

## Лабораторна робота №2. Двоїста задача лінійного програмування

**Мета роботи:** засвоїти основні методи розв'язання двоїстої задачі лінійного програмування та проведення її економічного аналізу.

**Цілі роботи:**

- навчитися будувати математичну модель двоїстої ЗЛП;
- засвоїти методи розв'язання двоїстої ЗЛП;
- оволодіти підходами для аналізу економічного змісту двоїстості.

### 4.2 Завдання до лабораторної роботи № 2.

- побудувати математичну модель двоїстої задачі для задач з лабораторної роботи №1;
- розв'язати двоїсту задачу за допомогою процедури «Solver» в Excel;
- порівняти отриманий результат виходячи зі звіту про стійкість процедури «Solver» прямої задачі;
- зробити економічний аналіз результатів.

### 4.3 Методичні рекомендації до виконання лабораторної роботи №2

Розглянемо задачу з прикладу 1.1. В табл. 3.3 виписано повне формулювання математичної моделі двоїстої задачі. Повторимо тут запис для цільової функції та системи обмежень з табл. 3.3:

$$\begin{aligned} L(y_1, y_2, y_3) &= 900y_1 + 900y_2 + 400y_3 \rightarrow \min; \\ \begin{cases} y_1 + 3y_2 & \geq 50; \\ 2y_1 + y_2 + y_3 & \geq 70; \\ y_1 \geq 0, y_2 \geq 0, y_3 \geq 0. \end{cases} \end{aligned}$$

Аналогічно до рекомендацій до лабораторної роботи №1, викладених у підрозділі 2.5, заповнюємо комірки таблиці Excel відповідно до рис. 4.2.

Запускаємо процедуру «Solver» і заповнюємо комірки екранної форми «Solver Parameters», як показано на рис. 4.3.

Результат роботи процедури показано на рис. 4.4. Звідки впливає відповідь по значенню цільової функції 34200 у.г.о (в комірці E4) та основних змінних двоїстої задачі:

$$y_1^* = 32 \text{ у.г.о.}; y_2^* = 6 \text{ у.г.о.}; y_3^* = 0 \text{ у.г.о.}$$

Для порівняння значень характеристик пари двоїстих задач дамо запит на створення звіту про стійкість (рис. 4.5) та звіту про результати (рис. 4.6).

	A	B	C	D	E	F	G	
1	<b>Змінні задачі</b>	y1	y2	y3				
2	Значення							
3	<b>Цільово функція (ЦФ)</b>	Коеф. в ЦФ			Значення ЦФ			
4	Дохід від реалізації власних ресурсів	900	900	400	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$D\$2;B4:D4)			
5	<b>Система обмежень</b>	Коеф. в СО		0	0	Ліва частина	знак	Права частина
6	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 1	1	3	0	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$D\$2;B6:D6)	>=	50	
7	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 2	2	1	1	=SUMPRODUCT(\$B\$2:\$D\$2;B7:D7)	>=	70	

Рис. 4.2 – Заповнення таблиці Excel відповідно до математичної моделі двоїстої задачі

Рис. 4.3 – Заповнення екранної форми «Solver Parameters» для двоїстої задачі

	A	B	C	D	E	F	G	
1	<b>Змінні задачі</b>	y1	y2	y3				
2	Значення	32	6	0				
3	<b>Цільово функція (ЦФ)</b>	Коеф. в ЦФ			Значення ЦФ			
4	Дохід від реалізації власних ресурсів	900	900	400	34200			
5	<b>Система обмежень</b>	Коеф. в СО		0	0	Ліва частина	знак	Права частина
6	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 1	1	3	0	50	>=	50	
7	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 2	2	1	1	70	>=	70	

Рис. 4.4 – Результат роботи процедури «Solver» для двоїстої задачі

Cell	Name	Final Value	Reduced Cost	Objective Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$B\$2	Значення у1	32	0	900	66,66666667	600
\$C\$2	Значення у2	6	0	900	1800	200
\$D\$2	Значення у3	0	40	400	1E+30	40

