

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2

Тема: Алгебра множин. Геометрична інтерпретація множин (діаграми Ейлера-Венна)

Теоретичні відомості

Для наглядного зображення співвідношень між підмножинами універсальної множини використовують *діаграми Венна*¹ та *круги Ейлера*².

Введемо наступні операції³ над множинами.

Об'єднанням двох множин – A та B ⁴ (позначається $A \cup B$ або $A + B$) – називається множина C , яка складається з усіх тих елементів, які належать хоча б до однієї з цих множин:

$$C = A \cup B = \{x : x \in A \text{ або } x \in B, x \in U\}.$$

Геометричну інтерпретацію об'єднання двох множин A та B подано на рис. 2.1, де $A \cup B$ – затемнена частина. Підкреслимо, що до множині $A \cup B$ належать також і ті елементи, які водночас належать множинам A та B .

Також можливі такі випадки об'єднання множин (рис. 2.2 – 2.3).

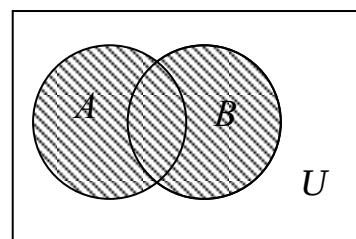


Рисунок 2.1 – Операція об'єднання $A \cup B$

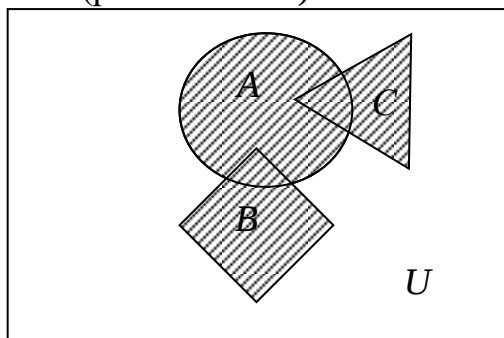


Рисунок 2.2 – Об'єднання трьох множин

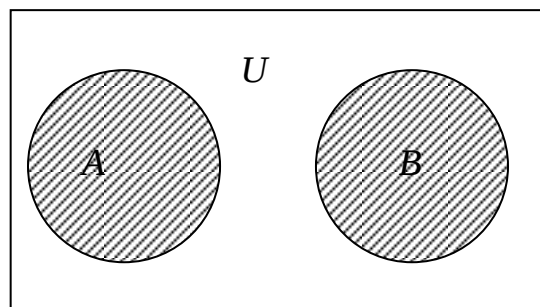


Рисунок 2.3 – $A \cup B$

Для скінченного числа множин $A_1, A_2, \dots, A_n$ операцію об'єднання можна записати в такий спосіб: $\bigcup_{i=1}^n A_i = A_1 \cup A_2 \cup \dots \cup A_n$.

Приклад 1 Об'єднанням множин $A = \{a, b, c\}$ та $B = \{b, d, e, h\}$ буде множина $C = A \cup B = \{a, b, c, d, e, h\}$.

¹ Кожна наступна фігура діаграми Венна повинна мати одну й тільки одну спільну область перетину з кожною з раніш побудованих (тобто точки, які не належать жодній з фігур, належать тільки універсальній множині).

² Дозволяють відображати індивідуальні відношення між множинами, які розглядаються, (тобто множини, які не мають спільних елементів, можуть зображуватися фігурами, які не перетинаються)

³ Операції об'єднання, перетину та доповнення називаються *булевыми*.

⁴ Логічне **або**

Перетином двох множин – A та B ⁵ (позначається $A \cap B$ або $A \cdot B$) – називається множина C , яка складається з усіх тих елементів, які належать множині A і множині B (водночас!):

$$C = A \cap B = \{x : x \in A \text{ і } x \in B, x \in U\}.$$

Геометричну інтерпретацію перетину подано на рис. 2.4, де $A \cap B$ – затемнена частина.

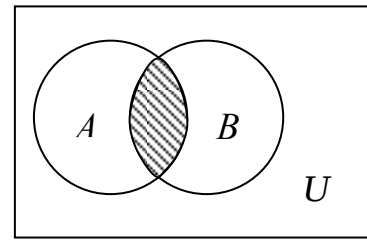


Рисунок 2.4 – Операція перерізу $A \cap B$

Для скінченного числа множин $A_1, A_2, \dots, A_n$ операцію перетину можна записати в такий спосіб: $\bigcap_{i=1}^n A_i = A_1 \cap A_2 \cap \dots \cap A_n$.

Приклад 2 Для перетину множин точок прямої та площини можливі наступні варіанти:

- 1) якщо прямі не паралельні площині, то множина перетину – точка;
- 2) якщо прямі паралельні площині, то множина перетину – $\emptyset$;
- 3) якщо прямі співпадають, то множина перетину співпадає з множиною прямої.

Різницею⁶ двох множин – A та B (позначається $A \setminus B$) – називається множина $C = A \setminus B = \{x : x \in A \text{ і } x \notin B, x \in U\}$.

Геометричну інтерпретацію різниці подано на рис. 2.5, де $A \setminus B$ – затемнена частина.

