Практична 5

Оптимізація гідроелектричних агрегатів із застосуванням сплайн-функцій

Сплайн ([англ.](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D1%96%D0%B9%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B0_%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D0%B0) spline — планка, рейка) — [функція](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D1%96%D1%8F_(%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B0)), [область визначення](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%B1%D0%BB%D0%B0%D1%81%D1%82%D1%8C_%D0%B2%D0%B8%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B5%D0%BD%D0%BD%D1%8F) якої розбита на шматки, на кожному зі шматків функція є деяким [поліномом](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9F%D0%BE%D0%BB%D1%96%D0%BD%D0%BE%D0%BC) (многочленом).

В задачах [інтерполяції](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%86%D0%BD%D1%82%D0%B5%D1%80%D0%BF%D0%BE%D0%BB%D1%8F%D1%86%D1%96%D1%8F), інтерполяція сплайном краща, ніж інтерполяція многочленом, оскільки дає схожі результати навіть при менших [степенях](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D1%82%D0%B5%D0%BF%D1%96%D0%BD%D1%8C) поліномів.



Рис. 5.31. Кубічний параметричний поліноміальний сплайн. Складається з трьох сегментів (виділені кольором), що описуються окремими кубічними поліномами.

Кубічний сплайн — гладка функція, область визначення якої розбито на скінченне число відрізків, на кожному з яких вона збігається з деяким кубічним многочленом.

Застосування сплайнів

Однак потенційні можливості сплайнів значно ширші ніж просто опис деяких кривих. В реальному світі велика кількість фізичних процесів за самою своєю природою є сплайнами. В механіці це деформація гнучкої пластини чи стержня, зафіксованих в окремих точках; траєкторія руху тіла, якщо сила, що діє на нього змінюється ступінчато (траєкторія штучного космічного об'єкта з активними та інерційними відрізками руху, траєкторія руху літака при ступінчатій зміні тяги двигунів та зміні профілю крила тощо.). В [термодинаміці](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%A2%D0%B5%D1%80%D0%BC%D0%BE%D0%B4%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D1%96%D0%BA%D0%B0) це теплообмін в стрижні складеному з фрагментів з різною теплопередачею. В хімії — дифузія через шари різних речовин. В електриці — поширення електромагнітних полів через різнорідні середовища. Тобто сплайн в багатьох випадках є розв'язанням диференційних рівнянь, які описують фізичні процеси.

На рис 5.32 показано сплайн-функцію коефіцієнта корисної дії

радіально-осьової турбіни (Гідроенергетика: курс лекцій. В.І. Будько та ін. КПІ. 2023).

Сплайн-функція визначає залежність ККД турбіни від зведених витрат і частот обертання.



Рис 5.32. Сплайн-функція ККД радіально-осьової турбіни.

Проведення порівняльного аналізу властивостей різних типів турбін

часто виконується шляхом представлення їх характеристик у відносних одиницях стосовно номінальних значень (η/ηnom , Q/Qnom , n/nnom , інші) – див. рис. 5.33.



Рис. 5.33. Сплайн-апроксимація універсальної характеристики радіально-осьової турбіни у відносних одиницях

Для побудови лінійних характеристик на основі універсальної характеристики застосовується метод просторового перетину поверхонь (рис. 5.34).



Рис. 5.34. Геометрична сплайн-інтерпретація системи рівнянь універсальної характеристики радіально-осьової турбіни за умови ni1 =1.

Залежність, отримана в результаті перетину, показана на рис. 5.35.



Рис. 5.35. Перетин двох просторових об'єктів η = fi (Q1, ni 1) за ni = 1

Порівняльний аналіз однопараметричних залежностей можна виконати графічно, використовуючи рис. 5.36.



Рис. 5.36. Сімейство перетинів двох просторових об'єктів η = fi (Q1, ni1)

за ni 1 = 0.8,0.9,...,1.4.

