

## Лабораторна робота №3 Розв'язування транспортної задачі

**Мета роботи:** засвоїти методи розв'язання транспортної задачі.

**Цілі роботи:**

- навчитися формулювати змістовну постановку транспортної задачі;
- навчитися будувати математичну модель транспортної задачі;
- оволодіти способами зведення транспортної задачі до збалансованого виду;
- засвоїти методи розв'язання транспортної задачі;
- набути навичок формулювання математичними та економічними висновками щодо отриманого розв'язку транспортної задачі.

### 5.3 Завдання до лабораторної роботи №3

У трьох пунктах виробництва  $A_1, A_2, A_3$  зосереджений однорідний вантаж у кількостях відповідно рівних  $a_1, a_2, a_3$  тон. Даний вантаж споживається в чотирьох пунктах  $B_1, B_2, B_3, B_4$ , а потреби в ньому в цих пунктах складають  $b_1, b_2, b_3, b_4$ , тон відповідно. Відома матриця тарифів по перевезенню 1 тони вантажу з  $i^{\text{го}}$  пункту виробництва до  $j^{\text{го}}$  пункту споживання:

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \end{bmatrix}.$$

Скласти план перевезень:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & x_{13} & x_{14} \\ x_{21} & x_{22} & x_{23} & x_{24} \\ x_{31} & x_{32} & x_{33} & x_{34} \end{bmatrix},$$

при якому сумарні транспортні витрати будуть мінімальними.

Розв'язати поставлену транспортну задачу за допомогою інструмента «Solver».

В табл. 5.8 наведено індивідуальні варіанти до лабораторної роботи №3.

Таблиця 5.8 – Варіанти лабораторної роботи №3

№ вар	ПАРАМЕТРИ МОДЕЛІ																		
	$a_1$	$a_2$	$a_3$	$b_1$	$b_2$	$b_3$	$b_4$	$c_{11}$	$c_{12}$	$c_{13}$	$c_{14}$	$c_{21}$	$c_{22}$	$c_{23}$	$c_{24}$	$c_{31}$	$c_{32}$	$c_{33}$	$c_{34}$
1	25	50	20	15	15	40	30	1	8	2	3	4	7	5	1	5	3	4	4
2	46	30	35	20	30	16	10	1	2	6	3	4	8	1	5	9	7	3	4
3	60	70	20	30	30	30	50	2	4	5	1	2	3	9	4	3	4	22	5
4	30	20	40	50	20	20	15	5	2	4	1	3	5	6	7	11	5	3	1
5	45	15	20	30	25	25	10	9	4	1	4	5	6	7	10	2	1	4	3
6	60	65	70	40	60	70	30	2	4	3	2	3	1	2	3	5	4	1	5
7	50	40	20	30	25	25	20	3	2	4	1	2	3	1	5	3	2	7	4
8	20	10	40	35	25	10	15	4	1	2	6	5	3	4	8	2	5	1	4
9	50	10	10	25	25	20	10	5	6	4	2	1	5	3	8	1	2	4	1
10	45	25	20	30	15	30	40	2	1	5	1	4	2	6	3	1	5	2	4
11	60	70	10	40	25	35	20	5	4	1	2	6	3	1	2	4	5	3	2
12	25	25	30	20	25	25	15	4	8	6	7	2	1	5	1	1	3	5	4
13	20	20	40	30	25	15	20	6	4	1	2	5	8	3	1	5	4	2	6
14	60	10	40	30	40	20	10	1	2	4	5	6	8	2	3	2	5	7	1
15	30	50	20	15	10	40	30	3	1	5	6	4	2	1	5	3	7	4	5
16	45	35	70	20	60	55	55	6	1	4	5	2	3	2	1	4	5	2	3
17	30	70	50	10	40	20	60	5	1	4	2	6	3	8	2	4	5	1	3
18	70	10	20	45	10	35	20	6	1	5	4	2	3	2	5	4	7	9	2
19	20	50	40	45	20	45	5	4	5	3	2	8	4	1	6	2	5	4	1
20	30	20	45	25	25	30	20	1	5	3	4	2	1	5	7	4	2	1	4
21	60	10	50	30	40	40	25	5	1	9	3	2	7	5	6	1	2	4	3
22	30	70	20	65	15	30	5	6	4	2	1	4	5	3	8	5	1	3	5
23	50	40	60	35	45	50	30	2	4	1	5	3	2	5	6	7	4	5	9
24	40	30	20	25	35	25	15	1	5	2	4	8	3	6	7	4	2	1	5
25	50	40	60	40	60	25	35	2	4	1	9	8	3	6	10	2	4	5	7
26	20	30	50	45	25	20	15	6	4	1	5	7	10	2	3	5	6	11	2
27	25	35	50	30	10	30	25	5	8	4	3	1	2	7	5	2	1	2	6
28	50	40	20	20	40	30	25	2	4	5	8	9	7	3	1	6	2	5	2
29	25	45	30	40	20	25	20	6	4	5	8	1	2	3	7	5	1	2	4
30	30	20	45	25	25	30	20	8	7	5	1	2	12	4	5	8	6	2	4