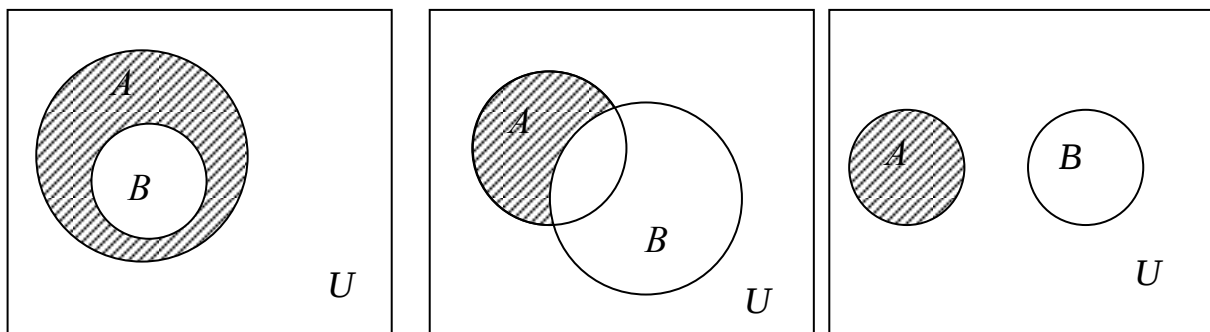


Рисунок 2.5 – Діаграми для різних випадків різниці множин $A \setminus B$

Приклад 3 Різницею множин $A = \{a, b, d\}$ та $B = \{b, c, d, h\}$ буде множина $C = A \setminus B = \{a\}$.

Симетричною різницею двох множин – A та B (позначається $A \oplus B$, $A \Delta B$ або $A - B$) – називається множина $C = A \oplus B = (A \setminus B) \cup (B \setminus A)$.

Геометричну інтерпретацію симетричної різниці подано на рис. 2.6, де $A \oplus B$ – затемнена частина.

Елементи множини U , які не входять до A , утворюють **доповнену** множину до A (позначаються $\bar{A}$): $\neg A = \bar{A} = U \setminus A = \{x : x \notin A, x \in U\}$.

⁵ Логічне і

⁶ На відміну від попередніх операцій різниці: 1) строго двомісна; 2) не комутативна, тобто $A \setminus B \neq B \setminus A$.

За допомогою діаграми Ейлера-Венна доповнену множину можна зобразити геометрично (рис. 2.7), де A – затемнена частина.

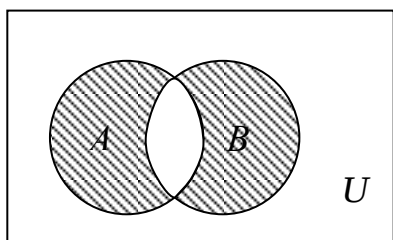


Рисунок 2.6 – Операція симетричної різниці $A \oplus B$

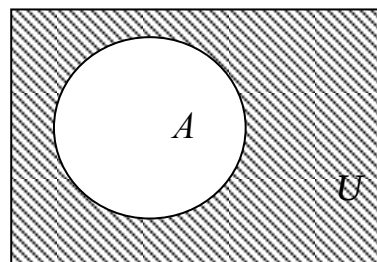


Рисунок 2.7 – Операція доповнення $-A = \bar{A}$

Операції над множинами мають наступні пріоритети в порядку спадання: операція доповнення, операція перетину, операція об'єднання.

Основні закони операцій над множинами

Деякі властивості $\cup$, $\cap$ схожі на алгебраїчні операції, однак багато властивостей операцій над множинами все ж відрізняються.

Основні властивості

1) Переставний закон об'єднання та перетину⁷:

$$A \cup B = B \cup A,$$

$$A \cap B = B \cap A;$$

2) Сполучний закон⁸:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap C,$$

$$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C;$$

3) Розподільна властивість⁹:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C),$$

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C);$$

4) $A \cup \emptyset = A,$

$$A \cap \emptyset = \emptyset,$$

$$A \setminus \emptyset = A,$$

$$A \setminus A = \emptyset,$$

$$\emptyset \setminus A = \emptyset;$$

5) $U \setminus A = \bar{A},$

$$A \setminus U = \emptyset;$$

6) Доповнення:

$$A \cup \bar{A} = U,$$

$$A \cap \bar{A} = \emptyset;$$

7) Подвійного доповнення (інволюція): $\bar{\bar{A}} = A;$

8) Ідемпотентність:

$$A \cup A = A,$$

$$A \cap A = A;$$

9) $A \cup U = U,$

$$A \cap U = A;$$

10) $\bar{\emptyset} = U,$

$$\bar{U} = \emptyset;$$

11) Закони поглинання:

$$A \cup (A \cap B) = A,$$

$$A \cap (A \cup B) = A;$$

12) Закони де Моргана:

$$\overline{A \cap B} = \bar{A} \cup \bar{B},$$

$$\overline{A \cup B} = \bar{A} \cap \bar{B};$$

13) Вираз для різниці:

$$A \setminus B = A \cap \bar{B}.$$

⁷ Властивість комутативності

⁸ Властивість асоціативності

⁹ Властивість дистрибутивності

Приклад 3 Довести, що наступні припущення про довільні множини A і B попарно еквівалентні:

1. $A \subseteq B$;
2. $A \cap B = A$;
3. $A \cup B = B$.

Розв'язання. Доведемо, що з 1 умови випливає 2 ($1 \Rightarrow 2$):

а) $A \cap B \subseteq A$ – справедливність цього випливає з означення операції об'єднання та включення;

б) $A \subseteq A \cap B$; відомо, що виконується умова: $A \subseteq B \Rightarrow$ якщо $x \in A$, то $x \in B \Rightarrow x \in A$ і $x \in B \Rightarrow x \in A \cap B \Rightarrow A \subseteq A \cap B$.

З а) і б) робимо висновок, що вірним буде пункт 2.

