	23,5	130	421	25,6	410	102
285	23,7	130	413	27,8	510	165
286	22,0	118	513	26,5	351	125
287	21,5	66	803	27,9	280	123
288	23,8	122	702	29,3	344	162
289	22,0	92	402	27,3	396	118
290	19,8	134	531	25,6	406	123
291	23,7	111	653	26,5	404	157
292	18,1	170	871	27,6	426	142
293	20,0	107	574	28,3	301	116
294	36,8	92	443	29,7	382	220
295	27,7	138	661	27,2	318	170
296	29,2	92	705	28,7	351	146
297	30,7	78	806	30,2	302	141
298	22,2	108	580	21,7	392	131
299	24,0	125	431	23,5	373	119
300	21,7	93	500	21,2	360	97
301	19,8	80	406	19,3	480	145
302	21,5	81	449	21,0	343	127
303	22,3	107	401	21,8	303	116
304	30,2	137	530	29,7	301	128
305	30,7	112	615	30,2	331	189
306	30,3	152	756	29,8	357	130
307	32,9	75	812	32,4	331	116
308	22,2	66	721	21,7	476	225
309	26,3	38	568	25,8	215	224
310	27,1	126	465	26,6	352	130
311	28,3	66	796	27,8	327	139
312	23,1	169	606	22,6	423	164
313	27,9	125	495	36,1	476	109
314	22,7	86	500	37,1	451	100
315	37,5	127	512	35,2	453	126
316	24,9	113	528	33,1	474	134

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
317	22,7	222	541	32,2	482	163
318	17,6	221	546	31,3	499	116
319	18,6	198	546	33,1	410	113
320	32,3	116	547	30,0	461	123
321	27,6	129	548	29,6	443	73
322	21,6	137	550	29,2	471	77
323	30,1	146	566	31,1	511	158
324	22,5	179	570	34,5	530	165
325	30,1	151	624	26,7	520	172
326	22,5	157	413	23,5	536	108
327	19,9	137	513	24,5	477	104
328	26,5	142	511	31,8	503	129
329	31,8	97	494	31,8	482	127
330	21,6	93	412	33,8	462	139
331	24,5	84	513	31,2	504	117
332	26,8	164	454	32,5	472	107
333	18,7	113	841	26,7	526	92
334	28,5	89	501	28,7	417	100
335	24,5	127	464	39,7	561	106
336	26,6	57	541	31,5	422	126
337	32,4	97	462	34,2	473	115
338	29,7	100	441	32,7	432	117
339	32,6	120	416	28,5	396	133
340	23,8	123	524	27,6	389	127
341	24,7	125	583	29,7	381	125
342	26,0	188	403	32,5	449	168
343	29,5	116	511	31,6	429	170
344	23,3	115	414	36,1	439	195
345	29,0	194	794	34,2	444	119
346	19,6	107	871	29,7	481	194
347	18,9	103	501	39,8	385	158
348	28,1	113	443	24,8	495	125
349	40,7	111	641	27,5	445	113
350	21,1	132	452	29,6	415	87
351	32,3	118	573	23,6	447	106
352	23,8	105	491	27,8	441	101

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
353	27,9	125	495	36,1	476	109
354	22,7	86	500	37,1	451	100
355	37,5	127	512	35,2	453	126
356	24,9	113	528	33,1	474	134
357	22,7	222	541	32,2	482	163
358	17,6	221	546	31,3	499	116
359	18,6	198	546	33,1	410	113
360	32,3	116	547	30,0	461	123
361	27,6	129	548	29,6	443	73
362	21,6	137	550	29,2	471	77
363	30,1	146	566	31,1	511	158
364	22,5	179	570	34,5	530	165
365	30,1	151	624	26,7	520	172
366	22,5	157	413	23,5	536	108
367	19,9	137	513	24,5	477	104
368	26,5	142	511	31,8	503	129
369	31,8	97	494	31,8	482	127
370	21,6	93	412	33,8	462	139
371	24,5	84	713	31,2	504	117
372	26,8	164	754	32,5	472	107
373	18,7	113	641	26,7	526	92
374	28,5	89	501	28,7	417	100
375	24,5	127	464	39,7	561	106
376	26,6	57	541	31,5	422	126
377	32,4	97	462	34,2	473	115
378	29,7	100	441	32,7	432	117
379	32,6	120	416	28,5	396	133
380	23,8	123	724	27,6	389	127
381	24,7	125	583	29,7	381	125
382	26,0	188	403	32,5	449	168
383	29,5	116	511	31,6	429	170
384	23,3	115	414	36,1	439	195
385	29,0	194	694	34,2	444	119
386	19,6	107	571	29,7	481	194
387	18,9	103	801	39,8	385	158
388	28,1	113	443	24,8	495	125

