

621.311

Б 874

Міністерство освіти і науки України
Запорізька державна інженерна академія



К. О. Братковська

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

**Методичні вказівки
до виконання контрольної роботи**

*для студентів ЗДІА
напряму 6.050701 «Електротехніка та електротехнології»
та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти*

Міністерство освіти і науки України
Запорізька державна інженерна академія

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

**Методичні вказівки
до виконання контрольної роботи**

*для студентів ЗДІА
напряму 6.050701 «Електротехніка та електротехнології»
та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти*

*Рекомендовано до видання
на засіданні кафедри ЕЕЕ,
протокол № 12 від 15.03.2017р.*

Запоріжжя
ЗДІА
2017

УДК 621.311
Б 874

К. О. Братковська, к.е.н., доцент

*Відповідальний за випуск: зав. кафедри ЕЕЕ,
д.т.н., професор Ю. Г. Качан*

Братковська К. О.
Б 874 Математичні задачі енергетики: методичні вказівки до виконання контрольної роботи для студентів ЗДІА напряму 6.050701 «Електротехніка та електротехнології» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти / Братковська К. О.; Запоріж. держ. інж. акад. – Запоріжжя: ЗДІА, 2017. – 24 с.

ВСТУП

Згідно Положення про поточний та підсумковий контроль знань студентів при кредитно-модульній системі організації навчального процесу в ЗДА оцінка результативності підготовки студентів і випускників здійснюється за допомогою механізму контролю якості, побудованого на основі застосування системного підходу. Основними елементами механізму контролю є поточний і підсумковий контроль знань студентів, в ході яких оцінюється якість освоєння студентами освітніх програм.

Однією з форм поточного контролю є виконання індивідуальних завдань (розрахунково-графічних, контрольних робіт, рефератів тощо) з метою контролю засвоєння навчального матеріалу, запланованого на самостійне опрацювання студентом. Модульний контроль є складовою поточного контролю і здійснюється у формі виконання студентом модульного контрольного завдання, зокрема контрольної роботи згідно затвердженого графіку.

Згідно робочої програми навчальної дисципліни «Математичні задачі енергетики» дані контрольні роботи можуть використовуватись для поточного контролю знань студентів, що навчаються за напрямом 6.050701 «Електротехніка та електротехнології» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка» на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти денної форми навчання або для підсумкового контролю знань студентів заочної форми навчання. Варіант завдання обирається за порядковим номером студента у журналі або задається викладачем.

Задача 1.

Енергосистема має n генераторів потужністю по 100 МВт кожний. Імовірність робочого стану генератора $p=0,98$, а аварійного стану $q=0,02$. Максимальне навантаження енергосистеми дорівнює P , МВт. Необхідно визначити оптимальну кількість додаткових агрегатів, якщо збиток від недовідпуску електроенергії складає $Z_0=0,7$ грн/кВт·год, а розрахункові витрати на кожний новий агрегат становлять 0,9 млн. грн. на рік.

Для спрощення графік навантаження приймаємо ступінчастий зі ступенями 100 МВт кожна. Закон розподілу імовірностей p_i навантаження системи P_i , МВт, задано у таблиці.

Таблиця 1.1 – Вихідні дані за варіантами для задачі 1

| № варіанта | n , шт. | P , МВт | Закон розподілу імовірностей навантаження | | | |
|------------|-----------|-----------|---|------|------|------|
| | | | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 9 | 1000 | 1000 | 900 | 800 | 700 |
| | | | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,07 |
| 2 | 10 | 900 | 900 | 800 | 700 | 600 |
| | | | 0,05 | 0,08 | 0,03 | 0,05 |
| 3 | 10 | 1100 | 1100 | 1000 | 900 | 800 |
| | | | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,04 |
| 4 | 9 | 800 | 800 | 700 | 600 | 500 |
| | | | 0,03 | 0,06 | 0,07 | 0,05 |
| 5 | 8 | 900 | 900 | 800 | 700 | 600 |
| | | | 0,04 | 0,09 | 0,08 | 0,06 |
| 6 | 7 | 800 | 800 | 700 | 600 | 500 |
| | | | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,07 |
| 7 | 7 | 600 | 600 | 500 | 400 | 300 |
| | | | 0,05 | 0,08 | 0,03 | 0,05 |
| 8 | 8 | 700 | 700 | 600 | 500 | 400 |
| | | | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,04 |
| 9 | 9 | 800 | 800 | 700 | 600 | 500 |
| | | | 0,03 | 0,06 | 0,07 | 0,05 |
| 10 | 8 | 900 | 900 | 800 | 700 | 600 |
| | | | 0,04 | 0,09 | 0,08 | 0,06 |
| 11 | 7 | 800 | 800 | 700 | 600 | 500 |
| | | | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,07 |
| 12 | 9 | 1000 | 1000 | 900 | 800 | 700 |
| | | | 0,05 | 0,08 | 0,03 | 0,05 |
| 13 | 10 | 900 | 900 | 800 | 700 | 600 |
| | | | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,04 |
| 14 | 10 | 1100 | 1100 | 1000 | 900 | 800 |
| | | | 0,04 | 0,09 | 0,08 | 0,06 |

Продовження таблиці 1.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|----|----|------|------|------|------|------|
| 15 | 7 | 600 | 600 | 500 | 400 | 300 |
| | | | 0,03 | 0,06 | 0,07 | 0,05 |
| 16 | 8 | 700 | 700 | 600 | 500 | 400 |
| | | | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,07 |
| 17 | 10 | 900 | 900 | 800 | 700 | 600 |
| | | | 0,05 | 0,08 | 0,03 | 0,05 |
| 18 | 10 | 1100 | 1100 | 1000 | 900 | 800 |
| | | | 0,07 | 0,06 | 0,07 | 0,04 |
| 19 | 9 | 800 | 800 | 700 | 600 | 500 |
| | | | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,04 |
| 20 | 8 | 900 | 900 | 800 | 700 | 600 |
| | | | 0,03 | 0,06 | 0,07 | 0,05 |
| 21 | 7 | 800 | 800 | 700 | 600 | 500 |
| | | | 0,04 | 0,06 | 0,08 | 0,07 |
| 22 | 7 | 600 | 600 | 500 | 400 | 300 |
| | | | 0,05 | 0,08 | 0,03 | 0,05 |
| 23 | 9 | 1000 | 1000 | 900 | 800 | 700 |
| | | | 0,08 | 0,06 | 0,08 | 0,04 |

Приклад розв'язку.

Енергосистема має 10 генераторів потужністю по 100 МВт кожний. Імовірність робочого стану генератора $p=0,98$, а аварійного стану $q=0,02$. Максимальне навантаження енергосистеми дорівнює 1000 МВт. Для спрощення графік навантаження приймаємо ступінчастий зі ступенями 100 МВт кожна. Імовірність навантаження системи 1000, 900, 800 і 700 МВт приймаємо рівними наступним:

$$p(1000)=0,04; p(900)=0,08; p(800)=0,08; p(700)=0,1.$$

Необхідно визначити оптимальну кількість додаткових агрегатів, якщо збиток від недовідпуску електроенергії складає $Z_0=0,6$ грн/кВт·год, а розрахункові витрати на кожний новий агрегат становлять 1 млн. грн. на рік.

