

Міністерство освіти і науки України  
Запорізька державна інженерна академія

---



Світанько М.В.

Верьовкін Л.Л.

Кісельов Є.М.

**МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОННИХ КІЛ  
(постійний струм)**

**Методичні вказівки до практичних занять  
для студентів ЗДІА  
напряму 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка»**

Запоріжжя

2014



**Міністерство освіти і науки України**  
**Запорізька державна інженерна академія**

**Світанько М.В.**

**Верьовкін Л.Л.**

**Кісельов Є.М.**

**МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОННИХ КІЛ**  
**(постійний струм)**

**Методичні вказівки до практичних занять**  
**для студентів ЗДІА**  
**напряму 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка»**

*Рекомендовано до видання*  
*на засіданні кафедри ФБМЕ,*  
*протокол №17 від 27.03.14*

*Методичне видання*

**Микола Вікторович Світанько**

**к.ф.-м.н., доцент**

**Леонід Леонідович Верьовкін**

**к.т.н., доцент**

**Кісельов Єгор Миколайович**

**к.т.н., доцент**

**МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ ЕЛЕКТРОННИХ КІЛ  
(постійний струм)**

**Методичні вказівки до практичних занять**

*для студентів ЗДІА*

*напряму 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка»*

Підписано до друку \_\_.\_\_.2014 р. Формат 60×84 1/32. Папір офсетний  
Умовн. друк. арк. 6,7. Наклад прим.  
Замовлення №\_\_\_\_\_

Запорізька державна інженерна академія  
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів  
видавничої справи ДК №2958 від 03.09.2007 р.

Віддруковано друкарнею  
Запорізької державної інженерної академії  
з оригінал-макету авторів

69006, м. Запоріжжя, пр. Леніна, 226  
ЗДІА,  
тел. 2238-240

Методи розрахунку електронних кіл (постійний струм). Методичні вказівки до практичних робіт для студентів ЗДІА напрямку 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка» / Укл.: Світанько М.В., Верьовкін Л.Л., Кісельов Є.М. – Запоріжжя: 2014. – 46 с.

Методичні вказівки містять приклади розв'язання задач по аналізу електричних схем постійного струму основними методами розрахунку електронних кіл, короткі теоретичні пояснення та опис особливостей використання кожного методу.

Укладачі: *М.В. Світанько, доцент*

*Л.Л. Верьовкін, доцент*

*Є.М. Кісельов, доцент*

Відповідальний за випуск: *зав. кафедри ФБМЕ,  
професор Є.Я. Швець*

## Зміст

	Стр.
Вступ .....	4
Метод законів Кірхгофа.....	5
Метод контурних струмів.....	11
Метод вузлових потенціалів.....	18
Метод двох вузлів.....	26
Метод накладання (суперпозиції).....	28
Метод еквівалентного генератора .....	35
Література.....	46

## ВСТУП

Згідно до вимог робочої програми „Методи розрахунку електронних кіл” студенти напряму 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка» після вивчення дисципліни **повинні вміти** використовувати основні методи розрахунку електронних кіл для визначення параметрів електричних схем, **здобути навички** у практичному використанні основних математичних алгоритмів та теорем при проведенні аналізу електронних кіл.

З цією метою студентам пропонуються до розгляду приклади розв’язання задач по аналізу електричних кіл постійного струму основними методами розрахунку: методом законів Кірхгофа, методом контурних струмів, методом вузлових потенціалів, методом двох вузлів, методом накладання (суперпозиції), методом еквівалентного генератора.

Задачі містять приклади поетапного перетворення вихідних електричних схем у еквівалентні, детальний опис використання основних математичних методів розв’язання систем рівнянь, зауваження по особливостям використання кожного окремого методу.

Методичні вказівки доцільно використовувати при підготовці до практичних занять, розв’язанні самостійних, контрольних та розрахунково-графічних робіт із дисципліни.

# МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ СКЛАДНИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ КІЛ ПОСТІЙНОГО СТРУМУ

До складних електричних кіл належать розгалужені кола, що мають більше одного джерела енергії. Розраховують їх, використовуючи закони Кірхгофа або спеціальні методи розрахунку, з яких найбільш поширені: метод законів Кірхгофа; метод контурних струмів; метод вузлових потенціалів; метод двох вузлів; метод накладання (суперпозиції); метод еквівалентного генератора.

## 1. МЕТОД ЗАКОНІВ КІРХГОФА.

Базується на прямому використанні рівнянь Кірхгофа.

*Переваги:* придатний до розрахунку будь-якого електричного кола і не потребує додаткових перетворень.

### Порядок розрахунку:

1. Визначити у схемі кількість віток  $m$ , вузлів  $n$  і незалежних контурів (комірок).
2. Підрахувавши число невідомих, визначити загальну кількість рівнянь, які потрібно скласти за законами Кірхгофа для розв'язання задачі.
3. Довільно вибрати додатний напрямок струму в окремих вітках (позначення струмів доцільно брати відповідно до номера вітки) і скласти  $(n - 1)$  рівняння за першим законом Кірхгофа.
4. Довільно вибрати напрямок обходу кожного незалежного контуру і скласти  $(m - n + 1)$  рівняння за другим законом Кірхгофа. (Кількість цих рівнянь дорівнює кількості комірок у схемі).
5. Розв'язуючи складену систему рівнянь, обчислити невідомі струми.

*Зауваження 1:* коли числове значення знайденого з рівнянь струму виявилось від'ємним, це означає, що дійсний напрямок струму є оберненим раніше довільно вибраному.

**Задача 1.** Обчислити струми у колі, показаному на рис.1.

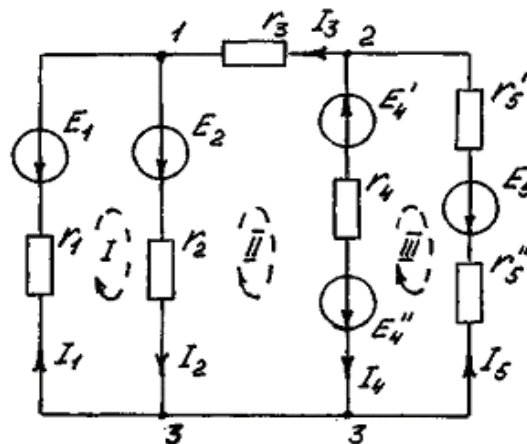


Рис.1



$$E_1 = 120 \text{ В}; E_2 = 190 \text{ В}; E_4' = 40 \text{ В}; E_4'' = 120 \text{ В}; E_5 = 20 \text{ В}; \\ r_1 = r_4 = 30 \text{ Ом}; r_2 = 20 \text{ Ом}; r_3 = 100 \text{ Ом}; r_5' = 5 \text{ Ом}; r_5'' = 10 \text{ Ом}.$$

### Розв'язання.

1. Аналізуємо схему і обчислюємо кількість віток ( $m = 5$ ), вузлів ( $n = 3$ ) і незалежних контурів (3).

2. Визначаємо загальну кількість рівнянь, необхідних для розв'язання задачі. Оскільки схема містить 5 віток з невідомими струмами, для їх обчислення треба скласти 5 незалежних рівнянь.

3. Довільно задаємося додатним напрямом струмів у вітках, як показано на рис.1, і складаємо  $n - 1 = 3 - 1 = 2$  незалежних рівняння за першим законом.

(Струми, що витікають з вузла, вважаємо додатними, а струми, що втікають у вузол – від'ємними):

$$\begin{aligned} \text{вуз.1: } I_1 - I_2 + I_3 &= 0; \\ \text{вуз.2: } -I_3 - I_4 + I_5 &= 0. \end{aligned}$$

4. Довільно вибираємо напрямом обходу кожного незалежного контуру, як показано на рис.21, і складаємо  $m - n + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$  незалежних рівняння за другим законом.

$$\text{I контур: } -E_1 + E_2 = r_1 I_1 + r_2 I_2;$$

$$\text{II контур: } -E_2 - E_4' + E_4'' = -r_2 I_2 - r_3 I_3 + r_4 I_4;$$

$$\text{III контур: } -E_4'' + E_4' + E_5 = -r_4 I_4 - (r_5' + r_5'') I_5.$$

Підставивши у рівняння числові значення е.р.с. і опорів, визначимо:

$$+I_1 - I_2 + I_3 = 0; \quad (1)$$

$$-I_3 - I_4 + I_5 = 0; \quad (2)$$

$$30I_1 + 20I_2 = 70; \quad (3)$$

$$-20I_2 - 100I_3 + 30I_4 = -110; \quad (4)$$

$$-30I_4 - 15I_5 = -60. \quad (5)$$

5. Розв'язання системи рівнянь дає:

$$I_1 = 1 \text{ А}; I_2 = 2 \text{ А}; I_3 = 1 \text{ А}; I_4 = 1 \text{ А}; I_5 = 2 \text{ А}.$$

6. Правильність розв'язання задачі перевіряємо, складаючи рівняння балансу потужностей:

$$-E_1 I_1 + E_2 I_2 - E_4' I_4 + E_4'' I_4 - E_5 I_5 = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + (r_5' + r_5'') I_5^2.$$

Підставивши числові значення, переконуємося, що рівняння підтверджується:

$$-120 + 380 - 40 + 120 - 40 = 30 + 80 + 100 + 30 + 60$$

$$300 = 300.$$

*Зауваження 2:* якщо в коло ввімкнені вітки з відомими джерелами струму, то загальна кількість рівнянь скорочується:

за першим законом складають, як і раніше,  $n - 1$  рівняння;

за другим законом складають рівняння для незалежних контурів, які залишаються у схемі після вилучення віток з джерелами струму.

**Задача 2.** Скласти рівняння для визначення струмів у вітках кола показаного на рис.2

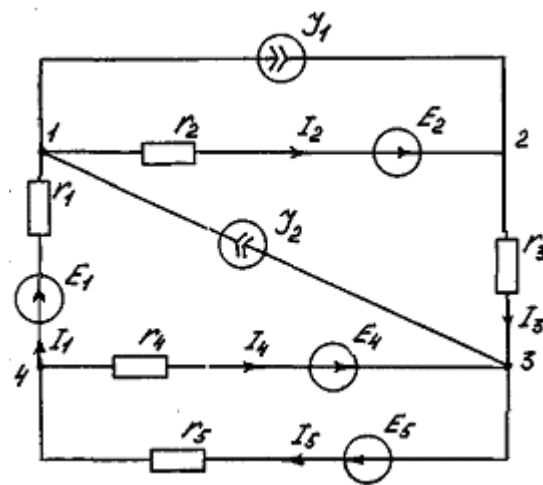


Рис.2

**Розв'язання.**

1. Аналізуючи схему (див. рис.2), підраховуємо кількість віток ( $m = 7$ ) і кількість вузлів ( $n = 4$ ).

2. Беручи до уваги дві вітки з відомими струмами  $J_1$  і  $J_2$  визначаємо, що для обчислення струмів в інших вітках треба скласти  $m - 2 = 7 - 2 = 5$  незалежних рівнянь.

3. Довільно вибираємо додатний напрямок струмів  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$ , як показано на рис. 22, і складаємо  $n - 1 = 4 - 1 = 3$  рівняння за першим законом Кірхгофа:

вуз.1:  $+I_1 - I_2 - J_1 + J_2 = 0$ ;

вуз.2:  $I_2 - I_3 + J_1 = 0$ ;

вуз.3:  $I_3 + I_4 - I_5 - J_2 = 0$ .

4. Вилучаємо зі схеми вітки з джерелами струму (рис.3) і складаємо рівняння для незалежних контурів за другим законом Кірхгофа, обходячи їх за обертанням годинникової стрілки:

$$\text{I контур: } E_1 + E_2 - E_4 = r_1 I_1 + r_2 I_2 + r_3 I_3 - r_4 I_4;$$

$$\text{II контур: } E_4 + E_5 = r_4 I_4 + r_5 I_5.$$

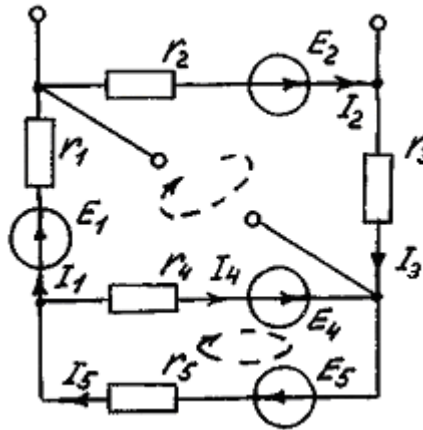


Рис.3

*Зауваження 3:* порядок розв'язання задач методом законів Кірхгофа не залежить від відомих або невідомих величин. Наприклад, за відомими опорами і струмами можна обчислити е.р.с. у контурі.

**Задача 3.** Обчислити е.р.с.  $E$ , опір  $r$ , напругу  $U$  на вході кола (рис.4).

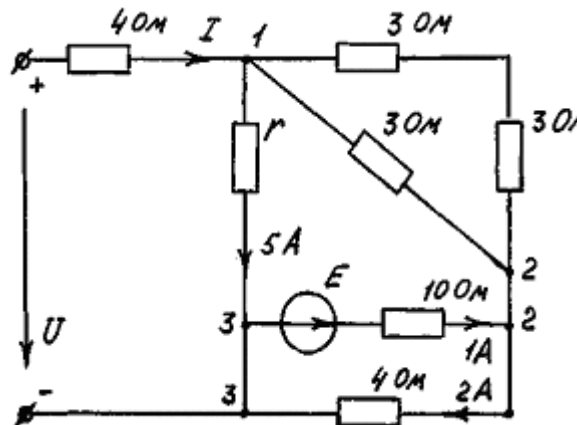


Рис.4

**Розв'язання.**

1. Спочатку доцільно замінити три опори одним еквівалентним, як показано на рис.5.