Продовження додатку Б

A	1	2	3	4	5	6
389	40,7	111	741	27,5	445	113
390	21,1	132	452	29,6	415	87
391	32,3	118	573	23,6	447	106
392	23,8	105	491	27,8	441	101
393	18,2	85	653	29,8	442	127
394	34,8	110	763	30,1	526	113
395	28,1	95	424	31,1	486	187
396	26,6	137	483	32,2	491	144
397	22,8	80	431	27,8	370	104
398	30,2	156	523	29,5	366	125
399	20,4	150	442	31,2	418	138
400	26,6	74	422	32,8	416	173
401	31,2	72	572	27,8	408	167
402	42,8	118	643	29,5	425	143
403	19,2	97	791	31,5	282	138
404	21,6	140	582	32,7	358	128
405	26,3	101	481	24,1	317	116
406	27,8	120	512	28,9	293	194
407	26,3	85	524	25,1	370	142
408	24,6	161	481	27,3	303	124
409	34,7	150	541	29,3	394	113
410	32,8	127	702	33,1	363	125
411	33,8	114	672	31,3	337	186
412	27,4	186	581	35,2	456	127
413	22,6	125	422	22,7	332	113
414	31,7	128	724	23,9	317	222
415	25,9	96	653	24,5	467	221
416	28,0	180	542	25,6	372	198
417	25,8	107	433	27,7	336	110
418	37,5	105	812	28,9	365	129
419	26,6	102	615	29,7	382	137
420	37,4	65	588	29,1	426	166
421	21,5	125	461	27,3	295	146
422	31,4	123	531	23,1	385	179
423	26,5	162	704	27,1	345	151
424	32,3	118	433	25,1	292	157

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
425	27,6	123	551	27,1	313	137
426	23,7	157	404	27,8	337	142
427	18,1	142	644	28,9	403	192
428	20,0	116	492	29,1	375	193
429	36,8	220	472	21,7	323	184
430	26,3	140	431	23,7	452	164
431	27,8	88	431	27,8	392	113
432	26,4	162	559	25,7	364	185
433	24,6	104	623	26,8	366	127
434	34,7	195	773	27,3	374	157
435	32,8	187	554	23,2	374	197
436	33,8	91	536	24,5	416	100
437	27,4	105	589	25,6	366	120
438	22,6	114	720	27,8	464	123
439	31,7	167	421	23,8	336	125
440	25,9	122	432	21,3	384	188
441	28,0	85	566	23,8	350	116
442	25,8	91	493	24,5	340	115
443	37,5	126	483	26,8	465	194
444	26,6	102	480	27,4	362	177
445	37,4	125	520	28,3	407	126
446	21,5	117	615	30,2	340	137
447	31,5	90	521	33,4	463	139
448	26,5	100	583	32,5	465	157
449	32,2	82	423	22,1	395	133
450	27,6	78	554	23,6	286	142
451	34,2	120	684	22,8	374	167
452	24,8	113	426	34,1	355	121
453	24,4	133	532	27,1	366	100
454	23,8	142	593	22,7	337	112
455	22,7	167	513	22,7	407	103
456	28,3	121	404	23,8	424	129
457	29,4	100	483	24,8	298	137
458	28,6	112	466	25,3	393	166
459	22,6	103	496	25,2	326	119
460	26,7	129	421	24,9	373	116

Продовження додатку Б

А	1	2	3	4	5	6
461	28,9	137	569	27,9	514	126
462	30,1	166	433	31,4	367	176
463	26,3	119	673	24,4	445	180
464	29,7	116	583	27,3	404	161
465	22,0	126	516	24,7	403	168
466	17,5	76	547	26,1	307	175
467	15,6	80	735	23,8	358	111
468	19,5	161	405	29,3	346	107
469	20,3	168	403	27,8	345	132
470	21,3	175	803	27,3	373	130
471	23,4	111	559	26,5	345	142
472	20,6	107	487	25,4	385	120
473	18,5	132	611	26,1	406	110
474	28,4	130	717	27,3	328	195
475	18,8	130	515	25,3	350	130
476	26,5	142	554	25,7	334	109
477	25,0	120	409	26,3	300	129
478	34,1	110	483	25,3	383	118
479	34,5	95	449	22,7	515	120
480	32,8	103	409	23,8	395	136
481	24,4	109	512	27,8	457	130
482	28,0	129	681	26,8	483	128
483	31,2	118	443	24,7	382	171
484	28,5	120	553	25,3	443	173
485	24,5	136	578	26,8	325	196
486	26,4	130	424	32,5	395	122
487	27,5	128	520	23,8	445	197
488	26,5	71	541	25,1	475	161
489	40,6	73	517	21,8	445	128
490	42,7	96	493	27,3	485	116
491	30,8	122	463	24,5	506	190
492	26,8	97	507	23,8	421	109
493	28,0	161	608	27,8	450	104
494	15,1	128	483	26,3	434	130
495	14,3	116	534	27,5	400	116
496	14,8	90	605	25,4	483	190
497	15,2	109	425	21,2	615	147
498	15,4	104	503	22,3	495	107
499	15,6	130	407	23,4	557	128
500	16,5	116	551	26,6	583	141
501	16,6	190	404	36,6	483	176

