

## КОНТРОЛЬНА РОБОТА З ТЕОРІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ

**Задача 1.** Підкидаються два гральні кубика.

Для варіантів 1-10: знайти ймовірність наступних подій:  $A$  – сума числа очок не перевищує  $N$ ;  $B$  – добуток числа очок перевищує  $N$ ;  $C$  – добуток числа очок ділиться на  $N$ . ( $N$  дорівнює останній цифрі номера варіанта плюс 2).

Для варіантів 11-20: знайти ймовірність наступних подій:  $A$  – сума числа очок не менша  $N$ ;  $B$  – добуток числа очок менше  $N$ ;  $C$  – сума числа очок ділиться на  $N$ . ( $N$  дорівнює останній цифрі номера варіанта плюс 2).

Для варіантів 21-30: знайти ймовірність наступних подій:  $A$  – сума числа очок дорівнює  $N$ ;  $B$  – добуток числа очок більше  $N$ ;  $C$  – сума числа очок ділиться на  $N$ . ( $N$  – остання цифра номера варіанта плюс 4).

**Задача 2.** З  $N$  виробів  $M$  мають прихований дефект. Навмання вибрано  $n$  виробів. Знайдіть ймовірності наступних подій:  $A$  – серед обраних  $m$  виробів мають прихований дефект;  $B$  – серед обраних є хоча б один виріб із прихованим дефектом;  $C$  – серед обраних не більше двох виробів із прихованим дефектом.

*Вихідні дані до задачі 2*

№ вар	$N$	$M$	$n$	$m$	№ вар	$N$	$M$	$n$	$m$	№ вар	$N$	$M$	$n$	$m$
1	10	3	4	2	11	12	4	3	2	21	9	5	4	2
2	10	3	5	2	12	12	4	4	2	22	9	5	4	3
3	10	4	3	2	13	12	4	4	3	23	11	3	3	2
4	10	4	4	2	14	12	5	3	2	24	11	3	4	2
5	10	4	4	3	15	12	5	4	2	25	11	3	4	3
6	12	3	3	2	16	9	3	3	2	26	11	4	3	2
7	12	3	4	2	17	9	3	3	2	27	11	4	4	2
8	12	3	4	3	18	9	4	4	2	28	11	4	4	3
9	12	3	5	2	19	9	4	4	3	29	14	3	3	2
10	12	4	5	3	20	9	3	3	2	30	14	3	4	2

**Задача 3.** В урні міститься  $n$  білих та  $m$  чорних куль. З урни навмання вибирають дві кулі. Що ймовірніше – вийняти дві білі кулі або вийняти одну білу й одну чорну кулі?

*Вихідні дані до задачі 3*

№ вар	$n$	$m$	№ вар	$n$	$m$	№ вар	$n$	$m$
1	4	2	11	7	3	21	9	4
2	4	3	12	7	4	22	9	5
3	5	2	13	7	5	23	9	6
4	5	3	14	7	6	24	9	7
5	6	2	15	8	2	25	10	2
6	6	3	16	8	3	26	10	3
7	6	4	17	8	5	27	10	4
8	6	5	18	8	6	28	10	5
9	6	6	19	9	2	29	10	6
10	7	2	20	9	3	30	10	7

**Задача 4.** У ліфт  $k$ -поверхового будинку сіли  $m$  пасажирів. Кожен пасажир, незалежно від інших, з рівною ймовірністю може вийти на будь-якому поверсі, починаючи з другого. Знайти ймовірність наступних подій:  $A$  – всі пасажирі вийшли на різних поверхах;  $B$  – всі вийшли вище за четвертий поверх;  $C$  – ніхто не вийшов на п'ятому поверсі;  $D$  – хоча б два вийшли на одному поверсі.

