

Самостійна робота №3

1. Дослідити послідовність x_n на обмеженість.
2. Дослідити на монотонність послідовність.
3. Знайти границю послідовності x_n .

Варіант 1

1. а) $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$, б) $x_n = n^{\cos \pi n}$
2. $x_n = \frac{20n}{n^2 + 1}$
3. $x_n = \frac{n \sin(2n+1)!}{n\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

Варіант 2

1. а) $x_n = \frac{2n-1}{\sqrt{n^2+4}}$, б) $x_n = n^3 - 2n$
2. $x_n = \frac{n+5}{3n+8}$
3. $x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

Варіант 3

1. а) $x_n = \frac{1-n}{\sqrt{n^2+1}}$, б) $x_n = n^{\sin \frac{\pi n}{2}}$
2. $x_n = \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n}{2}$
3. $x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n(2n-1)(n+4)}$

Варіант 4

1. а) $x_n = \frac{n^2 + 4n + 8}{(n+3)^2}$, б) $x_n = \frac{n^2}{n+3}$
2. $x_n = 3^n - 4n$
3. $x_n = \left(\frac{n^2 + 2n - 2}{n^2 + 2n + 11} \right)^{n^2 + n}$

Варіант 5

1. а) $x_n = \sqrt{n^2 + 1} - n$, б) $x_n = (n + 1)^{\cos 3\pi n}$
2. $x_n = \frac{n^2}{2^n}$
3. $x_n = \frac{n^3 + 3^n + n}{2n^2 + 3^{n+2}}$

Варіант 6

1. а) $x_n = \frac{n^3 + 1}{n(n^2 + n) - 1}$, б) $x_n = n^2 + (-1)^n n^2$
2. $x_n = (-1)^n + 1$
3. $x_n = \frac{n2^n + 3^n}{2^{n+5} - 3^{n-1}}$

Варіант 7

1. а) $x_n = \frac{(-1)^n n - 1}{\sqrt{n^2 + 3}}$, б) $x_n = \sqrt{n^3 + n^2 + 1} - \sqrt{n^3 - n^2 + 1}$
2. $x_n = \ln(n + 7) - \ln n$
3. $x_n = \frac{10^n + n^{10} - n(n + 1)!}{(n + 2)!}$

Варіант 8

1. а) $x_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - n$, б) $x_n = 4^n - 3^n$
2. $x_n = \frac{4^n}{n!}$
3. $x_n = \frac{\sqrt[n]{n+1} + n \ln n^2}{\sqrt{2n^3 + 1}} - 1$

Варіант 9

1. а) $x_n = \frac{2n + (-1)^n}{4n - 1}$, б) $x_n = \frac{3^n}{n^3}$
2. $x_n = \sin \frac{\pi n}{2}$
3. $x_n = \frac{n! \sqrt{n+5} + 5^n (n-1)}{(n-1)! \sqrt{2n^3 + 7}}$

Варіант 10

1. а) $x_n = \frac{\sqrt{2n^3 - 1}}{(n+6)\sqrt{n+9}}$, б) $x_n = n^{\cos \frac{\pi n}{2}}$
2. $x_n = n^3 - 3n^2$
3. $x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2} - \frac{n}{3}$

Варіант 11

1. а) $x_n = \frac{4n^2 + 1}{5n^2 - 2}$; б) $x_n = n^{\cos \frac{3\pi n}{2}}$
2. $x_n = \frac{n}{4n^2 - 3}$
3. $x_n = \frac{n\sqrt{2n-1} - \sqrt[3]{4n^3 + 1}}{n\sqrt{3n+1} + \sqrt{n^3}}$

Варіант 12

1. а) $x_n = \frac{3n+1}{\sqrt{n^3 - 4}}$; б) $x_n = n^4 - n^2$
2. $x_n = \frac{3n-2}{4n+3}$
3. $x_n = \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{\sqrt{2n^4 + 3}}$

Варіант 13

1. а) $x_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 1}$; б) $x_n = n + n \cos \pi n$
2. $x_n = \frac{(-1)^n - 1}{2} \cdot n$
3. $x_n = \frac{n^2 3^n + 4^n}{3^{n+5} - 4^{n-1}}$

Варіант 14

1. а) $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$, б) $x_n = n^{\cos \pi n}$

2. $x_n = \frac{20n}{n^2 + 1}$

3. $x_n = \frac{n \sin(2n+1)!}{n\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

