

Самостійна робота №4

1. Обчислити границі функцій.
2. Обчислити границю, використовуючи асимптотичні формули та еквівалентність функцій.
3. Знайти односторонні границі функції.

Варіант 1

$$\text{а) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (6 - 5 \sec x)^{\operatorname{ctg} 2x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + \dots + (3x - 2)}{\sqrt{5x^4 + x + 1}}, x \in N$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + 4 \operatorname{arctg} x + 2x^3}{\ln(1 + 7x + \sin^3 2x) + x \cos x}$$

$$3. \quad f(x) = \operatorname{arcctg} \frac{x}{x^3 + 8}, \quad x_0 = -2$$

Варіант 2

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 1}{3x^5 - x^3 - 2}$
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{x^2} + 2\sqrt{x})}{2 - \sqrt{\sqrt{x} + 4}},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - e^{-7x} + 2x}{\sin^2 3x - \operatorname{arctg} x}$
- г) $\lim_{x \rightarrow \pi/8} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} + x \right) \right)^{\operatorname{tg} 4x}$
- д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(e^{x-2} - 2^{x^2-4})}{x^3 - 8}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{arctg} \sqrt{x + 4x^2} \sqrt{x + 1}}{\ln(1 + 2\sqrt{x} + \operatorname{tg} 7x) + \sqrt{x^3} \cos^2(x + 1)}$
3. $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x^2-4}, \quad x_0 = 2$

Варіант 3

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2 - 3x - 5} - \sqrt{1 + x})}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 4x} - \cos 3x + \sqrt[3]{4x} \cdot 7^x}{\lg(1 + \sin \sqrt[3]{x}) + x^2}$
3. $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x+1}}}, \quad x_0 = -1$

Варіант 4

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 5} - \sqrt[3]{3x^4 + 2}}{1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 1)}, \quad x \in \mathbb{N},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}\left(\pi\left(1 + \frac{x}{2}\right)\right)}{\ln(x + 1)},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + 8x \operatorname{arctg} \sqrt{x} + 6x \cos x}{e^{\sqrt{2x}} - \cos 7x}$$

$$3. \quad f(x) = (1 + |x|)^{\frac{1}{x}}, \quad x_0 = 0$$

Варіант 5

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - 2x + 3x^2} - (1 + x)}{\sqrt[3]{x}},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x - 2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{\frac{x^2}{a^2}},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 2} (2e^{x-2} - 1)^{\frac{3x+2}{x-2}}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x + \operatorname{arctg} x^3}{\sin(3x^2 + x^4) - x \operatorname{tg} x}$$

$$3. \quad f(x) = \frac{1}{x + 2^{1/(4-x)}}, \quad x_0 = 4$$

Варіант 6

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 - 2x^2 - x + 2},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2 - 9}},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x + \sin 2x) + x \cos 2x}{e^x + x^2 \cos x - 1}$$

$$3. \quad f(x) = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg} x), \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

Варіант 7

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 3 + \dots + (2x - 1)}{x + 3} - x \right), x \in N$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin \frac{5x}{2} \cos x},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x - 1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{\frac{1}{x \sin \pi x}}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x^2 + \sin 2\sqrt{x}) - \sqrt{x} \cos 2x}{e^{\sqrt{x}} + x^2 \sin x - \cos 3x}$$

$$3. \quad f(x) = x + [x^2], \quad x_0 = -10$$

Варіант 8

- а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x+x^5} - x \right),$
- б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2-a^2} - 1}{\operatorname{tg} \ln \frac{x}{a}},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - \operatorname{tg} x^3},$
- д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3\sqrt[4]{2x+5x}) - \ln \cos x}{e^{\sqrt[4]{x}} + \sin \sqrt{x} - \cos^2 x}$
3. $f(x) = \operatorname{sign} \sin x, \quad x_0 = \pi$

Варіант 9

- а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4},$
- б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{16}} - \frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4} + x} - \sqrt{2x}},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x},$
- г) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x3^x}{1+x7^x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x},$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(5x+x^2) - \sqrt{x^3} \cos 6x}{(e^{\sqrt{x}} - 1)x + x^3 \sin^2 x - 3x \cos 3x}$
3. $f(x) = \frac{1}{x - [x]}, \quad x_0 = 2$