*Вихідні дані до задачі 4*

№ вар	$k$	$m$	№ вар	$k$	$m$	№ вар	$k$	$m$
1	8	3	11	10	5	21	12	5
2	8	4	12	10	6	22	14	3
3	8	5	13	6	4	23	14	4

<b>4</b>	8	6	<b>14</b>	7	4	<b>24</b>	14	5
<b>5</b>	9	3	<b>15</b>	7	3	<b>25</b>	14	6
<b>6</b>	9	4	<b>16</b>	7	5	<b>26</b>	16	4
<b>7</b>	9	5	<b>17</b>	6	5	<b>27</b>	16	5
<b>8</b>	9	6	<b>18</b>	12	3	<b>28</b>	16	6
<b>9</b>	10	3	<b>19</b>	12	4	<b>29</b>	11	4
<b>10</b>	10	4	<b>20</b>	12	5	<b>30</b>	11	5

**Задача 5.** В урні  $k$  білих,  $m$  синіх і  $n$  червоних куль. Навмання вибирають 6 куль. Знайдіть ймовірності наступних подій:  $A$  – серед обраних лише білі кулі;  $B$  – серед вибраних немає червоних куль;  $C$  – серед обраних порівну куль усіх кольорів;  $D$  – серед обраних лише одна червона куля.

*Вихідні дані до задачі 5*

№ вар	$k$	$m$	$n$	№ вар	$k$	$m$	$n$	№ вар	$k$	$m$	$n$
<b>1</b>	8	3	4	<b>11</b>	9	4	2	<b>21</b>	8	6	2
<b>2</b>	8	4	3	<b>12</b>	9	3	4	<b>22</b>	9	3	4
<b>3</b>	8	2	5	<b>13</b>	9	4	3	<b>23</b>	9	2	5
<b>4</b>	6	5	2	<b>14</b>	9	3	3	<b>24</b>	9	4	3
<b>5</b>	7	2	6	<b>15</b>	9	3	5	<b>25</b>	9	5	2
<b>6</b>	7	6	2	<b>16</b>	9	5	3	<b>26</b>	9	5	4
<b>7</b>	7	3	5	<b>17</b>	8	4	4	<b>27</b>	9	4	5
<b>8</b>	7	5	3	<b>18</b>	8	3	5	<b>28</b>	9	3	6
<b>9</b>	7	4	4	<b>19</b>	8	5	3	<b>29</b>	9	6	3
<b>10</b>	8	2	3	<b>20</b>	8	2	6	<b>30</b>	9	2	7

**Задача 6.** З  $n$  книг  $k_1$  мають червоні палітурки, а  $k_2$  – сині. Книги навмання ставлять на полицю. Вважаючи рівноможливими всі розстановки книг, знайдіть ймовірність того, що всі червоні книги та всі сині книжки стоять поспіль.

*Вихідні дані до задачі 6*

№ вар	$n$	$k_1$	$k_2$	№ вар	$n$	$k_1$	$k_2$	№ вар	$n$	$k_1$	$k_2$
<b>1</b>	8	3	2	<b>11</b>	7	2	2	<b>21</b>	11	3	2
<b>2</b>	8	2	2	<b>12</b>	6	2	2	<b>22</b>	11	3	3
<b>3</b>	9	3	2	<b>13</b>	8	4	2	<b>23</b>	11	4	3
<b>4</b>	9	3	3	<b>14</b>	10	5	3	<b>24</b>	11	5	2
<b>5</b>	9	4	2	<b>15</b>	9	2	5	<b>25</b>	11	4	5
<b>6</b>	10	3	3	<b>16</b>	10	6	2	<b>26</b>	11	5	3
<b>7</b>	10	4	3	<b>17</b>	10	4	4	<b>27</b>	12	3	3
<b>8</b>	10	3	2	<b>18</b>	6	3	2	<b>28</b>	12	3	4
<b>9</b>	10	4	2	<b>19</b>	11	4	2	<b>29</b>	12	5	2
<b>10</b>	10	2	5	<b>20</b>	11	2	2	<b>30</b>	12	3	5

**Задача 7.** Протягом доби до причалу повинні незалежно один від одного підійти та розвантажитися два суховантажних судна. Одному з них для розвантаження потрібно  $k_1$  годин, іншому –  $k_2$  години. Яка ймовірність того, що жодному із суховантажів не доведеться чекати у черзі на розвантаження?