Доведемо, що з 2 випливає 3 ($2 \Rightarrow 3$):

$$A \cap B = A \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} (A \cap B) \cup B = (A \cup B) \cap (B \cup B) = A \cup B \\ (A \cap B) \cup B = B \text{ (закон поглинання)} \end{array} \right\} \Rightarrow A \cup B = B;$$

Доведемо, що з 3 випливає 1 ($3 \Rightarrow 1$):

$$A \cup B = B \Rightarrow A \subseteq B.$$

Приклад 4 Довести тотожність $A \cup B = A \cup (B \setminus A)$.

Розв'язання. Щоб довести цю тотожність, треба показати, що кожний елемент першої множини належить другій та навпаки, тобто ці множини співпадають.

Нехай $x \in A \cup B$, тобто $x \in A$ або $x \in B$. Якщо $x \in A$, то $x \in A \cup (B \setminus A)$. Якщо $x \notin A$, але $x \in B$, то $x \in B \setminus A$, отже, $x \in A \cup (B \setminus A)$.

Нехай $x \in A \cup (B \setminus A)$, тобто $x \in A$ або $x \in B \setminus A$. Якщо $x \in A$, то $x \in A \cup B$. Якщо $x \in B$, але $x \notin A$ ($x \in B \setminus A$), то $x \in A \cup B$.

Таким чином, тотожність доведена.

Прямим декартовим добутком множин A та B називається множина впорядкованих пар елементів, з яких перший належить до A , а другий – до B , тобто $C = A \times B = \{(a, b) : a \in A, b \in B\}$. Якщо $A = B$, то $C = A^2$.

Декартовим добутком множин $A_1, A_2, \dots, A_n$ називається множина векторів довжини n таких що:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{(a_1, a_2, \dots, a_n) : a_1 \in A_1, a_2 \in A_2, \dots, a_n \in A_n\}.$$

Степенем множини A називають декартів добуток $A^n = A \times A \times \dots \times A$.

Приклад 5 Нехай на площині задана декартова система координат. Зобразіть на площині наступну множину: $M = [a, b] \times [c, d]$, де $a, b, c, d \in \mathbb{R}$, $a < b, c < d$.

Розв'язання. При побудові прямого добутку $M = [a, b] \times [c, d]$ кожній точці x з відрізка $[a, b]$ ставляться у відповідність пари (x, y) , $y \in [c, d]$, тому в результаті отримаємо множину, зображену на рис. 2.8.

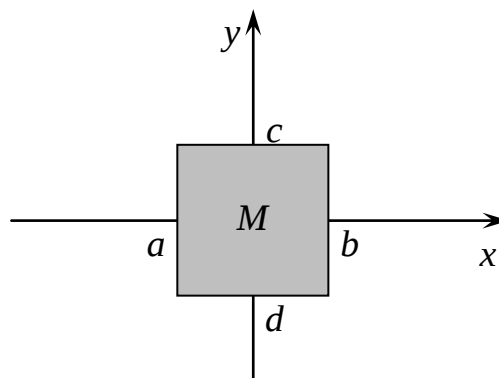


Рисунок 2.8

ЗАВДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Виконати наступні завдання:

- спростити формули, наведені в таблиці 2.1¹⁰;
- знайти потужність отриманих множин, використовуючи множини із завдання №5 лабораторної роботи №1.

Таблиця 2.1

N	формули	N	формули
1.	$\overline{A \cap \overline{B}} \setminus A \cap C \oplus B$ $(A \setminus C) \times (B \setminus C)$	2.	$\overline{(A \cup B)} \setminus A \oplus B \cup C$ $(\overline{A \cup B}) \times C$
3.	$\overline{A \cap \overline{B}} \setminus \overline{A} \cap \overline{C} \oplus B$ $(A \cup C) \times (B \cup C)$	4.	$\overline{(A \cap \overline{B})} \setminus A \cup B \oplus C$ $(\overline{A \cap B}) \times C$
5.	$\overline{((\overline{A \oplus B}) \setminus A \cap \overline{B})} \cup C$ $(A \cup C) \times (B \cap C)$	6.	$\overline{((A \cap \overline{B}) \setminus A \oplus B)} \cup C$ $(\overline{A \cup B}) \times \overline{C}$
7.	$\overline{(A \oplus \overline{B})} \setminus A \cup B \cap C$ $(A \cap C) \times (B \setminus C)$	8.	$\overline{(A \cup \overline{B})} \setminus A \cap \overline{B} \oplus C$ $(\overline{A \cup B}) \times (\overline{A \cup C})$
9.	$\overline{((A \cup \overline{B}) \setminus A \cup B) \oplus \overline{C}}$ $(A \cap C) \times \overline{B \cap C}$	10.	$\overline{((A \cap \overline{B}) \setminus \overline{A} \oplus B) \cup C}$ $(\overline{A \setminus B}) \times C$
11.	$\overline{((A \cup \overline{B}) \setminus A \cap B) \oplus \overline{C}}$ $(A \cap B) \times (A \cap C)$	12.	$\overline{((A \setminus \overline{B}) \oplus A \cup B) \setminus \overline{C}}$ $(\overline{A \setminus B}) \times (\overline{A \setminus C})$
13.	$\overline{((A \oplus C) \setminus C \cup B) \setminus \overline{C}}$ $(A \cup B) \times (A \cup C)$	14.	$\overline{((A \oplus \overline{B}) \setminus A \cup B) \setminus \overline{C}}$ $(\overline{A \cap \overline{C}}) \times (\overline{B \cap \overline{C}})$
15.	$\overline{\overline{A \cap \overline{B} \oplus A \cap C}}$ $(A \setminus B) \times (A \setminus C)$	16.	$\overline{((A \oplus \overline{B}) \cap \overline{A \setminus B}) \setminus \overline{C}}$ $A \times (\overline{B \cap \overline{C}})$
17.	$\overline{A \cup B} \setminus \overline{A \oplus \overline{B}} \cup C$ $(A \cap \overline{C}) \times (B \cap \overline{C})$	18.	$\overline{((A \setminus \overline{B}) \setminus \overline{A} \cup B) \oplus \overline{C}}$ $(\overline{A \setminus C}) \times B$
19.	$\overline{A \cup \overline{B}} \setminus \overline{A} \oplus \overline{C}$ $(A \cap \overline{C}) \times \overline{B}$	20.	$A \oplus B \setminus A \cap C$ $(\overline{A \setminus C}) \times (B \setminus C)$