## 5.4 Методичні рекомендації до розв’язання лабораторної роботи №3

Транспортна задача вже була зведена до закритої моделі. Результат внесений у табл. 5.2. Відповідно до цієї таблиці підготуємо аркуш Excel для застосування інструмента «Solver» (див. рис. 5.1):

- 1) комірки B4:E7 заповнюємо матрицею транспортних тарифів транспортної задачі, зведеної до закритого вигляду;
- 2) у комірках F4:F7 записуємо обсяги запасів  $a_i$  на підприємстві  $A_i$  ( $i = \overline{1,4}$ );
- 3) у комірках B8:E8 вносимо обсяги потреб  $b_j$  споживача  $B_j$  ( $j = \overline{1,4}$ );
- 4) комірки B11:E14 резервуємо для значень змінних моделі, що будуть знайдені після виконання процедури «Solver»;
- 5) комірка F15 (цільова комірка) резервується для обчислення оптимального значення цільової функції моделі.

	A	B	C	D	E	F	
1							
2							
3		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>	
4	<b>A1</b>	3	1	4	2	30	
5	<b>A2</b>	1	4	3	3	20	
6	<b>A3</b>	2	2	4	4	40	
7	<b>A4</b>	0	0	0	0	10	
8	<b>Потреби</b>	20	30	20	30	<b>Сума=100</b>	
9							
10		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>	
11	<b>A1</b>						
12	<b>A2</b>						
13	<b>A3</b>						
14	<b>A4</b>						
15	<b>Потреби</b>						<b>ЦФ</b>

Рис. 5.1 – Представлення вихідних даних у таблиці Excel

Математична модель подається формулами (5.2) і (5.3), (5.4). Відповідно до цього, після заповнення вихідних даних у цільову комірку F15 вносимо формули SUMPRODUCT(B4:E7; B11:E14), у комірку F11 –SUM(B11:E11), що копіюємо з модифікаціями в комірки F12:F14, і в комірку B15 – SUM (B11:B14), що копіюємо з модифікаціями в комірки C15:E15. Результат представлений на рис. 5.2.

Таким чином, усі підготовчі процедури закінчені тому вибираємо в «Data» інструмент «Solver». Відповідно до математичної моделі (5.2)–(5.4), заповнюємо екранну форму так, як це показано на рис. 5.3, виконуючи дії, аналогічні описаним у п. 2.5.

Результат розв’язання транспортної задачі з використанням інструмента «Solver» представлений на рис. 5.4. Оптимальний розв’язок транспортної задачі в цьому випадку можна представити матрицею

$$X^* = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 30 \\ 20 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 30 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix},$$

а мінімальне значення цільової функції на цьому плані дорівнює  
 $F_{min}(X) = F(X^*) = 180(\text{y.o.})$ .