Визначаємо імовірності знаходження в робочому стані k агрегатів з десяти:

$$p_{10(9)} = 10 \cdot 0,98^9 \cdot 0,02^1 \approx 0,167;$$

$$p_{10(8)} = \frac{10 \cdot 9}{1 \cdot 2} \cdot 0,98^8 \cdot 0,02^2 \approx 0,015;$$

$$p_{10(7)} = \frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0,98^7 \cdot 0,02^3 \approx 0,001;$$

$$p_{10(6)} \approx 0.$$

Визначимо імовірність дефіциту у 100 МВт при відсутності резерву. Такий дефіцит може бути у випадку, коли при максимальному навантаженні (1000 МВт) один агрегат знаходиться в аварійному стані, тобто 9 – в робочому, або якщо при навантаженні 900 МВт два агрегати знаходяться в аварійному стані, тобто 8 – в робочому, і т.д. Тому імовірність дефіциту у 100 МВт:

$$p_{100} = 0,04 \cdot 0,167 + 0,08 \cdot 0,015 + 0,08 \cdot 0,001 + 0,1 \cdot 0,000 = 0,00796.$$

Аналогічно визначаємо імовірність дефіциту у 200 і 300 МВт:

$$p_{200} = 0,04 \cdot 0,015 + 0,08 \cdot 0,001 + 0,08 \cdot 0,000 = 0,00068;$$

$$p_{300} = 0,04 \cdot 0,001 + 0,08 \cdot 0,0000 = 0,00004.$$

Математичне сподівання недовідпуску електроенергії за рік:

$$M(W_H) = 8760 \cdot (100 \cdot 0,00796 + 200 \cdot 0,00068 + 300 \cdot 0,00004) \cdot 10^{-3} = 8,27 \text{ млн. кВт} \cdot \text{год.}$$

Отже, математичне сподівання збитку за рік дорівнює:

$$M(Z) = 30 \cdot M(W_H) = 0,6 \cdot 8,27 = 4,962 \text{ млн. грн.}$$

Розглянемо випадок встановлення 1 додаткового генератора потужністю 100 МВт. Визначаємо нові значення імовірностей аварійного виходу різної кількості агрегатів з 11:

$$p_{11(9)} = \frac{11 \cdot 10}{1 \cdot 2} \cdot 0,98^9 \cdot 0,02^2 \approx 0,0183;$$

$$p_{11(8)} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0,98^8 \cdot 0,02^3 \approx 0,0011;$$

$$p_{11(7)} = \frac{11 \cdot 10 \cdot 9 \cdot 8}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 0,98^7 \cdot 0,02^4 \approx 0,00005;$$

$$p_{11(6)} \approx 0.$$

При аварійному виході з ладу одного агрегату при максимальному навантаженні дефіциту потужності не буде, оскільки він компенсується

резервним агрегатом. Дефіцит 100 МВт виникне, якщо при навантаженні 1000 МВт у аварійному стані будуть знаходитись два агрегати, при навантаженні 900 МВт - три агрегати і т.д. Визначаємо імовірність дефіцитів 100 та 200 МВт:

$$p_{100}=0,04 \cdot 0,0183+0,08 \cdot 0,0011+0,08 \cdot 0,00005=0,00082;$$

$$p_{200}=0,04 \cdot 0,0011+0,08 \cdot 0,00005=0,000092.$$

Математичне сподівання недовідпуску електроенергії за рік:

$$M(W_H)=8760 \cdot (100 \cdot 0,00082+200 \cdot 0,000092) \cdot 10^{-3}=0,879 \text{ млн.кВт}\cdot\text{год},$$

що відповідає математичному сподіванню збитку:

$$M(Z)=0,6 \cdot 0,879=0,528 \text{ млн.грн. за рік.}$$

Розглянемо випадок встановлення 2 додаткових генераторів потужністю 100 МВт. Визначаємо нові значення ймовірностей аварійного виходу різної кількості агрегатів з 12:

$$p_{12(9)} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10}{1 \cdot 2 \cdot 3} \cdot 0,98^9 \cdot 0,02^3 \approx 0,00147;$$

$$p_{12(8)} = \frac{12 \cdot 11 \cdot 10 \cdot 9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} \cdot 0,98^8 \cdot 0,02^4 \approx 0,00007.$$

Визначаємо ймовірність дефіциту потужностей 100 і 200 МВт:

$$p_{100}=0,04 \cdot 0,00147+0,08 \cdot 0,00007=0,000062;$$

$$p_{200}=0,04 \cdot 0,00007=0,0000028.$$

Отже,

$$M(W_H)=8760 \cdot (100 \cdot 0,000062+200 \cdot 0,0000028) \cdot 10^{-3}=0,059 \text{ млн.кВт}\cdot\text{год};$$

$$M(Z)=0,6 \cdot 0,059=0,035 \text{ млн.грн.}$$

Результати розрахунків наведені у таблиці.

Таблиця 1.2 – Результати розрахунку до прикладу (задача 1)

| Номер варіанта | Кількість агрегатів разом з додатковими | Математичне сподівання збитку, млн. грн. | Додаткові розрахункові річні витрати, млн. грн. | Народногосподарські розрахункові витрати, які дорівнюють сумі збитку і додаткових витрат, млн. грн. |
|----------------|---|--|---|---|
| 1 | 10 | 4,962 | 0 | 4,962 |
| 2 | 11 | 0,528 | 1 | 1,528 |
| 3 | 12 | 0,035 | 2 | 2,035 |

За результатами таблиці будемо графік залежності народногосподарських розрахункових витрат від кількості додаткових агрегатів.

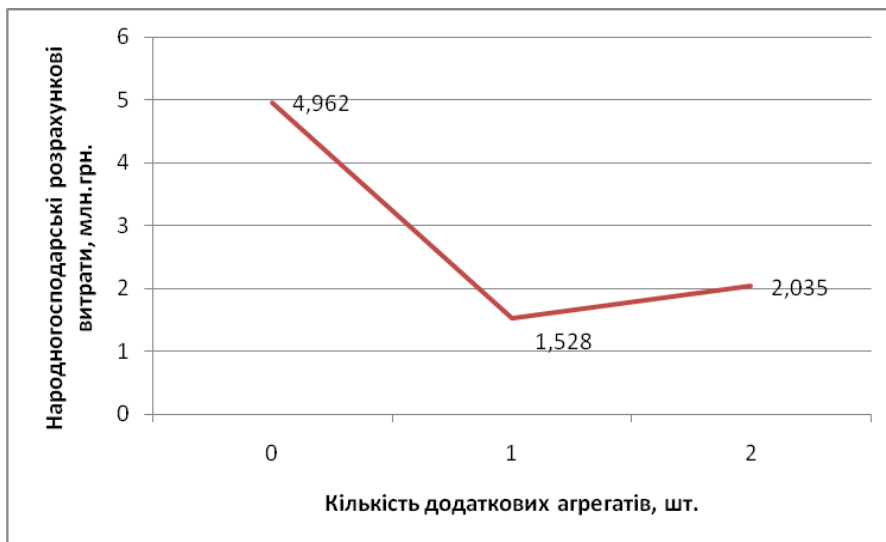


Рисунок 1.1 – Результати розрахунків (задача 1)

За результатами розрахунків бачимо, що оптимальна кількість агрегатів дорівнює 11, оскільки при цьому сумарні розрахункові витрати будуть мінімальні (1,528 млн. грн.). При відсутності резерву маємо перевитрати 3,434 млн. грн. відносно оптимального варіанту. При встановленні двох додаткових генераторів маємо перевитрати 0,507 млн. грн. на рік. Отже, оптимальний резерв потужності дорівнює 1 агрегат або 10 %.

Задача 2.