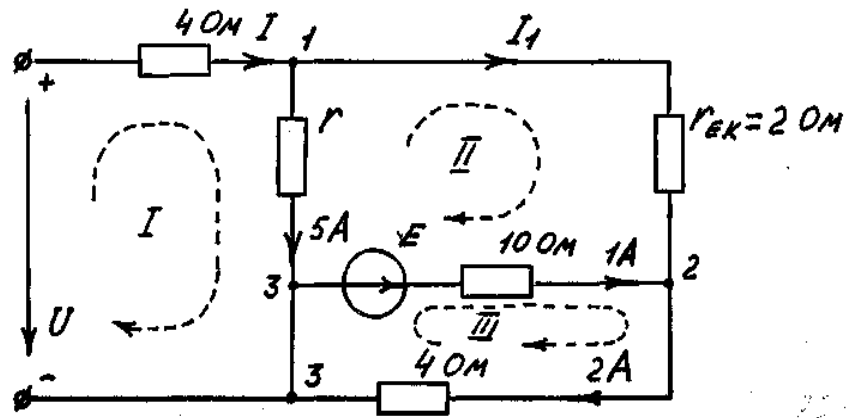


Рис.5

$$r_{EK} = \frac{(3+3)\text{В}}{3+3+3} = 2 \text{ Ом.}$$

2. Визначаємо кількість віток ( $m = 5$ ) і вузлів ( $n = 3$ ).

3. При розв'язанні задачі маємо 5 невідомих:  $U$ ,  $r$ ,  $E$ ,  $I$ ,  $I_1$ , тому потрібно скласти 5 рівнянь.

4. За першим законом Кірхгофа складаємо  $n-1 = 3-1 = 2$  рівняння:

$$\text{вуз.1 : } +I - I_1 - 5 = 0 \quad (5)$$

$$\text{вуз.2 : } +I_1 + 1 - 2 = 0 \quad (6)$$

5. За другим законом Кірхгофа складаємо  $m - n + 1 = 5 - 3 + 1 = 3$  рівняння, довільно вибираючи напрямок обходу контурів і напрямки невідомої е.р.с. (див. рис.5):

$$\text{I контур: } 4I + 5r - U = 0; \quad (7)$$

$$\text{II контур: } 2I_1 - 10 \cdot 1 - 5r = -E; \quad (8)$$

$$\text{III контур: } 10 \cdot 1 + 4 \cdot 2 = E. \quad (9)$$

6. Розв'язуючи складену систему, обчислюємо невідомі:

$$\text{з (6): } I_1 = 2 - 1 = 1 \text{ А;}$$

$$\text{з (5): } I = 5 + I_1 = 5 + 1 = 6 \text{ А;}$$

$$\text{з (9): } E = 10 + 8 = 18 \text{ В;}$$

$$\text{з (8): } r = \frac{E + 2I_1 - 10}{5} = 2 \text{ Ом;}$$

$$\text{з (7): } U = 4 \cdot I + 5 \cdot r = 4 \cdot 6 + 5 \cdot 2 = 34 \text{ В.}$$

**Задача 4.** Користуючись законами Ома і Кірхгофа, визначити е.р.с.  $E$ , якщо амперметр показує 8 А (рис.6).

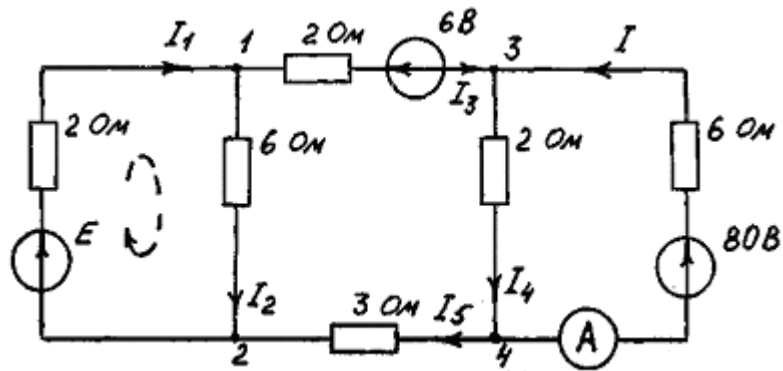


Рис.6

**Розв'язання.**

1. Визначаємо напругу  $U_{34}$ , для чого записуємо зміну потенціалів на шляху від точки 3 до точки 4:

$$U_{34} = 80 - 6 \cdot I = 80 - 48 = 32 \text{ В.}$$

2. За законом Ома обчислюємо:

$$I_4 = \frac{U_{34}}{2} = \frac{32}{2} = 16 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа підраховуємо:

$$I_3 = I_5 = I_4 - I = 16 - 8 = 8 \text{ А.}$$

4. Визначаємо  $U_{12}$  користуючись вище згаданим правилом:

$$U_{12} = 2 \cdot I_3 + 3 \cdot I_5 + 2 \cdot I_4 + 6 = 16 + 24 + 32 + 6 = 78 \text{ В.}$$

5. Відповідно до закону Ома:

$$I_2 = \frac{U_{12}}{6} = \frac{78}{6} = 13 \text{ А.}$$

6. Згідно з першим законом Кірхгофа:

$$I_1 = I_2 + I_3 = 13 + 8 = 21 \text{ А.}$$

7. Довільно вибираємо додатний напрямок невідомої е.р.с.  $E$  і складаємо рівняння за другим законом Кірхгофа для лівого незалежного контуру (обхід за обертанням годинникової стрілки):

$$E = 2 \cdot I_1 + 6 \cdot I_2 = 2 \cdot 21 + 6 \cdot 13 = 120 \text{ В.}$$

**Задача 5.** На рис.7 показано ділянку складного електричного кола.

$$E_1 = 10 \text{ В}; E_2 = 20 \text{ В}; E_3 = 12 \text{ В};$$

$$U_{V1} = 100 \text{ В}; U_{V2} = 40 \text{ В}; r_1 = 10 \text{ Ом}; r_2 = 20 \text{ Ом}.$$

Визначити опір резистора  $r_3$ , користуючись законами Ома і Кірхгофа.

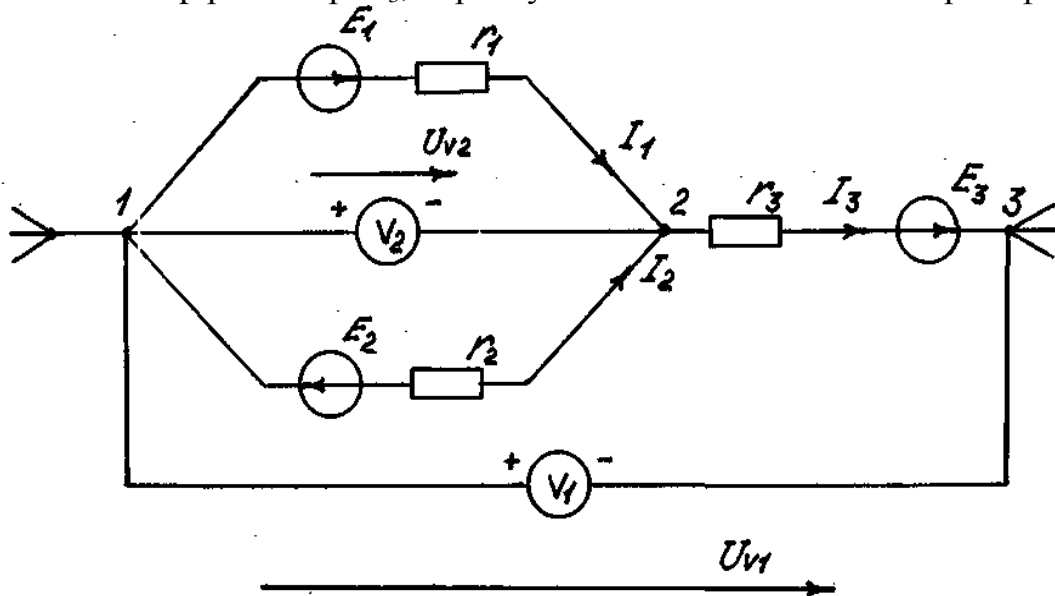


Рис.7

### Розв'язання.

1. Беручи до уваги, що напруга між точками 1 і 2 відома, для обчислення струмів  $I_1$  і  $I_2$  доцільно застосувати закон Ома для активної ділянки кола. Задаємося напрямком  $I_1$  і  $I_2$  від точки 1 до точки 2, маємо:

$$I_1 = \frac{U_{12} + E_1}{r_1} = \frac{40 + 10}{10} = 5 \text{ А}; I_2 = \frac{U_{12} - E_2}{r_2} = \frac{40 - 20}{20} = 1 \text{ А}.$$

2. За першим законом Кірхгофа:  $I_3 = I_1 + I_2 = 5 + 1 = 6 \text{ А}$ .

2. За другим законом Кірхгофа:  $E_3 = r_3 I_3 - U_{V1} + U_{V2}$ ,  
звідки

$$r_3 = \frac{E_3 + U_{V1} - U_{V2}}{I_3} = \frac{12 + 100 - 40}{6} = 12 \text{ Ом}.$$

## 2. МЕТОД КОНТУРНИХ СТРУМІВ.

Базується на другому законі Кірхгофа. Суть методу легше зрозуміти, скориставшись схемою (рис.8), яка містить 3 незалежних контури (комірки). Перший незалежний контур утворений трьома вітками, в яких течуть струми  $I_2$ ,  $I_4$ ,  $I_5$  відповідно. Припускають, що в усіх вітках цього контуру тече один і той самий струм  $J_I$ . Аналогічно припускають, що в усіх вітках другого незалежного контуру тече контурний струм  $J_{II}$ , а в усіх вітках третього контуру -  $J_{III}$ . В дійсності контурні струми ніде не течуть, це розрахункові величини. Кількість невідомих контурних струмів дорівнює кількості незалежних контурів у схемі. Для їх

визначення складають рівняння тільки за другим законом Кірхгофа, оскільки перший закон виконується автоматично: один і той самий контурний струм в одній вітці спрямований до вузла, а в другій - від вузла. Обчисливши контурні струми, переходять до дійсних струмів у вітках кола.

*Переваги:* зменшується трудомісткість розрахунків порівняно з методом Кірхгофа, оскільки рівняння складають тільки за другим законом.

### Порядок розрахунку:

1. Визначити кількість незалежних контурів (комірок) у схемі.
2. Довільно вибрати умовно-додатні напрямки контурних струмів (доцільно вибрати їх однаковими - всі за напрямком обертання годинникової стрілки або навпаки).
3. Скласти систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned}
 R_{11}J_I + R_{12}J_{II} + R_{13}J_{III} + \dots + R_{1n}J_n &= E_I, \\
 R_{21}J_I + R_{22}J_{II} + R_{23}J_{III} + \dots + R_{2n}J_n &= E_{II}, \\
 R_{31}J_I + R_{32}J_{II} + R_{33}J_{III} + \dots + R_{3n}J_n &= E_{III}, \\
 \dots\dots\dots \\
 R_{n1}J_I + R_{n2}J_{II} + R_{n3}J_{III} + \dots + R_{nn}J_n &= E_n,
 \end{aligned} \right\}$$

де  $R_{11}, R_{22}, R_{33}, \dots, R_{nn}$  - власний опір I, II, III, ..., n контурів відповідно (сума всіх опорів у контурі, що розглядається);

$R_{12} = R_{21}$  - опір вітки, спільної для I і II контурів;

$R_{13} = R_{31}$  - опір вітки, спільної для I і III контурів;

$R_{23} = R_{32}$  - опір вітки, спільної для II і III контурів і т.д.;

$E_I, E_{II}, E_{III}, \dots, E_n$  - контурні е.р.с. (алгебраїчна сума е.р.с. у контурі, що розглядається).

Складаючи рівняння слід пам'ятати:

а) напругу на власних опорах контурів  $R_{11}J_I, R_{22}J_{II}, \dots, R_{nn}J_n$  завжди враховують з "+";

б) напругу на опорі вітки, спільної для двох контурів  $R_{nk}J_k$ , враховують з "+", коли обидва контурних струми обтікають цю вітку в одному напрямку, і з "-" - коли в протилежному (якщо контурні струми напрямлені однаково, всі ці напруги будуть від'ємним);

в) обчислюючи контурні е.р.с.  $E_I, E_{II}, E_{III}, \dots, E_n$ , з "+" враховують ті е.р.с., напрямок яких збігається з напрямком контурного струму, а з "-" ті е.р.с., які напрямлені протилежно.

4. Розв'язуючи складену систему рівнянь, знайти контурні струми.

5. Перейти від розрахункових контурних до дійсних струмів у вітках.

Якщо вітка входить лише до одного незалежного контуру, то вона обтікається одним контурним струмом і дійсний струм дорівнює контурному. Дійсний струм у спільній вітці двох контурів обчислюють як алгебраїчну суму відповідних контурних струмів.

**Задача 6.** Обчислити струми у вітках кола, показаного на рис.8.

$$E_1 = 40 \text{ В}; E_2 = 80 \text{ В}; E_3 = 20 \text{ В}; E_4 = 120 \text{ В};$$

$$r_1 = 20 \text{ Ом}; r_2 = 10 \text{ Ом}; r_3 = 10 \text{ Ом};$$

$$r_4 = 10 \text{ Ом}; r_5 = 40 \text{ Ом}; r_6 = 60 \text{ Ом}.$$

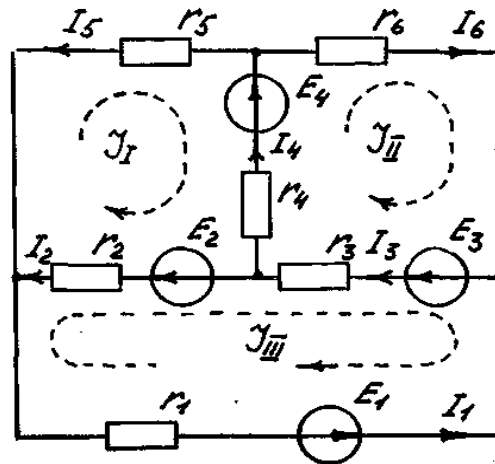


Рис.8

**Розв'язання.**

1. Визначаємо, що у заданій схемі три незалежних контури (комірки) (рис.8).

2. Вибираємо умовно-додатні напрямки контурних струмів  $J_I, J_{II}, J_{III}$  за обертанням годинникової стрілки.