Варіант 10

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos \frac{x}{2}}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{\ln(3+2x)}{\ln(2-x)}}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(x^2 \sqrt{x+1}) - x^3 \operatorname{tg} x}{e^x + x^2 \sin 2x - \cos 4x}$$

$$3. \quad f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad x_0 = 0$$

Варіант 11

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{21} - 1}{x^3 + 4x^2 + 2x - 7},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt{x-2} - 5}{\sqrt[3]{x} - 3},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x + \cos 4x}{\ln \operatorname{ctg} x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (3 - 2 \cos x)^{\ln x^4},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \sqrt{x^2 + 3x - 1}}{\sqrt{7x^5 + 5x + 2}}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + 5 \operatorname{arctg} 3x^4 + 5x^3 \cos x}{\ln(1 - 3x - \sin^2 4x) + 7x \ln(e + x)}$$

$$3. \quad f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x}{x^2 - 1}, \quad x_0 = -1$$

Варіант 12

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{27} - 1}{3x^4 - x^2 - 2},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{x^3} + 2\sqrt{x^3})}{2 - \sqrt{\sqrt{x^3} + 4}},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - e^{-4x^3} + 5x^3}{\sin^3 3x - \operatorname{arctg} x^3},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) \right)^{\frac{1}{2^x - 1}},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(3^{x-3} - 5^{x^2-9})}{x^2 - 9}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \arcsin 2\sqrt{x} + 5x^3 \sqrt{3x+1}}{\ln(1 + 4\sqrt{x} + 2 \operatorname{tg} x) + \sqrt{x^7} \cos^2(3x)}$
3. $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{2x}{3x^2 - 12}, \quad x_0 = 2$

Варіант 13

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 - 4x + 1)^2}{x^{131} - 1},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt[3]{x^2} - 1},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos^3 x}}{x \operatorname{tg} 3x},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 + \ln^3 x} - 1}{\sin \pi x},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a^x - a^3}{\sin \pi x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(5x + \sin 2x) - xe^x}{e^x + 3x \cos^2 x - \cos 4x}$
3. $f(x) = 4^{(\operatorname{tg} x)^3}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$

Варіант 14

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (6 - 5 \sec x)^{\operatorname{ctg} 2x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + \dots + (3x - 2)}{\sqrt{5x^4 + x + 1}}, x \in N$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + 4 \operatorname{arctg} x + 2x^3}{\ln(1 + 7x + \sin^3 2x) + x \cos x}$$

$$3. \quad f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x}{x^3 + 8}, \quad x_0 = -2$$

Варіант 15

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 1}{3x^5 - x^3 - 2}$
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{x^2} + 2\sqrt{x})}{2 - \sqrt{\sqrt{x} + 4}},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - e^{-7x} + 2x}{\sin^2 3x - \operatorname{arctg} x}$
- г) $\lim_{x \rightarrow \pi/8} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} + x \right) \right)^{\operatorname{tg} 4x}$
- д) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(e^{x-2} - 2^{x^2-4})}{x^3 - 8}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{arctg} \sqrt{x+4} x^2 \sqrt{x+1}}{\ln(1 + 2\sqrt{x} + \operatorname{tg} 7x) + \sqrt{x^3} \cos^2(x+1)}$
3. $f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x^2-4}, \quad x_0 = 2$

Варіант 16

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2 - 3x - 5} - \sqrt{1+x})}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 4x} - \cos 3x + \sqrt[3]{4x} \cdot 7^x}{\lg(1 + \sin \sqrt[3]{x}) + x^2}$
3. $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x+1}}}, \quad x_0 = -1$

Варіант 17

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 5} - \sqrt[3]{3x^4 + 2}}{1 + 3 + 5 + \dots + (2x - 1)}, \quad x \in N,$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4 + x} - \sqrt{2x}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}\left(\pi\left(1 + \frac{x}{2}\right)\right)}{\ln(x + 1)},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + 8x \operatorname{arctg} \sqrt{x} + 6x \cos x}{e^{\sqrt{2x}} - \cos 7x}$$

$$3. \quad f(x) = (1 + |x|)^{\frac{1}{x}}, \quad x_0 = 0$$

Варіант 18

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{(x^2 - x - 2)^2},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{1 - 2x + 3x^2} - (1 + x)}{\sqrt[3]{x}},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{(x - 2\pi)^2}{\operatorname{tg}(\cos x - 1)},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow a} \left(\frac{\sin x - \sin a}{x - a} \right)^{\frac{x^2}{a^2}},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 2} (2e^{x-2} - 1)^{\frac{3x+2}{x-2}}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x + \operatorname{arctg} x^3}{\sin(3x^2 + x^4) - x \operatorname{tg} x}$$

$$3. \quad f(x) = \frac{1}{x + 2^{1/(4-x)}}, \quad x_0 = 4$$

Варіант 19

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 - 2x^2 - x + 2},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{\sqrt[3]{x^2 - 9}},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos x}}{x \sin x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{1 + \ln^2 x} - 1}{1 + \cos \pi x},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow b} \frac{a^x - a^b}{x - b}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 3x + \sin 2x) + x \cos 2x}{e^x + x^2 \cos x - 1}$$

$$3. \quad f(x) = \arctg(\operatorname{tg} x), \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$$

