

КОНТРОЛЬНА РОБОТА

Варіант 1

1. Знайти границю функції:

$$1) \lim_{x \rightarrow 1} (x^3 + 2x - 4); \quad 2) \lim_{x \rightarrow -2} \frac{3x^2 + 2x - 8}{x^2 - 4}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{2}{x^2 - 1} \right).$$

2. Знайти похідну функції $y = x^2 - 2x + 1$ за означенням.

3. Знайти похідну функції:

$$1) y = \operatorname{tg} x + \sqrt{x}; \quad 3) y = \sqrt{2x^2 - x + 2}; \quad 5) y = (4x - 3) \ln(2x + 1);$$

$$2) y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}; \quad 4) y = 2 \sin \frac{x}{2} + \cos 3x; \quad 6) y = \cos^4 3x.$$

4. Довести, що функція $F(x) = \sqrt{2} - \frac{1}{3} \cos 3x - 4 \operatorname{tg} \frac{x}{2}$ – первісна для функції

$$f(x) = \sin 3x - \frac{2}{\cos^2 \frac{x}{2}} \text{ на всій області визначення.}$$

5. Для функції $f(x) = 2 + \frac{1}{\sqrt{3-x}}$ записати первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку $M(-1; 3)$.

6. Знайти інтеграли:

$$1) \int \frac{dx}{\sin^2(3-2x)}; \quad 2) \int 2^{7x+3} dx; \quad 3) \int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \right) dx.$$

7. Обчислити інтеграли:

$$1) \int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{3x-2}}; \quad 2) \int_0^1 \left(2 - \frac{5}{3x+7} \right) dx; \quad 3) \int_0^2 (x^2 + 3)^2 dx.$$

8. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями

$$y = \sin x, y = 0, x = 0, x = \pi.$$

Варіант 2

1. Знайти границю функції:

$$1) \lim_{x \rightarrow 2} (x^2 - 2x + 4); \quad 2) \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{5x^2 - x - 6}; \quad 3) \lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{1}{x-3} - \frac{6}{x^2 - 9} \right).$$

2. Знайти похідну функції $y = x^3 - x - 1$ за означенням.

3. Знайти похідну функції:

$$1) y = \frac{1}{x} - \operatorname{ctg} x; \quad 3) y = 2^{x+1} \cdot \cos x; \quad 5) y = 2x^2 - \frac{1}{\sqrt{x}} + e^2;$$

$$2) y = \frac{x^2 - 3}{x - 2}; \quad 4) y = \sqrt{2x - 5x^2}; \quad 6) y = \ln^3(x - 1).$$

4. Довести, що функція $F(x) = \frac{1}{2} \operatorname{tg} 4x - 2 \sin \frac{x}{2} + \sqrt{3}$ – первісна для функції $f(x) = \frac{2}{\cos^2 4x} - \cos \frac{x}{2}$ на всій області визначення.

5. Для функції $f(x) = \frac{1}{\sqrt{3+2x}}$ записати первісну $F(x)$, що задовольняє умові $F(3) = -2$.

6. Знайти інтеграли:

1) $\int \frac{dx}{\cos^2 \left(5 - \frac{3x}{4}\right)}$; 2) $\int 2^x \cdot 3^x \cdot 5^x dx$; 3) $\int \left(\sin 3x \cos \frac{\pi}{7} + \cos 3x \sin \frac{\pi}{7} \right) dx$.

7. Обчислити інтеграли:

1) $\int_{-1}^1 (x+1)^3 dx$; 2) $\int_2^6 \frac{dx}{\sqrt{3x-2}}$; 3) $\int_1^2 \left(3x^2 - 4x - \frac{2}{x^2} \right) dx$.

8. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = x^3$, $y = 0$, $x = 2$.

Варіант 3

1. Знайти границю функції:

1) $\lim_{x \rightarrow 3} (x^3 - 4x^2 - 2)$; 2) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{10 + 3x - x^2}{25 - x^2}$; 3) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{2}{x-2} - \frac{8}{x^2-4} \right)$.

2. Знайти похідну функції $y = 4x^3 - x^2 + 3$ за означенням.

3. Знайти похідну функції:

1) $y = (4\sqrt{x} - 3)(x^2 + 7)$; 3) $y = e^{2x-1} + \sin 2x - \pi$; 5) $y = \log_3 \left(x^2 - \frac{1}{x^2} \right)$;

2) $y = \frac{8x + x^2}{x-1}$; 4) $y = \frac{1}{\sqrt{x^2 + x}}$; 6) $y = (3x^5 - x)^6$.

4. Довести, що функція $F(x) = x^2 - \ln x^5$ – первісна для функції $f(x) = \frac{2x^2 - 5}{x}$ на всій області визначення.

5. Для функції $f(x) = \sin^2 3x$ записати первісну $F(x)$, графік якої проходить через точку $M\left(\pi; \frac{\pi}{12}\right)$.

6. Знайти інтеграли:

1) $\int e^{5-3x} dx$; 2) $\int (x^2 + 2x)^3 dx$; 3) $\int 2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} dx$.

7. Обчислити інтеграли:

1) $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-3x}}$; 2) $\int_1^2 \frac{x^6 - 4x^5 + x}{x^5} dx$; 3) $\int_0^\pi \left(2 \cos 2x + \frac{1}{3} \sin \frac{x}{3} \right) dx$.

8. Обчислити площу фігури, обмеженої лініями $y = 4x - x^2$, $y = 4 - x$.