При спостереженні залежності питомих витрат електроенергії w від обсягів виробництва V отримані наступні результати. За допомогою методу найменших квадратів необхідно побудувати математичну модель залежності $w=f(V)$.

Таблиця 2.1 – Вихідні дані за варіантами для задачі 2

| № варіанта | Дані спостережень | | | | | | | | |
|------------|-------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
| 1 | V | 59,599 | 54,691 | 59,599 | 42,070 | 62,403 | 59,599 | 51,886 | 57,495 |
| | w | 27,610 | 27,473 | 29,115 | 33,616 | 25,689 | 29,288 | 30,649 | 29,492 |
| 2 | V | 329,869 | 359,473 | 355,243 | 334,098 | 359,473 | 321,411 | 321,411 | 317,182 |
| | w | 11,709 | 10,620 | 11,734 | 12,241 | 10,516 | 12,554 | 12,517 | 12,627 |
| 3 | V | 208,297 | 191,143 | 208,297 | 147,033 | 218,100 | 208,297 | 181,341 | 200,946 |
| | w | 5,234 | 5,253 | 5,520 | 6,601 | 4,848 | 5,553 | 5,891 | 5,611 |
| 4 | V | 913,832 | 892,330 | 913,832 | 838,575 | 956,836 | 784,820 | 752,567 | 881,579 |
| | w | 10,705 | 10,344 | 11,251 | 11,634 | 10,001 | 11,924 | 12,082 | 11,393 |
| 5 | V | 76,731 | 70,412 | 76,731 | 54,163 | 80,342 | 76,731 | 66,801 | 74,023 |
| | w | 27,0161 | 27,4459 | 28,3949 | 36,4248 | 24,8658 | 28,4792 | 31,2211 | 29,0905 |
| 6 | V | 878,978 | 761,781 | 867,259 | 808,660 | 996,175 | 890,698 | 703,183 | 878,978 |
| | w | 0,7936 | 0,8775 | 0,8454 | 0,9093 | 0,6645 | 0,8255 | 1,0426 | 0,8341 |
| 7 | V | 80,087 | 69,409 | 79,020 | 73,680 | 90,766 | 81,155 | 64,070 | 80,087 |
| | w | 42,0158 | 41,9825 | 44,3256 | 45,3592 | 38,5708 | 44,1296 | 47,2215 | 44,1602 |
| 8 | V | 628,089 | 575,748 | 533,875 | 607,152 | 544,343 | 628,089 | 889,792 | 994,474 |
| | w | 6,6072 | 6,6253 | 7,5902 | 7,0784 | 6,7930 | 6,9505 | 5,8478 | 5,5727 |
| 9 | V | 114,827 | 132,493 | 110,411 | 143,534 | 163,408 | 187,698 | 132,493 | 99,370 |
| | w | 33,8093 | 30,9772 | 36,0030 | 33,2922 | 28,9417 | 31,0822 | 33,9740 | 37,3557 |
| 10 | V | 370,228 | 320,865 | 365,292 | 340,610 | 419,592 | 375,165 | 296,183 | 370,228 |
| | w | 5,7488 | 5,9410 | 6,0838 | 6,3286 | 5,1285 | 6,0195 | 6,8116 | 6,0422 |
| 11 | V | 62,403 | 59,599 | 51,886 | 57,495 | 59,599 | 54,691 | 59,599 | 42,070 |
| | w | 5,1285 | 6,0195 | 6,8116 | 6,0422 | 5,7488 | 5,9410 | 6,0838 | 6,3286 |
| 12 | V | 359,473 | 321,411 | 321,411 | 317,182 | 329,869 | 359,473 | 355,243 | 334,098 |
| | w | 28,9417 | 31,0822 | 33,9740 | 37,3557 | 33,8093 | 30,9772 | 36,0030 | 33,2922 |
| 13 | V | 218,100 | 208,297 | 181,341 | 200,946 | 208,297 | 191,143 | 208,297 | 147,033 |
| | w | 6,7930 | 6,9505 | 5,8478 | 5,5727 | 6,6072 | 6,6253 | 7,5902 | 7,0784 |
| 14 | V | 956,836 | 784,820 | 752,567 | 881,579 | 913,832 | 892,330 | 913,832 | 838,575 |
| | w | 38,5708 | 44,1296 | 47,2215 | 44,1602 | 42,0158 | 41,9825 | 44,3256 | 45,3592 |
| 15 | V | 80,342 | 76,731 | 66,801 | 74,023 | 76,731 | 70,412 | 76,731 | 54,163 |
| | w | 0,6645 | 0,8255 | 1,0426 | 0,8341 | 0,7936 | 0,8775 | 0,8454 | 0,9093 |
| 16 | V | 996,175 | 890,698 | 703,183 | 878,978 | 878,978 | 761,781 | 867,259 | 808,660 |
| | w | 25,689 | 29,288 | 30,649 | 29,492 | 27,610 | 27,473 | 29,115 | 33,616 |
| 17 | V | 90,766 | 81,155 | 64,070 | 80,087 | 80,087 | 69,409 | 79,020 | 73,680 |
| | w | 24,8658 | 28,4792 | 31,2211 | 29,0905 | 27,0161 | 27,4459 | 28,3949 | 36,4248 |
| 18 | V | 544,343 | 628,089 | 889,792 | 994,474 | 628,089 | 575,748 | 533,875 | 607,152 |
| | w | 10,516 | 12,554 | 12,517 | 12,627 | 11,709 | 10,620 | 11,734 | 12,241 |

Продовження таблиці 2.1

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|----|---|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 19 | V | 163,408 | 187,698 | 132,493 | 99,370 | 114,827 | 132,493 | 110,411 | 143,534 |
| | w | 4,848 | 5,553 | 5,891 | 5,611 | 5,234 | 5,253 | 5,520 | 6,601 |
| 20 | V | 419,592 | 375,165 | 296,183 | 370,228 | 370,228 | 320,865 | 365,292 | 340,610 |
| | w | 10,001 | 11,924 | 12,082 | 11,393 | 10,705 | 10,344 | 11,251 | 11,634 |
| 21 | V | 878,978 | 878,978 | 761,781 | 867,259 | 808,660 | 996,175 | 890,698 | 703,183 |
| | w | 80,087 | 80,087 | 69,409 | 79,020 | 73,680 | 90,766 | 81,155 | 64,070 |
| 22 | V | 99,370 | 114,827 | 132,493 | 110,411 | 143,534 | 163,408 | 187,698 | 132,493 |
| | w | 37,3557 | 33,8093 | 30,9772 | 36,0030 | 33,2922 | 28,9417 | 31,0822 | 33,9740 |
| 23 | V | 340,610 | 419,592 | 375,165 | 296,183 | 370,228 | 370,228 | 320,865 | 365,292 |
| | w | 45,3592 | 38,5708 | 44,1296 | 47,2215 | 44,1602 | 42,0158 | 41,9825 | 44,3256 |

