

Лабораторна робота №6

МАТРИЧНІ МОДЕЛІ В ЕКОЛОГІЧНИХ РОЗРАХУНКАХ

(застосування *Mathcad Prime* для оцінки забруднення води, атмосфери та радіоактивного навантаження)

Мета роботи: ознайомитись із застосуванням **матричних методів** у розв'язуванні екологічних задач, навчитися:

- складати екологічні моделі у вигляді матричних рівнянь;
- виконувати операції з матрицями (множення, транспонування, обернення) у середовищі **Mathcad Prime**;
- інтерпретувати результати у вигляді графіків і таблиць для оцінки впливу різних джерел забруднення.

Завдання для виконання

1. **Розрахунок токсичності промислових стоків** за матрицею мас реагентів та вектором коефіцієнтів токсичності.
2. **Оцінка внеску підприємств у забруднення атмосфери** шляхом розв'язання системи лінійних рівнянь у матричній формі.
3. **Моделювання поширення радіоактивних речовин** у довкіллі за допомогою матриці розподілу ізотопів.
4. Зробити порівняльний висновок: у яких випадках матричні методи забезпечують найбільшу наочність і швидкість розрахунків.

Прикладні об'єкти моделювання

- **Вода** — оцінка токсичного навантаження від підприємств.
- **Атмосфера** — розрахунок внеску різних джерел у концентрацію забруднювачів.
- **Повітряне середовище після аварії** — поширення радіоактивних ізотопів між районами.

Основні формули

1. Модель лінійного забруднення:

$$X=A \cdot B$$

де

A — матриця вихідних параметрів (маси, частки, коефіцієнти);

B — вектор властивостей (токсичність, активність, концентрація);

X — результат (вектор інтегральних впливів).

2. Система лінійних рівнянь:

$$A \cdot X = B \Rightarrow X = A^{-1} \cdot B$$

Рекомендації для роботи у Mathcad Prime

- Задати матриці оператором квадратних дужок [].
- Для множення використовувати символ *.
- Для обернення матриці — оператор ^-1.
- Для побудови графіків використовувати **X–Y Plot**.

Задача 1: Оцінка забруднення атмосфери від кількох джерел викидів

У промисловому районі працюють три підприємства, які викидають забруднювачі у повітря:

— оксид вуглецю (CO),

— діоксид сірки (SO₂),

— оксиди азоту (NO_x).

Кожне підприємство має свій обсяг викидів у кг/год, але частина цих викидів осідає або розсіюється в атмосфері.

Відомо, що внаслідок **взаємного впливу джерел** у зоні спостереження утворюються наступні концентрації (мг/м³):

$$A \cdot X = B$$

де

A — матриця коефіцієнтів впливу джерел,

X — шукані питомі внески кожного підприємства в забруднення,

B — вектор виміряних концентрацій у контрольних точках.

Вихідні дані

$$A = \begin{bmatrix} 0.8 & 0.1 & 0.1 \\ 0.3 & 0.6 & 0.1 \\ 0.2 & 0.2 & 0.6 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 120 \\ 90 \\ 60 \end{bmatrix}$$

Потрібно знайти:

1. Питомий внесок кожного підприємства $X=[x_1, x_2, x_3]^T$ у загальний рівень забруднення.
2. Яке підприємство найбільше впливає на забруднення повітря.
3. Побудувати діаграму (стовпчиковий графік) розподілу внесків.

Приклад розв'язання у Mathcad Prime

Крок 1. Задати матриці

A :=

[

0.8 0.1 0.1

0.3 0.6 0.1

0.2 0.2 0.6

]

B :=

[

120

90

60

]

Крок 2. Обчислити вектор невідомих

$$X := A^{-1} * B$$

Крок 3. Вивести результат

X =

[

128.6

92.9

57.1

]

Це означає, що:

- підприємство 1 вносить $\approx 128,6$ мг/м³,
- підприємство 2 — **92,9** мг/м³,
- підприємство 3 — **57,1** мг/м³.

Крок 4. Побудова діаграми

Виберіть **Graphs** → **Insert Chart** → **X-Y Plot**.

Задача 2: Розрахунок внеску підприємств у забруднення водойми

У промисловому регіоні діють три підприємства, які скидають стічні води у річку. Кожне підприємство використовує три типи реагентів (А, В, С), які по-різному впливають на забруднення води. Відомо, скільки кілограмів кожного реагента потрапляє у воду за добу від кожного підприємства, а також коефіцієнти токсичності реагентів.

Підприємство	А (кг/добу)	В (кг/добу)	С (кг/добу)
№1	2	1	3
№2	1	2	1

Підприємство	A (кг/добу)	B (кг/добу)	C (кг/добу)
№3	3	1	2

Коефіцієнти токсичності реагентів:

Реагент	Коефіцієнт токсичності
A	10
B	20
C	15

Потрібно:

1. Скласти матрицю мас реагентів A.
2. Скласти вектор коефіцієнтів токсичності B.
3. Знайти вектор загальної токсичності стоків кожного підприємства за формулою:

$$X=A \cdot B$$

4. Визначити, яке підприємство є **найбільш небезпечним** для водойми.
5. Побудувати **діаграму токсичності** для трьох підприємств.

Задача 3: Моделювання поширення радіоактивного забруднення в атмосфері

Після техногенної аварії у повітря потрапила суміш трьох радіоактивних ізотопів — Cs-137, Sr-90 та I-131.

Радіоактивна хмара поширилася на три райони області: **A, B і C**.

Відомо, яка частка кожного ізотопу (у %) осідає в кожному районі внаслідок перенесення вітром та осадження.

Вихідні дані:

Район ↓ / Ізотоп →	Cs-137	Sr-90	I-131
A	0.6	0.3	0.1
B	0.3	0.5	0.4
C	0.1	0.2	0.5

Активність ізотопів (у Бк/м³) у місці аварії:

$$B = \begin{bmatrix} 1200 \\ 800 \\ 600 \end{bmatrix}$$

Потрібно:

1. Скласти **матрицю розподілу радіоактивних речовин A** (рядки — райони, стовпці — ізотопи).
2. Скласти **вектор активностей ізотопів B**.
3. Знайти **вектор забруднення районів**:

$$X = A \cdot B$$

де X — рівень забруднення кожного району (Бк/м³).

4. Визначити, який район зазнав **найбільшого радіоактивного навантаження**.
5. Побудувати **діаграму розподілу забруднення між районами**.

Питання для узагальнення знань

1. Як інтерпретуються елементи матриці розподілу забруднювачів?
2. У чому перевага матричної моделі порівняно з покроковими розрахунками?
3. Які екологічні процеси можна описати матричними рівняннями (наведіть приклади)?
4. Як зміниться результат, якщо додати нове джерело забруднення або новий параметр у матрицю?

5. Як зміниться результат, якщо одне підприємство у другій задачі тимчасово зупинить роботу?