*Вихідні дані до задачі 7*

№ вар	$k_1$	$k_2$	№ вар	$k_1$	$k_2$	№ вар	$k_1$	$k_2$
<b>1</b>	2	5	<b>11</b>	4	3	<b>21</b>	5	7
<b>2</b>	2	6	<b>12</b>	4	4	<b>22</b>	5	8
<b>3</b>	2	7	<b>13</b>	4	5	<b>23</b>	6	3
<b>4</b>	2	8	<b>14</b>	4	6	<b>24</b>	6	6
<b>5</b>	3	3	<b>15</b>	4	7	<b>25</b>	6	7
<b>6</b>	3	5	<b>16</b>	4	8	<b>26</b>	6	8
<b>7</b>	3	6	<b>17</b>	5	3	<b>27</b>	7	7
<b>8</b>	3	7	<b>18</b>	5	4	<b>28</b>	7	8
<b>9</b>	4	8	<b>19</b>	5	5	<b>29</b>	8	8
<b>10</b>	4	2	<b>20</b>	5	6	<b>30</b>	8	6

**Задача 8.** У кожній із трьох урн міститься по вісім куль. У першій урні п'ять білих і три чорні кулі. У другій урні  $k_1$  біла куля, інші кулі чорні, у третій урні  $k_2$  білі кулі, інші кулі чорні. З кожної урни навмання вибрано по одній кулі. Знайти ймовірності наступних подій:  $A$  – обрано лише одну білу кулю;  $B$  – обрані лише білі кулі;  $C$  – обрана хоча б одна біла куля.

*Вихідні дані до задачі 8*

№ вар	$k_1$	$k_2$	№ вар	$k_1$	$k_2$	№ вар	$k_1$	$k_2$
1	2	2	11	4	3	21	6	3
2	2	3	12	4	4	22	6	4
3	2	4	13	4	5	23	6	5
4	2	5	14	4	6	24	6	6
5	2	6	15	5	2	25	7	2
6	3	2	16	5	3	26	7	3
7	3	4	17	5	4	27	7	4
8	3	5	18	5	5	28	7	5
9	3	6	19	5	6	29	1	3
10	4	2	20	6	2	30	1	4

**Задача 9.** З ретельно перемішаної колоди карт (36 карт) вибирають одна за одною карти.

*Варіанти 1-10.* Яка ймовірність того, що першою картою пікової масті буде  $k$ -та карта?

*Варіанти 11-20.* Яка ймовірність того, що першими картами пікової масті будуть  $k$ -та та  $(k+1)$ -ша за рахунком карти?

*Варіанти 21-31.* Яка ймовірність того, що першими картами пікової масті будуть  $k$ -та та  $(k+2)$ -га за рахунком карти?

*Вихідні дані до задачі 9*

№ вар	$k$	№ вар	$k$	№ вар	$k$
1	2	11	2	21	2
2	3	12	3	22	3
3	4	13	4	23	4
4	5	14	5	24	5
5	6	15	6	25	6
6	7	16	7	26	7
7	8	17	8	27	8
8	9	18	9	28	9
9	11	19	10	29	10
10	2	20	11	30	11

**Задача 10.** З урни з  $n_1$  білими та  $n_2$  чорними кулями  $k$  куль, взяті навмання, були перенесені в урну з  $m_1$  білими та  $m_2$  чорними кулями. Яка після цього ймовірність вийняти білу кулю з другої урни? Для непарних варіантів  $k=2$ , для парних –  $k=3$ .

*Вихідні дані до задачі 10*

№ вар	$n_1$	$n_2$	$m_1$	$m_2$	№ вар	$n_1$	$n_2$	$m_1$	$m_2$	№ вар	$n_1$	$n_2$	$m_1$	$m_2$
1	3	5	2	2	11	5	6	4	2	21	3	4	5	3
2	3	5	5	2	12	6	5	4	4	22	3	4	3	6
3	4	3	3	2	13	4	6	3	5	23	2	5	4	3
4	8	4	3	2	14	2	6	5	4	24	2	6	8	3
5	3	7	5	2	15	5	2	6	3	25	6	4	2	3
6	5	3	3	5	16	6	5	5	3	26	6	4	3	5
7	5	7	4	3	17	4	5	6	3	27	7	3	5	2
8	7	3	3	4	18	5	2	2	4	28	7	4	6	5
9	4	5	4	3	19	6	3	4	6	29	6	3	5	4
10	5	4	2	4	20	3	5	6	2	30	6	5	8	3

