

## Лабораторна робота №6 Задача комівояжера

**Мета роботи:** засвоїти сутність постановки та принципів розв'язання задачі комівояжера.

### Цілі роботи:

- навчитися формулювати змістовну постановку задачі комівояжера; зрозуміти зв'язок з поданням у вигляді графі;
- навчитися будувати математичну модель задачі комівояжера з урахуванням обмежень, що ставляться на пов'язаний із задачею граф;
- оволодіти принципами розв'язання задачі комівояжера з використанням інструмента «Solver» для MS Excel;
- набути навичок формулювання математичних та економічних висновків щодо отриманого розв'язку задачі комівояжера.

### 8.2 Завдання до лабораторної роботи №6

- сформулювати змістовну постановку задачі комівояжера;
- побудувати математичну модель задачі комівояжера;
- розв'язання задачу з використанням електронних таблиць Excel за допомогою процедури "Solver";
- дати економічну відповідь щодо отриманого розв'язку.

### Індивідуальні варіанти до лабораторної роботи №6

Варіант 1

$\infty$	1	6	8	7
6	$\infty$	10	2	8
1	4	$\infty$	0	8
9	7	9	$\infty$	7
2	11	6	4	$\infty$

Варіант 4

$\infty$	2	5	6	8
9	$\infty$	3	4	2
10	3	$\infty$	10	9
9	8	2	$\infty$	3
7	3	2	11	$\infty$

Варіант 2

$\infty$	2	6	5	6
2	$\infty$	7	7	2
2	11	$\infty$	4	6
7	8	4	$\infty$	8
10	6	4	2	$\infty$

Варіант 5

$\infty$	3	7	5	7
4	$\infty$	3	3	6
10	6	$\infty$	2	4
6	7	6	$\infty$	2
10	3	3	10	$\infty$

Варіант 3

$\infty$	6	9	7	9
2	$\infty$	6	2	6
4	8	$\infty$	3	2
6	2	3	$\infty$	9
8	11	4	2	$\infty$

Варіант 6

$\infty$	3	4	9	2
8	$\infty$	1	2	6
6	10	$\infty$	4	6
6	3	9	$\infty$	3
2	4	7	3	$\infty$

Вариант 7

$\infty$	4	4	5	9
7	$\infty$	2	11	1
2	4	$\infty$	3	1
6	2	1	$\infty$	6
1	9	8	7	$\infty$

Вариант 14

$\infty$	9	3	1	8
2	$\infty$	2	9	10
10	2	$\infty$	10	10
2	0	6	$\infty$	6
1	9	4	4	$\infty$

Вариант 8

$\infty$	9	2	3	1
1	$\infty$	3	4	6
3	4	$\infty$	3	3
1	9	8	$\infty$	9
3	7	6	4	$\infty$

Вариант 15

$\infty$	1	7	2	1
1	$\infty$	3	6	2
1	9	$\infty$	4	3
4	6	6	$\infty$	7
3	7	1	8	$\infty$

Вариант 9

$\infty$	9	7	10	4
3	$\infty$	6	0	3
1	7	$\infty$	1	9
6	3	11	$\infty$	7
11	8	3	5	$\infty$

Вариант 16

$\infty$	9	8	6	4
4	$\infty$	1	9	3
4	6	$\infty$	8	7
7	1	5	$\infty$	5
4	3	4	7	$\infty$

Вариант 10

	8	3	5	7
10	$\infty$	3	5	2
9	4	$\infty$	10	4
7	10	8	$\infty$	9
3	9	7	4	$\infty$

Вариант 17

$\infty$	3	7	10	5
7	$\infty$	4	6	3
4	3	$\infty$	7	5
7	11	4	$\infty$	7
2	9	8	10	$\infty$

Вариант 11

$\infty$	6	8	6	8
3	$\infty$	7	4	6
6	10	$\infty$	1	6
6	6	9	$\infty$	5
3	5	5	9	$\infty$

Вариант 18

$\infty$	4	3	2	4
4	$\infty$	2	5	3
4	6	$\infty$	3	10
2	9	8	$\infty$	11
6	5	6	10	$\infty$

Вариант 12

$\infty$	7	1	10	7
8	$\infty$	3	1	5
3	5	$\infty$	9	9
1	3	4	$\infty$	10
3	9	2	10	$\infty$

Вариант 19

$\infty$	9	9	1	3
2	$\infty$	5	9	7
6	5	$\infty$	10	0
2	6	8	$\infty$	9
8	4	8	2	$\infty$

Вариант 13

$\infty$	5	9	4	2
8	$\infty$	3	6	7
0	9	$\infty$	2	3
3	9	2	$\infty$	2
10	2	10	10	$\infty$

Вариант 20

$\infty$	2	11	10	6
9	$\infty$	2	7	5
8	4	$\infty$	2	9
6	3	1	$\infty$	9
3	6	7	2	$\infty$