Додаток В

Функція нормованого відхилення (функція Лапласа) f(t)=P($|t| \le t_T$)

Цілі і десяткові частки t	Соті частки t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0080*	0160	0239	0319	0399	0478	0558	0638	0717
0,1	0,0797	0876	0955	1034	1113	1192	1271	1350	1428	1507
0,2	0,1585	1663	1741	1819	1897	1974	2051	2128	2205	2282
0,3	0,2358	2434	2510	2536	2661	2737	2812	2866	2960	3035
0,4	0,2108	3182	3255	3228	3401	3473	3545	3616	3688	3759
0,5	0,3829	3899	3969	4039	4108	4177	4245	4313	4381	4448
0,6	0,4515	4581	4647	4713	4778	4843	4907	4971	5035	5098
0,7	0,5161	5223	5285	5346	5407	5467	5527	5587	5646	5705
0,8	0,5763	5821	5878	5935	5991	6047	6102	6157	6211	6265
0,9	0,6319	6372	6424	6476	6528	6579	6629	6779	6779	6778
1,0	0,6827	6875	6923	6970	7017	7063	7109	7154	7199	7243
1,1	0,7287	7330	7373	7415	7457	7499	7540	7580	7620	7660
1,2	0,7699	7737	7775	7813	7850	7887	7323	7959	7994	8029
1,3	0,8064	8098	8132	8165	8198	8230	8262	8293	8324	8355
1,4	0,8385	8415	8444	8473	8501	8529	8557	8554	8611	8638
1,5	0,8664	8600	8715	8740	8764	8789	8812	8836	8859	8882
1,6	0,8904	8926	8948	8969	8990	9011	9031	9051	9070	9090
1,7	0,9109	9127	9146	9164	9181	9199	9216	9233	9249	9265
1,8	0,9281	9297	9312	9327	9342	9357	9371	9385	9399	9412
1,9	0,9426	9439	9451	9464	9476	9488	9500	9512	9523	9534
2,0	0,9545	9556	9566	9576	9596	9696	9625	9516	9625	9534
2,1	0,9643	9651	9660	9668	9676	9684	9692	9700	9707	9715
2,2	0,9722	9729	9736	9743	9749	9756	9762	9768	9774	9780
2,3	0,9786	9791	9797	9802	9807	9812	9817	9822	9827	9832
2,4	0,9836	9841	9845	9849	9853	9857	9861	9865	9868	9872
2,5	0,9876	9879	9883	9886	9882	9892	9895	9908	9904	9904
2,6	0,9907	9910	9912	9915	9917	9920	9922	9924	9926	9928
2,7	0,9931	9933	9935	9937	9939	9940	9942	9944	9946	9974
2,8	0,9949	9951	9952	9953	9955	9956	9958	9959	9960	9961
2,9	0,9963	9964	9965	9966	9967	9968	9969	9970	9971	9972
3,0	0,9973	9974	9975	9976	9976	9977	9978	9979	9979	9980
3,1	0,9981	9981	9982	9982	9982	9983	9984	9985	9985	9986
3,5	0,9995	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9996	9997	9997
3,6	0,9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9997	9998	9998
3,7	0,9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998	9998
3,8	0,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999
…	…	…	…	…	…	…	…	…	…	…
4,0	0,9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999	9999

* Тут і далі значення дано після коми.

