

Індивідуальне завдання №2 Задачі нелінійного та цілочислового програмування

Обрати для моделювання відповідну модель. Визначити прийнятний метод розв'язання. Дати відповідь в термінах постановки задачі.

N – номер варіанта, s – номер групи.

Задача 1. Задачі дробово-лінійного програмування

Для варіантів 1-15

1. У цеху з виробництва консервованих фруктів виготовляють два види компотів із трьох видів фруктів (яблука, груші та сливи). Перед відправленням у торговельну мережу компоти розливають у банки: компот I виду – у 5-літрові, компот II виду – у 2-літрові. Усі дані, необхідні для розв'язання задачі, наведено в таблиці.

Фрукти	Запас, кг	Витрати фруктів для компоту, кг	
		I	II
Яблука	Не більше $200N$	s	$0,5s$
Груші	Не більше $70N$	$0,3s$	$0,25$
Сливи	Не менше $200N$	$0,75s$	$1s$
Прибуток від реалізації однієї банки компоту, у.о.:		$1,3/N + 0,5$	$0,5/N + 0,2$

Потрібно скласти такий план виробництва двох видів компоту, за якого рентабельність буде максимальною, якщо відомо, що витрати на 5-літрову банку становлять 5 у.о., а на 2-літрову – 2 у.о.

Для варіантів 16-30

2. На промисловому комплексі з виробництва м'яса відгодовують свиней двох порід. Усі необхідні дані наведено в таблиці.

Види корму	Запаси корму, ц	Потреба для породи свиней, ц	
		I	II
Грубі корми	Не менше $1000N$	$2s$	$3s$
Соковиті корми	Не більше $1200N$	$4s$	$2s$
Комбікорми	Не менше $500N$	s	s
Вартість відгодівлі, у.о.		$100 + N$	$140 + N$
Продуктивність, ц:		2	$2,5$

Потрібно знайти таку кількість свиней кожної породи, щоб собівартість 1 центнера м'яса була мінімальною.

Задача 2. Розв'язання задач квадратичного програмування

Для варіантів 1-7

1. Виготовлення деякої продукції виробничому об'єднанні можна здійснювати двома технологічними способами. Спосіб I виготовлення виробів потребує витрат, рівних $N + 3 + Nx_1 + (N + 1)x_1^2$ у.о., а спосіб II витрати – $N + 2 + Nx_2 + (N + 1)x_2^2$ у.о.

Скласти план виробництва продукції, згідно з яким має бути вироблено $200N$ виробів за найменших загальних витрат.

Для варіантів 8-15

2. Виготовлення деякої продукції на виробничому об'єднанні можна здійснювати трьома технологічними способами. Виготовлення x_i ($i = 1,2,3$) виробів за кожним із способів потребує витрат, рівних відповідно $10x_i^2$ у.о. ($i = 1,2,3$). Скласти план виробництва продукції, згідно з яким має бути вироблено $300Ns$ виробів за найменших загальних витрат.

Для варіантів 16-23

3. Виготовлення деякої продукції на виробничому об'єднанні можна здійснювати трьома технологічними способами. Виготовлення x_i ($i = 1,2,3$) виробів за кожним із способів вимагає витрат, рівних відповідно $x_1^2 + 10x_1$, $x_2^2 - 10x_2$, і $0,5x_3^2 + 20x_3$ у.о. Скласти план виробництва продукції, згідно з яким має бути вироблено $400Ns$ виробів за найменших загальних витрат.

Для варіантів 24-30

4. На виготовлення деталей виду А та Б витрачається метал у кількостях відповідно рівних $10N$ та $10N + 2s$ кг. На складі є $10N(10N + s)$ кг цього металу, який необхідно використовувати в повному обсязі. Скласти план виробництва, який би мав мінімальні витрати, якщо відомо, що виготовлення деталей кожного виду вимагає витрат пропорційних квадрату кількості деталей з коефіцієнтом пропорційності s .

Задача 3. Завдання цілочислового лінійного програмування

Для варіантів 1-10

1. Трикотажна фабрика використовує для виготовлення светрів та кофтинок чисту вовну, силон та нітрон, запаси якого становлять відповідно $1000N$, $440N$, $330N$ кг. Кількість пряжі кожного виду (в кг), необхідної для виготовлення 10 виробів, а також прибуток, що отримується від їх реалізації, наведено в таблиці.

Вид сировини	Витрати пряжі на 10 виробів, кг	
	I	II
Вовна	7	2
Силон	1	2
Нітрон	2	1,3
Прибуток, у.о.	$(12s + 1) \cdot 12$	$(3s - 1)10$

Встановити план виробництва виробів, максимізуючий прибуток, за умови, що найбільший попит на светри та кофточки у цьому регіоні становить $2500N$.

Для варіантів 11-20

2. Виготовлення двох видів лісопродукції має пройти три операції. Витрати часу з кожної операції на один виріб наведено у таблиці. Скільки виробів кожного виду має виготовляти підприємством, щоб отримувати максимальний прибуток, причому кількість виробів А має бути щонайменше $5N$, а В – трохи більше $5(2N - 1)$.

Виріб	Витрати на 1 виріб			Прибуток, у.о.
	I	II	III	
А	11	6	11	$15s - 5$
В	6	8	9	$10s + 5$
Фонд часу на кожну операцію	$80N$	$140N$	$200N$	

Для варіантів 21-30

3. На промисловому комплексі виробництва м'яса відгодовують свиней двох порід. Всі дані представлені в таблиці.

Види корму	Запаси корму, ц	Необхідна кількість корму (ц) для породи свиней	
		I	II
Грубі (сінне борошно, трав'яні)	Не менше $1000N$	$2s$	$5s$
Соковиті (коренеплоди, картопля)	Не менше $1200N$	$4,5s$	$1,5s$
Комбікорми	Не більше $500N$	$1,3s$	s
Вартість відгодівлі, у.г.о.		$100 + N$	$140 + N$

Потрібно знайти таке поголів'я свиней кожної породи, щоб вартість їхньої відгодівлі була мінімальною.

Питання для самоконтролю до розділу 12

1. У чому полягає загальна постановка задачі нелінійного програмування? Які типи обмежень можуть входити до такої задачі та чим нелінійне програмування відрізняється від лінійного?

2. Які необхідні та достатні умови існування екстремуму для задачі без обмежень?

3. У чому полягає суть методів умовної оптимізації? Опишіть метод множників Лагранжа та умови Каруша-Куна-Таккера (ККТ).

4. Які основні ідеї та етапи методу Франка-Вульфа розв'язання задачі нелінійного програмування?

5. Що таке задача дробово-лінійного програмування та як вона зводиться до задачі лінійного програмування? Поясніть підстановку Чарнса-Купера та її призначення.

6. У яких економічних задачах виникає дробово-лінійна цільова функція? Наведіть приклади показників ефективності, рентабельності або собівартості.

7. Що розуміють під багатокритеріальною оптимізацією? Які основні підходи до розв'язання багатокритеріальних задач розглянуто в темі?

8. Що таке цілочислове програмування та які його основні типи? Чим відрізняються чисто цілочислові, мішані та бінарні моделі?

9. Опишіть ідею та алгоритм методу Гоморі. Яким чином будується відсічення та чому воно не відсікає допустимі цілочислові розв'язки?

10. Викладіть алгоритм використання інструмента «Solver» для MS Excel для задач нелінійного, цілочислового програмування. У чому полягає специфіка саме для задач зазначених типів?