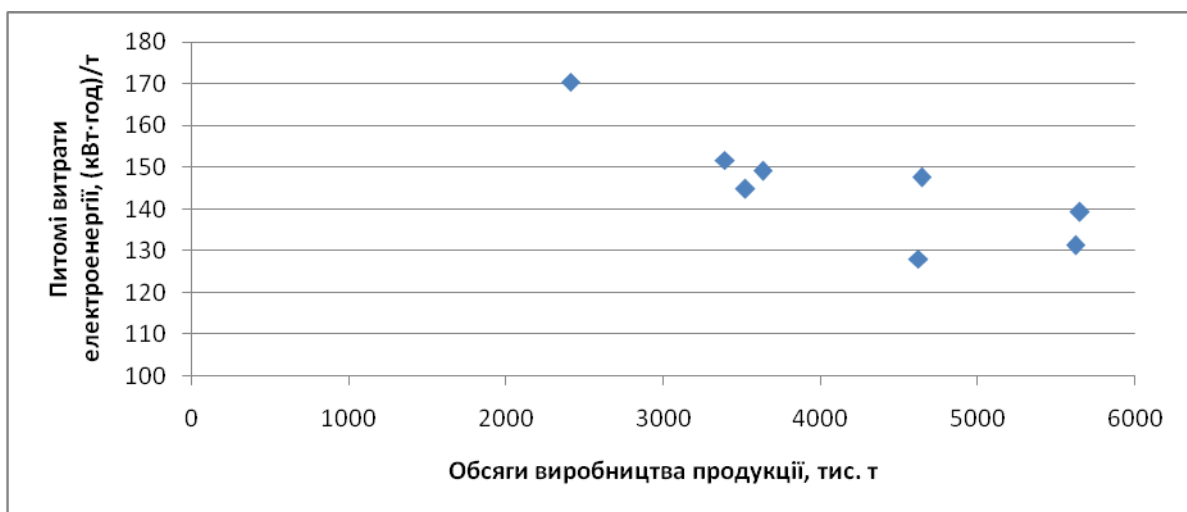
Приклад розв'язку.

При спостереженні залежності питомих витрат електроенергії w від обсягів виробництва V отримані наступні результати. За допомогою методу найменших квадратів необхідно побудувати математичну модель залежності $w=f(V)$.

Таблиця 2.2 – Вихідні дані для прикладу (задача 2)

| | | | | | | | | |
|--|--------|-------|--------|-------|-------|-------|-------|-------|
| Обсяги виробництва продукції, тис. т | 5650 | 5619 | 4641 | 4622 | 3521 | 3393 | 2409 | 3630 |
| Питомі витрати електроенергії, (тис кВт·год)/т | 139,24 | 131,3 | 147,62 | 128,1 | 144,8 | 151,7 | 170,5 | 149,1 |

Побудуємо точки залежності $w=f(V)$ на основі наведених статистичних даних.

Рисунок 2.1 – Точки залежності $w=f(V)$ на основі статистичних даних

Як відомо з курсу математики, графік лінії, побудованої на основі числових даних, можна апроксимувати різними функціями, але найбільш наближеними до експериментального графіку. У даному випадку отримані дані можна спробувати апроксимувати до графіку лінійної функції, яку будемо апроксимувати прямою лінією, і в результаті повинні отримати значення коефіцієнтів a і b наступної лінійної функції

$$w = a + b V \quad (2.1)$$

У математиці прийнято позначати незалежну змінну через x , а залежну через y , тому лінійну функцію представимо в наступному вигляді

$$y = a + b x \quad (2.2)$$

Для випадку лінійної апроксимації залежностей питомих витрат енергоресурсів на виробництво від його обсягів, величини a і b визначають за допомогою системи рівнянь:

$$\begin{cases} \sum_1^n y_i = na + b \sum_1^n x_i \\ \sum_1^n x_i y_i = a \sum_1^n x_i + b \sum_1^n x_i^2, \end{cases} \quad (2.3)$$

де n – кількість фактично відомих питомих витрат енергоресурсів для конкретних обсягів виробництва.

Коефіцієнти a і b обчислюються наступним чином:

$$b = \frac{n \cdot \sum x \cdot y - (\sum x \cdot \sum y)}{n \cdot \sum x^2 - (\sum x)^2}, \quad (2.4)$$

$$a = \frac{\sum y - (b \cdot \sum x)}{n}, \quad (2.5)$$

Коефіцієнт кореляції, який визначає тісноту зв'язку між даними спостереження та отриманим рівнянням, визначається за формулою:

$$r = \frac{n \cdot \sum (x \cdot y) - (\sum x \cdot \sum y)}{\sqrt{((n \cdot \sum x^2) - (\sum x)^2) \cdot ((n \cdot \sum y^2) - (\sum y)^2)}}. \quad (2.6)$$

Обчислимо значення величин, що входять в рівняння (2.2). Для цього складемо таблицю 2.2. В останньому рядку записані суми величин, що знаходяться у відповідному стовпці.

Таблиця 2.2 – Результати розрахунку до прикладу (задача 2)

| № | Обсяги виробництва продукції, тис. т | Питомі витрати електроенергії, (кВт·год)/т | Результати обчислень | | |
|----------|--------------------------------------|--|----------------------|-----------|------------|
| | x | y | x^2 | xy | y^2 |
| 1 | 5650 | 139,24 | 31922500 | 786706 | 19387,78 |
| 2 | 5619 | 131,3 | 31573161 | 737774,7 | 17239,69 |
| 3 | 4641 | 147,62 | 21538881 | 685104,42 | 21791,66 |
| 4 | 4622 | 128,1 | 21362884 | 592078,2 | 16409,61 |
| 5 | 3521 | 144,8 | 12397441 | 509840,8 | 20967,04 |
| 6 | 3393 | 151,7 | 11512449 | 514718,1 | 23012,89 |
| 7 | 2409 | 170,5 | 5803281 | 410734,5 | 29070,25 |
| 8 | 3630 | 149,1 | 13176900 | 541233 | 22230,81 |
| Σ | 33485 | 1162,36 | 149287480 | 4778189,7 | 170109,732 |

Знайдені значення підставляємо в формулу (2.3).

У результаті отримуємо таку систему рівнянь:

$$\begin{cases} 1162,36 = 8 \cdot a + 33485 \cdot b \\ 4778189,7 = 33485 \cdot a + 149287480 \cdot b \end{cases}$$

Залежність $y = a + b \cdot x$ набуває вигляду:

$$y = 185,081 - 0,0095285 \cdot x$$

або в прийнятих позначеннях:

$$w = 185,081 - 0,0095285 \cdot V$$

Коефіцієнт кореляції $r=0,76$.

Проведений аналіз поділяє обсяг спожитої енергії на постійне навантаження (тобто на кількість енергоносія, необхідного для підтримки на підприємстві нульового рівня виробництва) і змінне навантаження (кількість енергоносія для виробництва кожної додаткової одиниці продукції, що випускається).