Додаток Г

Критичні точки розподілу Ст'юдента (t-розподіл)

Число ступенів вільності, ν	Рівень значимості (двостороння критична область)					
	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001
1	6,31	12,7	31,82	63,7	318,3	637,0
2	2,92	4,30	6,97	9,92	22,33	31,6
3	2,35	3,18	4,54	5,84	10,22	12,0
4	2,13	2,78	3,75	4,50	7,17	8,61
5	2,01	2,57	3,37	4,03	5,89	6,86
6	1,94	2,45	3,14	3,71	5,21	5,96
7	1,89	2,36	3,00	3,50	4,79	5,40
8	1,86	2,31	3,90	3,36	4,50	5,04
9	1,83	2,26	2,82	3,25	4,30	4,78
10	1,81	3,23	2,76	3,17	4,14	4,59
11	1,80	2,20	2,72	3,11	4,03	4,44
12	1,78	2,18	2,68	3,05	3,93	4,32
13	1,77	2,16	2,65	3,01	3,85	4,22
14	1,76	2,14	2,62	2,98	3,79	4,14
15	1,75	2,13	2,60	2,95	3,73	4,07
16	1,75	2,12	2,58	2,92	3,69	4,01
17	1,74	2,11	2,57	2,90	3,63	3,96
18	1,73	2,10	2,55	2,88	3,61	3,92
19	1,73	2,09	2,54	2,86	3,58	3,88
20	1,73	2,09	2,58	2,85	3,55	3,85
21	1,72	2,08	2,52	2,83	3,53	3,82
22	1,72	2,07	2,51	2,82	3,51	3,79
23	1,71	2,07	2,50	2,81	3,49	3,77
24	1,71	2,06	2,49	2,80	3,47	3,74
25	1,71	2,06	2,49	2,79	3,45	3,72
26	1,71	2,06	2,48	2,78	3,44	3,71
27	1,71	2,05	2,47	2,77	3,42	3,69
28	1,70	2,05	2,46	2,76	8,40	3,66
29	1,70	2,05	2,46	2,76	3,40	3,66
30	1,70	2,04	2,46	2,75	3,39	3,65
40	1,68	2,02	2,42	2,70	3,31	3,55
60	1,67	2,00	2,39	2,66	3,23	3,46
120	1,66	1,98	2,36	2,62	3,17	3,37
∞	1,64	1,96	2,33	2,58	3,09	3,23
Число ступенів вільності, ν	0,05	0,025	0,01	0,00005	0,001	0,0005
	Рівень значимості (одностороння критична область)					

Додаток Д

Перша функція нормованого відхилення

(ординати нормальної кривої) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}}$

Цілі і десяткові частки t	Соті частки t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,3989	3989*	3989	3988	3987	3984	3982	3980	3977	3973
0,1	0,3970	3965	3961	3956	3951	3945	3939	3932	3925	3918
0,2	0,3910	3902	3894	3885	3876	3867	3857	3847	3838	3825
0,3	0,3814	3802	3790	3778	3765	3752	3739	3726	3712	3697
0,4	0,3683	3668	3653	3637	3651	3605	3589	3572	3555	3538
0,5	0,3521	3503	3485	3467	3448	3429	3411	3391	3373	3352
0,6	0,3332	3312	3292	3271	3251	3230	3209	3187	3166	3144
0,7	0,3123	3101	3079	3056	3034	3011	2989	2966	2943	2920
0,8	0,2877	2874	2850	2827	2803	2780	2756	2732	2709	2685
0,9	0,2661	2637	2613	2589	2565	2541	2516	2492	2468	2444
1,0	0,2420	2396	2371	2347	2323	2299	2275	2251	2227	2203
1,1	0,2179	2155	2131	2107	2083	2059	2036	2012	1989	1965
1,2	0,1942	1919	1895	1872	1849	1826	1784	1758	1758	1736
1,3	0,1714	1691	1669	1647	1626	1604	1582	1561	1539	1518
1,4	0,1497	1476	1456	1435	1415	1394	1374	1354	1334	1315
1,5	0,1295	1276	1257	1238	1219	1200	1182	1163	1145	1127
1,6	0,1109	1092	1074	1057	1040	1023	1006	0989	0973	0957
1,7	0,0940	0925	0909	0893	0878	0863	0843	0833	0818	0804
1,8	0,0790	0775	0761	0748	0734	0721	0707	0695	0681	0669
1,9	0,0656	0655	0632	0620	0608	0596	0584	0573	0562	0551
2,0	0,0540	0529	0519	0508	0498	0488	0478	0468	0459	0449
2,1	0,0440	0431	0422	0413	0404	03950	0387	0379	0371	0363
2,2	0,0355	0347	0339	0332	0325	0317	0310	0303	0296	0290
2,3	0,0283	0277	0270	0264	0258	0252	0256	0241	0235	0229
2,4	0,224	0219	0213	0208	0203	0198	0194	0189	0182	0180
2,5	0,0175	0171	0167	0162	0158	0154	0151	0147	0143	0139
2,6	0,0136	0132	0129	0126	0122	0119	0116	0113	0110	0107
2,7	0,0104	0101	0099	0096	0093	0091	0088	0086	0084	0081
2,8	0,0079	0077	0075	0073	0071	0069	0067	0065	0063	0061
2,9	0,0059	0058	0056	0054	0053	0051	0050	0048	0047	0046
3,0	0,0044	0043	0042	0040	0039	0037	0037	0036	0035	0034
3,1	0,0033	0032	0031	0030	0029	0028	0027	0026	0025	0024
3,2	0,0024	0023	0022	0022	0021	0020	0020	0019	0018	0018
3,3	0,0017	0017	0016	0016	0015	0015	0014	0014	0013	0013
3,4	0,0012	0012	0011	0011	0010	0010	0010	0010	0009	0009
3,5	0,0009	0008	0008	0008	0008	0007	0007	0007	0007	0006
3,6	0,0006	0006	0006	0005	0005	0005	0005	0005	0005	0004
3,7	0,0004	0004	0004	0004	0004	0003	0003	0003	0003	0003
3,8	0,0003	0003	0003	0003	0002	0002	0002	0002	0002	0002
3,9	0,0002	0002	0002	0002	0002	0002	0002	0001	0001	0001
4,0	0,0001	0001	0001	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

