

Лабораторна робота №6

Дискретні структури

Таблиця 6.1 – Основні формули комбінаторики

Вид вибірки	Без повторень	З повтореннями
Перестановки	$P_n = n!$	$\overline{P_{k_1, k_2, \dots, k_n}} = \frac{n!}{k_1! k_2! \dots k_n!}, \sum_i k_i = n$
Розміщення	$A_n^r = \frac{n!}{(n-r)!}$	$\tilde{A}_n^r = n^r$
Сполучення	$C_n^r = \frac{A_n^r}{r!} = \frac{n!}{(n-r)! r!}$	$\tilde{C}_n^r = C_{n+r-1}^r$

Завдання 4. Розв'язати рівняння й знайти x та y

$$1) \frac{3P_{x+1} + 2P_{x-1}}{2P_{x+2} + 4P_{x+3}} = \frac{4A_x^2}{3A_{x+2}^4}$$

ОДЗ: $x \geq 2$, також має бути цілим

Розкриваємо перестановки, розміщення:

$$\begin{aligned} \frac{3(x+1)! + 2(x-1)!}{2(x+2)! + 4(x+3)!} &= \frac{4x!}{(x-2)!} \cdot \frac{(x-2)!}{3(x+2)!} \\ \frac{(x-1)!(3x(x+1)+2)}{2(x+2)!(1+2(x+3))} &= \frac{4}{3(x+1)(x+2)} \\ \frac{3x(x+1)+2}{2x(x+1)(x+2)(1+2(x+3))} &= \frac{4}{3(x+1)(x+2)} \end{aligned}$$

$$(3x(x+1)+2)(3(x+1)(x+2)) = 8x(x+1)(x+2)(1+2(x+3))$$

$$(3x^2 + 3x + 2) \cdot 3 = 8x + 16x^2 + 48x$$

$$9x^2 + 9x + 6 - 8x - 16x^2 - 48x = 0$$

$$-7x^2 - 47x + 6 = 0$$

$$D = 2377$$

$$x_{1,2} = \frac{47 \pm \sqrt{2377}}{-14} \text{ не входить в ОДЗ}$$

Відповідь: немає розв'язків

Завдання 4. Розв'язати рівняння й знайти x та y

$$2) C_{x-3}^{y+2} : C_{x-3}^{y+1} : C_{x-3}^y = 24 : 9 : 3$$

ОДЗ: $x \geq y + 5, y \geq 0$, мають бути цілими

$$\begin{cases} C_{x-3}^{y+2} : C_{x-3}^{y+1} = 24 : 9 \\ C_{x-3}^{y+1} : C_{x-3}^y = 9 : 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(x-3)!}{(y+2)!(x-y-5)!} \cdot \frac{(y+1)!(x-y-4)!}{(x-3)!} = \frac{24}{9} \\ \frac{(x-3)!}{(y+1)!(x-y-4)!} \cdot \frac{y!(x-y-3)!}{(x-3)!} = \frac{9}{3} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{(x-y-4)}{(y+2)} = \frac{24}{9} \\ \frac{(x-y-3)}{(y+1)} = 3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9(x-y-4) = 24(y+2) \\ (x-y-3) = 3(y+1) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 9x - 33y - 84 = 0 \\ x - 4y - 6 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x - 11y - 28 = 0 \\ x = 4y + 6 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4y + 6 \\ 3(4y + 6) - 11y - 28 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 4y + 6 \\ 12y + 18 - 11y - 28 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 10 \\ x = 46 \end{cases}$$

Відповідь: $x = 46, y = 10$