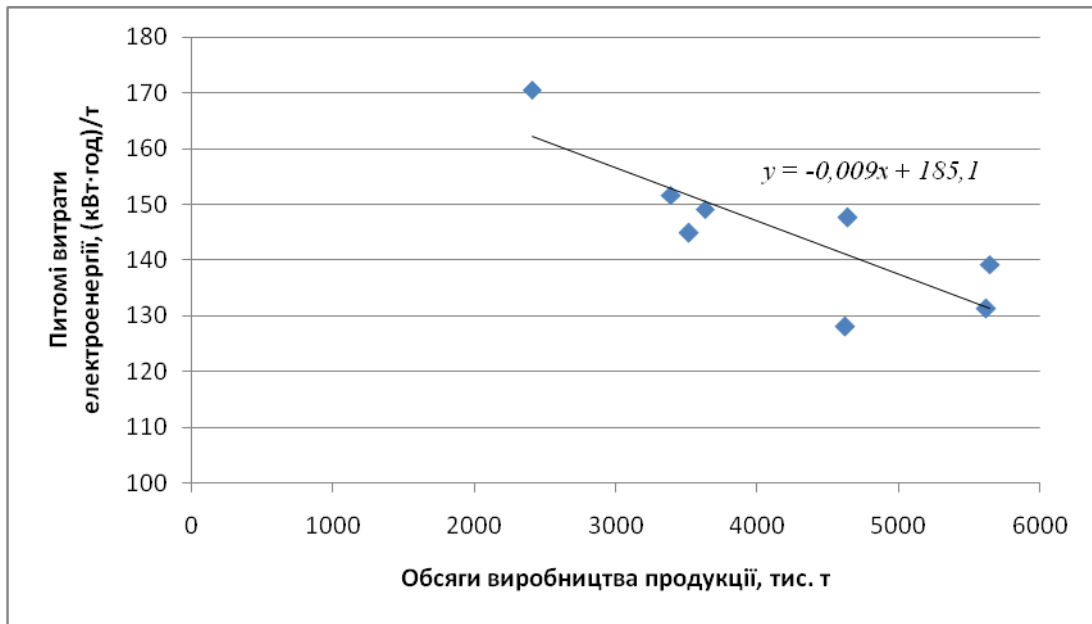


Рисунок 2.2 – Графік залежності $w=f(V)$

Залежність питомих витрат електроенергії від обсягів виробництва має спадаючий характер – при збільшенні обсягів виробництва питомі витрати електроенергії зменшуються. Це спричинене розподіленням базового споживання електроенергії, яким характеризується виробництво без корисного випуску продукції, на більшу кількість виробленої продукції. Значення коефіцієнта кореляції $r=0,76$ свідчить про наявність достатньо тісного лінійного зв'язку між вихідними даними та отриманим рівнянням.

Задача 3.

В проектованій системі електропостачання є два вузла з джерелами живлення і три вузла споживачів. Потужності джерел складають A_1 і A_2 , а потужності споживачів – B_1 , B_2 і B_3 кВт. Взаємне розташування вузлів і можливі до спорудження лінії електричної мережі показані на рис. 3.1. Питомі витрати на передачу потужностей лініями між вузлами джерел і споживачів становлять $C_{11}, C_{12}, C_{13}, C_{21}, C_{22}, C_{23}$ грошових одиниць / кВт.

Скласти математичну модель для вирішення транспортної задачі. Скласти оптимальний план передачі електроенергії, що мінімізує загальні витрати на передачу.

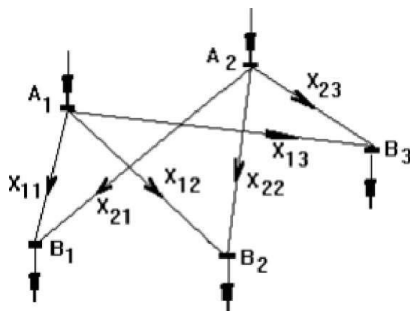


Рисунок 3.1. Взаємне розташування вузлів і можливі варіанти спорудження ліній передач

Таблиця 3.1 – Вихідні дані за варіантами для задачі 3

| № варіанта | A_1 | A_2 | B_1 | B_2 | B_3 | C_{11} | C_{12} | C_{13} | C_{21} | C_{22} | C_{23} |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 1 | 80 | 90 | 50 | 40 | 80 | 10 | 8 | 2 | 3 | 5 | 9 |
| 2 | 80 | 90 | 50 | 40 | 80 | 8 | 4 | 15 | 14 | 7 | 4 |
| 3 | 75 | 55 | 30 | 40 | 60 | 6 | 6 | 7 | 11 | 9 | 6 |
| 4 | 32 | 56 | 15 | 45 | 28 | 7 | 4 | 5 | 5 | 9 | 14 |
| 5 | 45 | 65 | 25 | 30 | 55 | 4 | 9 | 12 | 12 | 5 | 10 |
| 6 | 38 | 44 | 23 | 30 | 29 | 10 | 15 | 10 | 12 | 9 | 5 |
| 7 | 70 | 90 | 60 | 35 | 65 | 4 | 12 | 13 | 15 | 3 | 7 |
| 8 | 21 | 32 | 15 | 18 | 20 | 15 | 5 | 5 | 13 | 7 | 5 |
| 9 | 110 | 120 | 67 | 75 | 88 | 7 | 14 | 14 | 11 | 8 | 14 |
| 10 | 230 | 180 | 135 | 125 | 150 | 12 | 8 | 10 | 11 | 7 | 10 |
| 11 | 240 | 190 | 100 | 145 | 185 | 10 | 3 | 4 | 4 | 15 | 14 |
| 12 | 120 | 70 | 50 | 67 | 73 | 5 | 4 | 13 | 11 | 11 | 3 |
| 13 | 95 | 110 | 87 | 98 | 20 | 8 | 5 | 15 | 12 | 13 | 12 |
| 14 | 69 | 120 | 67 | 75 | 47 | 14 | 10 | 13 | 14 | 5 | 12 |
| 15 | 93 | 180 | 135 | 125 | 13 | 12 | 11 | 14 | 5 | 5 | 8 |
| 16 | 95 | 190 | 100 | 145 | 40 | 6 | 6 | 13 | 10 | 9 | 3 |
| 17 | 312 | 300 | 277 | 250 | 85 | 11 | 9 | 8 | 13 | 3 | 13 |
| 18 | 150 | 180 | 90 | 140 | 100 | 4 | 11 | 14 | 8 | 11 | 8 |
| 19 | 45 | 90 | 30 | 40 | 65 | 12 | 6 | 10 | 6 | 14 | 11 |

Продовження таблиці 3.1

| | | | | | | | | | | | |
|----|-----|-----|-----|-----|-----|----|----|----|----|----|----|
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
| 20 | 89 | 90 | 45 | 55 | 79 | 4 | 10 | 15 | 14 | 15 | 9 |
| 21 | 300 | 200 | 150 | 165 | 185 | 10 | 9 | 15 | 12 | 6 | 4 |
| 22 | 18 | 34 | 22 | 21 | 9 | 7 | 14 | 2 | 9 | 13 | 8 |
| 23 | 19 | 24 | 16 | 20 | 7 | 2 | 2 | 2 | 2 | 2 | 15 |

Приклад розв'язку.

В проектуваній системі електропостачання є два вузла з джерелами живлення і три вузла споживачів. Потужності джерел складають 47 і 44, а потужності споживачів – 23, 30 і 38 кВт. Взаємне розташування вузлів і можливі до спорудження лінії електричної мережі показані на рис. 3.1. Питомі витрати на передачу потужностей лініями між вузлами джерел і споживачів становлять 6, 8, 7, 5, 3, 15 грошових одиниць / кВт.

Скласти математичну модель для вирішення транспортної задачі. Скласти оптимальний план передачі електроенергії, що мінімізує загальні витрати на передачу.

Таблиця 3.2 – Вихідні дані для прикладу (задача 3)

| № варіанта | A_1 | A_2 | B_1 | B_2 | B_3 | C_{11} | C_{12} | C_{13} | C_{21} | C_{22} | C_{23} |
|------------|-------|-------|-------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 0 | 47 | 44 | 23 | 30 | 38 | 6 | 8 | 7 | 5 | 3 | 15 |

Пояснимо для себе наведені величини:

Потужність першого джерела $A_1 = 47$ кВт.

Потужність другого джерела $A_2 = 44$ кВт.

Потреба першого споживача $B_1 = 23$ кВт.

Потреба другого споживача $B_2 = 30$ кВт.

Потреба третього споживача $B_3 = 38$ кВт.

Витрати на доставку одного кВт енергії:

від першого джерела до першого споживача $C_{11} = 6$ гр.о. / кВт.