3. Складаємо систему рівнянь, маючи на увазі, що при однаковому напрямку контурних струмів напруги на опорах віток, спільних для двох суміжних контурів, від'ємні:

$$\left. \begin{aligned} (r_5 + r_4 + r_2)J_I - r_4J_{II} - r_2J_{III} &= E_2 - E_4; \\ -r_4J_I + (r_6 + r_3 + r_4)J_{II} - r_3J_{III} &= E_3 + E_4; \\ -r_2J_I - r_3J_{II} + (r_2 + r_3 + r_1)J_{III} &= -E_2 - E_3 - E_1. \end{aligned} \right\}$$

Підставивши числові значення опорів і е.р.с., маємо:

$$\left. \begin{aligned} 60J_I - 10J_{II} - 10J_{III} &= -40; \\ -10J_I + 80J_{II} - 10J_{III} &= 140; \\ -10J_I - 10J_{II} + 40J_{III} &= -140; \end{aligned} \right\} \text{ або } \left. \begin{aligned} 6J_I - 1J_{II} - 1J_{III} &= -4; \\ -1J_I + 8J_{II} - 1J_{III} &= 14; \\ -1J_I - 1J_{II} + 4J_{III} &= -14. \end{aligned} \right\}$$

4. Розв'язуємо систему за допомогою визначників:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 6 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & 4 \end{vmatrix} = 192 - 1 - 1 - 8 - 4 - 6 = 172;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} -4 & -1 & -1 \\ 14 & 8 & -1 \\ -14 & -1 & 4 \end{vmatrix} = -128 - 14 + 14 - 112 + 56 + 4 = -180;$$



$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} 6 & -4 & -1 \\ -1 & 14 & -1 \\ -1 & -14 & 4 \end{vmatrix} = 336 - 4 - 14 - 14 - 16 - 84 = 204 ;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} 6 & -1 & -4 \\ -1 & 8 & 14 \\ -1 & -1 & -14 \end{vmatrix} = -672 + 14 - 4 - 32 + 14 + 84 = -596 ;$$

$$J_I = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{-180}{172} = -1,05 \text{ A};$$

$$J_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{204}{172} = 1,19 \text{ A};$$

$$J_{III} = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{-596}{172} = -3,47 \text{ A}.$$

4. Обчислюємо дійсні струми:

$$I_1 = -J_{III} = -(-3,47) = 3,47 \text{ A};$$

$$I_2 = J_I - J_{III} = -1,05 - (-3,47) = 2,42 \text{ A};$$

$$I_3 = J_{II} - J_{III} = 1,19 + 3,47 = 4,66 \text{ A};$$

$$I_4 = J_{II} - J_I = 1,19 + 1,05 = 2,24 \text{ A};$$

$$I_5 = -J_I = 1,05 \text{ A};$$

$$I_6 = J_{II} = 1,19 \text{ A}.$$

6. Перевіряємо правильність розрахунків за балансом потужностей:

$$\begin{aligned} E_1 I_1 + E_2 I_2 + E_3 I_3 + E_4 I_4 &= r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2 + r_6 I_6^2 = \\ &= 138,8 + 193,6 + 93,2 + 268,8 = \\ &= 240,8 + 58,56 + 217,15 + 50,176 + 44,1 + 84,9; \\ &694,4 \approx 695,8. \end{aligned}$$

**Задача 7.** У колі (рис.9) відомі:

$$J_I = 1 \text{ A}; E_1 = 120 \text{ B}; E_3 = 40 \text{ B}; E_4 = 20 \text{ B};$$

$$r_1 = 20 \text{ Ом}; r_2 = 40 \text{ Ом}; r_3 = 50 \text{ Ом}; r_4 = 40 \text{ Ом}; r_5 = 10 \text{ Ом}.$$

Обчислити струми.

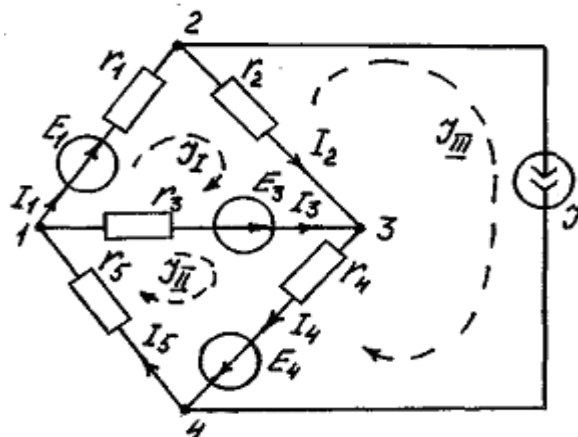


Рис.9

*Розв'язання.*

1. Указуємо контур, по якому тече струм джерела  $J$ . Можна уявити, що струм  $J$  замикається по будь-якому з 4-х контурів:

$$J-E_4-r_4-r_2-J, \text{ або } J-r_5-E_1-r_1-J, \text{ або } J-r_5-r_3-E_3-r_2-J, \text{ або } J-E_4-r_4-E_3-r_3-E_1-r_1.$$

Вважаємо, що струм  $J$  тече по контуру  $J-E_4-r_4-r_2-J$ .

2. Вилучаємо вітку з джерелом струму  $J$  і визначаємо незалежні контури:

$$\text{I контур: } E_1-r_1-r_2-E_3-r_3-E_1;$$

$$\text{II контур: } r_3-E_3-r_4-E_4-r_5-r_3.$$

Довільно вибираємо напрямки контурних струмів  $J_I$  і  $J_{II}$  (див. рис.9).

3. Складаємо рівняння для визначення  $J_I$  і  $J_{II}$

$$\left. \begin{aligned} (r_1 + r_2 + r_3)J_I - r_3J_{II} - r_2J_{III} &= E_1 - E_3; \\ -r_3J_I + (r_3 + r_4 + r_5)J_{II} - r_4J_{III} &= E_3 + E_4. \end{aligned} \right\}$$

Підставивши числові значення, маємо:

$$\left. \begin{aligned} 110J_I - 50J_{II} &= 40 + 120 - 40; \\ -50J_I + 100J_{II} &= 40 + 20 + 40. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 11J_I - 5J_{II} &= 12; \\ -5J_I + 10J_{II} &= 10. \end{aligned} \right\}$$

4. Обчислюємо контурні струми  $J_I$  і  $J_{II}$  за допомогою визначників:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 11 & -5 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 85; \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} 12 & -5 \\ 10 & 10 \end{vmatrix} = 170; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 11 & 12 \\ -5 & 10 \end{vmatrix} = 170;$$

$$J_I = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{170}{85} = 2 \text{ A}; \quad J_{II} = \frac{\Delta_2}{\Delta} = 2 \text{ A}.$$

5. Знаходимо дійсні струми:

$$\begin{aligned} I_1 &= J_I = 2 \text{ A}; \quad I_2 = J_I - J = 1 \text{ A}; \quad I_3 = J_{II} - J_I = 0 \text{ A}; \\ I_4 &= J_{II} - J = 1 \text{ A}; \quad I_5 = J_{II} = 2 \text{ A}. \end{aligned}$$

6. Перевіряємо правильність розрахунків за балансом потужностей:

$$E_1I_1 + E_3I_3 + E_4I_4 + U_{42}J = r_1I_1^2 + r_2I_2^2 + r_3I_3^2 + r_4I_4^2 + r_5I_5^2,$$

де 
$$U_{42} = -r_2I_2 - r_4I_4 + E_4 = -40 - 40 + 20 = -60 \text{ В};$$

$$240 + 0 + 20 - 60 = 80 + 40 + 0 + 40 + 40;$$

$$200 = 200.$$

**Задача 8.** Визначити всі струми у колі, показаному на рис.10, якщо  
 $E_1 = 100$  В;  $E_2=150$  В;  $E_3 = 28$  В;  $J = 2$  А;  
 $r_2 = 2$  Ом;  $r_3 = 4$  Ом;  $r_4 = 6$  Ом;  $r_5 = 8$  Ом.

**Розв'язання.**

1. Припустимо, що струм джерела  $J$  замикається по контуру:  
 $J$ - $r_5$ - $r_2$ - $E_2$ - $J$ .

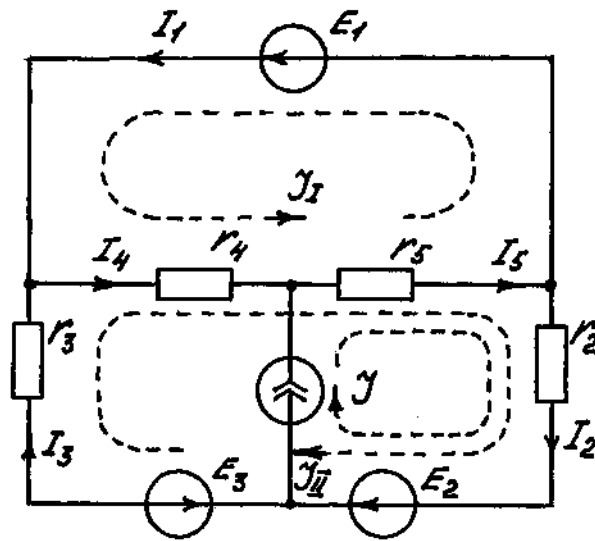


Рис.10

2. Вилучивши вітку з джерелом струму, маємо два незалежних контури:

I контур:  $E_1$ - $r_4$ - $r_5$ - $E_1$ ;

II контур:  $r_4$ - $r_5$ - $r_2$ - $E_2$ - $E_3$ - $r_3$ - $r_4$ .

Задаємось умовно-додатним напрямком невідомих контурних струмів  $J_I$  і  $J_{II}$ .

3. Складаємо 2 рівняння для невідомих  $J_I$  і  $J_{II}$ , беручи до уваги, що спільною для струмів  $J_I$  і  $J$  є вітка з опором  $r_5$ ; спільними для струмів  $J$  і  $J_{II}$  - вітки з опором  $r_5$  і  $r_2$ .

$$\left. \begin{aligned} (r_4 + r_5)J_I + (r_4 + r_5)J_{II} + r_5J &= E_1; \\ (r_4 + r_5)J_I + (r_2 + r_3 + r_4 + r_5)J_{II} + (r_2 + r_5)J &= E_2 - E_3. \end{aligned} \right\}$$

Після підстановки числових значень  $r$  і  $E$ , маємо:

$$\left. \begin{aligned} 14 J_I + 14 J_{II} + 8 \cdot 2 &= 100; \\ 14 J_I + 20 J_{II} + 10 \cdot 2 &= 122. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 14 J_I + 14 J_{II} &= 84; \\ 14 J_I + 20 J_{II} &= 102. \end{aligned} \right\}$$

6. Розв'язуємо систему:

$$(20 - 14)J_{II} = 102 - 84, \text{ звідки } J_{II} = 18/6 = 3 \text{ А};$$

$$J_I = \frac{102 - 20 J_{II}}{14} = \frac{42}{14} = 3 \text{ А}.$$

7. Визначаємо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = J_I = 3 \text{ А}; I_2 = J_{II} + J = 5 \text{ А}; I_3 = J_{II} = 3 \text{ А};$$

$$I_4 = J_I + J_{II} = 6 \text{ А}; I_5 = J_I + J + J_{II} = 8 \text{ А}.$$

Якщо для струму джерела вибрати контур  $J$ - $r_4$ - $r_3$ - $E_3$ - $J$  (рис.11), а напрямок контурних струмів залишити незмінним, то рівняння матимуть вигляд:

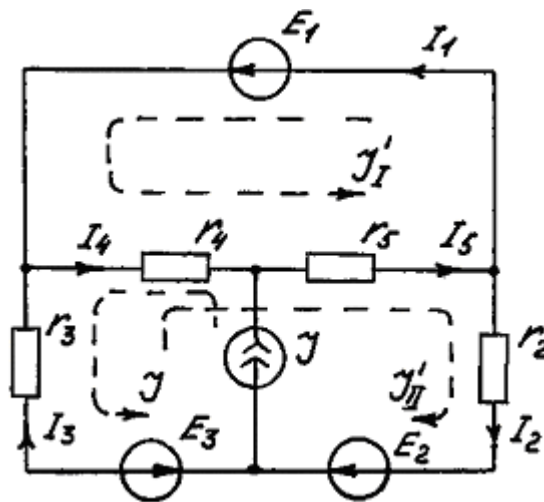


Рис.11

$$\left. \begin{aligned} (r_4 + r_5)J'_I + (r_4 + r_5)J'_{II} - r_4 J &= E_1; \\ (r_4 + r_5)J'_I + (r_2 + r_3 + r_4 + r_5)J'_{II} - (r_3 + r_4)J &= E_2 - E_3. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 14 J'_I + 14 J'_{II} - 6 \cdot 2 &= 100; \\ 14 J'_I + 20 J'_{II} - 10 \cdot 2 &= 122. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 14 J'_I + 14 J'_{II} &= 122; \\ 14 J'_I + 20 J'_{II} &= 142. \end{aligned} \right\}$$

8. Обчислюємо контурні струми:

$$(20 - 14)J'_{II} = 142 - 112, \text{ звідки } J'_{II} = 30/6 = 5 \text{ А};$$



$g_{13} = g_{31}$  - сума провідностей віток, які з'єднують 1 і 3 вузли;  
 $g_{23} = g_{32}$  - сума провідностей віток, які з'єднують 2 і 3 вузли і т.д.

При складанні рівнянь слід пам'ятати:

а) додатки  $g_{11}\varphi_1, g_{22}\varphi_2, \dots, g_{nn}\varphi_n$  завжди враховують з "+";

б) додатки  $g_{mk}\varphi_k$  завжди враховують з "-";

в) коли обчислюються  $\Sigma E$  і  $\Sigma J$  зі знаком "+" враховують е.р.с.  $E$  і струми  $J$ , спрямовані до вузла, що розглядається; зі знаком "-" -спрямовані від цього вузла.

4. Розв'язати складену систему рівнянь і визначити потенціали вузлів відносно нульового.