Варіант 20

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + 3 + \dots + (2x - 1)}{x + 3} - x \right), x \in N$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\ln 2x - \ln \pi}{\sin \frac{5x}{2} \cos x},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{\sqrt[3]{x^2} + \sqrt[5]{x}},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 1/2} \frac{(2x - 1)^2}{e^{\sin \pi x} - e^{-\sin 3\pi x}},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{\frac{1}{x \sin \pi x}}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(3x^2 + \sin 2\sqrt{x}) - \sqrt{x} \cos 2x}{e^{\sqrt{x}} + x^2 \sin x - \cos 3x}$$

$$3. \quad f(x) = x + [x^2], \quad x_0 = -10$$

Варіант 21

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x+x^5} - x \right),$
- б) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 3x - \cos x}{\operatorname{tg}^2 2x},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{a^{x^2-a^2} - 1}{\operatorname{tg} \ln \frac{x}{a}},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4^{5x} - 9^{-2x}}{\sin x - \operatorname{tg} x^3},$
- д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-7}{x+1} \right)^{\frac{1}{\sqrt[3]{x}-2}}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3\sqrt[4]{2x+5x}) - \ln \cos x}{e^{\sqrt[4]{x}} + \sin \sqrt{x} - \cos^2 x}$
3. $f(x) = \operatorname{sign} \sin x, \quad x_0 = \pi$

Варіант 22

- a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5x^2 + 8x - 4}{x^3 - 3x^2 + 4},$
- б) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{4}} \frac{\sqrt[3]{\frac{x}{16}} - \frac{1}{4}}{\sqrt{\frac{1}{4} + x} - \sqrt{2x}},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1-2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x},$
- г) $\lim_{x \rightarrow \pi/3} \frac{e^{\sin^2 6x} - e^{\sin^2 3x}}{\log_3 \cos 6x},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+x3^x}{1+x7^x} \right)^{\operatorname{ctg}^2 x},$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(5x+x^2) - \sqrt{x^3} \cos 6x}{(e^{\sqrt{x}} - 1)x + x^3 \sin^2 x - 3x \cos 3x}$
3. $f(x) = \frac{1}{x - [x]}, \quad x_0 = 2$

Варіант 23

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^4 + 2x + 1},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27+x} - \sqrt[3]{27-x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2^x - 16}{\sin \pi x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos \frac{x}{2}}{e^{\sin x} - e^{\sin 4x}},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x-1}{x} \right)^{\frac{\ln(3+2x)}{\ln(2-x)}}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arctg(x^2 \sqrt{x+1}) - x^3 \operatorname{tg} x}{e^x + x^2 \sin 2x - \cos 4x}$$

$$3. \quad f(x) = \left(\frac{x+1}{x+2} \right)^{\frac{1}{x}}, \quad x_0 = 0$$

Варіант 24

$$\text{a) } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{21} - 1}{x^3 + 4x^2 + 2x - 7},$$

$$\text{б) } \lim_{x \rightarrow 27} \frac{\sqrt{x-2} - 5}{\sqrt[3]{x} - 3},$$

$$1. \quad \text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin 2x + \cos 4x}{\ln \operatorname{ctg} x},$$

$$\text{г) } \lim_{x \rightarrow 0} (3 - 2 \cos x)^{\ln x^4},$$

$$\text{д) } \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 \sqrt{x^2 + 3x - 1}}{\sqrt{7x^5 + 5x + 2}}.$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x + 5 \arctg 3x^4 + 5x^3 \cos x}{\ln(1 - 3x - \sin^2 4x) + 7x \ln(e + x)}$$

$$3. \quad f(x) = \arctg \frac{x}{x^2 - 1}, \quad x_0 = -1$$

Варіант 25

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{27} - 1}{3x^4 - x^2 - 2},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{x^3} + 2\sqrt{x^3})}{2 - \sqrt{\sqrt{x^3} + 4}},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - e^{-4x^3} + 5x^3}{\sin^3 3x - \operatorname{arctg} x^3},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} \left(\frac{\pi}{4} + x \right) \right)^{\frac{1}{2^x - 1}},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\arcsin(3^{x-3} - 5^{x^2-9})}{x^2 - 9}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x - \arcsin 2\sqrt{x} + 5x^3 \sqrt{3x+1}}{\ln(1 + 4\sqrt{x} + 2 \operatorname{tg} x) + \sqrt{x^7} \cos^2(3x)}$
3. $f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{2x}{3x^2 - 12}, \quad x_0 = 2$