від першого джерела до другого споживача $C_{12} = 8$ гр.о. / кВт.

від першого джерела до третього споживача $C_{13} = 7$ гр.о. / кВт.

від другого джерела до першого споживача $C_{21} = 5$ гр.о. / кВт.

від другого джерела до другого споживача $C_{22} = 3$ гр.о. / кВт.

від другого джерела до третього споживача $C_{23} = 15$ гр.о. / кВт.

Перевіряємо умову задачі на збалансованість. Для цього порівняємо сумарну потужність в джерелах з сумарною потребою в енергії:

$$A_1 + A_2 = B_1 + B_2 + B_3$$

$$47 + 44 = 23 + 30 + 38$$

$$91 = 91,$$

тобто сума потреб збігається з сумою енергії в джерелах, завдання є збалансованим.

Введемо позначення:

x_{11} – кількість енергії, що передається від першого джерела до першого споживача;

x_{12} – кількість енергії, що передається від першого джерела до другого споживача;

x_{13} – кількість енергії, що передається від першого джерела до третього споживачеві;

x_{21} – кількість енергії, що передається від другого джерела до першого споживача;

x_{22} – кількість енергії, що передається від другого джерела до другого споживача;

x_{23} – кількість енергії, що передається від другого джерела до третього споживача.

Напишемо цільову функцію, вона дорівнює сумі всіх витрат на передачу енергії:

$$Z = x_{11} \cdot C_{11} + x_{12} \cdot C_{12} + x_{13} \cdot C_{13} + x_{21} \cdot C_{21} + x_{22} \cdot C_{22} + x_{23} \cdot C_{23}.$$

$$Z = x_{11} \cdot 6 + x_{12} \cdot 8 + x_{13} \cdot 7 + x_{21} \cdot 5 + x_{22} \cdot 3 + x_{23} \cdot 15.$$

Наша мета полягає в досягненні мінімальних витрат Z шляхом перебору різних варіантів значень x_{ij} .

Введемо обмеження:

1) Очевидно, що значення $x_{ij} > 0$, це означає, що кількість енергії, що передається, не може бути негативним значенням;

$$2) x_{11} + x_{12} + x_{13} = A_1;$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = A_2;$$

тобто сума переданої енергії від першого джерела до трьох споживачів дорівнює потужності першого джерела і сума переданої енергії від другого джерела до трьох споживачів дорівнює потужності другого джерела.

$$3) x_{11} + x_{21} = B_1;$$

$$x_{12} + x_{22} = B_2;$$

$$x_{13} + x_{23} = B_3;$$

тобто потреба першого споживача задовольняється за рахунок енергії, що відпускається з першого і другого джерел і т.д.

Складаємо опорний план (початковий план) у вигляді таблиці 3.3.

Таблиця 3.3 – Опорний план електропередачі

| | $B_1 = 23$ кВт | $B_2 = 30$ кВт | $B_3 = 38$ кВт |
|----------------|----------------|----------------|----------------|
| $A_1 = 47$ кВт | 6 x_{11} | 8 x_{12} | 7 x_{13} |
| $A_2 = 44$ кВт | 5 x_{21} | 3 x_{22} | 15 x_{23} |

Для складання опорного плану застосовуємо метод «північно-західного кута», тобто спочатку заповнимо клітку 11, записуючи туди

$$x_{11} = \min(A_1; B_1) = 23,$$

при цьому потреба першого споживача повністю закрилася. Тобто

$$x_{21} = 0.$$

У першому джерелі залишився запас $47 - 23 = 24$. Це значення запишемо в клітку 12.

$$x_{12} = 24.$$

У першого джерела не залишилося запасу.

$$x_{13} = 0.$$

Другому споживачеві ще не вистачає $30 - 24 = 6$ кВт енергії, цю енергію візьмемо з другого джерела.

$$x_{22} = 6.$$

Тоді в другому джерелі залишається $44 - 6 = 38$ кВт, всю цю енергію віддаємо третьому споживачеві.

$$x_{23} = 38.$$

Занесемо дані в план електропередачі в таблиці 3.4.

Таблиця 3.4 – Опорний план електропередачі за методом «північно-західного кута»

| | $B_1 = 23$ кВт | $B_2 = 30$ кВт | $B_3 = 38$ кВт |
|----------------|------------------|------------------|-------------------|
| $A_1 = 47$ кВт | 6 $x_{11}=23$ | 8 $x_{12}=24$ | 7 $x_{13}=0$ |
| $A_2 = 44$ кВт | 5 $x_{21}=0$ | 3 $x_{22}=6$ | 15 $x_{23}=38$ |

Таким чином, весь запас енергії у джерел переданий споживачам і всі потреби задовільнилися. Підрахуємо загальні витрати на передачу енергії:

$$Z = x_{11} \cdot C_{11} + x_{12} \cdot C_{12} + x_{13} \cdot C_{13} + x_{21} \cdot C_{21} + x_{22} \cdot C_{22} + x_{23} \cdot C_{23}.$$

$$Z = 23 \cdot 6 + 24 \cdot 8 + 0 \cdot 7 + 0 \cdot 5 + 6 \cdot 3 + 38 \cdot 15 = 918 \text{ грошових одиниць.}$$

Іншим методом складання опорного плану є метод «мінімальної собівартості», тобто спочатку заповнимо клітку з мінімальним значенням C_{ij} , тобто клітинку 22, записуючи туди

$$x_{22} = \min(A_2; B_2) = 30,$$

при цьому потреба другого споживача повністю закрилася. Тобто $x_{12}=0$.

Наступною заповнимо клітку з мінімальним значенням C_{ij} серед тих, що залишилися, тобто клітинку 21, враховуючи, що у другому джерелі залишився запас $44-30 = 14$ кВт.

$$x_{21} = \min(A_2 - x_{22}; B_1) = 14$$

В першому джерелі залишився запас $23-14=9$. Це значення запишемо в клітку 11.

$$x_{11} = 9.$$

У другого джерела не залишилося запасу.

$$x_{23} = 0.$$

Тоді в першому джерелі залишається $47-9 = 38$ кВт, всю цю енергію віддаємо третьому споживачеві.

$$x_{13} = 38.$$

Занесемо дані в план електропередачі в таблиці 3.5.

Таблиця 3.5 – Опорний план електропередачі за методом «мінімальної собівартості»

| | $B_1 = 23$ кВт | $B_2 = 30$ кВт | $B_3 = 38$ кВт |
|----------------|------------------|------------------|------------------|
| $A_1 = 47$ кВт | 6 $x_{11}=9$ | 8 $x_{12}=0$ | 7 $x_{13}=38$ |
| $A_2 = 44$ кВт | 5 $x_{21}=14$ | 3 $x_{22}=30$ | 15 $x_{23}=0$ |


Таким чином, весь запас енергії у джерел переданий споживачам і всі потреби задовільнилися. Підрахуємо загальні витрати на передачу енергії:

$$Z = x_{11} \cdot C_{11} + x_{12} \cdot C_{12} + x_{13} \cdot C_{13} + x_{21} \cdot C_{21} + x_{22} \cdot C_{22} + x_{23} \cdot C_{23}.$$

$$Z = 9 \cdot 6 + 0 \cdot 8 + 38 \cdot 7 + 14 \cdot 5 + 30 \cdot 3 + 0 \cdot 15 = 480 \text{ грошових одиниць.}$$

Менше отримане значення 480 гр.о. може виявитися мінімальним, а може і не бути мінімальним. Поки ми не можемо це однозначно затвердити. Для цього ми повинні отриманий план покращувати іншими методами. Одним з найкращих методів є метод потенціалів. Його застосування в аналітичному вигляді викликає певні труднощі в плані часу. Тому застосовуємо запрограмований варіант цього методу, включений в комп'ютерну програму «Ексел» у вигляді підпрограми «Пошук рішення».