* Тут і далі значення дано після коми.

Додаток Є

Друга функція нормованого відхилення $\frac{1}{2}f(t)=\int_0^t e^{-\frac{t^2}{2}}dt$

(інтеграл імовірностей)

Цілі і десяткові частки t	Соті частки t									
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0,0	0,0000	0040*	0080	0120	0159	0199	0239	0279	0319	0359
0,1	0,0398	0438	0478	0517	0596	0636	0675	0714	0714	0753
0,2	0,0793	0832	0871	0909	0948	0987	1026	1064	1103	1141
0,3	0,1179	1217	1255	1293	1331	1368	1406	1443	1480	1517
0,4	0,1554	1591	1628	1664	1700	1736	1772	1808	1844	1879
0,5	0,1915	1950	1985	2019	2054	2088	2123	2157	2190	2224
0,6	0,2257	2291	2334	2356	2389	2421	2454	2486	2317	2549
0,7	0,2580	2611	2642	2673	2703	2734	2764	2793	2823	2852
0,8	0,2881	2910	2940	2967	2995	3023	3051	3078	3106	3133
0,9	0,3159	3186	3212	3238	3264	3289	3315	3340	3365	3389
1,0	0,3413	3437	3461	3485	3508	3531	3554	3577	3599	3621
1,1	0,3643	3665	3686	3703	3729	3743	3770	3790	3810	3830
1,2	0,3849	3869	3888	3906	3925	3943	3962	3980	3997	4105
1,3	0,4032	4049	4066	4082	4099	4115	4131	4147	4162	4177
1,4	0,4192	4207	4222	4236	4251	4265	4279	4292	4306	4319
1,5	0,4332	4345	4357	4370	4382	4394	4406	4418	4429	4441
1,6	0,4452	4463	4474	4484	4495	4505	4515	4525	4535	4545
1,7	0,4554	4564	4573	4582	4591	5599	4608	4616	4625	4633
1,8	0,4641	4648	4656	4664	4671	4678	4686	4693	4699	4706
1,9	0,4713	4719	4726	4732	4738	4744	4750	5548	4761	4767
2,0	0,4772	4778	4783	4788	4793	4798	4803	4808	4812	4817
2,1	0,4821	5826	4830	4834	4838	4842	4846	4850	4854	4857
2,2	0,4861	4864	4868	4871	4874	4878	4881	4884	4887	4890
2,3	0,4893	4896	4898	4901	4904	4906	4609	4911	4914	4916
2,4	0,4980	4920	4922	4924	4927	4929	4930	4932	4934	4936
2,5	0,4937	4940	4941	4943	4945	4946	4948	4949	4951	4952
2,6	0,4953	4955	4956	4957	4957	4958	4960	4961	4962	4964
2,7	0,4965	4966	4967	4968	4969	4970	4971	4972	4973	4974
2,8	0,4974	4975	4976	4977	4977	4978	4978	4979	4980	4981
2,9	0,4981	4982	4982	4983	4984	4984	4985	4985	4986	4986
3,0	0,4986	4987	4987	4987	4989	4989	4989	4989	4990	4990
3,1	0,4990	4991	4991	4991	4992	4992	4992	4992	4993	4993
3,2	0,4993	4993	4994	4994	4994	4994	4994	4995	4995	4995
3,3	0,4995	4995	4995	4996	4996	4996	4996	4996	4996	4996
3,4	0,4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4997	4998
3,5	0,4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998	4998
3,6	0,4998	4998	4998	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999
3,7	0,4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999
3,8	0,4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999	4999
3,9	0,9999	4999	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
4,0	0,5000	5000	5000	5000	5000	5000	-	-	-	-

* Тут і далі значення дано після коми.