  

Cell	Name	Final Value	Shadow Price	Constraint R.H. Side	Allowable Increase	Allowable Decrease
\$E\$6	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 1 Ліва частина	50	180	50	160	15
\$E\$7	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 2 Ліва частина	70	360	70	30	53,33333333

Рис. 4.5 – Екранна форма аркуша «Sensitivity Reports»

Cell	Name	Original Value	Final Value
\$E\$4	Дохід від реалізації власних ресурсів Значення ЦФ	0	34200

  

Cell	Name	Original Value	Final Value	Integer
\$B\$2	Значення у1	0	32	Contin
\$C\$2	Значення у2	0	6	Contin
\$D\$2	Значення у3	0	0	Contin

  

Cell	Name	Cell Value	Formula	Status	Slack
\$E\$6	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 1 Ліва частина	50	\$E\$6>=\$G\$6	Binding	0
\$E\$7	грошові витрати на ресурси для виготовлення взуття модклі 2 Ліва частина	70	\$E\$7>=\$G\$7	Binding	0

Рис. 4.6 – Екранна форма аркуша «Answer Report»

#### У звіті про стійкість

- в комірках D9:D11 містяться остаточні результати по значеннях двоїстих змінних;
- в комірках E16:E17 – змінних прямої задачі.

#### У звіті про результати

- в комірці E16 розміщено значення цільової функції двоїстої задачі, яка мінімізувалася;
- в комірках E21:E23 – основних двоїстих змінних;
- в G28:G29 – додаткових двоїстих змінних.

Ті самі результати отримано при розв'язання прямої та двоїстої задач іншими методами (див., зокрема, табл. 4.1).

Детальний аналіз щодо **змістовної відповіді для двоїстої задачі** проведено в підрозділі 4.1. Тут повторимо коротку відповідь.

Максимальний прибуток фабрики збігається з її можливим мінімальним доходом у зв'язку із відмовою від виробничої діяльності і продажем ресурсів на сторону і складає 34200 у.г.о. за тиждень.

«Тіньова ціна» для першого обмеження (ресурс робочого часу) складає  $u_1^* = 32$  у.г.о. за одиницю, для другого обмеження (ресурс шкіри I сорту) –  $u_2^* = 6$  у.г.о. за одиницю, для третього (ресурс шкіри II сорту) –  $u_4^* = 0$  у.г.о. за одиницю. Із цього випливає, що

1)  $y_1^* > 0$ , тому ресурс робочого часу дефіцитний, і його збільшення вигідне (рентабельне), а саме: збільшення робочого часу на 1 люд.-год. призведе до збільшення прибутку на 32 у.г.о.;

2)  $y_2^* > 0$ , тому ресурс шкіри I сорту є дефіцитним, і його збільшення рентабельне, а саме: збільшення запасу шкіри I сорту на 1 шматок дасть підприємству прибуток, що складатиме 6 у.г.о.;

3)  $y_4^* = 0$ , тому ресурс шкіри II сорту не є дефіцитним, а збільшення його запасу не рентабельно.

## **Питання до самоконтролю до теми 4 та лабораторної роботи №2**

1. Як пов'язані математичні моделі прямої та двоїстої задач лінійного програмування?

2. Які методи розв'язання двоїстих задач лінійного програмування Ви знаєте? Чи є якась специфіка в розв'язанні двоїстої ЗЛП?

3. Сформулювати теореми про зв'язок між парою двоїстих задач.

4. Дати економічну інтерпретацію кожної характеристики прямої та двоїстої задач лінійного програмування.

5. Викласти алгоритм розв'язання двоїстої ЗЛП за допомогою інструмента «Solver» MS Excel.

6. Як за допомогою остаточних симплекс таблиць визначити значення всіх характеристик пар двоїстих задач? Як це зробити за допомогою звітів про стійкість та про результати в MS Excel?