¹⁰ варіант обирати з розрахунку $N = h \cdot n$

N	формули	N	формули
21.	$\overline{(A \cap B)} \setminus \bar{A} \oplus (B \setminus \bar{C})$ $(A \setminus \bar{C}) \times (B \setminus \bar{C})$	22.	$A \cap \overline{B \oplus C} \setminus A$ $\bar{A} \times (B \cup \bar{C})$
23.	$\overline{(A \cap B)} \setminus A \oplus \overline{B \cup C}$ $A \times (B \setminus \bar{C})$	24.	$A \oplus A \cap B \cup \bar{C}$ $(\bar{A} \cup \bar{C}) \times (B \cup \bar{C})$
25.	$\overline{((A \oplus \bar{B}) \setminus \overline{A \cup B})} \setminus C$ $(\bar{A} \cap \bar{C}) \times (\bar{B} \cap \bar{C})$	26.	$\overline{\overline{C \setminus A} \oplus \overline{B \cup C}}$ $(\bar{A} \setminus B) \times \bar{C}$
27.	$\overline{((A \cup \bar{B}) \setminus \overline{A \oplus B})} \setminus \bar{C}$ $(\bar{A} \setminus C) \times (B \cap C)$	28.	$A \oplus A \cap B \cup \bar{C}$ $(\bar{A} \cup \bar{C}) \times (B \cap \bar{C})$
29.	$\overline{((A \cup C) \setminus \bar{C} \oplus B)} \setminus \bar{B}$ $(\bar{A} \setminus B) \times C$	30.	$C \setminus A \cup \overline{B \oplus C}$ $(A \setminus \bar{C}) \times (\bar{B} \setminus \bar{C})$
31.	$\overline{(A \cap B)} \setminus A \cup (\bar{B} \oplus C)$ $(A \cap C) \times (\bar{B} \setminus C)$	32.	$\overline{((\bar{A} \setminus B) \oplus A \cap \bar{B})} \setminus C$ $(A \cap \bar{C}) \times (\bar{B} \cap \bar{C})$
33.	$\overline{((\bar{A} \cap C) \oplus C \cup \bar{B})} \setminus C$ $(\bar{B} \setminus A) \times C$	34.	$\overline{((A \oplus \bar{B}) \setminus \overline{A \cup B})} \setminus \bar{C}$ $(A \setminus \bar{C}) \times (\bar{B} \cup \bar{C})$
35.	$\overline{((A \cup \bar{B}) \setminus \overline{A \cap B})} \oplus C$ $(\bar{A} \setminus C) \times (\bar{B} \cap C)$	36.	$\overline{(A \cap \bar{B})} \setminus A \oplus (\overline{B \cup C})$ $(A \cap \bar{B}) \times (A \cap \bar{C})$
37.	$\overline{((\bar{A} \oplus \bar{B}) \setminus \overline{A \cup B})} \cap C$ $(\bar{A} \cap \bar{B}) \times C$	38.	$\overline{(A \cap B)} \setminus \overline{A \cup B} \oplus C$ $(\bar{A} \cup B) \times (\bar{A} \cup \bar{C})$
39.	$\overline{((A \cap C) \oplus \bar{C} \cup B)} \setminus \bar{C}$ $(\bar{A} \cup C) \times (\bar{B} \cap C)$	40.	$A \cup \bar{B} \setminus \bar{A} \oplus C$ $(\bar{A} \setminus \bar{B}) \times (\bar{A} \setminus C)$
41.	$\overline{A \cup \bar{B}} \setminus A \cup C \oplus B$ $(A \cap \bar{C}) \times (B \setminus C)$	42.	$\overline{(A \cup C)} \setminus A \oplus \bar{B} \cup C$ $(\bar{A} \cap B) \times \bar{C}$
43.	$\overline{B \cap C} \setminus A \oplus \bar{C} \setminus B$ $A \cup \bar{C} \times (B \cap C)$	44.	$\overline{(\bar{A} \setminus B)} \cap A \cup B \oplus C$ $\bar{A} \times (\bar{B} \cup C)$

N	формули	N	формули
45.	$\left(\overline{(A \setminus B)} \oplus C \cap \overline{B}\right) \cup A$ $(A \setminus C) \times (B \oplus C)$	46.	$\left(\overline{(A \cup C)} \setminus A \cap B\right) \oplus B$ $\overline{A} \times (B \oplus \overline{C})$
47.	$\overline{(A \setminus B)} \oplus A \cup B \cap C$ $\overline{(A \oplus C)} \times (\overline{B} \cap C)$	48.	$\overline{(A \cap \overline{B})} \oplus A \cap \overline{B \setminus C}$ $(\overline{A} \cup B) \times (\overline{A} \oplus C)$
49.	$\left(\overline{(A \cup \overline{B})} \setminus A \oplus B\right) \cap \overline{C}$ $(A \cup C) \times \overline{(B \oplus C)}$	50.	$\left(\overline{(A \cap \overline{B})} \oplus \overline{A} \setminus B\right) \setminus C$ $\overline{A} \times (B \cup C)$

Задача на бонуси (5 балів). Складіть програму, яка визначає результат дій над множинами для першої формули. У якості вхідних даних маємо три скінченних числових множини.