Варіант 15

1. а) $x_n = \frac{2n-1}{\sqrt{n^2+4}}$, б) $x_n = n^3 - 2n$

2. $x_n = \frac{n+5}{3n+8}$

3. $x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

Варіант 16

1. а) $x_n = \frac{1-n}{\sqrt{n^2+1}}$, б) $x_n = n^{\sin \frac{\pi n}{2}}$

2. $x_n = \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n}{2}$

3. $x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n(2n-1)(n+4)}$

Варіант 17

1. а) $x_n = \frac{n^2 + 4n + 8}{(n+3)^2}$, б) $x_n = \frac{n^2}{n+3}$

2. $x_n = 3^n - 4n$

3. $x_n = \left(\frac{n^2 + 2n - 2}{n^2 + 2n + 11} \right)^{n^2 + n}$

Варіант 18

1. а) $x_n = \sqrt{n^2 + 1} - n$, б) $x_n = (n + 1)^{\cos 3\pi n}$
2. $x_n = \frac{n^2}{2^n}$
3. $x_n = \frac{n^3 + 3^n + n}{2n^2 + 3^{n+2}}$

Варіант 19

1. а) $x_n = \frac{n^3 + 1}{n(n^2 + n) - 1}$, б) $x_n = n^2 + (-1)^n n^2$
2. $x_n = (-1)^n + 1$
3. $x_n = \frac{n2^n + 3^n}{2^{n+5} - 3^{n-1}}$

Варіант 20

1. а) $x_n = \frac{(-1)^n n - 1}{\sqrt{n^2 + 3}}$, б) $x_n = \sqrt{n^3 + n^2 + 1} - \sqrt{n^3 - n^2 + 1}$
2. $x_n = \ln(n + 7) - \ln n$
3. $x_n = \frac{10^n + n^{10} - n(n + 1)!}{(n + 2)!}$

Варіант 21

1. а) $x_n = \sqrt{n^2 + n + 1} - n$, б) $x_n = 4^n - 3^n$
2. $x_n = \frac{4^n}{n!}$
3. $x_n = \frac{\sqrt[n]{n+1} + n \ln n^2}{\sqrt{2n^3 + 1}} - 1$

Варіант 22

1. а) $x_n = \frac{2n + (-1)^n}{4n - 1}$, б) $x_n = \frac{3^n}{n^3}$
2. $x_n = \sin \frac{\pi n}{2}$
3. $x_n = \frac{n! \sqrt{n+5} + 5^n (n-1)}{(n-1)! \sqrt{2n^3 + 7}}$

Варіант 23

1. а) $x_n = \frac{\sqrt{2n^3 - 1}}{(n+6)\sqrt{n+9}}$, б) $x_n = n^{\cos \frac{\pi n}{2}}$
2. $x_n = n^3 - 3n^2$
3. $x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n^2} - \frac{n}{3}$

Варіант 24

1. а) $x_n = \frac{4n^2 + 1}{5n^2 - 2}$; б) $x_n = n^{\cos \frac{3\pi n}{2}}$
2. $x_n = \frac{n}{4n^2 - 3}$
3. $x_n = \frac{n\sqrt{2n-1} - \sqrt[3]{4n^3 + 1}}{n\sqrt{3n+1} + \sqrt{n^3}}$

Варіант 25

1. а) $x_n = \frac{3n+1}{\sqrt{n^3 - 4}}$; б) $x_n = n^4 - n^2$
2. $x_n = \frac{3n-2}{4n+3}$
3. $x_n = \frac{1+3+\dots+(2n-1)}{\sqrt{2n^4 + 3}}$

Варіант 26

1. а) $x_n = \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 1}$; б) $x_n = n + n \cos \pi n$
2. $x_n = \frac{(-1)^n - 1}{2} \cdot n$
3. $x_n = \frac{n^2 3^n + 4^n}{3^{n+5} - 4^{n-1}}$

Варіант 27

1. а) $x_n = \frac{2n^2 - 1}{n^2 + 2}$, б) $x_n = n^{\cos \pi n}$
2. $x_n = \frac{20n}{n^2 + 1}$
3. $x_n = \frac{n \sin(2n+1)!}{n\sqrt{n+1} + \sqrt{n}}$

Варіант 28

1. а) $x_n = \frac{2n-1}{\sqrt{n^2+4}}$, б) $x_n = n^3 - 2n$
2. $x_n = \frac{n+5}{3n+8}$
3. $x_n = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \dots + \frac{1}{n(n+1)}$

Варіант 29

1. а) $x_n = \frac{1-n}{\sqrt{n^2+1}}$, б) $x_n = n^{\sin \frac{\pi n}{2}}$
2. $x_n = \frac{1}{n} \sin \frac{\pi n}{2}$
3. $x_n = \frac{1^2 + 2^2 + \dots + n^2}{n(2n-1)(n+4)}$

Варіант 30

1. а) $x_n = \frac{n^2 + 4n + 8}{(n+3)^2}$, б) $x_n = \frac{n^2}{n+3}$
2. $x_n = 3^n - 4n$
3. $x_n = \left(\frac{n^2 + 2n - 2}{n^2 + 2n + 11} \right)^{n^2 + n}$