Вариант 21

$\infty$	4	2	8	11
6	$\infty$	4	8	2
8	1	$\infty$	9	6
9	6	3	$\infty$	10
7	1	4	3	$\infty$

Вариант 26

$\infty$	10	3	8	1
7	$\infty$	10	9	6
1	5	$\infty$	4	7
9	6	1	$\infty$	1
6	4	3	8	$\infty$

Вариант 22

$\infty$	7	4	3	2
7	$\infty$	4	3	4
3	6	$\infty$	2	3
6	4	8	$\infty$	10
9	8	7	6	$\infty$

Вариант 27

$\infty$	6	10	6	5
7	$\infty$	5	4	9
6	4	$\infty$	8	6
4	9	9	$\infty$	8
5	7	2	6	$\infty$

Вариант 23

$\infty$	9	7	6	9
2	$\infty$	7	9	3
9	8	$\infty$	6	7
6	9	5	$\infty$	7
3	3	5	7	$\infty$

Вариант 28

$\infty$	3	1	11	8
5	$\infty$	2	6	3
4	3	$\infty$	10	4
4	5	2	$\infty$	5
8	3	2	3	$\infty$

Вариант 24

$\infty$	6	0	5	8
3	$\infty$	5	7	3
5	4	$\infty$	8	7
4	5	2	$\infty$	5
8	3	3	9	$\infty$

Вариант 29

$\infty$	3	7	9	8
9	$\infty$	2	6	9
8	3	$\infty$	3	2
5	6	7	$\infty$	6
4	5	2	4	$\infty$

Вариант 25

$\infty$	1	1	10	4
4	$\infty$	2	8	6
2	6	$\infty$	5	10
6	5	8	$\infty$	5
7	9	10	9	$\infty$

Вариант 30

$\infty$	2	7	3	5
2	$\infty$	8	5	7
5	7	$\infty$	2	6
4	5	2	$\infty$	5
6	9	7	6	$\infty$

### 8.3 Методичні рекомендації до лабораторної роботи №6

Розглянемо задачу комівояжера, яка задається матрицею «відстаней»<sup>1</sup>:

$$C = \begin{pmatrix} \infty & 3 & 93 & 13 & 33 \\ 4 & \infty & 77 & 42 & 21 \\ 45 & 17 & \infty & 36 & 16 \\ 39 & 90 & 80 & \infty & 56 \\ 28 & 46 & 88 & 33 & \infty \end{pmatrix}$$

Граф, що відповідає цій задачі, зображено на рис. 8.1. Значення «відстаней», позначене як  $\infty$ , означає, що відповідне ребро має бути виключеним з маршруту. У даному випадку передбачено виключення петель. В MS Excel нескінченності замінюються на числа, які щонайменше на порядок більші за всі інші елементи матриці.

Зважаючи на подання математичної моделі, у тому числі змінних, цільової функції та системи обмежень (8.1)–(8.5), заповнимо аркуш MS Excel, до прикладу так, як це показано на рис. 8.2. **Звернемо увагу**, що при такому заповненні можна ввести формули у комірки G9, B14, C18, які скопіювати з модифікаціями з використанням маркера заповнення у комірки G10:G13, C14:F14, C18:F21 відповідно. Формула у комірці G14 для цільової функції не потребує копіювання.

	A	B	C	D	E	F	G	H
1		1	2	3	4	5		
2	1	10000		3	93	13	33	
3	2	4	10000		77	42	21	
4	3	45	17	10000		36	16	
5	4	39	90	80	10000		56	
6	5	28	46	88	33	10000		
7	<b>Основні змінні</b>							
8		1	2	3	4	5		
9	1	0	0	0	0	1	0	=SUM(B9:F9)
10	2	1	0	0	0	0	0	=SUM(B10:F10)
11	3	0	0	0	0	0	1	=SUM(B11:F11)
12	4	0	0	0	1	0	0	=SUM(B12:F12)
13	5	0	0	1	0	0	0	=SUM(B13:F13)
14		=SUM(B9:B13)	=SUM(C9:C13)	=SUM(D9:D13)	=SUM(E9:E13)	=SUM(F9:F13)	=SUMPRODUCT(B2:F6;B9:F13)	<b>ЦФ</b>
15	<b>Додаткові змінні</b>							
16			0	2	3	1		
17		u2	u3	u4	u5			
18	=C16	u2	=C\$16-\$A18+5*C10	=D\$16-\$A18+5*D10	=E\$16-\$A18+5*E10	=F\$16-\$A18+5*F10		
19	=D16	u3	=C\$16-\$A19+5*C11	=D\$16-\$A19+5*D11	=E\$16-\$A19+5*E11	=F\$16-\$A19+5*F11		
20	=E16	u4	=C\$16-\$A20+5*C12	=D\$16-\$A20+5*D12	=E\$16-\$A20+5*E12	=F\$16-\$A20+5*F12		
21	=F16	u5	=C\$16-\$A21+5*C13	=D\$16-\$A21+5*D13	=E\$16-\$A21+5*E13	=F\$16-\$A21+5*F13		

Рис. 8.2 – Заповнення аркуша в програмування комірок MS Excel в задачі комівояжера

Відповідно до математичної моделі задачі комівояжера (8.1)–(8.5) заповнюємо екранну форму «Solver Parameters», продемонстровану на рис. 8.4, а, з

<sup>1</sup> Залежно від сформульованої задачі комівояжера замість «відстаней» потрібно вписувати «вартості перевезень», «витрати пального», «витрати часу» тощо.