2. Використовуючи завдання №1 з лабораторної роботи №1, зобразіть множини $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$, $B \setminus A$, $A \oplus B$, $\overline{B}$, $R^2 \setminus A$ ¹¹.

3. Зобразіть в декартовій системі координат множину точок $A \times B$, де множини A і B взяти з таблиці 2.3.

Таблиця 2.3

n	множини	n	множини
1.	$A = \{x: h-1 \leq x \leq n+2\},$ $B = \{y: h \leq x \leq n+3\}$	2.	$A = \{x: n+h \leq x \leq n+h+2\},$ $B = \{y: n \leq x \leq n+3-h\}$
3.	$A = \{x: n+1+h \leq x \leq n+4\},$ $B = \{y: n-h \leq x \leq n+h+3\}$	4.	$A = \{x: n+1-h \leq x \leq n+2-h\},$ $B = \{y: n \leq x \leq n+3+h\}$
5.	$A = \{x: n+h \leq x \leq n+2\},$ $B = \{y: n-h \leq x \leq n+3-h\}$	6.	$A = \{x: n+1 \leq x \leq n+2h\},$ $B = \{y: n \leq x \leq n+3h\}$
7.	$A = \{x: n+1-h \leq x \leq n+2\},$ $B = \{y: n-h \leq x \leq n+3\}$	8.	$A = \{x: n+h \leq x \leq n+2+h\},$ $B = \{y: n \leq x \leq n+h+3\}$
9.	$A = \{x: n+1+h \leq x \leq n+2h\},$ $B = \{y: n+h \leq x \leq n+3\}$	10.	$A = \{x: n-2h \leq x \leq n-h\},$ $B = \{y: n \leq x \leq n+3\}$
11.	$A = \{x: n-2h \leq x \leq n\},$ $B = \{y: n-h-1 \leq x \leq n-3+h\}$	12.	$A = \{x: n-3h \leq x \leq n-2h\},$ $B = \{y: n-h \leq x \leq n\}$

¹¹ Для кожного випадку зробити окремий рисунок

n	МНОЖИНИ	n	МНОЖИНИ
13.	$A = \{x: n + h \leq x \leq n + 2h\},$ $B = \{y: n - 2h \leq x \leq n + 1\}$	14.	$A = \{x: n + h \leq x \leq n + 4h\},$ $B = \{y: n - h \leq x \leq n + 3h\}$
15.	$A = \{x: n - 1 + 2h \leq x \leq n + 4h\},$ $B = \{y: n - 1 \leq x \leq n + 3h - 1\}$	16.	$A = \{x: n - 2h \leq x \leq n + h + 4\},$ $B = \{y: n - 5h \leq x \leq n\}$
17.	$A = \{x: n - 3h \leq x \leq n + 2\},$ $B = \{y: n - 4h \leq x \leq n\}$	18.	$A = \{x: n + 2h \leq x \leq n + h + 4\},$ $B = \{y: n - 2h \leq x \leq n + h + 1\}$
19.	$A = \{x: n + 1 - 2h \leq x \leq n + 5\},$ $B = \{y: n - 2h \leq x \leq n + h + 2\}$	20.	$A = \{x: n - 4h \leq x \leq n + 1\},$ $B = \{y: n - h \leq x \leq n + 5\}$
21.	$A = \{x: h - 3 \leq x \leq 3n + 1\},$ $B = \{y: h \leq x \leq n + 3h\}$	22.	$A = \{x: n + h - 1 \leq x \leq n + 2h\},$ $B = \{y: n - 5 \leq x \leq n + 3 - h\}$
23.	$A = \{x: n - 1 + h \leq x \leq n + 4\},$ $B = \{y: n - 2h \leq x \leq n + h + 3\}$	24.	$A = \{x: n + 1 - h \leq x \leq n + h + 7\},$ $B = \{y: n \leq x \leq n + 3h\}$
25.	$A = \{x: n + h \leq x \leq n + 4h\},$ $B = \{y: n - h \leq x \leq n + 4 - h\}$	26.	$A = \{x: n + 1 \leq x \leq n + 2h + 3\},$ $B = \{y: n - 5 \leq x \leq n + 3h\}$

4. Три множини A , B і C зображено трьома прямокутниками (рис. 2.1), які мають спільні частини. Відмітьте штриховкою область, що відповідає вашому варіанту з таблиці 2.4.¹²