Для активації підпрограми «Пошук рішення» в Ексел-2003 потрібно в головному меню натиснути на меню «Сервіс», потім в списку натиснути на надбудови, в списку поставити галочку на «Пошуку рішення» і натиснути на «ОК». Потім треба зайти в меню «Сервіс», знайти у списку «Пошук рішення» і натиснути на нього.

Для активації підпрограми «Пошук рішення» в Excel-2007 необхідно натиснути у верхньому лівому кутку значок , у вікні внизу натиснути на «параметри Excel», у вікні натиснути на "Надбудови", в правій частині знайти рядок «Пошук рішення», натиснути на неї і потім натиснути внизу вікна на «Перейти», у віконці, що з'явилося, поставити галочку поруч зі словом «Пошук рішення» і натиснути на «ОК». «Пошук рішення» буде відображено у правого краю в меню «Дані» в головному вікні.

Відкриваємо чистий аркуш у вікні Excel. Трохи розширимо стовпець «А» і туди введемо позначення (див. Рис.2.). Стовпець «В» поки залишається порожнім. У стовпці «С» введемо позначення питомих витрат C_{ij} , а в стовпці «D» введемо їх значення. В комірках від В3 до В8 будуть записані знайдені значення x_{ij} . У комірку Е3 запишемо формулу, яка перемножує значення змінної x_{11} в комірці В3 на значення питомої витрати C_{11} , що знаходиться в комірці D3. Для цього курсор наведемо на комірку Е3 і натиснемо ліву кнопку миші, ставимо знак «=», натиснемо комірку В3, натиснемо клавішу «*», натиснемо комірку D3, натиснемо «Enter». З'явиться число «0» (бо значення комірки В3 поки дорівнює нулю). Таким же чином запишемо аналогічні формули в комірки Е4-Е8. Тепер в комірці В9 запишемо формулу, яка б означала суму

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} .$$

Для цього в комірці В9 ставимо знак «=», натиснемо комірку В3 (в цій комірці буде значення x_{11}), натиснемо «+», натиснемо В4, натиснемо «+», натиснемо В5, натиснемо «Enter». Поки з'явиться «0». Якщо тепер натиснути комірку В9, то у верхній частині таблиці, в рядку формул побачимо запис «= В3 + В4 + В5». Це показує, які клітинки ми підсумовували. Таким же чином введемо формули в комірки В10-В13.

Призначаємо цільову комірку – це комірка, в якій буде показуватися результат обчислень, тобто значення загальних витрат на передачу електроенергії. Як цільову комірку можна взяти будь-яку вільну позицію, наприклад візьмемо комірку G7. Натиснемо на неї, натиснемо меню «формули», натиснемо на значок Автосума " Σ ", з'явиться пунктирний миготливий прямокутник, натиснемо комірку Е3 і не відпускаючи кнопку миші, наведемо мишу до комірки Е8. Натиснемо "Enter". З'явиться «0». В осередку G7 записалася формула, що підсумовує всі витрати, тобто записалася цільова функція.

| Позначення | Змінні | Питомі витрати | Витрати |
|---|--------|----------------|---------|
| x11 – кількість енергії, що передається від першого джерела до першого споживача | | C11 | 6 |
| x12 – кількість енергії, що передається від першого джерела до другого споживача | | C12 | 8 |
| x13 – кількість енергії, що передається від першого джерела до третього споживача | | C13 | 7 |
| x21 – кількість енергії, що передається від другого джерела до першого споживача | | C21 | 5 |
| x22 – кількість енергії, що передається від другого джерела до другого споживача | | C22 | 3 |
| x23 – кількість енергії, що передається від другого джерела до третього споживача | | C23 | 15 |
| Запас в першому джерелі $A1=x11+x12+x13$ | | | |
| Запас в другому джерелі $A2=x21+x22+x23$ | | | |
| Потреби першого споживача $B1=x11+x21$ | | | |
| Потреби другого споживача $B2=x12+x22$ | | | |
| Потреби третього споживача $B3=x13+x23$ | | | |

Рисунок 3.2 – Вигляд аркушу Excel із завершеною підготовчою роботою

Потім в головній стрічці, тобто в самому верху екрана знайдемо меню «Дані» і натиснемо на нього. У правому кінці стрічки побачимо меню «Пошук рішення». Натиснемо на цю кнопку, з'явиться віконце з назвою «Пошук рішення» (рис.3.3).

В комірці «Встановити цільову комірку» буде запис незрозумілого вигляду і буде блимати. Пересунемо курсор миші на цільову комірку G7 і натиснемо на неї, з'явиться запис $\$G\7 . Далі вибираємо кнопку «мінімального значення» (ми шукаємо такий варіант плану, коли загальні витрати будуть мінімальні). Тепер переходимо в клітку «змінюючи комірки». Натискаємо на цю клітку, потім натискаємо комірку B3, не відпускаючи кнопку миші, наводимо мишу до клітини B8. З'явиться запис $\$B\$3:\$B\8 . Це означає, що змінюючи значення комірок від B3 (це значення x_{11}) до B8 (це значення x_{23}), ми шукаємо мінімум загальних витрат.

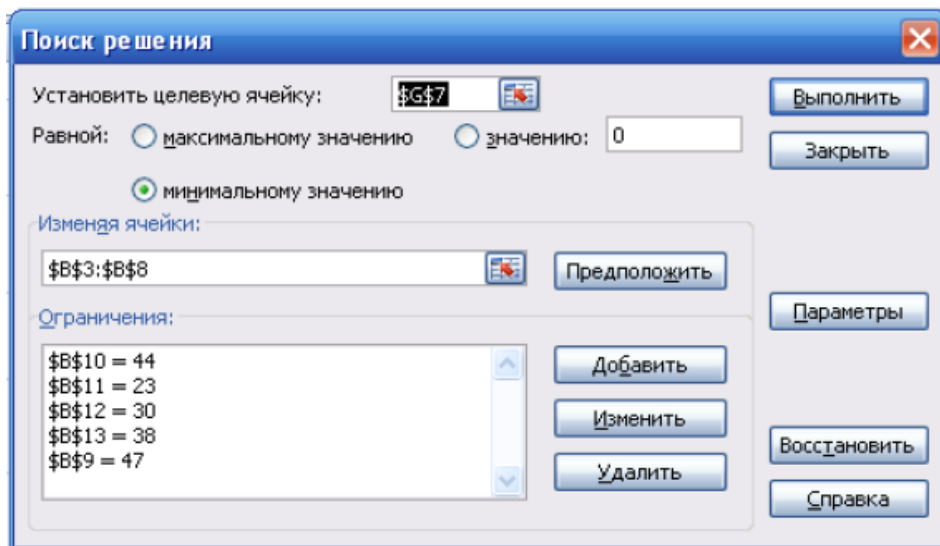


Рисунок 3.3 – Приклад заповнення віконця «Пошук рішення»

Тепер заповнюємо віконце «Обмеження». У даній задачі вводиться три типи обмеження. Перше про те, щоб всі змінні були позитивні або рівні нулю. Щоб записати цю умову натискаємо на кнопку «Параметри», з'явиться віконце «Параметри пошуку рішення» (рис.3.4)