	A	B	C	D	E	F
1						
2						
3		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>
4	<b>A1</b>	3	1	4	2	30
5	<b>A2</b>	1	4	3	3	20
6	<b>A3</b>	2	2	4	4	40
7	<b>A4</b>	0	0	0	0	10
8	<b>Потреби</b>	20	30	20	30	<b>Сума=100</b>
9						
10		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>
11	<b>A1</b>	0	0	0	30	=SUM(B11:E11)
12	<b>A2</b>	20	0	0	0	=SUM(B12:E12)
13	<b>A3</b>	0	30	10	0	=SUM(B13:E13)
14	<b>A4</b>	0	0	10	0	=SUM(B14:E14)
15	<b>Потреби</b>	=SUM(B11:B14)	=SUM(C11:C14)	=SUM(D11:D14)	=SUM(E11:E14)	=SUMPRODUCT(B4:E7:B11:E14) <b>ЦФ</b>

Рис. 5.2 – Формули розрахунку в таблиці Excel

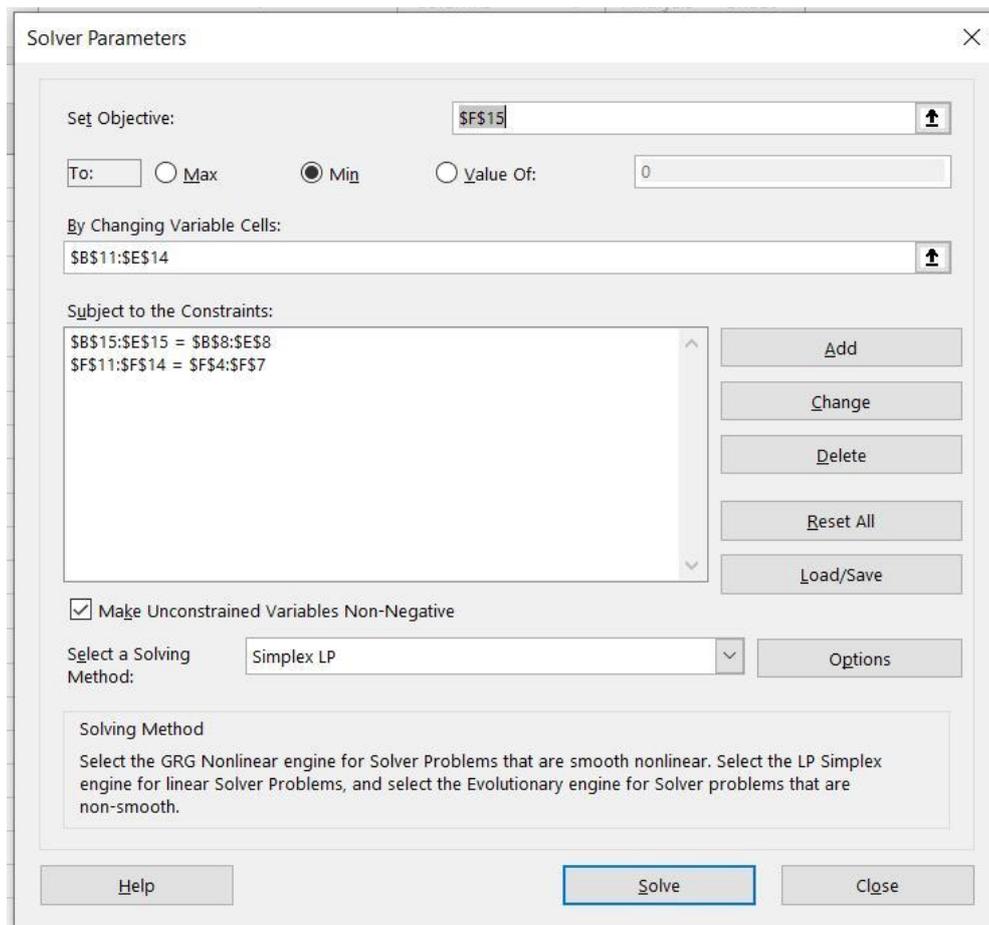


Рис. 5.3 – Екранна форма «Solver»