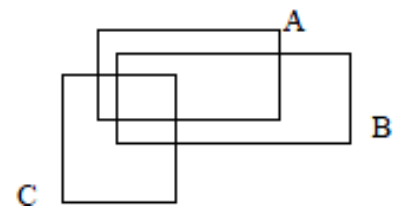


Рисунок 2.1

Таблиця 2.4

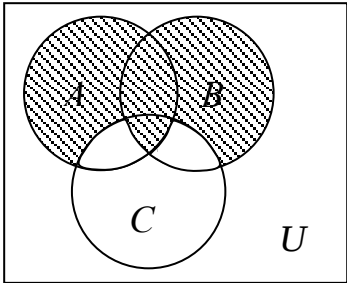
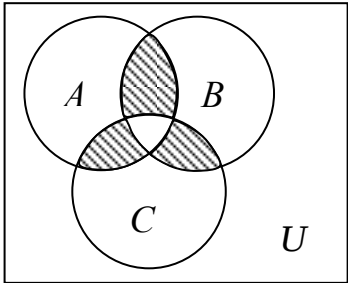
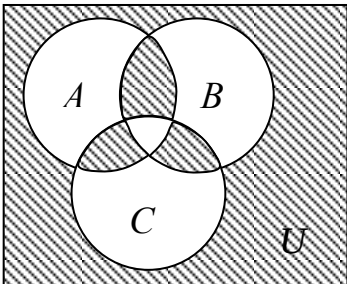
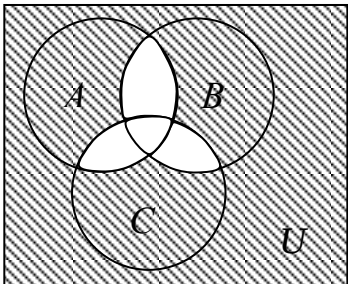
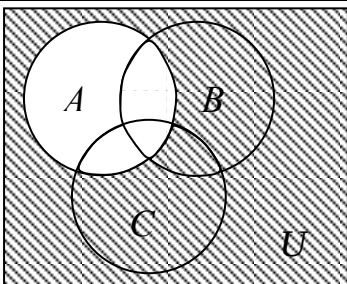
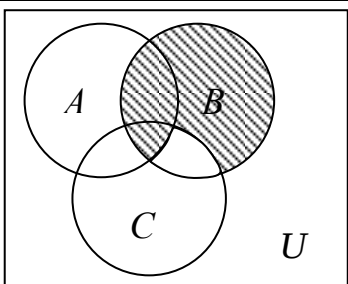
N	МНОЖИНИ	N	МНОЖИНИ
1.	$(A \cup B) \setminus C$	2.	$(A \oplus B) \setminus (B \cap C)$
3.	$(A \setminus B) \cup (B \setminus C)$	4.	$(A \cap B) \cap (B \cap C)$
5.	$(B \cap C) \setminus (A \oplus B)$	6.	$A \cap B \oplus (C \setminus A) \cap C$
7.	$B \setminus (A \cup C)$	8.	$C \cup A \setminus (A \cup B)$
9.	$(A \cap C) \oplus (B \cap C)$	10.	$(B \setminus C) \setminus (A \cup B)$
11.	$(B \cap C) \setminus (A \cup B)$	12.	$(A \cap B) \setminus (B \setminus C)$
13.	$C \cap B \cap (C \setminus A) \cap A$	14.	$(A \setminus B) \cap (B \setminus C)$
15.	$(B \cap C) \cap (A \cap B)$	16.	$(A \cup C) \setminus B$
17.	$(A \setminus B) \setminus (A \setminus C)$	18.	$(A \cap B) \setminus (B \cup C)$
19.	$(B \setminus A) \cap (B \setminus C)$	20.	$A \cap (C \setminus A) \cap B \cap C$
21.	$A \setminus B \cap (C \setminus A) \cap C$	22.	$(B \cap C) \cap (A \cap C)$
23.	$(B \cap C) \cup (A \cap B)$	24.	$A \setminus (B \cup C)$

¹² варіант обирати з розрахунку $N = h \cdot n$

N	множини	N	множини
25.	$(B \cup C) \setminus A$	26.	$(B \setminus A) \cup (B \setminus C)$
27.	$(B \cup C) \setminus (A \cap B)$	28.	$(A \cap B) \setminus (B \cap C)$
29.	$C \cup B \setminus (A \cup B)$	30.	$A \cap C \cap (C \setminus A) \cap B$
31.	$(B \setminus A) \cup (C \setminus B)$	32.	$(A \setminus B) \setminus (B \setminus C)$
33.	$(A \cap B) \cup (B \cap C)$	34.	$C \setminus (A \cup B)$
35.	$(B \cup C) \setminus (A \cup B)$	36.	$(B \setminus A) \cap (C \setminus B)$
37.	$(B \setminus C) \setminus (A \setminus B)$	38.	$A \setminus B \cap (C \setminus A) \cup C$
39.	$A \cup C \cap (C \setminus A) \cap B$	40.	$(A \setminus C) \setminus (A \setminus B)$
41.	$(A \oplus B) \setminus C$	42.	$(A \cup B) \setminus (B \cap C)$
43.	$(A \setminus B) \cup (B \oplus C)$	44.	$(A \cap B) \oplus (B \cap C)$
45.	$(B \cap C) \setminus (A \cap B)$	46.	$A \cap B \cap (C \setminus A) \cap C$
47.	$B \setminus (A \oplus C)$	48.	$C \oplus A \setminus (A \cup B)$
49.	$(A \cap C) \cap (B \cap C)$	50.	$(B \oplus C) \setminus (A \cup B)$