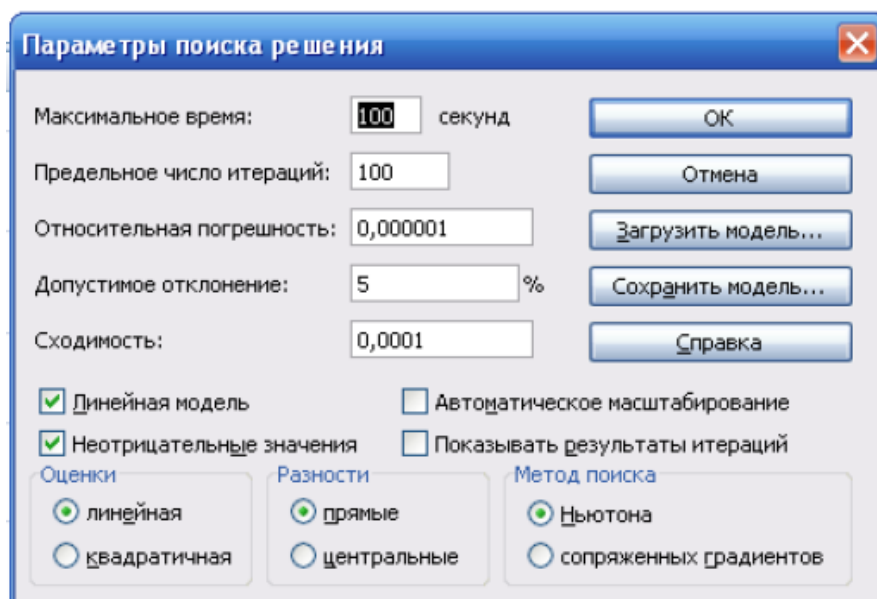


Рисунок 3.4 – Приклад заповнення віконця «Параметри пошуку рішення»

Поставимо галочки на клітини «Лінійна модель» і «Невід'ємні значення». Решту клітин залишимо без зміни. Натискаємо «ОК». І тепер натискаємо на кнопку «Додати». З'явиться таке віконечко

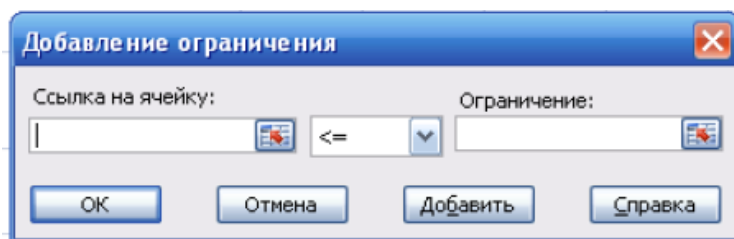


Рисунок 3.5 – Приклад заповнення віконця «Додання обмеження»

Натискаємо на кнопку «Додати». Наведемо курсор на клітку «Посилання на комірку», потім натискаємо на ту комірку, де знаходиться величина, на яку встановлюється обмеження. У нашому випадку такими є комірки B9, B10, B11, B12, B13. Наприклад, натискаємо на комірку B9, потім в наступній клітці вибираємо знак «<=>», і в правій клітині запишемо умову на обмеження «47». Цим ми даємо комп'ютеру команду, що сума змінних $x_{11} + x_{12} + x_{13}$ дорівнює 47. Далі натискаємо кнопку «Додати», натискаємо на комірку B10, вибираємо знак «<=>», в правій клітині запишемо «44» і так далі. Після введення останнього обмеження натискаємо «ОК».

Потім натискаємо на кнопку «Виконати». Якщо дані і обмеження введені вірно і задача оптимізована, то виводиться повідомлення «Рішення знайдено» і в цільовій комірці з'явиться число, яке є рішенням задачі. Якщо обмеження і / або дані введені не вірно, з'явиться повідомлення «Пошук не може знайти відповідного рішення».

| Позначення | Змінні | Питомі витрати | Витрати | Цільова функція |
|---|--------|----------------|---------|-----------------|
| x11 – кількість енергії, що передається від першого джерела до першого споживача | 9 | C11 | 6 | 54 |
| x12 – кількість енергії, що передається від першого джерела до другого споживача | 0 | C12 | 8 | 0 |
| x13 – кількість енергії, що передається від першого джерела до третього споживача | 38 | C13 | 7 | 266 |
| x21 – кількість енергії, що передається від другого джерела до першого споживача | 14 | C21 | 5 | 70 |
| x22 – кількість енергії, що передається від другого джерела до другого споживача | 30 | C22 | 3 | 90 |
| x23 – кількість енергії, що передається від другого джерела до третього споживача | 0 | C23 | 15 | 0 |
| Запас в першому джерелі $A1=x_{11}+x_{12}+x_{13}$ | 47 | | | |
| Запас в другому джерелі $A2=x_{21}+x_{22}+x_{23}$ | 44 | | | |
| Потреби першого споживача $B1=x_{11}+x_{21}$ | 23 | | | |
| Потреби другого споживача $B2=x_{12}+x_{22}$ | 30 | | | |
| Потреби третього споживача $B3=x_{13}+x_{23}$ | 38 | | | |

Рисунок 3.6 – Вигляд аркушу Excel із завершеним розрахунком

В результаті отримали відповідь: значення цільової функції дорівнює 480 грошових одиниць. За методом «північно-західного кута» значення цільової функції дорівнювало 918 гр.о., за методом «мінімальної собівартості» співпало з результатом використання «Пошуку рішень» – 480 гр.о. При цьому ми отримали: з першого джерела потрібно передати першому споживачеві 9 кВт, третьому споживачеві 38 кВт, з другого джерела потрібно передати першому споживачеві 14 кВт, другому споживачеві 30 кВт. Потреби всіх споживачів задоволені.

ПЕРЕЛІК ПОСИЛАНЬ

1. Математичні задачі енергетики [Текст] : навч.-метод. посібник для студ. ЗДІА спец. 7.000008 "ЕМ" всіх форм навчання / К. О. Братковська ; ЗДІА. - Запоріжжя : ЗДІА, 2011. - 37 с. : іл. – 21 прим.
2. Сидоров, В. С. Алгоритмізація оптимізаційних задач енергетики [Текст] : навч. посібник / В. С. Сидоров ; Держ. ун-т "Львівська політехніка". - К. : ІЗМН, 1998. - 231 с. : іл. - 10 прим.
3. Медведєв М.Г. Економетричні методи моделювання: Навч.посібник. – К.: Вид-во Європ. ун-ту, 2003. – 140 с. – 3 прим.
4. Дрейпер Н., Смит. Г. Прикладной регрессионный анализ. Книга 1. – М.: Финансы и статистика, 1986. – 366 с. – 3 прим.

К. О. Братковська

к.е.н., доцент

МАТЕМАТИЧНІ ЗАДАЧІ ЕНЕРГЕТИКИ

Методичні вказівки

до виконання контрольної роботи

для студентів ЗДІА

*напряму 6.050701 «Електротехніка та електротехнології»
та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка»
на першому (бакалаврському) рівні вищої освіти*

Підписано до друку 30.03.2017р. Формат 60x84 1/32. Папір офсетний.

Умовн. друк. арк. 1,3. Наклад 1 прим.

Внутрішній договір № 35/17

Запорізька державна інженерна академія
Свідоцтво про внесення до Державного реєстру суб'єктів
видавничої справи ДК № 2958 від 03.09.2007 р.

Віддруковано друкарнею
Запорізької державної інженерної академії
з оригінал-макету авторів

69006, м. Запоріжжя, пр. Соборний, 226
ЗДІА