5. Обчислити струми у вітках, користуючись законом Ома

$$\text{для вітки, що має е.р.с. } I_{km} = \frac{\varphi_k - \varphi_m + \Sigma E}{r};$$

$$\text{для вітки, що не має е.р.с.: } I_{km} = \frac{\varphi_k - \varphi_m}{r}.$$

### Задача 9.

Визначити струми у вітках кола, показаного на рис.12.

$$E_1 = 80 \text{ В}; E_3 = 20 \text{ В}; E_4 = 10 \text{ В}; E_6 = 60 \text{ В};$$

$$J = 3 \text{ А}; r_1' = 8 \text{ Ом}; r_1'' = 12 \text{ Ом}; r_2 = 4 \text{ Ом}; r_7 = 5 \text{ Ом};$$

$$r_3 = r_4 = r_5 = r_6 = 10 \text{ Ом}.$$

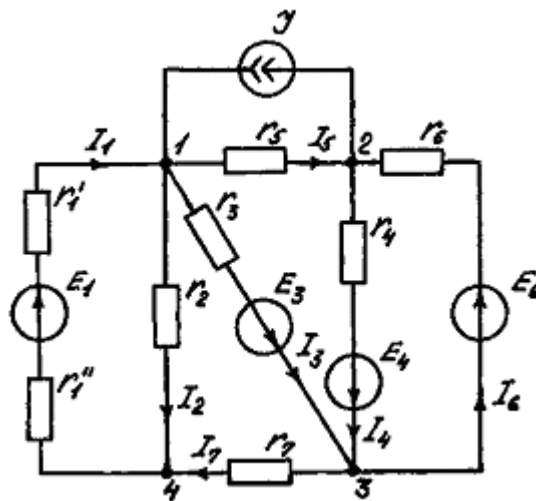


Рис.12

### Розв'язання.

1. Визначаємо кількість вузлів у схемі:  $n = 4$ .
2. Припустимо, що  $\varphi_4 = 0$ .
3. Складаємо систему рівнянь для обчислення  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ :

$$\left. \begin{aligned} g_{11}\varphi_1 - g_{12}\varphi_2 - g_{13}\varphi_3 &= \sum_1 Eg + \sum_1 J; \\ -g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 - g_{23}\varphi_3 &= \sum_2 Eg + \sum_2 J; \\ -g_{31}\varphi_1 - g_{32}\varphi_2 + g_{33}\varphi_3 &= \sum_3 Eg + \sum_3 J. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} \left( \frac{1}{r_1' + r_1''} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_5} \right) \cdot \varphi_1 - \frac{1}{r_5} \varphi_2 - \frac{1}{r_3} \varphi_3 &= E_1 \cdot \frac{1}{r_1' + r_1''} - E_3 \cdot \frac{1}{r_3} + J; \\ -\frac{1}{r_5} \varphi_1 + \left( \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6} \right) \cdot \varphi_2 - \left( \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6} \right) \cdot \varphi_3 &= -E_4 \cdot \frac{1}{r_4} + E_6 \cdot \frac{1}{r_6} - J; \\ -\frac{1}{r_3} \varphi_1 - \left( \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6} \right) \cdot \varphi_2 + \left( \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_6} + \frac{1}{r_7} \right) \cdot \varphi_3 &= E_3 \cdot \frac{1}{r_3} + E_4 \cdot \frac{1}{r_4} - E_6 \cdot \frac{1}{r_6}. \end{aligned} \right\}$$

Підставивши числові значення, маємо:

$$\left. \begin{aligned} (0,05 + 0,25 + 0,1 + 0,1)\varphi_1 - 0,1\varphi_2 - 0,1\varphi_3 &= 4 - 2 + 3; \\ -0,1\varphi_1 + (0,1 + 0,1 + 0,1)\varphi_2 - 0,2\varphi_3 &= -1 + 6 - 3; \\ -0,1\varphi_1 - 0,2\varphi_2 + (0,1 + 0,1 + 0,1 + 0,2)\varphi_3 &= 2 + 1 - 6. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0,5\varphi_1 - 0,1\varphi_2 - 0,1\varphi_3 &= 5; \\ -0,1\varphi_1 + 0,3\varphi_2 - 0,2\varphi_3 &= 2; \\ -0,1\varphi_1 - 0,2\varphi_2 + 0,5\varphi_3 &= -3. \end{aligned} \right\}$$

4. Розв'язуємо систему за допомогою визначників:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 0,5 & -0,1 & -0,1 \\ -0,1 & 0,3 & -0,2 \\ -0,1 & -0,2 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,043; \quad \Delta_2 = \begin{vmatrix} 0,5 & 5 & -0,1 \\ -0,1 & 2 & -0,2 \\ -0,1 & -3 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,54;$$

$$\Delta_1 = \begin{vmatrix} 5 & -0,1 & -0,1 \\ 2 & 0,3 & -0,2 \\ -3 & -0,2 & 0,5 \end{vmatrix} = 0,543; \quad \Delta_3 = \begin{vmatrix} 0,5 & -0,1 & 5 \\ -0,1 & 0,3 & 2 \\ -0,1 & -0,2 & -3 \end{vmatrix} = 0,053.$$

$$\varphi_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} = \frac{0,543}{0,043} = 12,56 \text{ B};$$

$$\varphi_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} = \frac{0,54}{0,043} = 11,63 \text{ B};$$

$$\varphi_3 = \frac{\Delta_3}{\Delta} = \frac{0,053}{0,043} = 1,16 \text{ B}.$$

5. Користуючись законом Ома для активної або пасивної ділянки кола, обчислюємо дійсні струми у вітках:

$$I_1 = \frac{\varphi_4 - \varphi_1 + E_1}{r_1' + r_1''} = \frac{-12,56 + 80}{20} = 3,37 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{r_2} = \frac{12,56}{4} = 3,14 \text{ A};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_3}{r_3} = \frac{12,56 - 1,16}{10} = 3,14 \text{ A};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3 + E_4}{r_4} = \frac{11,63 - 1,16 + 10}{10} = 2,04 \text{ A};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_5} = \frac{12,56 - 11,63}{10} = 0,093 \text{ A};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + E_6}{r_6} = \frac{1,16 - 11,63 + 60}{10} = 4,95 \text{ A};$$

$$I_7 = \frac{\varphi_3 - \varphi_4}{r_7} = \frac{1,16}{5} = 0,23 \text{ A}.$$

6. Перевіряємо правильність розрахунків за балансом потужностей:

$$\begin{aligned} E_1 I_1 + E_3 I_3 + E_4 I_4 + E_6 I_6 + U_{12} J &= \\ &= (r_1' + r_1'') I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2 + r_6 I_6^2 + r_7 I_7^2, \end{aligned}$$

$$\text{де } U_{12} = r_5 I_5 = 10 \cdot 0,093 = 0,93 \text{ B}.$$



$$80 \cdot 3,37 + 20 \cdot 3,14 + 10 \cdot 2,05 + 60 \cdot 4,95 + 3 \cdot 0,93 = 20 \cdot 3,37^2 + 4 \cdot 3,14^2 + 10 \cdot 3,14^2 + 10 \cdot 2,04^2 + 10 \cdot 0,093^2 + 10 \cdot 4,95^2$$

$$653,02 \approx 652,93$$

*Зауваження:* якщо коло має вітку, в якій ввімкнене тільки джерело напруги з  $r_0 = 0$ , то провідність такої вітки дорівнює нескінченності. Для розв'язання задачі методом вузлових потенціалів за нульовий потенціал слід взяти потенціал одного з вузлів даної вітки. Кількість рівнянь в такому випадку зменшується.

**Задача 10.** Визначити струми у вітках кола, показаного на рис.13.

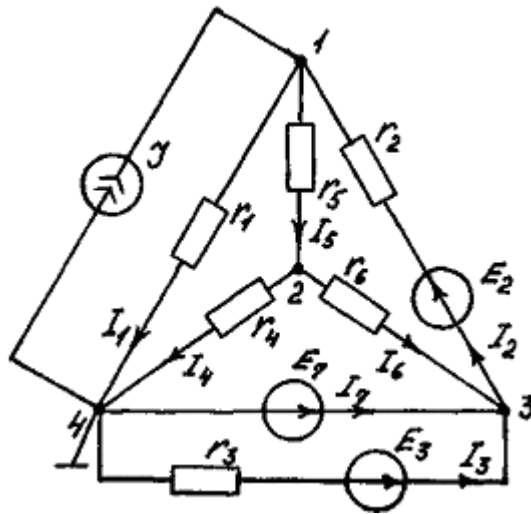


Рис.13

$$J = 10 \text{ A}; E_2 = 90 \text{ В}; E_3 = 5 \text{ В}; E_7 = 12 \text{ В};$$

$$r_1 = 8 \text{ Ом}; r_6 = 4 \text{ Ом}; r_2 = r_3 = r_4 = r_5 = 10 \text{ Ом}.$$

**Розв'язання.**

1. Визначаємо кількість вузлів у схемі:  $n = 4$ .
2. Вітка між вузлами 3 і 4, яка містить тільки джерело напруги  $E_7$ , має  $r = 0$  і

відповідно  $g_7 = \frac{1}{r_7} = \infty$ , тому за нульовий потенціал необхідно взяти або  $\varphi_4$ , або  $\varphi_3$ . Припустимо, що  $\varphi_4 = 0$ , тоді  $\varphi_3 = E_7$ .

$\varphi_3$ . Припустимо, що  $\varphi_4 = 0$ , тоді  $\varphi_3 = E_7$ .

Залишаються лише два невідомих потенціали  $\varphi_1$  і  $\varphi_2$ , для обчислення яких потрібно скласти 2 рівняння.

3. Складаємо розрахункові рівняння:

$$\left. \begin{aligned} g_{11}\varphi_1 - g_{12}\varphi_2 - g_{13}\varphi_3 &= \sum_1 Eg + \sum_1 J; \\ -g_{21}\varphi_1 + g_{22}\varphi_2 - g_{23}\varphi_3 &= \sum_2 Eg + \sum_2 J. \end{aligned} \right\}$$

Після підстановки числових значень  $r, E, I$  визначасмо:

$$\left. \begin{aligned} (0,125 + 0,1 + 0,1)\varphi_1 - 0,1\varphi_2 - 0,1 \cdot (12) &= 90 \cdot \frac{1}{10} + 10; \\ - 0,1\varphi_1 + (0,1 + 0,1 + 0,25)\varphi_2 - 0,125 \cdot (12) &= 0. \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} 0,325 \varphi_1 - 0,1\varphi_2 &= 20,2; \\ - 0,1\varphi_1 + 0,45 \varphi_2 &= 3. \end{aligned} \right\}$$

В. 4. Розв'язуючи систему, знаходимо невідомі потенціали  $\varphi_1 = 69 \text{ В}; \varphi_2 = 22$

5. Розраховуємо струми:

- за законом Ома:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_4}{r_1} = \frac{69}{8} = 8,61 \text{ А};$$

$$I_2 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2 + E_2}{r_2} = \frac{12 - 69 + 90}{10} = 3,3 \text{ А};$$

$$I_3 = \frac{\varphi_4 - \varphi_3 + E_3}{r_3} = \frac{-12 + 5}{10} = -0,7 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_2 - \varphi_4}{r_4} = \frac{22}{10} = 2,2 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_1 - \varphi_2}{r_5} = \frac{69 - 22}{10} = 4,7 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_2 - \varphi_3}{r_6} = \frac{22 - 12}{4} = 2,5 \text{ А}.$$

за першим законом Кірхгофа для вузла 3:

$$I_7 = I_2 - I_6 - I_3 - J = 3,3 - 2,5 - (-0,7) = 1,5 \text{ А}.$$

6. Складаємо рівняння балансу потужностей і перевіряємо правильність розрахунків:

$$E_2 I_2 + E_3 I_3 + E_7 I_7 + U_{14} J = \\ = r_1 I_1^2 + r_2 I_2^2 + r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2 + r_6 I_6^2,$$

де  $U_{14} = r_1 I_1 = 8 \cdot 8,61 = 68,8 \text{ В}$ .

$$90 \cdot 3,3 + 5 \cdot (-0,7) + 12 \cdot 1,5 + 68,8 \cdot 10 = \\ = 8 \cdot (8,61)^2 + 10 \cdot (3,3)^2 + 10 \cdot (-0,7)^2 + 10 \cdot (2,2)^2 + 10 \cdot (4,7)^2 + 4 \cdot (2,5)^2; \\ 1001,59 \approx 1001,66.$$

**Задача 11.** У колі на рис.14 відомі:

$$E_1 = 160 \text{ В}; E_2 = 100 \text{ В};$$

$$r_3 = r_4 = 100 \text{ Ом}; r_5 = 150 \text{ Ом}; r_6 = 40 \text{ Ом}.$$

Обчислити струми.

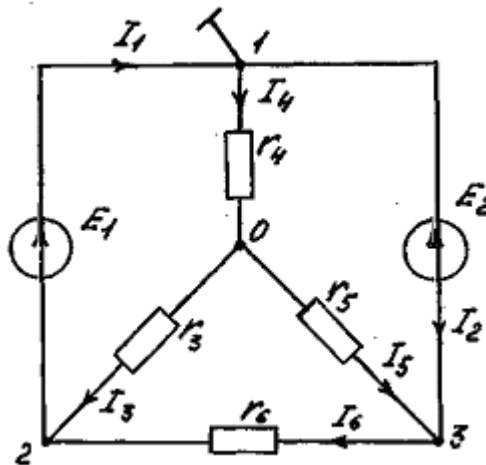


Рис.14

**Розв'язання.**

Вивчивши схему, визначаємо, що у двох вітках відсутні опори і їх провідності дорівнюють нескінченності. Незважаючи на це, для розрахунку струмів можна скористатися методом вузлових потенціалів, оскільки вищезгадані вітки з'єднані у спільному вузлі 1. Для заданої схеми існують 3 варіанти вибору нульового потенціалу:

1 варіант: припустимо  $\varphi_1 = 0$ ,

$$\text{тоді } \varphi_2 = -E_1 = -160 \text{ В}; \varphi_3 = -100 \text{ В}; \varphi_0 = ?$$

2 варіант: припустимо  $\varphi_2 = 0$ ,

$$\text{тоді } \varphi_1 = E_1 = 160 \text{ В}; \varphi_3 = E_1 - E_2 = 60 \text{ В}; \varphi_0 = ?$$

3 варіант: припустимо  $\varphi_3 = 0$ ,

$$\text{тоді } \varphi_1 = E_2 = 100 \text{ В}; \varphi_2 = E_2 - E_1 = -60 \text{ В}; \varphi_0 = ?$$

Трудомісткість розрахунків за кожним з цих варіантів однакова, оскільки потрібно визначити тільки  $\varphi_0$ .