**Задача 11.** Три стрілки роблять по одному пострілу в одну й ту саму ціль. Ймовірності влучення в ціль при одному пострілі для цих стрілків відповідно дорівнюють  $p_1$ ,  $p_2$  і  $p_3$ . Яка ймовірність того, що  $i$ -й стрілок промахнувся, якщо в мішені опинилося дві пробоїни?

*Вихідні дані до задачі 11*

№ вар	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$i$	№ вар	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$i$	№ вар	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$i$
1	0,7	0,6	0,4	3	11	0,8	0,6	0,3	2	21	0,5	0,3	0,7	1
2	0,7	0,6	0,3	2	12	0,8	0,6	0,3	1	22	0,5	0,4	0,8	3
3	0,4	0,7	0,9	1	13	0,4	0,5	0,8	3	23	0,5	0,4	0,8	2
4	0,8	0,3	0,4	3	14	0,4	0,5	0,8	2	24	0,5	0,4	0,8	1
5	0,8	0,3	0,4	2	15	0,4	0,5	0,6	1	25	0,4	0,6	0,8	3
6	0,8	0,3	0,4	1	16	0,5	0,3	0,7	3	26	0,4	0,7	0,3	2
7	0,4	0,5	0,7	3	17	0,5	0,3	0,7	2	27	0,3	0,5	0,6	3
8	0,4	0,5	0,7	2	18	0,5	0,7	0,3	1	28	0,3	0,4	0,8	2
9	0,4	0,5	0,7	1	19	0,5	0,4	0,7	3	29	0,7	0,4	0,6	2
10	0,8	0,6	0,3	3	20	0,5	0,3	0,7	2	30	0,6	0,5	0,3	3

**Задача 12.** З гаманця на стіл висипали  $n$  монет. а) Яка ймовірність того, що  $k$  з них упали гербом нагору? б) Яка ймовірність того, що не менш як  $k$  з них впали гербом вгору? в) Якою є найбільш ймовірна кількість монет, що впали гербом вгору?

*Вихідні дані до задачі 12*

№ вар	$n$	$k$	№ вар	$n$	$k$	№ вар	$n$	$k$
1	4	1	11	6	4	21	8	3
2	4	2	12	6	5	22	8	4
3	4	3	13	7	1	23	8	5
4	5	1	14	7	2	24	8	6
5	5	2	15	7	3	25	9	1
6	5	3	16	7	4	26	9	2
7	5	4	17	7	5	27	9	3
8	6	1	18	7	6	28	9	4
9	6	2	19	8	1	29	9	5
10	6	3	20	8	2	30	9	6

**Задача 13.** Для баскетболіста можливість закинути м'яч у кошик зі штрафного кидка дорівнює  $p$ . Скільки кидків треба надати гравцеві, щоб ймовірність попадання в кошик хоча б один раз була більша за 0,9? ( $p = 0, n$ ; де  $n$  – номер варіанта, для дев'ятого варіанта  $n = 35$ .)

**Задача 14.** В урні  $n$  білих та  $k$  чорних куль. Кулі виймають з урни по одній без повернення, доки не виберуть чорну кулю. Нехай  $X$  – кількість вийнятих куль. Написати закон розподілу для випадкової величини  $X$  та знайти її математичне сподівання.

*Вихідні дані до задачі 14*

№ вар	$n$	$k$	№ вар	$n$	$k$	№ вар	$n$	$k$
1	4	2	11	6	4	21	4	9
2	4	3	12	6	5	22	4	10
3	5	4	13	6	6	23	5	6
4	3	2	14	5	5	24	5	7
5	5	2	15	5	2	25	5	8
6	5	3	16	4	4	26	5	9
7	6	1	17	4	5	27	5	10
8	4	4	18	4	6	28	6	7
9	6	2	19	4	7	29	6	8
10	6	3	20	4	8	30	6	9

**Задача 15.** Стрілок стріляє в ціль, поки не потрапить, або поки не зробить  $m$  промахів. Ймовірність влучити в ціль при одному пострілі дорівнює  $p$ . Нехай  $X$  – число зроблених пострілів. Написати закон розподілу для випадкової величини  $X$  та знайти її математичне сподівання.