Додаток Ж

Імовірності t-розподілу по Ст'юденту для малих вибірок (у межах ± t)

t	5	6-7	8-10	11-25	16-25	25-35	∞
0,1	538*	538	539	539	539	539	540
0,2	576	578	578	578	578	578	579
0,3	612	613	615	616	616	616	618
0,4	647	649	651	652	653	654	655
0,5	681	683	685	687	689	689	691
0,6	713	715	718	721	722	724	726
0,7	742	746	749	752	754	756	758
0,8	770	774	778	781	783	785	788
0,9	795	800	804	808	811	813	816
1,0	818	823	828	832	735	838	841
1,1	839	844	850	854	858	860	864
1,2	859	864	870	874	878	881	885
1,3	875	881	887	892	896	889	903
1,4	890	896	902	907	912	917	919
1,5	903	906	916	921	925	928	933
1,6	915	921	928	933	937	940	945
1,7	925	932	938	943	948	951	955
1,8	934	941	947	952	956	959	964
1,9	942	948	955	960	964	967	971
2,0	949	955	962	967	970	973	977
2,1	955	961	967	972	976	978	982
2,2	960	966	972	977	980	982	986
2,3	969	971	977	981	984	986	989
2,4	969	975	986	984	987	989	992
2,5	973	978	983	987	989	991	994
2,6	976	981	986	989	991	993	995
2,7	979	983	988	991	993	995	996
2,8	981	985	990	993	995	996	997
2,9	983	987	991	994	996	997	998
3,0	985	989	993	995	997	997	999

* Тут і далі значення дано після коми.

Додаток З

Значення ймовірностей Р (χ^2) для критерію «*хі* –квадрат»

χ^2	ν				
	1/15	2/16	3/17	4/18	5/19
1	0,3173 1,000	0,6065 1,000	0,8013 1,000	0,9098 1,000	0,9626 1,000
2	0,1574 1,000	0,3679 1,000	0,5724 1,000	0,7318 1,000	0,8491 1,000
3	0,0083 1,000	0,2231 1,000	0,3916 1,000	0,5578 1,000	0,7000 1,000
4	0455* 998*	1353* 999*	2615* 999*	4060* 000	5494* 000*
5	0254 992	0821 996	1718 998	2873 999	4159 999
6	0143 980	0498 988	1116 993	1991 996	3062 998
7	0081 958	0302 973	0719 984	1359 990	2206 994
8	0047 924	0183 949	0460 967	0916 977	1562 987
9	0027 878	0111 913	0293 940	0611 960	1091 974
10	0016 820	0067 867	0186 904	0404 932	6752 954
11	0009 753	0041 810	0117 857	0266 894	0514 824
12	0005 679	0015 744	0074 800	0174 847	0348 886
13	0003 602	0009 673	0046 736	0113 792	0234 839
14	0002 526	0006 599	0029 667	0073 729	0156 784
15	0001 451	0003 525	0018 596	0047 662	0104 723
16	0001 382	0002 453	0011 524	0030 592	0068 657
17	0000 319	0001 386	0007 454	0019 523	0045 590
18	- 263	0001 324	0004 389	0012 456	0029 522
19	- 214	0000 269	0003 329	0008 329	0019 457
20	- 172	- 220	0002 274	0005 333	0013 395
21	- 137	- 178	0001 226	0003 279	0008 337
22	- 108	- 143	0001 185	0002 232	0005 284
23	- 084	- 114	0000 150	0001 191	0003 237
24	- 065	- 090	- 119	0001 155	0002 196
25	- 050	- 070	- 095	0001 125	0001 161
26	- 038	- 054	- 074	0000 100	0001 130
27	- 029	- 042	- 053	- 079	0001 105
28	- 022	- 032	- 045	- 062	0000 083
29	- 016	- 024	- 034	- 048	- 066
30	- 012	- 018	- 026	- 037	- 052

* Тут і далі значення дано після коми.