1. Вибираємо 1 варіант:

$$\varphi_1 = 0; \varphi_2 = -160 \text{ В}; \varphi_3 = -100 \text{ В}.$$

2. Складаємо рівняння для обчислення  $\varphi_0$ :

$$g_{00} \varphi_0 - g_{02} \varphi_2 - g_{03} \varphi_3 = 0;$$

$$\left( \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} \right) \varphi_0 - \frac{1}{r_3} \varphi_2 - \frac{1}{r_5} \varphi_3 = 0;$$

$$(0,01 + 0,01 + 0,0067) \varphi_0 - 0,01 \cdot (-160) - 0,0067 \cdot (-100) = 0;$$

$$0,0267 \varphi_0 = -2,27.$$

$$\text{звідки } \varphi_0 = -\frac{2,27}{0,0267} = -85 \text{ В}.$$

3. Знаходимо струми у вітках: за законом Ома:

$$I_3 = \frac{\varphi_0 - \varphi_2}{r_3} = \frac{-85 - (-160)}{100} = 0,75 \text{ А};$$

$$I_4 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0}{r_4} = \frac{0 - (-85)}{100} = 0,85 \text{ А};$$

$$I_5 = \frac{\varphi_0 - \varphi_3}{r_5} = \frac{-85 - (-100)}{150} = 0,1 \text{ А};$$

$$I_6 = \frac{\varphi_3 - \varphi_2}{r_6} = \frac{-100 + 160}{40} = 1,5 \text{ А};$$

за першим законом Кірхгофа:  $I_1 = I_3 + I_6 = 2,25 \text{ А}; I_2 = I_6 - I_5 = 1,4 \text{ А}.$

4. Перевіряємо правильність розрахунків за балансом потужностей:

$$E_1 I_1 - E_2 I_2 = r_3 I_3^2 + r_4 I_4^2 + r_5 I_5^2 + r_6 I_6^2;$$

$$160 \cdot 2,25 - 100 \cdot 1,4 = 100 \cdot (0,75)^2 + 100 \cdot (0,85)^2 + 150 \cdot (0,1)^2 + \\ + 40 \cdot (1,5)^2;$$

$$220 = 220.$$

#### 4. МЕТОД ДВОХ ВУЗЛІВ.

Метод застосовується, якщо коло має тільки два вузли. Кількість віток поміж вузлами може бути довільною.

*Переваги:* значно полегшує обчислювальну роботу, оскільки немає потреби складати і розв'язувати систему рівнянь.

##### Порядок розрахунку:

1. Визначити вузлову напругу (вузловою називають напругу між вузлами 1 і 2, причому вважається, що  $\varphi_1 > \varphi_2$ ).

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g}.$$

*Слід пам'ятати:*

коли обчислюють  $\sum E g$  і  $\sum J$  зі знаком "+" враховують е.р.с.  $E$  і струми  $J$  спрямовані до вузла 1; зі знаком "-" - від вузла 1.

3. За законом Ома розрахувати струми у вітках:

$$\text{якщо вітка має е.р.с. } I = \frac{U_{12} + \sum E}{r};$$

$$\text{якщо вітка не має е.р.с. } I = \frac{U_{12}}{r}.$$

**Задача 12.** Визначити, що покаже вольтметр у колі, зображеному на рис.15.

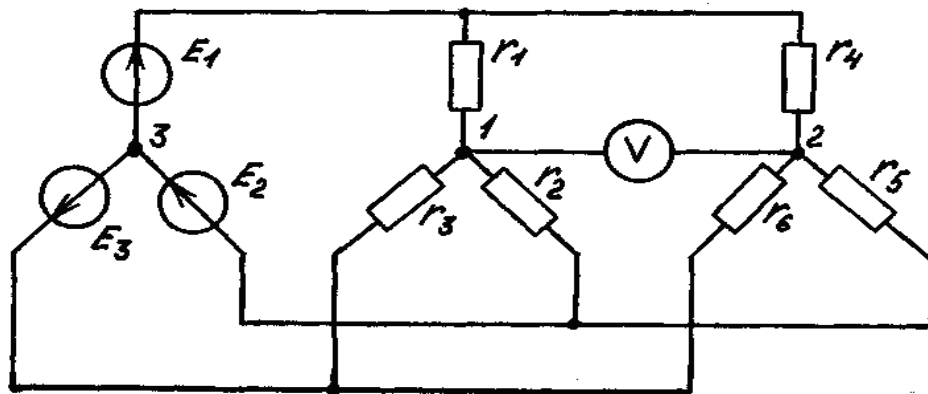


Рис.15

$$E_1 = 20 \text{ В}; E_2 = E_3 = 10 \text{ В}; \\ r_1 = 5 \text{ Ом}; r_2 = r_6 = 10 \text{ Ом}; r_3 = r_4 = 15 \text{ Ом}; r_5 = 5 \text{ Ом}.$$

**Розв'язання.**

1. Обчислюємо вузлову напругу  $U_{13}$ :

$$U_{13} = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g} = \frac{E_1 \frac{1}{r_1} - E_2 \frac{1}{r_2} + E_3 \frac{1}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}} = \frac{4 - 1 + 0,67}{0,2 + 0,1 + 0,067} = 10 \text{ В.}$$

2. Розраховуємо вузлову напругу  $U_{23}$ :

$$U_{23} = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g} = \frac{E_1 \frac{1}{r_4} - E_2 \frac{1}{r_5} + E_3 \frac{1}{r_6}}{\frac{1}{r_4} + \frac{1}{r_5} + \frac{1}{r_6}} = \frac{1,34 - 2 + 1}{0,067 + 0,2 + 0,1} = 0,9 \text{ В.}$$

3. Вольтметр показує напругу між вузлами 1 і 2:

$$U_{12} = U_{13} - U_{23} = 10 - 0,9 = 9,1 \text{ В.}$$

**Задача 13.** Визначити струми у колі (рис.16) при вимкненому і ввімкненому рубильнику Р.

$$E_1 = E_2 = E_3 = 50 \text{ В;} \\ r_1 = 20 \text{ Ом;} r_2 = 5 \text{ Ом;} r_3 = 10 \text{ Ом;} r_4 = 3 \text{ Ом.}$$

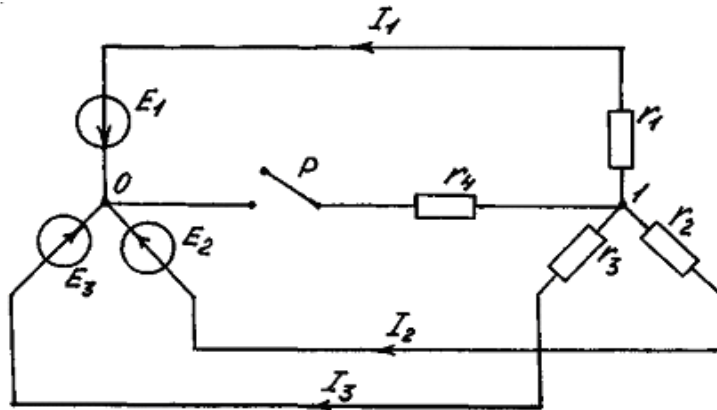


Рис.16

**Розв'язання.**

Рубильник вимкнено.

1. Визначаємо вузлову напругу  $U_{10}$ :

$$U_{10} = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g} = \frac{-E_1 \frac{1}{r_1} - E_2 \frac{1}{r_2} - E_3 \frac{1}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3}} = \frac{-2,5 - 10 - 5}{0,05 + 0,2 + 0,1} = -50 \text{ В.}$$

2. Обчислюємо за законом Ома для активної ділянки кола струми  $I_1$ ,  $I_2$ ,  $I_3$ , довільно вибираючи їх додатний напрямок:

$$I_1 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 + E_1}{r_1} = \frac{U_{10} + E_1}{r_1} = \frac{-50 + 50}{20} = 0.$$

$$I_2 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 + E_2}{r_2} = \frac{U_{10} + E_2}{r_2} = \frac{-50 + 50}{5} = 0.$$

$$I_3 = \frac{\varphi_1 - \varphi_0 + E_3}{r_3} = \frac{U_{10} + E_3}{r_3} = \frac{-50 + 50}{10} = 0.$$

Рубильник ввімкнено.

Між вузлами з'являється додаткова вітка з опором  $r_4$ .

3. Розраховуємо нову міжвузлову напругу  $U'_{10}$ :

$$U'_{10} = \frac{\sum E_g + \sum J}{\sum g} = \frac{-E_1 \frac{1}{r_1} - E_2 \frac{1}{r_2} - E_3 \frac{1}{r_3}}{\frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4}};$$

$$U'_{10} = \frac{-2,5 - 10 - 5}{0,05 + 0,2 + 0,1 + 0,3} = -25,6 \text{ В.}$$

4. Знаходимо нові струми у вітках:

$$I'_1 = \frac{U'_{10} + E_1}{r_1} = \frac{-25,6 + 50}{20} = 1,22 \text{ А,}$$

$$I'_2 = \frac{U'_{10} + E_2}{r_2} = \frac{-25,6 + 50}{5} = 4,88 \text{ А,}$$

$$I'_3 = \frac{U'_{10} + E_3}{r_3} = \frac{-25,6 + 50}{10} = 2,44 \text{ А,}$$

$$I'_4 = \frac{U'_{10}}{r_4} = \frac{-25,6}{3} = -8,53 \text{ А.}$$

## 5. МЕТОД НАКЛАДАННЯ (СУПЕРПОЗИЦІЇ).

Грунтується на принципі накладання, згідно з яким струм у вітці складного кола вважають одержаним від накладання часткових струмів, що виникають у вітці від незалежної дії кожного джерела окремо.

Відповідно до цього складне коло з кількома джерелами енергії розглядають як сукупність простих кіл, які містять лише одне джерело. Розрахувавши прості кола, визначають за величиною і напрямком часткові струми, спричинені дією кожного джерела окремо. Дійсний струм у будь-якій вітці складного кола від одночасної дії всіх джерел обчислюють шляхом накладання, тобто алгебраїчного складання часткових струмів, що проходять цією віткою.

*Переваги:* спрощуються розрахунки, оскільки складне коло перетворюється на кілька простих кіл.

*Зауваження 1:* методом накладання можна користуватися тільки для розрахунку лінійних кіл.

*Зауваження 2:* метод доцільно застосовувати, якщо у колі не більше двох-трьох джерел енергії.

### Порядок розрахунку:

1. Залишити у схемі лише одне джерело енергії, замінивши інші джерела їх внутрішніми опорами (у ідеального джерела напруги  $r_0 = 0$  і його необхідно замінити відрізком провідника; у ідеального джерела струму  $r_0 = \infty$  і його потрібно вимкнути).

2. Розрахувати часткові струми від дії джерела, що залишилось .

3. Обчислити часткові струми, спричинені дією другого джерела енергії і т.д.

4. Визначити дійсні струми у вітках алгебраїчним складанням часткових. Довільно вибрати додатний напрямок струму у вітці, що розглядається. Частковий струм, напрямок якого збігається з умовно-додатним, слід враховувати зі знаком "+"; напрямок якого не збігається – з "-".

**Задача 14.** Обчислити струми у колі (рис.17) методом накладання. Джерела вважати ідеалізованими.

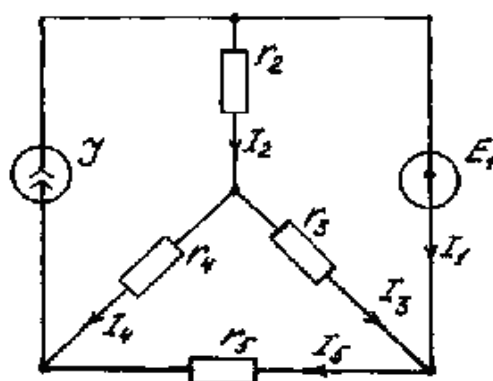


Рис.17

$$E_1 = 150 \text{ В}; \quad J = 7,5 \text{ А};$$

$$r_2 = 30 \text{ Ом}; \quad r_3 = 60 \text{ Ом}; \quad r_4 = 10 \text{ Ом}; \quad r_5 = 20 \text{ Ом}.$$

**Розв'язання.**



1. У заданому складному колі струми спричинюються двома джерелами - напруги  $E_1$  і струму  $J$ . Згідно з методом накладання, схему цього кола розбиваємо на 2 прості підсхеми: в одній діє тільки  $J$ , у другій - тільки  $E_1$  (рис.18,а,б). Складаючи підсхеми беремо до уваги, що у ідеалізованого джерела напруги внутрішній опір  $r_0 = 0$  і замінюємо його на відрізок провідника; у ідеалізованого джерела струму  $r_0 = \infty$  і його вимикаємо.