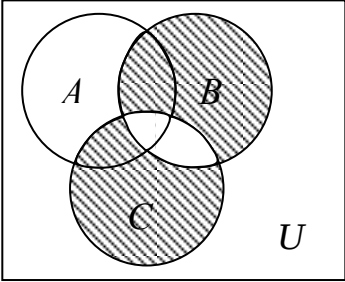
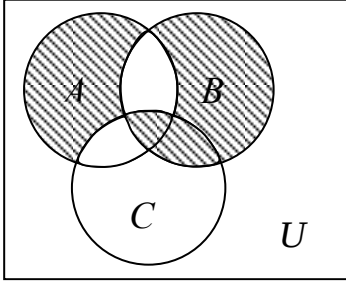
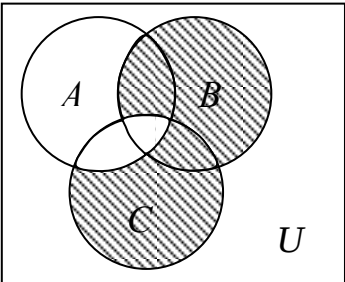
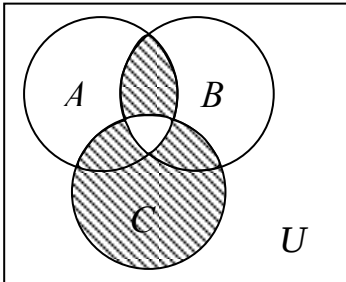
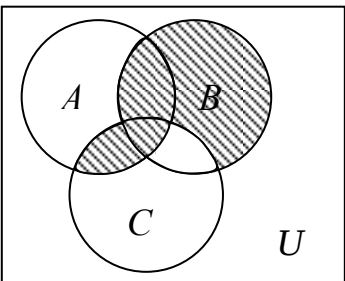
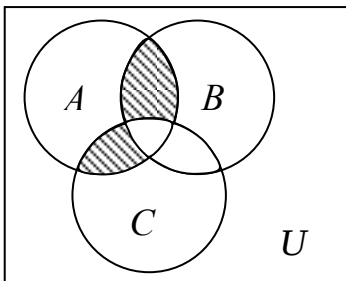
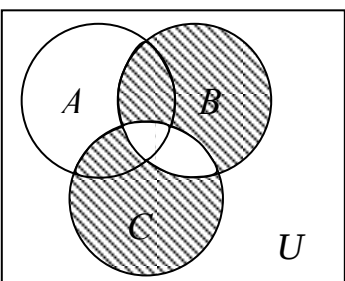
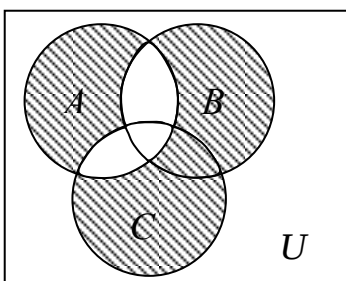
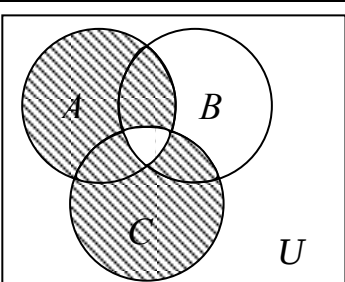
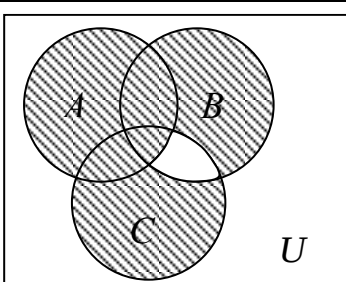
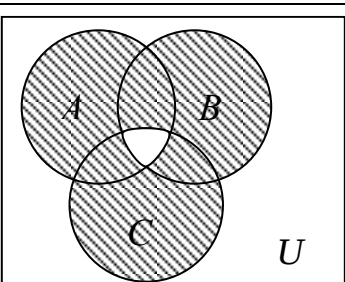
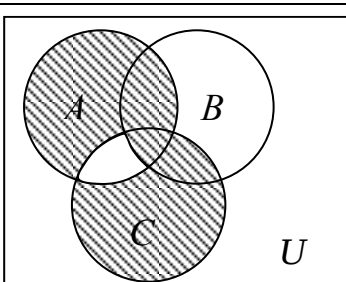
5. Записати формули, відповідні до діаграм Венна, які наведено у таблиці 2.5¹³.

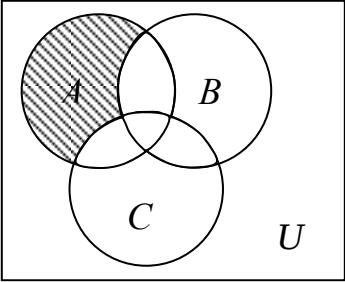
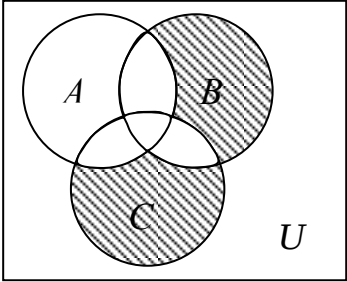
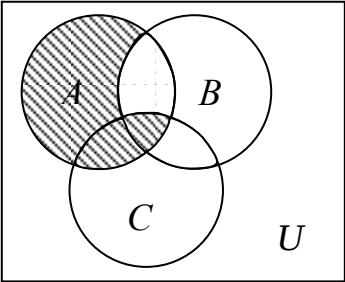
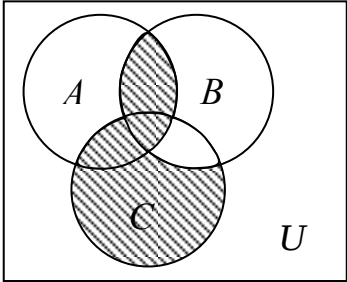
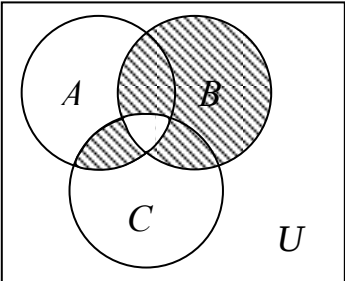
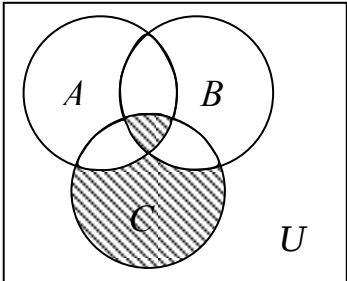
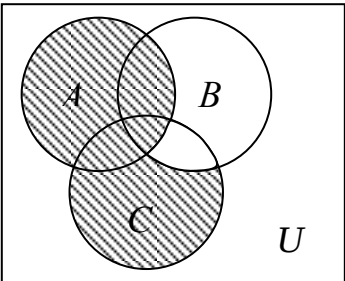
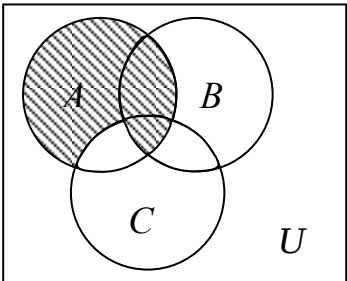
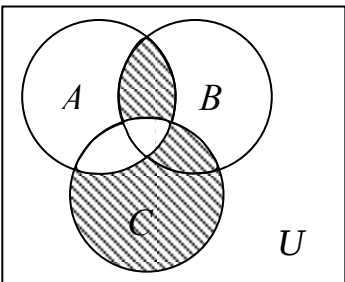
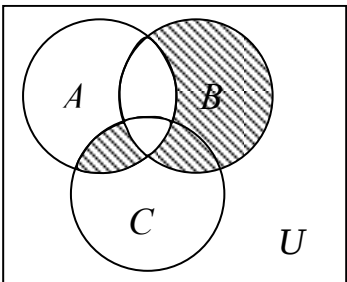
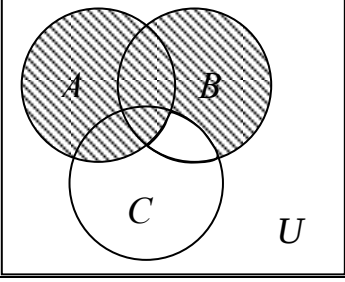
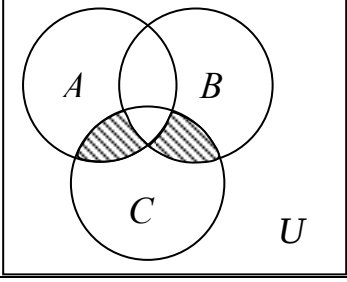
Таблиця 2.5