Додаток І

Критичні значення «*хі* –квадрат»

ν	Рівень імовірності Р			ν	Рівень імовірності Р		
	0,95	0,99	0,999		0,95	0,99	0,999
1	3,8	6,6	10,8	21	32,7	39,9	46,7
2	6,0	9,2	13,8	22	33,9	40,3	48,3
3	7,8	11,3	16,9	23	35,2	41,6	49,7
4	9,5	13,3	18,5	24	36,4	43,0	51,3
5	11,1	15,1	20,5	25	37,7	44,3	52,6
6	12,6	16,8	22,5	26	38,9	45,6	54,1
7	14,1	18,5	24,3	27	40,1	47,0	55,5
8	15,5	20,1	26,1	28	41,3	48,3	56,9
9	16,9	21,7	27,9	29	42,6	49,6	58,3
10	18,3	23,2	29,6	30	43,8	50,9	59,7
11	19,7	24,7	31,3	32	46,2	53,5	62,4
12	21,0	26,2	32,9	34	48,6	56,0	65,20
13	22,4	27,7	34,5	36	51,0	58,6	67,9
14	23,7	29,1	36,1	38	53,4	61,6	70,7
15	25,0	30,6	37,7	40	55,8	63,7	73,4
16	26,3	32,0	39,3	50	67,5	76,2	86,4
17	27,6	33,4	40,8	60	79,1	88,4	99,6
18	28,9	34,8	42,3	70	90,5	100,4	112,3
19	30,1	36,2	43,8	80	101,9	112,3	124,8
20	31,4	37,6	45,3	90	113,1	124,1	137,1

Додаток К

Критичні значення F-критерію при P=0,95

ν_1 ν_2	1	2	3	4	5	6	50
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	2,8
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	-
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,5
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	-
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,32
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	-
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,18
16	4,49	3,63	2,24	3,01	2,85	2,47	-
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,08
18	4,41	3,56	3,16	2,93	2,77	2,66	-
19	4,33	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,08
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,90	-
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	1,93
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	-
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	1,88
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	-
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	1,84
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	-
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	1,80
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	-
29	4,18	3,38	2,93	2,70	2,54	2,43	1,77
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	-
35	4,11	3,26	2,86	2,63	2,48	2,36	-
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	-
50	4,03	3,18	2,79	2,56	2,40	2,29	-
60	4,00	3,15	2,76	2,52	2,37	2,25	-
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	-

Примітка. ν_1, ν_2 - число ступенів вільності варіації відповідно для великої і малої дисперсій.

Додаток Л

Критичні значення F-критерію при P=0,99

ν_1 ν_2	1	2	3	4	5	6	50
9	10,56	8,02	6,99	6,42	6,06	5,80	4,51
10	10,04	7,56	6,55	5,99	5,64	5,39	-
11	9,65	7,20	6,22	5,67	5,32	5,07	3,80
12	9,38	6,93	5,95	5,41	5,06	4,82	-
13	9,07	6,70	5,74	5,20	4,86	4,62	3,7
14	8,86	6,51	5,56	5,03	4,69	4,46	-
15	8,68	6,36	5,42	4,89	4,56	4,32	3,07
16	8,53	6,23	5,29	4,77	4,44	4,20	-
17	8,40	6,11	5,18	4,67	4,34	4,10	2,86
18	8,26	6,01	5,09	4,58	4,25	4,01	-
19	8,18	5,93	5,01	4,50	4,17	3,94	2,70
20	8,10	5,85	4,94	4,43	4,10	3,87	-
21	8,02	5,78	4,87	4,37	4,04	3,81	2,58
22	7,94	5,72	4,87	4,31	3,99	3,75	-
23	7,88	5,66	4,76	4,26	3,94	3,71	2,48
24	7,82	5,61	4,72	4,22	3,90	3,67	-
25	7,77	5,57	4,68	4,18	3,86	3,63	2,40
26	7,72	5,53	4,64	4,14	3,82	3,59	-
27	7,68	5,49	4,60	4,11	3,78	3,56	2,33
28	7,64	5,45	4,57	4,07	3,75	3,53	-
29	7,60	5,42	4,54	4,04	3,73	3,50	2,27
30	7,56	5,39	4,61	4,02	3,70	3,47	-
35	7,42	5,27	4,40	3,91	3,59	3,37	-
40	7,01	5,18	4,33	3,63	3,51	8,29	-
50	7,17	5,06	4,20	3,72	3,41	3,19	-
60	7,08	4,98	4,18	3,65	3,34	3,12	-
∞	6,64	4,60	3,78	3,32	3,02	2,80	-

Примітка. ν_1, ν_2- число ступенів вільності варіації відповідно для великої і малої дисперсій.