5.4. Оптимізація технічних об’єктів із застосуванням методу крутого сходження (метод Бокса — Вілсона)

Метод Бокса-Вілсона ([англ.](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D0%BD%D0%B3%D0%BB%D1%96%D0%B9%D1%81%D1%8C%D0%BA%D0%B0_%D0%BC%D0%BE%D0%B2%D0%B0) Box-Wilson method) — метод оптимізації об'єкту з використанням активного [експерименту](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%95%D0%BA%D1%81%D0%BF%D0%B5%D1%80%D0%B8%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82) шляхом крутого сходження поверхнею відгуку (параметрів [оптимізації](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BF%D1%82%D0%B8%D0%BC%D1%96%D0%B7%D0%B0%D1%86%D1%96%D1%8F)) до [оптимуму](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%9E%D0%BF%D1%82%D0%B8%D0%BC%D1%83%D0%BC), суть якого полягає в наступному: рух у напрямі [градієнта](https://uk.wikipedia.org/wiki/%D0%93%D1%80%D0%B0%D0%B4%D1%96%D1%94%D0%BD%D1%82) за наявності лінійного рівняння моделі здійснюється із центра експерименту послідовними кроками.

Припустимо, що на процес впливає тільки один фактор, тоді зміна параметра оптимізації *у* в залежності від фактора *х* може бути представлена графічно у вигляді кривої *ab* (рис. 5.37) і аналітично:

. (5.5)

Така функція називається *функцією відгуку*, екстремум якої має координати ***хопт***  і ***уопт***. при плануванні першої серії дослідів рівень фактора ***х0*** називається нульовим рівнем, ***Δх*** – інтервал варіювання, ***xн*** – нижній рівень (кодується «***-***»), ***xв*** – верхній рівень (кодується «***+***»). В результаті перших двох дослідів можна зробити висновок, що значення ***x***необхідно збільшувати.

***Δх***

***d***

***c***

# Рисунок 5.37. – Одномірна функція відгуку.

***уопт***

***Y***

***b***

***а***

***х0***

***xв***

***xн***

***X***

***хопт***

При двох факторах функція відгуку графічно може бути представлена як поверхня у тримірному просторі або рівнянням:

. (5.6)

На рис. 5.38 нанесені криві рівного значення параметра оптимізації для двох змінних *Х1*і *Х2* .

При класичному методі спочатку дослідник фіксує змінну *Х1,*рухається з точки *О* в напрямку змінної *Х2* і визначає точку *Р*, що відповідає екстремальному значенню параметра оптимізації. В точці *Р* фіксується змінна *Х2* і починається рух у напрямку осі *Х1*. Що дозволяє знайти точку *Q*. Знову фіксується *Х1* і продовжується рух по *Х2* і т.д. до досягнення оптимуму. Очевидно, що більш ефективним є план, за яким первісно визначається напрямок *Q*, а докладніше вивчення поверхні відгуку здійснюється в оптимальній області.

У випадку великого числа факторів графічне представлення функції неможливе, а загальний вигляд аналітичного рівняння, яке її описує:

. (3.25)

☻

☻

☻

☻

Рисунок 5.38 – рух до максимуму поверхні відгуку методами однофакторного експерименту і крутого сходження.

***●***

***R***

***Р***

***О***

***●***

***●***

***●***

***●***

***●***

***●***

***●***

***Х2***

***Х1***

***70 %***

***80 %***

***Q***

***60 %***

***90 %***

***●***

***●***

***●***

***Q***

***Р***

***●***

Ефективність планування особливо відчутна при вивченні і моделюванні багатофакторних процесів.

Досліди повинні бути рандомізовані, тобто виконуватися у послідовності, яка встановлюється за допомогою таблиці випадкових чисел, або будь-якої процедури, що забезпечує випадковий характер проведення дослідів. Рандомізація дозволяє нівелювати систематичні (напр., періодичні) впливи факторів, що не контролюються.