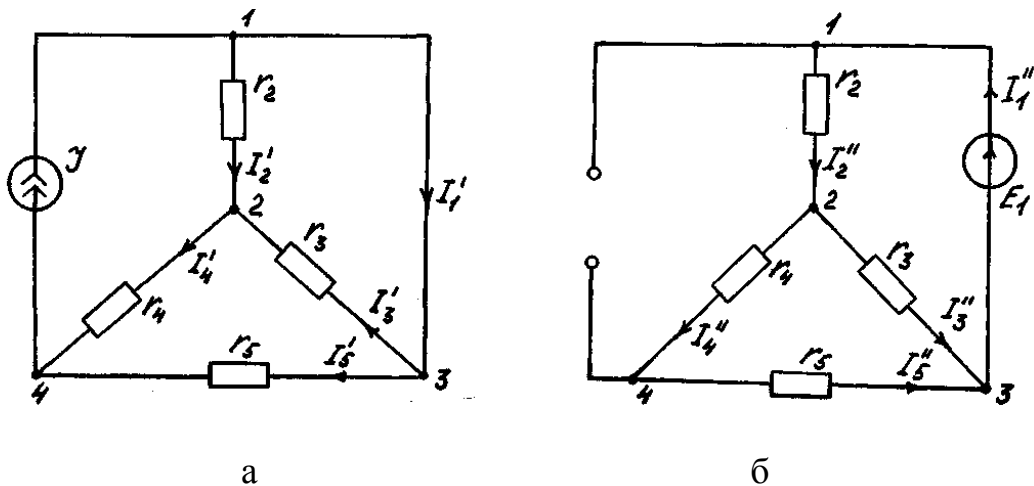


Рис.18

2. Обчислюємо часткові струми від дії  $J$  (рис.18,а). Для цього визначаємо еквівалентний опір кола відносно затискачів 1, 4 джерела  $J$ , маючи на увазі, що між точками 1 і 3 опір відсутній, і їх можна з'єднати в один вузол (рис.19,а,б).

$$r'_{EK} = \frac{r_2 \cdot r_3}{r_2 + r_3} + r_4 = \frac{30 \cdot 60}{90} + 10 = 30 \text{ Ом.}$$

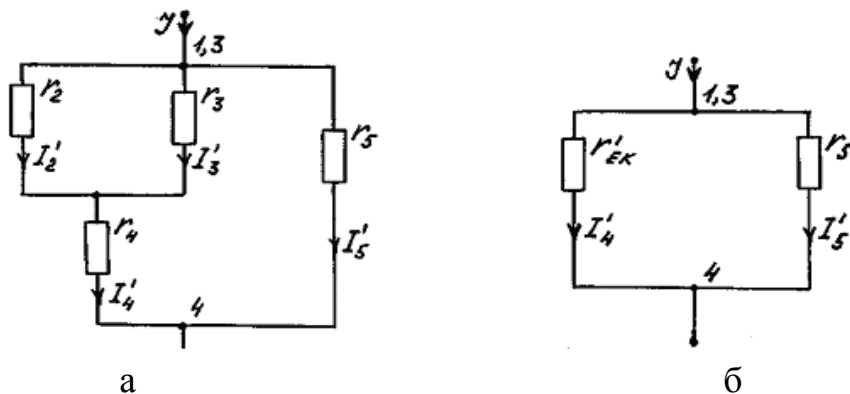


Рис.19

За формулами "чужого опору", користуючись рис.19,а розраховуємо:

$$I'_4 = J \frac{r_5}{r'_{EK} + r_5} = \frac{7,5 \cdot 20}{50} = 3 \text{ А;}$$

$$I'_5 = J \frac{r'_{EK}}{r'_{EK} + r_5} = \frac{7,5 \cdot 30}{50} = 4,5 \text{ A};$$

$$I'_2 = I'_4 \frac{r_3}{r_3 + r_2} = \frac{3 \cdot 60}{90} = 2 \text{ A};$$

$$I'_3 = I'_4 \frac{r_2}{r_2 + r_3} = \frac{3 \cdot 30}{90} = 1 \text{ A}.$$

За першим законом Кірхгофа (див. рис.18,а):

$$I'_1 = J - I'_2 = 7,5 - 2 = 5,5 \text{ A}.$$

Відтак, для першої підсхеми маємо:

$$I'_1 = 5,5 \text{ A}; \quad I'_2 = 2 \text{ A}; \quad I'_3 = 1 \text{ A}; \quad I'_4 = 3 \text{ A}; \quad I'_5 = 4,5 \text{ A}$$

3. Обчислюємо часткові струми від дії  $E_1$  (див. рис.18,б).

Еквівалентний опір кола відносно затискачів 1,3 джерела  $E_1$

$$r''_{EK} = \frac{(r_4 + r_5) \cdot r_3}{r_4 + r_5 + r_3} + r_2 = \frac{30 \cdot 60}{90} + 30 = 50 \text{ Ом};$$

$$I''_1 = I''_2 = \frac{E_1}{r''_{EK}} = \frac{150}{50} = 3 \text{ A}.$$

За формулами "чужого опору":

$$I''_4 = I''_5 = I''_2 \cdot \frac{r_3}{r_3 + r_4 + r_5} = \frac{3 \cdot 60}{90} = 2 \text{ A};$$

$$I''_3 = I''_2 \cdot \frac{r_4 + r_5}{r_3 + r_4 + r_5} = \frac{3 \cdot 30}{90} = 1 \text{ A}.$$

Для другої підсхеми маємо:

$$I''_1 = 3 \text{ A}; \quad I''_2 = 3 \text{ A}; \quad I''_3 = 1 \text{ A}; \quad I''_4 = 2 \text{ A}; \quad I''_5 = 2 \text{ A}.$$

4. Визначаємо дійсні струми від одночасної дії  $E_1$  і  $J$ .

Довільно вибираємо додатний напрямок струму в кожній вітці заданого складного кола (див. рис.17) і обчислюємо його як суму часткових струмів з урахуванням їх напрямку через вітку, що розглядається:

$$I_1 = I'_1 - I''_1 = 5,5 - 3 = 2,5 \text{ A};$$

$$I_2 = I'_2 + I''_2 = 2 + 3 = 5 \text{ A};$$

$$I_3 = -I'_3 + I''_3 = -1 + 1 = 0 \text{ A};$$

$$I_4 = I'_4 + I''_4 = 3 + 2 = 5 \text{ A};$$

$$I_5 = I'_5 - I''_5 = 4,5 - 2 = 2,5 \text{ A}.$$

**Задача 15.** Методом накладання обчислити струми у колі, показаному на рис.20.

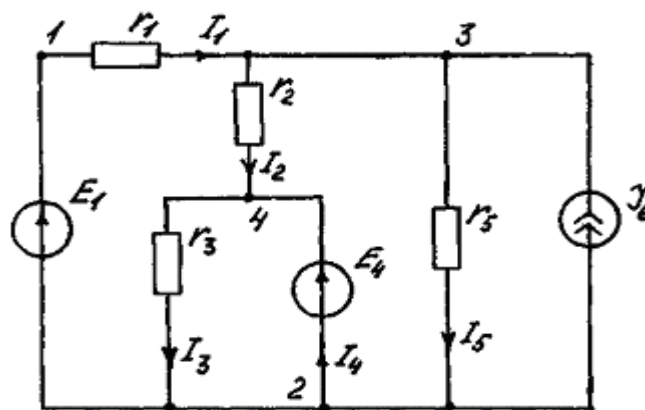


Рис.20

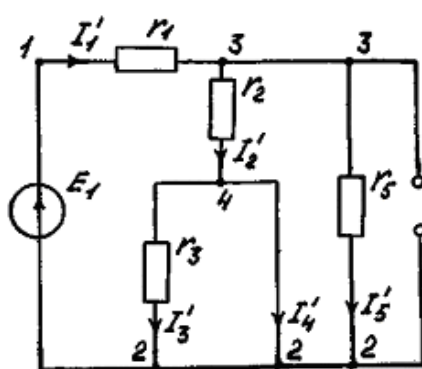
$$E_1 = 120 \text{ В}; E_4 = 45 \text{ В}; J_6 = 6 \text{ А}$$

$$r_1 = 20 \text{ Ом}; r_2 = 30 \text{ Ом}; r_3 = 15 \text{ Ом}; r_4 = 60 \text{ Ом}.$$

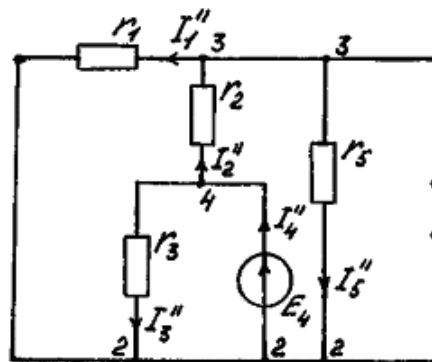
**Розв'язання.**

1. У колі діють три джерела енергії, тому його можна розглядати як сукупність трьох кіл (рис.21,а,б,в). Оскільки внутрішні опори джерел в умові задачі не задані, вважаємо джерела ідеальними, тобто  $r_{01} = r_{04} = 0$ ,  $r_{06} = \infty$ .

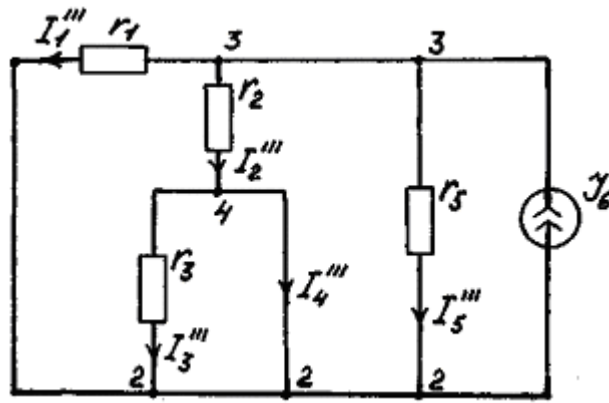
2. Розраховуємо часткові струми від дії  $E_1$  (рис.21,а).



а



б



В

Рис.21

Знаходимо  $r'_{EK}$  відносно затискачів 1-2 джерела  $E_1$ , беручи до уваги, що опір  $r_3$  закорочено відрізком провідника.

$$r'_{EK} = \frac{r_2 \cdot r_5}{r_2 + r_5} + r_1 = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} + 20 = 40 \text{ Ом};$$

$$I'_1 = \frac{E_1}{r'_{EK}} = \frac{120}{40} = 3 \text{ А.}$$

За формулами "чужого опору":

$$I'_2 = I'_1 \cdot \frac{r_5}{r_2 + r_5} = 3 \cdot \frac{60}{30 + 60} = 2 \text{ А};$$

$$I'_5 = I'_1 \cdot \frac{r_2}{r_2 + r_5} = 3 \cdot \frac{30}{30 + 60} = 1 \text{ А.}$$

Оскільки опір  $r_3$  закорочено, маємо  $I'_3 = 0$ ,  $I'_4 = I'_2 = 2 \text{ А}$ .

Відтак, у схемі (рис.21,а):

$$I'_1 = 3 \text{ А}; I'_2 = 2 \text{ А}; I'_3 = 0 \text{ А}; I'_4 = 2 \text{ А}; I'_5 = 1 \text{ А.}$$

3. Обчислюємо часткові струми від дії  $E_4$  (див. рис.21,б). Резистор  $r_3$  ввімкнено безпосередньо до затискачів 4-2 джерела, тому

$$I''_3 = \frac{E_4}{r_3} = \frac{45}{15} = 3 \text{ А.}$$

Знаходимо опір, еквівалентний до опорів  $r_1, r_2, r_5$ :

$$r''_{EK} = \frac{r_1 \cdot r_5}{r_1 + r_5} + r_2 = \frac{20 \cdot 60}{20 + 60} + 30 = 45 \text{ Ом};$$

$$I''_2 = \frac{E_4}{r''_{EK}} = \frac{45}{45} = 1 \text{ А.}$$

За формулами "чужого опору":

$$I''_1 = I''_2 \cdot \frac{r_5}{r_1 + r_5} = 1 \cdot \frac{60}{80} = 0,75 \text{ А};$$

$$I''_5 = I''_2 \cdot \frac{r_1}{r_1 + r_5} = 1 \cdot \frac{20}{80} = 0,25 \text{ А.}$$

За першим законом Кірхгофа:

$$I''_4 = I''_2 + I''_3 = 1 + 3 = 4 \text{ А.}$$

У схемі на рис.21,б маємо:

$$I''_1 = 0,75 \text{ А}; \quad I''_2 = 1 \text{ А}; \quad I''_3 = 3 \text{ А}; \quad I''_4 = 4 \text{ А}; \quad I''_5 = 0,25 \text{ А.}$$

4. Обчислюємо часткові струми від дії  $J_6$  (див. рис.21, в). Оскільки резистор  $r_3$  закорочено відрізком провідника,  $I'''_3 = 0$ . Резистори  $r_1, r_2, r_3$  з'єднані відносно затискачів 3-2 джерела паралельно:

$$g'''_{EK} = g_1 + g_2 + g_5 = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} + \frac{1}{r_5} = 0,05 + 0,033 + 0,0167 = 0,1 \text{ См};$$

$$r'''_{EK} = \frac{1}{g'''_{EK}} = 10 \text{ Ом.}$$

За законом Ома розраховуємо напругу на затискачах 3-2 джерела:

$$U'''_{32} = J_6 \cdot r'''_{EK} = 6 \cdot 10 = 60 \text{ В};$$

і струми в опорах:

$$I'''_2 = \frac{U'''_{32}}{r_2} = \frac{60}{30} = 2 \text{ А}; \quad I'''_1 = \frac{U'''_{32}}{r_1} = \frac{60}{20} = 3 \text{ А};$$

$$I'''_5 = \frac{U'''_{32}}{r_5} = \frac{60}{60} = 1 \text{ А}; \quad I'''_4 = I'''_2 = 2 \text{ А.}$$

У схемі на рис.41.в маємо:

$$I_1''' = 3 \text{ A}; I_2''' = 2 \text{ A}; I_3''' = 0 \text{ A}; I_4''' = 2 \text{ A}; I_5''' = 1 \text{ A}.$$

5. Вибираємо умовно-додатні напрямки струмі в  $I_1, I_2, I_3, I_4, I_5$  (див. рис.20) і обчислюємо їх з урахуванням напрямків визначених часткових струмів (див. рис.21,а,б, в):

$$I_1 = I_1' - I_1'' - I_1''' = 3 - 0,75 - 3 = -0,75 \text{ A};$$

$$I_2 = I_2' - I_2'' + I_2''' = 2 - 1 + 2 = 3 \text{ A};$$

$$I_3 = I_3' + I_3'' + I_3''' = 0 + 3 + 0 = 3 \text{ A};$$

$$I_4 = -I_4' + I_4'' - I_4''' = -2 + 4 - 2 = 0 \text{ A};$$

$$I_5 = I_5' + I_5'' + I_5''' = 1 + 0,25 + 1 = 2,25 \text{ A}.$$

## 6. МЕТОД ЕКВІВАЛЕНТНОГО ГЕНЕРАТОРА.

Метод використовується, коли необхідно обчислити струм тільки в одній вітці і базується на теоремі Тевена про еквівалентний генератор або активний двополюсник. Під активним двополюсником розуміють частину кола, що містить джерела енергії і з'єднується з іншими елементами кола двома затискачами (рис.22).

