Практична робота №4

Статистичні методи дослідження якості і надійності

в гідроенергетиці

Мета роботи: провести кількісну оцінку результатів відбраковуючих випробувань

Теоретичні відомості

Для оволодіння теорією і практикою вивчення надійності виробів електроенергетики, електротехніки та електромеханіки необхідно навчитися оперувати з випадковими величинами, тобто величинами, які, в результаті експерименту можуть приймати те або інше значення, причому наперед невідомо, яке саме. Наприклад, випадковими величинами будуть: час роботи виробу від початку експлуатації до його відмови або число відмов від загального числа виробів, поставлених на випробування.

Нехай в результаті експерименту може з'явитися або не з'явитися деяка подія А. В цьому випадку замість події А можна розглядати випадкову величину Х, яка дорівнює 1, якщо подія А відбувається, і дорівнює 0, якщо подія А не відбувається.

Випадкова величина Х називається *характеристикою випадкової величини* події А.

Експеримент з випадковими величинами може зводитися до схеми випадків або схеми рівноможливих результатів. Наприклад, для випадку випадання цифри при киданні монети ("решка") можна підрахувати:

$$\frac{\text{випадок}}{\text{всього випадків}} = \frac{1}{2}.$$

Випадок випадіння парного числа на кубику можна також підрахувати: 3/6 = 1/2.

У цих ситуаціях вірогідність появи події може бути визначена наперед - до експерименту. Таких випадків зустрічається мало. Переважна більшість завдань теорії надійності не можуть бути зведені до схеми випадків.

В процесі випробувань якихось однотипних виробів з терміном служби вони можуть виходити з ладу. Час відмови для кожного виробу є величина випадкова і теоретично може приймати будь-які значення - від нуля до нескінченності.

Будь-яке співвідношення, що встановлює зв'язок між можливими значеннями випадкових величин і їх вірогідністю, називається *законом розподілу випадкової величини.*

Випадкові величини бувають дискретними (перервними) і безперервними. Наприклад, число відмов - дискретна величина. Час між відмовами - безперервна величина. Простим видом завдання закону випадкової величини є таблиця, наприклад, такого вигляду:

$$\left.\frac{x_1}{A_1}\right|\left.\frac{x_2}{A_2}\right|\left.\frac{\ldots}{\ldots}\right|\left.\frac{x_n}{A_n}\right|$$

Закон розподілу, заданий у вигляді таблиці, одержав назву *ряду розподілу.*

Найповніша характеристика випадкової величини задається її функцією розподілу, що вказує, які значення і з якою вірогідністю приймає задана величина. Проте, нерідко потрібні деякі більш загальні уявлення про випадкову величину. Для теорії надійності велике значення мають деякі постійні числа, що отримують за певними правилами з функцій розподілу. Серед цих постійних, що служать для загальної кількісної оцінки випадкових величин, для характеристики їх "в цілому" особливе значення мають середнє значення (математичне очікування), дисперсія, середньоквадратичне (стандартне) відхилення, мода і медіана.

Нехай випадкова величина x приймає значення, відповідно з вірогідністю $p_1, p_2, ..., p_n$.

Математичним очікуванням випадкової величини (середнім її значенням) називається сума добутків всіх можливих значень випадкової величини на їх вірогідності:

$$M_{[x]} = \frac{x_1 p_1 + x_2 p_2 + ... + x_n p_n}{p_1 + p_2 + ... + p_n} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i p_i}{1} = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i$$

Для безперервної випадкової величини середнє значення

$$M[x] = \bar{m}_x = \int_0^{\infty} xP(x)dx$$

Якщо випадкова величина x розподілена у відрізку ab, то

$$M[x] = \int_a^b \frac{xdx}{b-a} = \frac{a+b}{2}.$$

Загальні властивості математичного очікування:

1.Математичне очікування постійної c дорівнює цій же постійній: M [c] = c.

2.Постійний множник виноситься за знак математичного очікування: M [cx] = cM [x].

3.Математичне очікування суми будь-яких випадкових величин (як завгодно зв'язаних) дорівнює сумі їх математичних очікувань: M [x + y] = M[x]+ M [y].

4.Математичне очікування добутку незалежних випадкових величин дорівнює добутку їх математичних очікувань: M [xy] = M [x] · M[y].

Середнє значення не є випадковою величиною. Воно надає числову характеристику розподілу вірогідності випадкової величини.

Для оцінки розкиду значень випадкової величини навколо її середнього значення використовується декілька числових характеристик, найважливішими з яких є дисперсія і середньоквадратичне (стандартне) відхилення.