*Вихідні дані до задачі 15*

№ вар	$p$	$m$	№ вар	$p$	$m$	№ вар	$p$	$m$
1	0,6	5	11	0,3	4	21	0,55	4
2	0,6	4	12	0,3	6	22	0,55	5
3	0,6	6	13	0,8	4	23	0,55	6
4	0,4	4	14	0,8	5	24	0,65	4
5	0,4	5	15	0,8	6	25	0,65	5
6	0,4	6	16	0,5	4	26	0,65	6
7	0,7	4	17	0,6	6	27	0,75	4
8	0,7	5	18	0,45	4	28	0,75	5
9	0,7	6	19	0,45	5	29	0,75	6
10	0,3	5	20	0,45	6	30	0,35	4

**Задача 16 (для непарних варіантів).** Випадкова величина  $X$  має функцію розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < a; \\ \sqrt{x-a}, & x \in [a; a+1]; \\ 1, & x > a+1. \end{cases}$$

Знайти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $P\left(X < a + \frac{1}{9}\right)$ ,  $P\left(a + \frac{1}{16} < X < a + \frac{1}{4}\right)$ ,  $P\left(x > \frac{1}{4}\right)$  ( $a$  – номер варіанта).

**Задача 16 (для парних варіантів).** Випадкова величина  $X$  має функцію розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0; \\ \frac{4(ax - x^2)}{a^2}, & x \in \left[0; \frac{a}{2}\right]; \\ 1, & x > \frac{a}{2}. \end{cases}$$

Знайти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $P\left(X < \frac{a}{2}\right)$ ,  $P\left(\frac{a}{8} < X < \frac{a}{4}\right)$  ( $a$  – номер варіанта).

**Задача 17.** Випадкова величина  $X$  має нормальний закон розподілу  $N(m; \sigma^2)$ . Відомо, що:

для непарних варіантів:  $P(X < a) = \alpha$ , а  $P(X < b) = \beta$ ;

для парних варіантів:  $P(X < a) = \alpha$ , а  $P(X > b) = \beta$ .

Знайти значення параметрів  $m$  і  $\sigma^2$ . Зробити ескіз функції щільності ймовірності при знайдених значеннях параметрів. Знайти  $P(X^2 < 4)$ .

*Вихідні дані до задачі 17*

№ вар	$a$	$\alpha$	$b$	$\beta$	№ вар	$a$	$\alpha$	$b$	$\beta$
1	-2	0,0668	3	0,8413	16	-0,5	0,4013	2	0,1587
2	-1	0,1587	5	0,0227	17	5	0,6915	2	0,1587
3	-1	0,4332	4	0,8413	18	5	0,6915	2	0,8413
4	0	0,1587	6	0,0227	19	2	0,0227	8	0,8413
5	-2	0,1587	1	0,6915	20	2	0,0227	8	0,1587
6	2	0,8413	-1	0,6915	21	3	0,1587	12	0,9773

7	1	0,1587	5	0,8413	22	3	0,1587	4,5	0,6915
8	1	0,1587	5	0,1587	23	0	0,3085	6	0,8413
9	-6	0,0227	3	0,8413	24	0	0,3085	6	0,6915
10	3	0,1587	6	0,0227	25	-2	0,1587	4	0,6915
11	-3	0,1587	0	0,6915	26	-2	0,1587	4	0,3085
12	-3	0,1587	0	0,3085	27	2	0,5000	4	0,6915
13	0	0,3446	5	0,7258	28	4	0,6915	2	0,5000
14	-0,5	0,4013	2	0,8413	29	-3	0,1587	0	0,9773
15	-3	0,1587	0	0,0227	30	0	0,3446	5	0,2742

**Задача 18.** Ймовірність того, що переданий по каналу зв'язку сигнал через перешкоди буде спотворений, дорівнює  $p$ . Оцінити ймовірність того, що за незалежної передачі  $n$  сигналів: а) від  $k_1$  до  $k_2$  з них будуть спотворені; б) щонайменше  $k_1$  їх будуть спотворені; в) не більше  $k_2$  з них будуть спотворені.