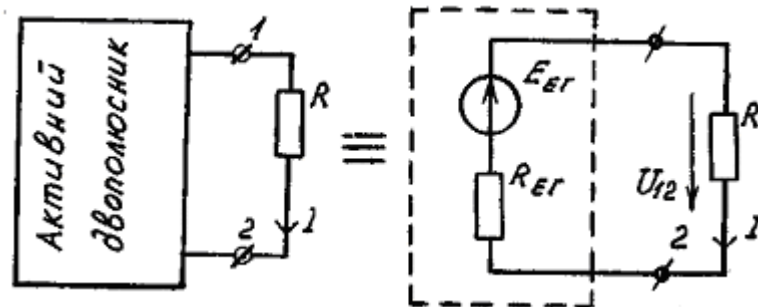


Рис.22

Згідно з теоремою, струм у вітці, що ввімкнена на затискачі 1-2, залишається незмінним, якщо активний двополюсник замінити еквівалентним генератором е.р.с.  $E_{ер}$  і його внутрішнім опором  $R_{ер}$  (див. рис. 22). Е.р.с.  $E_{ер}$  обчислюється як напруга  $U_{12}$  на затискачах 1-2 при вимкненій досліджуваній вітці (режим холостого ходу); величина  $R_{ер}$  розраховується як еквівалентний опір двополюсника відносно затискачів 1-2 у тому ж режимі холостого ходу.

Після такої заміни складне коло можна зобразити одноконтурною схемою, струм в якій легко визначити за законом Ома.

### Порядок розрахунку:

1. Вимкнути із схеми вітку, в якій потрібно обчислити струм, і позначити затискачі будь-якими індексами, наприклад 1 і 2.
2. Визначити напругу  $U_{12}$ , користуючись найбільш раціональним у даному випадку методом розрахунку складних кіл.
3. Визначити еквівалентний опір кола  $r_{ек1-2}$  між затискачами 1 і 2, замінивши джерела енергії їх внутрішніми опорами (ідеальне джерело напруги замінити відрізком провідника, ідеальне джерело струму вимкнути).
4. Скласти еквівалентну схему (рис.23), в якій  $E_{ег} = U_{12}$ ,  $R_{ег} = r_{ек1-2}$ .

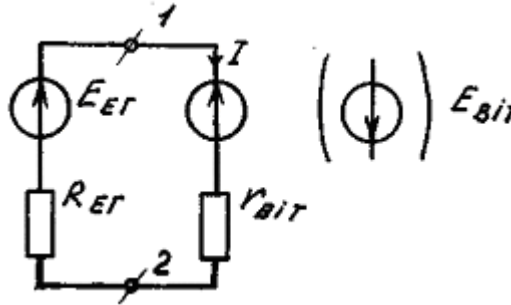


Рис.23

6. Обчислити струм у вітці за законом Ома:

$$I = \frac{E_{EГ} \pm E_{BИГ}}{R_{EГ} + r_{BИГ}}$$

**Задача 16.** Визначити струм через амперметр у колі, показаному на рис.24.

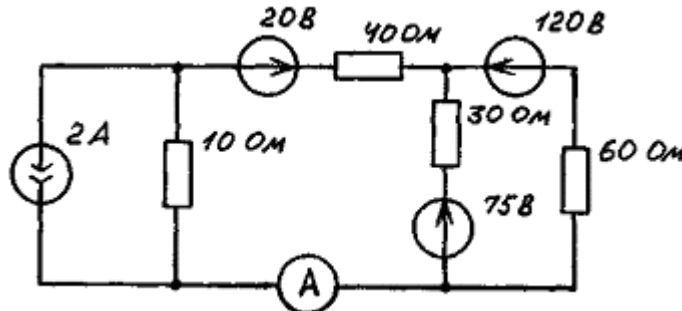


Рис.24

### Розв'язання.

1. Вимикаємо вітку з амперметром (рис.25).

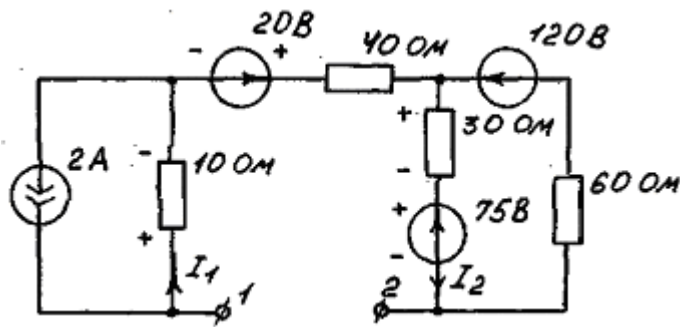


Рис.25

2. Визначаємо напругу  $U_{12}$ . Для цього спочатку розраховуємо струми у схемі рис.36, беручи до уваги, що в ній існують тільки два замкнених контури для протікання струмів:

$$I_1 = J = 2 \text{ A};$$

$$I_2 = \frac{120 - 75}{30 + 60} = \frac{45}{90} = 0,5 \text{ A}.$$

Позначивши на схемі полярність е.р.с. джерел і напруг на опорах, обчислюємо

$$U_{12} = 75 + 30 \cdot I_2 - 20 + 10 \cdot I_1 = 75 + 15 - 20 + 20 = 90 \text{ В}.$$

3. Розраховуємо еквівалентний опір  $r_{ек1-2}$  схеми між затискачами 1 і 2 (рис.26).

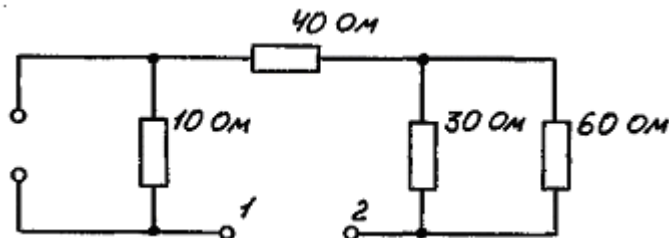


Рис.26

$$r_{ЕК 1-2} = \frac{30 \cdot 60}{30 + 60} + 40 + 10 = 70 \text{ Ом}.$$

4. Складаємо еквівалентну схему (рис.27), в якій  $E_{ег} = U_{12} = 90\text{В}$ ,  $R_{ег} = r_{ек1-2} = 70 \text{ Ом}$  і обчислюємо струм через амперметр (вважаємо, що  $r_A \approx 0$ ).

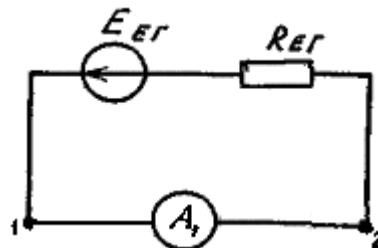


Рис.27



$$I = \frac{E_{EГ}}{R_{EГ} + r_A} = \frac{90}{70} = 1,3 \text{ A.}$$

**Задача 17.** У колі, зображеному на рис.28, виникло коротке замикання. Визначити струм  $I$ .

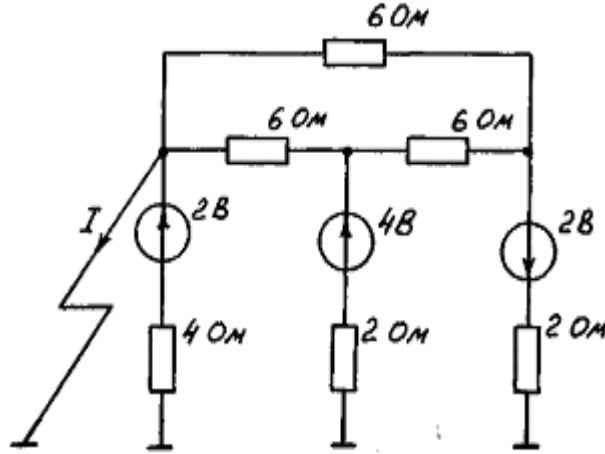


Рис.28

**Розв'язання.**

1. Вимикаємо вітку, в якій виникло коротке замикання (рис.29).
2. Обчислюємо напругу  $U_{12}$ . Спочатку доцільно “трикутник”, утворений опорами 6 Ом перетворити на еквівалентну “зірку” з опорами  $r_{ек}$

$$r_{ЕК} = \frac{6 \cdot 6}{6 + 6 + 6} = 2 \text{ Ом.}$$

З'єднавши точки з однаковими потенціалами, маємо схему на рис.30.

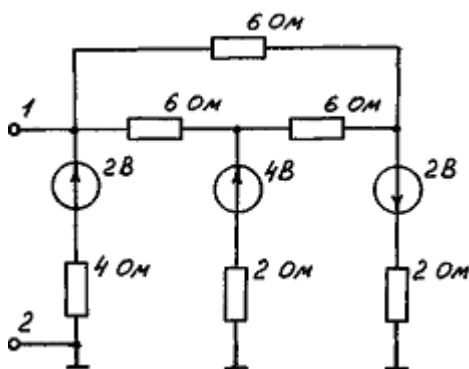


Рис.29

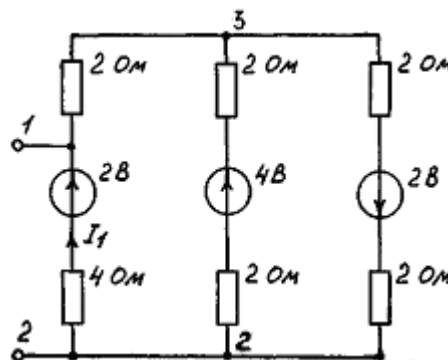


Рис.30

Для визначення напруги  $U_{12}$  необхідно спочатку розрахувати струм в опорі 4 Ом. Раціонально це зробити, користуючись методом вузлової напруги. Приймаючи  $\varphi_3 = 0$ , маємо:

$$U_{23} = \frac{\sum E g + \sum J}{\sum g} = \frac{-2 \cdot \frac{1}{2+4} - 4 \cdot \frac{1}{2+2} + 2 \cdot \frac{1}{2+2}}{\frac{1}{6} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}} = -1,25 \text{ В};$$

$$I_1 = \frac{U_{23} + 2}{4+2} = \frac{-1,25 + 2}{6} = 0,125 \text{ А};$$

$$U_{12} = -4 \cdot I_1 + 2 = -4 \cdot 0,125 + 2 = 1,5 \text{ В}.$$

3. Розрахуємо  $r_{EK}$  відносно затискачів 1 і 2 (рис.31).

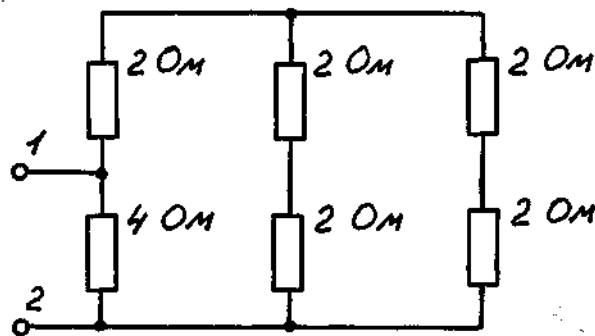


Рис.31

$$r'_{EK} = \frac{(2+2)(2+2)}{2+2+2+2} + 2 = 4 \text{ Ом};$$

$$r_{EK1-2} = \frac{r'_{EK} \cdot 4}{r'_{EK} + 4} = \frac{4 \cdot 4}{4+4} = 2 \text{ Ом}.$$

4. Складаємо еквівалентну схему (рис.32), враховуючи, що

$$E_{EГ} = U_{12} = 1,5 \text{ В}; \quad R_{EГ} = r_{EK1-2} = 2 \text{ Ом}.$$

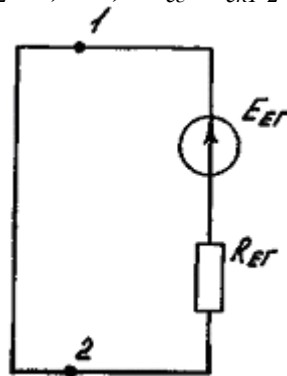


Рис.32

5. Обчислюємо струм короткого замикання:

$$I = \frac{E_{EГ}}{R_{EГ}} = \frac{1,5}{2} = 0,75 \text{ А}.$$

**Задача 18.** У колі, зображеному на рис.34, визначити струм  $I_1$ .

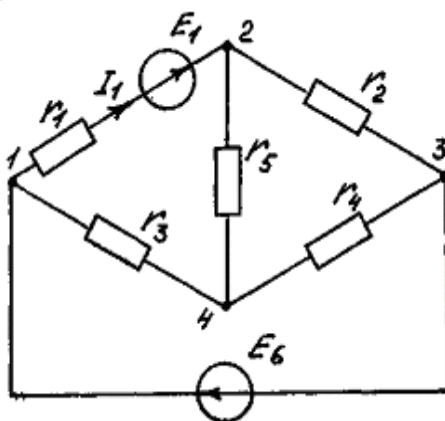


Рис.34

$$E_1 = 240 \text{ В}; \quad E_6 = 600 \text{ В};$$

$$r_1 = 18 \text{ Ом}; \quad r_2 = 120 \text{ Ом}; \quad r_3 = 200 \text{ Ом}; \quad r_4 = 200 \text{ Ом}; \quad r_5 = 80 \text{ Ом}.$$

**Розв'язання.**

1. Вимикаємо вітку з  $r_1$ - $E_1$  (рис. 35).

2. Визначаємо  $U_{12}$ , спочатку розрахувавши струми через опори  $r_3$  і  $r_5$ .