Під *центрованою випадковою величиною,* відповідній випадковій величині x, розуміють відхилення випадкової величини від її математичного очікування: $x^0 = x - \bar{m}_x = x - \bar{x}$

Дисперсією випадкової величини називається математичне очікування квадрата відповідної центрованої величини: $D(x) = M\left[\left(x - \bar{m}_x\right)^2\right]$

Нескладні перетворення алгебри і використання сформульованих вище властивостей математичного очікування приводять до рівняння $D(x) = M\left[x^2\right] - (M[x])^2$.

Дисперсію можна розглядати як міру розсіяння (розкиданості) значень випадкової величини від її середнього значення. Дисперсія має наступні властивості:

1. Дисперсія постійної величини дорівнює нулю: D(c)= 0.

2.Постійний множник виходить за знак дисперсії в квадраті: $D(cx)=c^2D(x)$.

Дисперсія суми попарно незалежних випадкових величин дорівнює сумі дисперсій добутків:

$$D\left[\sum_{k=1}^{n} x_k\right] = \sum_{k=1}^{n} D(x_k).$$

Середньоквадратичне (стандартне) відхилення випадкової величини дорівнює позитивному значенню кореня квадратного з математичного очікування квадрата відхилення випадкової величини від її математичного очікування:

$$\sigma(x) = +\sqrt{D(x)} = +\sqrt{M\left[\left(x - \bar{m}_x\right)^2\right]}$$

Окрім математичного очікування (середнього значення), положення випадкової величини на числовій осі визначається ще такими характеристиками розсіяння, як найменше (мінімальне) і найбільше (максимальне) значення, мода та медіана випадкової величини, квантилі.

Модою (Mo) випадкової величини називають її найбільше вірогідне значення. Модою безперервного розподілу, що має щільність F(x), називається абсциса x, при якій P(x) досягає максимуму. Розподіл може бути одномодальним, двух- і більш модальним і антимодальним.

Мода випадкової величини може бути визначена з рівняння $\frac{dF(x)}{dx} = 0$ за умови, що $\frac{d^2F(x)}{dx^2} \langle 0$, де $F(x)$- функція розподілу випадкової величини x.

Якщо екстремум функції F(x) існує, але є мінімумом, тобто $\frac{d^2F(x)}{dx^2} \rangle 0$, такий розподіл називається антимодальним.

Значення випадкової величини можуть бути впорядковані в наростаючій або зменшувальній послідовності. Значення випадкової величини, яке ділить впорядкований ряд на дві однакові частини, називається *медіаною.*

Медіаною (Me) випадкової величини x називається таке її значення, для якого $R(x\langle Me) = R(x\rangle Me)$ або $\int_0^{Me} F(x)dx = 0,5$.

Різниця між максимальним і мінімальним значенням випадкової величини називається *розмахом* діапазону розсіяння: R = $x_{макс}$ - $x_{мін.}$

P-квантилем (x_p) називається значення випадкової величини, що задовольняє рівнянню $P(x \le x_p) = F(x_p) = P, 0\langle P\langle 1$.

Спеціальні квантилі:

$x_{0,25}$ і $x_{0,75}$- квартілі;

$x_{0,50}$- медіана;

$x_{0,10}, x_{0,20} \ldots, x_{0,90}$ - децілі;

$x_{0,01}, x_{0,02} \ldots, x_{0,99}$ - процентілі. .

Приклад. Проводилися дослідження впливу відбраковуючих випробувань циклічної зміни температур і тривалої температурної дії на міцність гідроенергетичної споруди. Одержані дані представлені в таблиці 1

Таблиця 1 - Результати випробувань

Значення руйнуючого зусилля , МПа			
Перед проведенням випробувань (I)	Після відбраковуючих випробувань (II)	Після тесту на старіння (III)	Після термотренування (IV)
1,1	2,1	3,3	4,0
1,8	3,0	2,0	3,5
1,9	2,0	2,3	3,1
0,8	1,5	3,0	2,6
1,8	1,0	1,9	3,1
2,0	2,6	3,5	3,3
0,7	2,0	1,8	2,3
0,9	3,0	2,0	3,0
0,7	3,9	2,0	4,1
1,4	2,9	3,6	3,6
0,6	2,9	2,3	3,7
0,8	2,0	1,6	3,9
1,1	3,7	3,1	4,4
0,9	1,9	1,4	3,2

1,3	2,4	3,3	3,2
1,6	1,8	3,0	4,0
1,3	2,2	2,3	3,6
1,1	2,0	1,4	4,1
2,0	1,8	2,3	4,1
1,4	2,6	2,3	3,1

Визначимо числові характеристики розподілу набутого значення руйнуючого зусилля. Одержані дані представимо в табл. 2.