результатом, представленим на рис. 8.4, б. **Зверніть увагу**, що змінні задачі утворюються з двох компонент, розміщених в комірках С16:F16 та А16:A21.

Для висновків по задачі формуємо маршрут за таблицею в комірках В9:F13, а відповідні дугам значення «відстаней» за комірками В2:F6.

**Відповідь.** Для мінімізації сумарної «відстані», що становитиме 159 у.о., потрібно обрати маршрут:

$$1 \xrightarrow{13} 4 \xrightarrow{80} 3 \xrightarrow{16} 5 \xrightarrow{46} 2 \xrightarrow{4} 1.$$

**Варто врахувати**, що надбудова «Solver» в Excel має обмеження на кількість рівнянь (нерівностей) задачі. Зокрема, у Excel *рекомендується* розв'язувати задачі з кількістю пунктів до 10, коли загальне число формульних обмежень не перевищує 100. У разі більшої кількості пунктів варто застосовувати власноруч написані програми для реалізації алгоритму симплекс-методу або інші допоміжні інструменти.

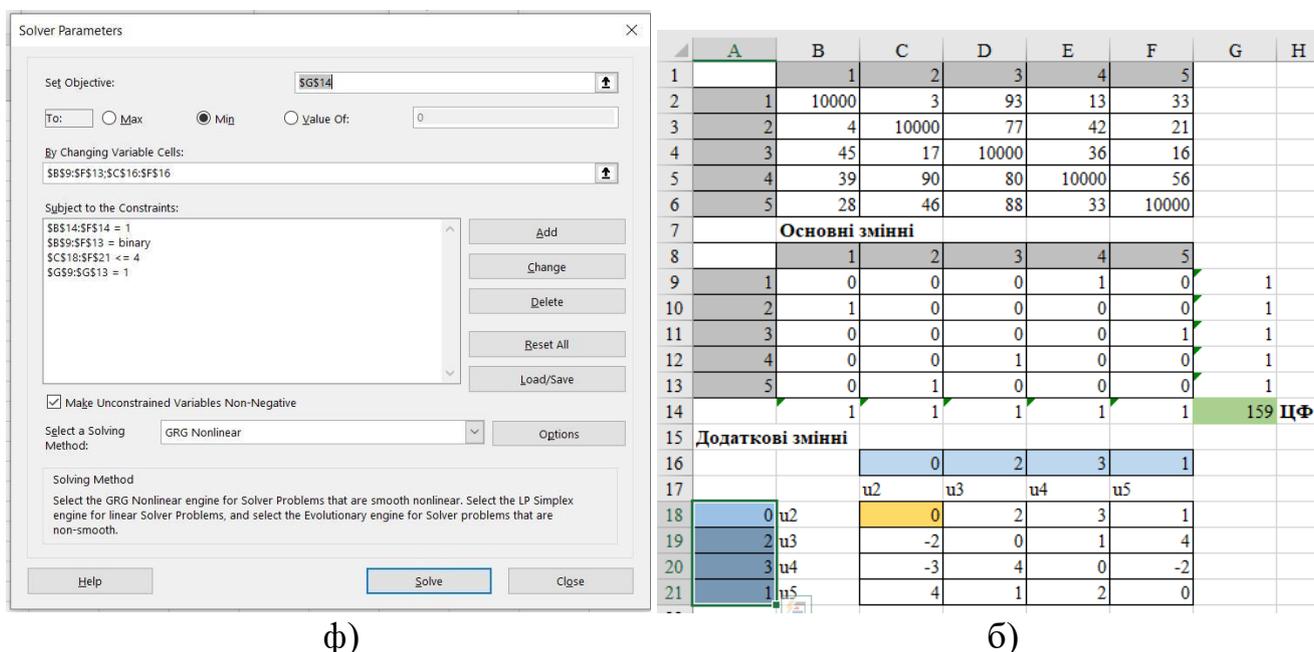


Рис. 8.4 – Реалізація використання інструмента «Solver» в задачі комівояжера

### Питання для самоконтролю до теми 8 та лабораторної роботи №6

1. Сформулювати змістовну та математичну постановку задачі комівояжера. Охарактеризувати зв'язок задачі комівояжера із задачею мережевого програмування.

2. Навести математичну модель задачі комівояжера з урахуванням обмежень, що ставляться на пов'язаний із задачею граф.

3. Охарактеризувати принципи розв'язання задачі комівояжера з використанням інструмента «Solver» для MS Excel;