*Вихідні дані до задачі 18*

№ вар	$p$	$n$	$k_1$	$k_2$	№ вар	$p$	$n$	$k_1$	$k_2$	№ вар	$p$	$n$	$k_1$	$k_2$
1	0,02	500	5	12	11	0,03	700	16	24	21	0,01	500	10	16
2	0,02	400	6	20	12	0,03	800	18	26	22	0,02	500	8	12
3	0,02	600	9	14	13	0,01	800	6	12	23	0,02	400	6	15
4	0,02	700	10	16	14	0,01	900	6	13	24	0,02	600	8	12
5	0,02	800	12	20	15	0,01	1000	8	14	25	0,01	900	7	10
6	0,02	900	14	20	16	0,01	1500	12	20	26	0,03	400	8	13
7	0,02	1000	15	22	17	0,01	2000	14	22	27	0,02	400	7	12
8	0,01	1000	8	14	18	0,01	1200	8	14	28	0,01	700	4	10
9	0,03	500	10	15	19	0,01	400	10	16	29	0,02	200	3	9
10	0,03	600	14	16	20	0,01	1600	12	18	30	0,01	300	3	8

**Задача 19.** При розливі виплавленого металу можливість отримати придатний вилівок дорівнює  $p$ . Скільки потрібно запланувати вилівок, щоб з ймовірністю більше ніж  $P$  після перевірки отримати не менше як  $k$  придатні виливки?

№ вар	$p$	$P$	$k$	№ вар	$p$	$P$	$k$	№ вар	$p$	$P$	$k$
1	0,9	0,9	25	11	0,7	0,9	35	21	0,7	0,9	40
2	0,9	0,95	40	12	0,6	0,8	40	22	0,5	0,9	40
3	0,6	0,9	35	13	0,9	0,95	35	23	0,9	0,95	50
4	0,9	0,9	30	14	0,6	0,9	25	24	0,8	0,9	30
5	0,7	0,9	30	15	0,5	0,9	45	25	0,5	0,9	35
6	0,6	0,8	30	16	0,9	0,9	40	26	0,6	0,9	30
7	0,8	0,9	35	17	0,8	0,8	50	27	0,9	0,95	25
8	0,5	0,9	25	18	0,5	0,9	30	28	0,6	0,95	35
9	0,6	0,9	40	19	0,8	0,9	45	29	0,8	0,9	40
10	0,9	0,9	35	20	0,6	0,9	45	30	0,9	0,95	30

**Задача 20.** Випадкова величина  $X$  має біноміальний закон розподілу з параметрами  $n$  та  $p$  (тобто  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ , де  $q = 1 - p$ ,  $k = 0, 1, 2, \dots, n$ ). Знайти закони розподілу наступних випадкових величин: а)  $Y = 2X$ ; б)  $Z = X + X$ ; в)  $U = X^2$ ; г)  $W = X \cdot X$  (у пунктах б) і г) передбачається незалежність доданків та співмножників). Знайти математичні сподівання цих величин. (У непарних варіантах  $n = 3$ , у парних –  $n = 4$ ).

*Вихідні дані до задачі 20*

№ вар	$P$	№ вар	$p$	№ вар	$p$	№ вар	$p$	№ вар	$p$	№ вар	$p$
1	0,1	6	0,5	11	0,4	16	0,8	21	0,7	26	1/3
2	0,4	7	1/3	12	0,7	17	0,6	22	0,2	27	0,9
3	0,2	8	0,6	13	0,25	18	0,9	23	0,75	28	0,3
4	0,25	9	0,3	14	0,75	19	2/3	24	1/6	29	5/6
5	1/6	10	2/3	15	0,5	20	0,1	25	0,8	30	0,7