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>	
4	<b>A1</b>	3	1	4	2	30	
5	<b>A2</b>	1	4	3	3	20	
6	<b>A3</b>	2	2	4	4	40	
7	<b>A4</b>	0	0	0	0	10	
8	<b>Потреби</b>	20	30	20	30	<b>Сума=100</b>	
9							
10		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>	
11	<b>A1</b>	0	0	0	30	30	
12	<b>A2</b>	20	0	0	0	20	
13	<b>A3</b>	0	30	10	0	40	
14	<b>A4</b>	0	0	10	0	10	
15	<b>Потреби</b>	20	30	20	30	<b>180 ЦФ</b>	

Рис. 5.4 – Результати роботи процедури «Solver» (перший варіант)

Як було зауважено вище (перед остаточним записом результатів методу потенціалів), розв’язок даної задачі не єдиний. Другий варіант розв’язку представлено на рис. 5.5. Оптимальний розв’язок транспортної задачі в цьому випадку можна представити матрицею

$$X^{**} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 30 \\ 10 & 0 & 10 & 0 \\ 10 & 30 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 \end{bmatrix},$$

Мінімальне значення цільової функції при цьому не зміниться, а саме:

$$F_{min}(X) = F(X^{**}) = 180(\text{y.o.}).$$

Зауважимо, що для отримання різних варіантів розв’язку транспортної задачі (якщо розв’язок не єдиний) потрібно повторно запускати на виконання процедуру «Solver» без зміни вхідних даних.

	A	B	C	D	E	F	G
1							
2							
3		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>	
4	<b>A1</b>	3	1	4	2	30	
5	<b>A2</b>	1	4	3	3	20	
6	<b>A3</b>	2	2	4	4	40	
7	<b>A4</b>	0	0	0	0	10	
8	<b>Потреби</b>	20	30	20	30	<b>Сума=100</b>	
9							
10		<b>B1</b>	<b>B2</b>	<b>B3</b>	<b>B4</b>	<b>Запаси</b>	
11	<b>A1</b>	0	0	0	30	30	
12	<b>A2</b>	10	0	10	0	20	
13	<b>A3</b>	10	30	0	0	40	
14	<b>A4</b>	0	0	10	0	10	
15	<b>Потреби</b>	20	30	20	30	<b>180 ЦФ</b>	

Рис. 5.5 – Результати роботи процедури «Solver» (другий варіант)

**Відповідь.** Найменші сумарні транспортні витрати складають 180 у.о. Це відповідає двом варіантам плану перевезень.

*Перший варіант:*

- з пункту виробництва  $A_1$  необхідно перевозити 30 т вантажу до пункту споживання  $B_4$ ;
- з пункту виробництва  $A_2$  – 20 т вантажу до пункту споживання  $B_1$ ;
- з пункту виробництва  $A_3$  – 30 т вантажу до пункту споживання  $B_2$  і 10 т – в  $B_3$ ;
- при цьому плані споживач  $B_3$  залишиться невдоволений на 10 т вантажу.

*Другий варіант:*

- з пункту виробництва  $A_1$  необхідно перевозити 30 т вантажу до пункту споживання  $B_4$ ;
- з пункту виробництва  $A_2$  – 10 т вантажу до пункту споживання  $B_1$  і 10 т – в  $B_3$ ;
- з пункту виробництва  $A_3$  – 10 т вантажу до пункту споживання  $B_1$  і 30 т – в  $B_2$ ;
- при цьому плані споживач  $B_3$  залишиться невдоволений на 10 т вантажу.

### **Питання для самоконтролю до теми 5 та лабораторної роботи №3**

1. Сформулювати змістовну постановку задачі.
2. Виписати математичну модель транспортної задачі у загальному вигляді.
3. Охарактеризувати способи зведення транспортної задачі до збалансованого виду.
4. Викласти ідею розв'язання транспортної задачі методом потенціалів.
5. Викласти алгоритм розв'язання транспортної задачі за допомогою інструмента «Solver» в MS Excel.