Таблиця 2

Операція	Значення числових характеристик х, МПа							
	$x_{мин}$	$x_{мах}$	R	$\bar{x}$	D(x)	$\sigma(x)$	Mo	Me
I	0,6	2,0	1,4	1,26	0,2	0,45	1,1	1,2
II	1,5	3,9	2,4	2,41	0,4	0,63	2,0	2,15
III	1,4	3,6	2,2	2,42	0,46	0,68	2,3	2,3
IV	2,3	4,4	2,1	3,5	0,29	0,54	3,1;4,1	3,55

Для практичного визначення медіанного і модального значень необхідно в табл. 1 значення розподілити у вигляді наростаючого ряду (табл. 3).

Таблиця 3

№ п/п	Значення х, МПа, після операції			
	I	II	III	IV
1.	0,6	1,5	1,4	2,3
2.	0,7	1,8	1,4	2,6
3.	0,7	1,8	1,6	3,0
4.	0.8	1,9	1,8	3,1
5.	0,8	2,0	1,9	3,1
6.	0,9	2,0	2,0	3,1
7.	0,9	2,0	2,0	3,2
8.	1,1	2,0	2,0	3,2

9.	1,1	2,0	2,3	3,3
10.	1,1	2,1	2,3	3,5
11.	1,3	2,2	2,3	3,6
12.	1,3	2,4	2,3	3,6
13.	1,4	2,6	2,3	3,7
14.	1,4	2,6	3,0	3,9
15.	1,6	2,9	3,0	4,0
16.	1,8	2,9	3,1	4,0
17.	1,8	3,0	3,3	4,1
18.	1,9	3,0	3,3	4,1
19.	2,0	3,7	3,5	4,1
20.	2,0	3,9	3,6	4,4

У розподіленому за збільшенням або зменшенням ряду значень при непарному числі виробів величина значення середнього в ряду і буде медіанним значенням. У разі парного числа виробів медіанне значення дорівнює середньому значенню двох значень виробів у середині ряду. Наприклад, для 20 виробів медіанним значенням буде середнє значення для значень 10-го і 11-го виробів.

Стабільний технологічний процес виготовлення виробів характеризується межею розкиду параметрів, рівною $\pm\ 3\sigma$, щодо середнього значення. Тоді значення параметрів, що характеризують технологічний процес, запишемо в табл.4.

Таблиця 4

операція	Значення числових характеристик x, МПа				
	$\bar{x}$	$\pm 3\sigma$	$\bar{x}-3\sigma$	$\bar{x}+3\sigma$	$R(6\sigma)$
I	1,26	1,35	-	2,61	2,7
II	2,41	1,89	0,52	4,3	3,76

III	2,42	2,04	0,4	4,46	4,08
IV	3,51	1,62	1,88	5,12	3,24

Значення менше нуля не записується.

За аналізом значень табл.2,3, 4, можна зробити наступні висновки:

1. Міцність з'єднання збільшується після дії відбраковуючих випробувань і термотренування, що видно зі збільшення мінімального, максимального і середнього значень по операціях.
2. Дія тестів на старіння декілька знижує міцність з'єднання, в порівнянні з попереднім станом, що видно по мінімальному та максимальному значеннях, хоча середнє значення залишається в тих же межах.
3. Розподіли значень руйнуючих зусиль зміщення по операціях I, II, III - одномодальні, по операції IV - двомодальне.
4. Розкид значень руйнуючого зусилля на всіх видах технологічних операцій укладається в межі розкиду $\pm 3\sigma$, що говорить про стабільність цього техпроцесу.

Порядок виконання роботи

1. Результати випробувань занести до таблиці.
2. Для практичного визначення медіанного і модального значень необхідно значення розподілити у вигляді наростаючого ряду.
3. Визначити числові характеристики розподілу набутого значення руйнуючого зусилля зміщення кристалу:

$x_{мин}$	$x_{мах}$	R	$\bar{x}$	D(x)	$\sigma(x)$	Mo	Me

4. Визначити стабільність технологічного процесу за правилом «трьох сигм», або законом Гауса.
5. Зробити висновки за результатами проведених випробувань про можливість подальшого використання виробу.