

Лабораторна робота
МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОДІЛУ КОНЦЕНТРАЦІЇ ЗАБРУДНЕННЯ У
ВОДІ РІЧКИ ЗАСОБАМИ MATHCAD PRIME

1. Мета роботи: ознайомитися з принципами математичного моделювання двовимірних екологічних процесів, навчитися будувати поверхневі графіки (3D Surface Plot) у середовищі **Mathcad Prime** та інтерпретувати результати моделювання якості води у природних водоймах.

2. Теоретичні відомості. У результаті скиду забруднювальних речовин у водойму відбувається розбавлення і поступове зниження концентрації домішок. Процес поширення та зменшення концентрації можна описати експоненційною моделлю розпаду, що враховує зменшення вздовж течії та з глибиною.

Математична модель має вигляд:

$$C(x, y) = C_0 \cdot e^{-k_x x} \cdot e^{-k_y y}$$

де:

- C_0 — початкова концентрація забруднення у місці скиду, мг/м³;
- k_x — коефіцієнт зменшення концентрації вздовж течії, 1/км;
- k_y — коефіцієнт зменшення концентрації з глибиною, 1/м;
- x — відстань уздовж річки, км;
- y — глибина, м.

3. Умова задачі

У річку потрапляє забруднююча речовина з концентрацією $C_0=200$ мг/м³ у місці скиду ($x = 0, y = 0$). Під дією процесів розбавлення, самоочищення та осадження концентрація зменшується:

уздовж течії річки — із коефіцієнтом $k_x=0,21$ /км;

з глибиною — із коефіцієнтом $k_y=0,11$ м.

Потрібно змоделювати розподіл концентрації забруднення у діапазоні:

$x=0 \dots 10$ км;

$y=0 \dots 5$ м.

4. Хід роботи

1. Запустити **Mathcad Prime** і створити новий документ.

2. Задати початкові параметри:

$x := 0, 0.5 \dots 10$ // відстань уздовж річки (км)

$y := 0, 0.5 \dots 5$ // глибина (м)

$C0 := 200$ // початкова концентрація (мг/м³)

$kx := 0.2$ // коефіцієнт зменшення вздовж річки

$ky := 0.1$ // коефіцієнт зменшення з глибиною

2. Функція розподілу забруднення

$C(x, y) := C0 * \exp(-kx * x) * \exp(-ky * y)$

Це аналітична поверхня, яка показує, як концентрація зменшується і вздовж течії (x), і з глибиною (y).

3. Побудова поверхні

1. В меню **Графіки (Graphs)** → **Вставити графік** → **3D графік (Surface Plot)**.

2. У полях підписів введіть:

X: x

Y: y

Z: C(x, y)

4. Налаштування

Натисніть на графік.

У вкладці **Форматування графіка**:

Увімкніть **Surface Style** → **Color Map** (щоб бачити кольори концентрації).

Змініть шкалу осей або кольорів, щоб було наочно.

Ви отримаєте тривимірну поверхню, де:

вісь **X** — відстань уздовж річки;

вісь **Y** — глибина;

вісь **Z** — концентрація забруднення (мг/м^3).

На графіку буде видно, що забруднення **швидко зменшується** уздовж течії (по **X**) і повільніше — з глибиною (по **Y**).

Пояснення задачі

Зі збільшенням відстані від джерела скиду концентрація забруднювальної речовини експоненційно зменшується. При цьому глибші шари річки мають нижчу концентрацію через розбавлення та осадження домішок. Отже, модель описує вертикальний та горизонтальний градієнти якості води.

Завдання для самостійного виконання

1. Змінити коефіцієнти k_x і k_y (наприклад, 0.1 і 0.05) та побудувати новий графік.
2. Порівняти, як змінюється швидкість зниження концентрації при різних коефіцієнтах.
3. Пояснити фізичний зміст отриманої поверхні.
4. Як можна адаптувати цю модель для прогнозування забруднення атмосфери?