Варіант 26

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(3x^2 - 4x + 1)^2}{x^{131} - 1},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{7x+1} - \sqrt{3x+1}}{\sqrt[3]{x^2} - 1},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos^3 x}}{x \operatorname{tg} 3x},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{1 + \ln^3 x} - 1}{\sin \pi x},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{a^x - a^3}{\sin \pi x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(5x + \sin 2x) - xe^x}{e^x + 3x \cos^2 x - \cos 4x}$
3. $f(x) = 4^{(\operatorname{tg} x)^3}, \quad x_0 = \frac{\pi}{2}$

Варіант 27

$$a) \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7x^2 + 15x + 9}{x^3 + 8x^2 + 21x + 18},$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 8} \frac{\sqrt{9 + 2x} - 5}{\sqrt[3]{x} - 2},$$

$$1. \quad в) \lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{\ln \operatorname{tg} x},$$

$$г) \lim_{x \rightarrow 0} (6 - 5 \sec x)^{\operatorname{ctg} 2x},$$

$$д) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 + 4 + \dots + (3x - 2)}{\sqrt{5x^4 + x + 1}}, x \in N$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x + 4 \operatorname{arctg} x + 2x^3}{\ln(1 + 7x + \sin^3 2x) + x \cos x}$$

$$3. \quad f(x) = \operatorname{arccotg} \frac{x}{x^3 + 8}, \quad x_0 = -2$$

Варіант 28

$$a) \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{10} - 1}{3x^5 - x^3 - 2}$$

$$б) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(e^{x^2} + 2\sqrt{x})}{2 - \sqrt{\sqrt{x} + 4}},$$

$$1. \quad в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^3} - e^{-7x} + 2x}{\sin^2 3x - \operatorname{arctg} x}$$

$$г) \lim_{x \rightarrow \pi/8} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{8} + x \right) \right)^{\operatorname{tg} 4x}$$

$$д) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(e^{x-2} - 2^{x^2-4})}{x^3 - 8}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - \operatorname{arctg} \sqrt{x} + 4x^2 \sqrt{x+1}}{\ln(1 + 2\sqrt{x} + \operatorname{tg} 7x) + \sqrt{x^3} \cos^2(x+1)}$$

$$3. \quad f(x) = \operatorname{arctg} \frac{x-1}{x^2-4}, \quad x_0 = 2$$

Варіант 29

- a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3x + 2}{x^3 + 2x^2 - x - 2},$
- б) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sin(\sqrt{2x^2 - 3x - 5} - \sqrt{1+x})}{\ln(x-1) - \ln(x+1) + \ln 2},$
1. в) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{2 \sin^2 x + \sin x - 1}{2 \sin^2 x - 3 \sin x + 1},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2-x}{x} \right)^{\frac{1}{\ln(2-x)}},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^{3x} - 3^{5x}}{\sin 7x - 2x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin 4x} - \cos 3x + \sqrt[3]{4x} \cdot 7^x}{\lg(1 + \sin \sqrt[3]{x}) + x^2}$
3. $f(x) = \frac{1}{1 - e^{\frac{x}{x+1}}}, \quad x_0 = -1$

Варіант 30

- a) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 7x^2 + 16x + 12},$
- б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{x^3 + 5} - \sqrt[3]{3x^4 + 2}}{1 + 3 + 5 + \dots + (2x-1)}, \quad x \in N,$
1. в) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{\sqrt[3]{16x} - 4}{\sqrt{4+x} - \sqrt{2x}},$
- г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}\left(\pi\left(1 + \frac{x}{2}\right)\right)}{\ln(x+1)},$
- д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos x}\right)^{\frac{1}{\sin^2 3x}}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^2 x + 8x \operatorname{arctg} \sqrt{x} + 6x \cos x}{e^{\sqrt{2x}} - \cos 7x}$
3. $f(x) = (1 + |x|)^{\frac{1}{x}}, \quad x_0 = 0$