Додаток М

Критичне значення коефіцієнта кореляції r_{yx}

Кількість одиниць спостереження	Рівень імовірності Р	
	0,95	0,99
10	0,5760	0,7079
11	0,5529	0,6835
12	0,5324	0,6614
13	0,5139	0,6411
14	0,4973	0,6226
15	0,4821	0,6055
16	0,4683	0,5897
17	0,4555	0,5751
18	0,4438	0,5614
19	0,4329	0,5487
20	0,4227	0,5368
25	0,3809	0,4869
30	0,3494	0,4487
35	0,3246	0,4182
40	0,3014	0,3932
45	0,2875	0,3721
50	0,2732	0,3541
60	0,2500	0,3248
70	0,2319	0,3017
80	0,2172	0,2830
90	0,2030	0,2673
100	0,1946	0,2540

Додаток Н

Розділ критерію Дурбіна –Уотсона для додатної автокореляції (Р -0,95)

n	ν -1		ν -2		ν -3		ν -4		ν -5	
	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2	d_1	d_2
15	1,08	1,36	0,95	1,54	0,82	1,75	0,69	1,97	0,56	2,21
16	1,10	1,37	0,98	1,54	0,86	1,73	0,74	1,93	0,62	2,15
17	1,13	1,38	1,02	1,54	0,90	1,71	0,78	1,90	0,67	2,10
18	1,16	1,39	1,05	1,53	0,96	1,69	0,82	1,87	0,71	2,06
19	1,18	1,40	1,08	1,53	0,97	0,86	1,85	1,85	0,75	2,02
20	1,20	1,41	1,10	1,54	1,00	1,68	0,90	1,83	0,79	1,99
21	1,22	1,42	1,13	1,54	1,03	1,67	0,93	1,81	0,83	1,96
22	1,24	1,43	1,15	1,54	1,05	1,66	0,96	1,80	0,86	1,94
23	1,26	1,44	1,17	1,54	1,08	1,66	0,99	1,79	0,90	1,92
24	1,27	1,45	1,19	1,55	1,10	1,66	1,01	1,78	0,93	1,90
25	1,29	1,45	1,21	1,55	1,12	1,66	1,04	1,77	0,95	1,99
26	1,30	1,46	1,22	1,55	1,14	1,65	1,06	1,76	0,98	1,88
27	1,32	1,47	1,24	1,56	1,16	1,65	1,08	1,76	1,01	1,86
28	1,33	1,48	1,26	1,56	1,18	1,65	1,10	1,75	1,03	1,85
29	1,34	1,48	1,27	1,56	1,20	1,65	1,12	1,74	1,05	1,84
30	1,35	1,49	1,28	1,57	1,21	1,65	1,14	1,74	1,047	1,73
40	1,44	1,54	1,39	1,60	1,34	1,66	1,29	1,72	1,23	1,79
50	1,50	1,59	1,46	1,63	1,42	1,67	1,38	1,72	1,34	1,77
60	1,55	1,62	1,51	1,65	1,48	1,69	1,44	1,73	1,41	1,77
70	1,58	1,64	1,55	1,67	1,52	1,70	1,49	1,74	1,46	1,77
80	1,61	1,66	1,59	1,69	1,56	1,72	1,53	1,74	1,51	1,77
90	1,63	1,68	1,61	1,70	1,59	1,73	1,57	1,75	1,54	1,78
100	1,65	1,69	1,63	1,72	1,61	1,74	1,59	1,76	1,57	1,78

НАВЧАЛЬНЕ ВИДАННЯ

А. Т. Опря, Л. О. Дорогань-Писаренко,
О. В. Єгорова, Ж. А. Кононенко

СТАТИСТИКА

(МОДУЛЬНИЙ ВАРІАНТ З ПРОГРАМОВАНОЮ ФОРМОЮ КОНТРОЛЮ ЗНАНЬ)

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

2-ге видання, перероблене та доповнене

Підписано до друку 16.07.2014 р. Формат 60х84 1/16.
Друк офсетний. Папір офсетний. Гарнітура Times New Roman.
Ум. друк. арк. 30. Тираж 200 прим.

ТОВ «Видавництво «Центр учбової літератури»
вул. Електриків, 23 м. Київ 04176
тел./факс 044-425-01-34
тел.: 044-425-20-63; 425-04-47; 451-65-95
800-501-68-00 (безкоштовно в межах України)

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців,
виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
ДК № 4162 від 21.09.2011 р.