Знаходимо еквівалентний опір відносно затискачів 1-3 джерела  $E_6$ :

$$r_{EK} = \frac{(r_2 + r_5)r_4}{r_2 + r_5 + r_4} + r_3 = \frac{(120 + 80)200}{120 + 80 + 200} + 200 = 300 \text{ Ом}.$$

За законом Ома:

$$I = \frac{E_6}{r_{EK}} = \frac{600}{300} = 2 \text{ А}.$$

За формулою “чужого опору”

$$I_5 = I \frac{r_4}{r_2 + r_4 + r_5} = 2 \frac{200}{120 + 200 + 80} = 1 \text{ А};$$

$$U_{12} = r_5 I_5 + r_3 I = 80 \cdot 1 + 200 \cdot 2 = 480 \text{ В}.$$

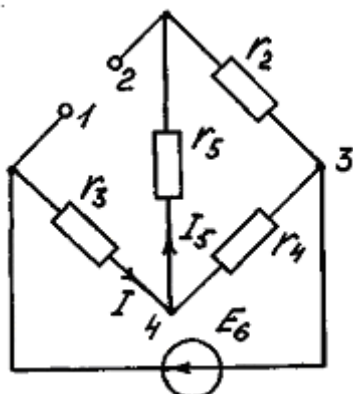


Рис.35

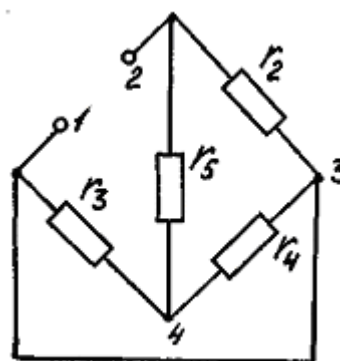


Рис.36

1. Обчислюємо  $r_{ек1-2}$  між затискачами 1 і 2 (рис. 36). Опір між точками 1 і 3 відсутній, тому доцільно з'єднати їх в один вузол і накреслити нову схему, як показано на рис.37.

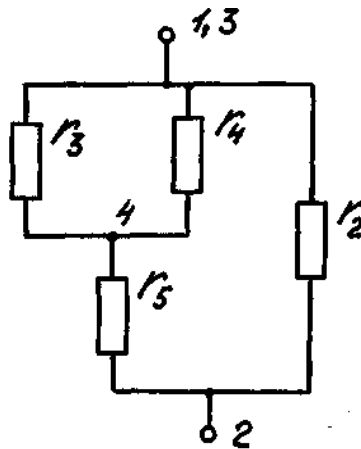


Рис.37

$$r'_{ек} = \frac{r_3 \cdot r_4}{r_3 + r_4} + r_5 = \frac{200 \cdot 200}{200 + 200} + 80 = 180 \text{ Ом.}$$

$$r_{ек1-2} = \frac{r'_{ек} \cdot r_2}{r'_{ек} + r_2} = \frac{180 \cdot 120}{180 + 120} = 72 \text{ Ом.}$$

4. Складаємо еквівалентну схему з урахуванням, що  $E_{ер} = 480 \text{ В}$ ,  $R_{ер} = r_{ек1-2} = 72 \text{ Ом}$  і е.р.с.  $E_1$  спрямована від точки 1 до точки 2 (рис.38).

5. За законом Ома знаходимо струм  $I_1$ :

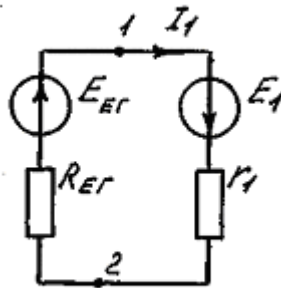


Рис.38

$$I_1 = \frac{E_{e2} + E_1}{R_{e2} + r_1} = \frac{480 + 240}{72 + 18} = 8 \text{ А.}$$

**Задача 19.** У колі на рис.39 обчислити струм  $I_1$  і визначити, яку е.р.с. потрібно ввімкнути послідовно з е.р.с.  $E_1$ , щоб струм  $I_1 = 0$ .

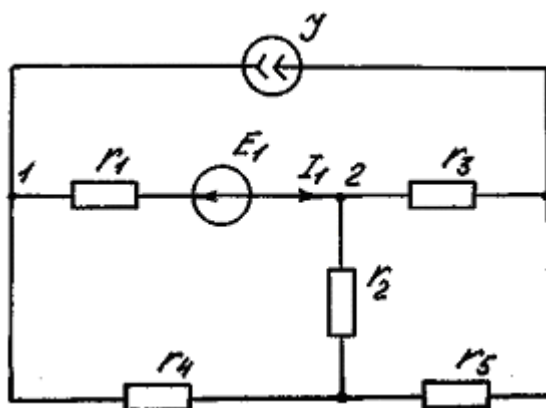


Рис.39

$$J = 2 \text{ A}; E_1 = 6 \text{ В};$$

$$r_1 = r_3 = r_5 = 2 \text{ Ом}; r_2 = 1 \text{ Ом}; r_4 = 3 \text{ Ом}.$$

**Розв'язання.**

1. Вимикаємо вітку  $r_1$ - $E_1$  (рис.40).

2. Визначаємо напругу  $U_{12}$ , розрахувавши спочатку струм в опорі  $r_2$  за формулою "чужого опору":

$$I_2 = I_3 = J \frac{r_5}{r_2 + r_3 + r_5} = 2 \frac{2}{1 + 2 + 2} = \frac{4}{5} = 0,8 \text{ А};$$

$$U_{12} = r_2 I_2 + r_4 J = 1 \cdot 0,8 + 3 \cdot 2 = 6,8 \text{ В}.$$

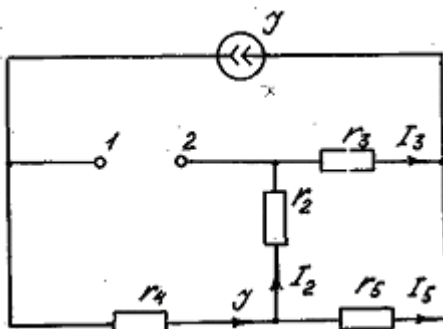


Рис.40

2. Обчислюємо  $r_{EK1-2}$  між затискачами 1 і 2 (рис.41).

$$r_{EK1-2} = \frac{(r_5 + r_3)r_2}{r_2 + r_3 + r_5} + r_4 = \frac{3 \cdot 2}{5} + 3 = 3,8 \text{ Ом}.$$

3. Складаємо еквівалентну схему, враховуючи, що  $E_{er} = U_{12} = 6,8 \text{ В}$ ;  $R_{er} = r_{ек1-2} = 3,8 \text{ Ом}$ , е.р.с.  $E_1$  за умовою задачі напрямлена від точки 2 до точки 1 (рис.42).

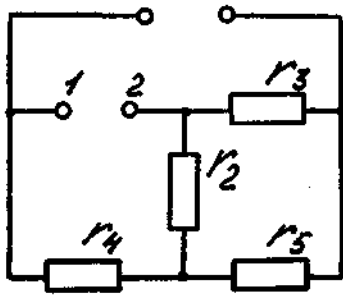


Рис.41

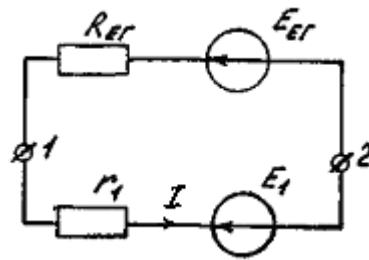


Рис.42

6. Визначаємо струм:

$$I_1 = \frac{E_{EГ} - E_1}{R_{EГ} + r_1} = \frac{6,8 - 6}{3,8 + 2} = 0,14 \text{ A.}$$

7. Струм  $I_1 = 0$ , якщо послідовно з е.р.с.  $E_1$  ввімкнути джерело е.р.с.  $E_x = 6,8 - 6 = 0,8 \text{ В}$ , напрямлене від точки 2 до точки 1.

**Задача 20.** Визначити максимальну потужність, що виділяється у змінному опорі (рис.43).

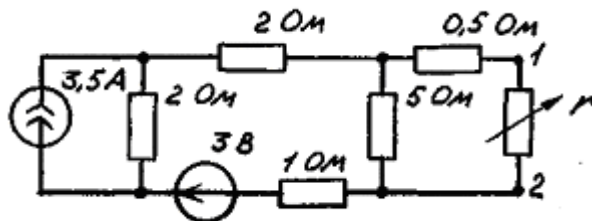


Рис.43

**Розв'язання.**

1. Згідно з законом Джоуля-Ленца  $P = r \cdot I^2$ . Визначимо умови, за яких  $P = P_{\max}$  використавши для цього схему заміщення кола, складену відповідно до методу еквівалентного генератора (рис.44).

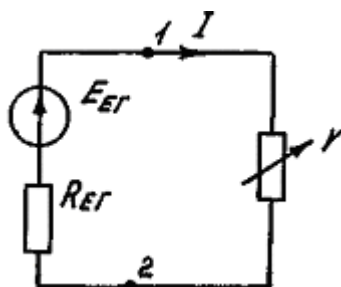


Рис.44

Рівняння балансу потужностей для такої схеми має вигляд:

$$E_{eг} \cdot I = R_{eг} \cdot I^2 + r \cdot I^2$$

звідки випливає, що

$$P = r \cdot I^2 = E_{eг} \cdot I - R_{eг} \cdot I^2$$

З курсу математики відомо, що  $P = P_{\max}$ , коли  $\frac{dP}{dI} = 0$ ;

$$\frac{dP}{dI} = E_{E\Gamma} - 2R_{E\Gamma}I = 0.$$

звідки  $I = \frac{E_{e2}}{2R_{e2}}$ .

З іншого боку, згідно з методом еквівалентного генератора

$$I = \frac{E}{R_{e2} + r}$$

Порівнявши два вирази одного струму

$$I = \frac{E_{E\Gamma}}{2R_{E\Gamma}} \quad i \quad I = \frac{E}{R_{E\Gamma} + r}$$

визначаємо, що умовою виділення максимальної потужності в опорі є  $r = R_{e\Gamma}$  (такий режим роботи кола називають погодженим).

Повертаємося до формули  $P = rI^2$  і, беручи до уваги, що  $P = P_{\max}$ , коли  $r = R_{e\Gamma}$  і

$$I = \frac{E_{e2}}{2R_{e\Gamma}} \text{ маємо:}$$

$$P_{\max} = R_{E\Gamma} \left( \frac{E_{E\Gamma}}{2R_{E\Gamma}} \right)^2 = \frac{E_{E\Gamma}^2}{4R_{E\Gamma}^2}$$

Для обчислення  $E_{e\Gamma}$  і  $R_{e\Gamma}$  користуємося вищенаведеною методикою.

2. Вимикаємо вітку з опором  $r$  (рис.45)

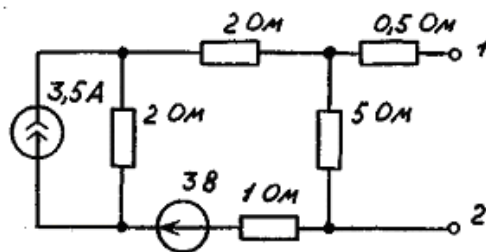


Рис.45

3. Визначаємо  $U_{12}$ . Доцільно звести схему до одноконтурної, користуючись перетворенням джерела струму на джерело напруги  $E = 3,5 \cdot 2 = 7$  В (рис.46).

За законом Ома обчислюємо струм  $I = \frac{7+3}{2+2+5+1} = 1\text{A}$  і напругу:  
 $U_{12} = 5 \cdot 1 = 5\text{В}$ .

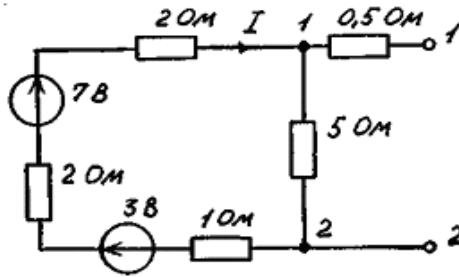


Рис.46

4. Розраховуємо еквівалентний опір відносно затискачів 1-2 (рис.47).

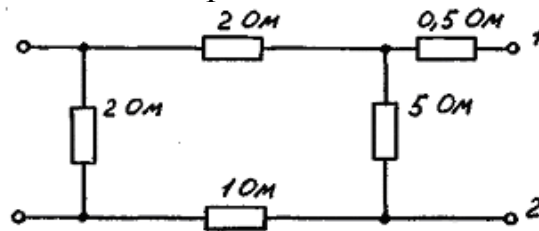


Рис.47

$$r_{EK1-2} = \frac{(2+2+1)5}{2+2+1+5} + 0,5 = 3\text{Ом}.$$

5. Обчислюємо  $P_{\max}$ , беручи до уваги, що  $E_{ер} = U_{12} = 5\text{В}$ :

$$R_{EГ} = r_{ек1-2} = 3\text{Ом};$$

$$P_{\max} = \frac{E_{eг}^2}{4R_{eг}} = \frac{25}{4 \cdot 3} = \frac{25}{12} = 2,08\text{Вт}.$$



## Рекомендована література

1. Світанько М.В., Верьовкін Л.Л., Кісельов Є.М. Методи розрахунку електронних кіл (постійний струм): Методичні вказівки до практичних занять: Для студ. ЗДІА напряму 6.050801 «Мікро- та наноелектроніка ЗДІА. Запоріжжя : ЗДІА, 2014. 46 с.
2. Гумен М.Б., Гуржій А.М., Співак В.М. та ін. У 2 кн.1: Теорія електронних кіл: підручник для ВНЗ / - К: Вища школа, 2007. -727с, : іл.; 69 прим.
3. Бойко В.І., Гуржій А.М., Жуйков В.Я. Основи схемотехніки електронних систем: підручник. К. : Вища шк., 2004. 527 с
4. Бойко В.І., Зорі А.А. Основи електронних систем: вступ до фаху. Донецьк : ДНТУ, 2002. 207 с.
5. Дудикевич В.Б., Кеньо Г.В., Петрович І.В. Електроніка та мікросхемотехніка. Частина І: Електроніка: навчальний посібник. Львів : Видавництво Львівської політехніки, 2010. 204 с.