N	множини	N	множини
1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	

¹³ варіант обирати з розрахунку $N = h \cdot n$

N	множини	N	множини
7.		8.	
9.		10.	
11.		12.	
13.		14.	
15.		16.	
17.		18.	

N	МНОЖИНИ	N	МНОЖИНИ
19.		20.	
21.		22.	
23.		24.	
25.		26.	
27.		28.	
29.		30.	

N	множини	N	множини
31.		32.	
33.		34.	
35.		36.	
37.		38.	
39.		40.	
41.		42.	

43.		44.	
45.		46.	
47.		48.	
49.		50.	

6. Для множин A і B (табл. 2.6) ¹⁴ знайти $A \times B$, A^2 та B^2 .

Таблиці 2.6

N	МНОЖИНИ	N	МНОЖИНИ
1.	$A=\{1,2,3\}; B=\{3,5\}$	2.	$A=\{2,5,4,6\}; B=\{3,5,4,5\}$
3.	$A=\{1,5,6,7\}; B=\{2,4\}$	4.	$A=\{1,3,5\}; B=\{2,6\}$
5.	$A=\{1,4,6\}; B=\{2,6\}$	6.	$A=\{3,5\}; B=\{3,6,7\}$
7.	$A=\{1,5,7,9\}; B=\{0,6,7\}$	8.	$A=\{1,3,4\}; B=\{2,4\}$
9.	$A=\{1,3,4\}; B=\{5,6,3\}$	10.	$A=\{1,2\}; B=\{1,2\}$
11.	$A=\{1,2,3\}; B=\{1,2,3\}$	12.	$A=\{1,4,6\}; B=\{1,4,8\}$
13.	$A=\{1,8,9\}; B=\{6,8\}$	14.	$A=\{1,2,3\}; B=\{4,5,6\}$
15.	$A=\{4,7,9\}; B=\{1,2,5\}$	16.	$A=\{2,5,8\}; B=\{3,6,7\}$
17.	$A=\{4,5,8\}; B=\{1,2,3,4\}$	18.	$A=\{1,2\}; B=\{1,2,3,4,5\}$

¹⁴ варіант обирати з розрахунку $N = h \cdot n$

N	множини	N	множини
19.	$A=\{4,5,7\}; B=\{3,5,9\}$	20.	$A=\{1,2\}; B=\{1,2,3,4,8\}$
21.	$A=\{7,5\}; B=\{4,9\}$	22.	$A=\{7,8,4\}; B=\{1,2,3\}$
23.	$A=\{1,5,9\}; B=\{7,5,3\}$	24.	$A=\{1,2\}; B=\{3,5,4\}$
25.	$A=\{1,7,4\}; B=\{4,7,1\}$	26.	$A=\{2,4,8\}; B=\{3,7\}$
27.	$A=\{5,8\}; B=\{2,5,4\}$	28.	$A=\{1,4\}; B=\{1,2,5\}$
29.	$A=\{4,7\}; B=\{3,5,9\}$	30.	$A=\{0,2\}; B=\{1,2,3\}$
31.	$A=\{2,5,8\}; B=\{6,8\}$	32.	$A=\{1,4,6\}; B=\{4,9\}$
33.	$A=\{1,5,9\}; B=\{3,7\}$	34.	$A=\{1,2\}; B=\{1,2,3,4\}$
35.	$A=\{1,4\}; B=\{0,6,7\}$	36.	$A=\{3,5\}; B=\{3,5,4,5\}$
37.	$A=\{2,5,4,6\}; B=\{4,9\}$	38.	$A=\{1,5,6,7\}; B=\{4,9\}$
39.	$A=\{0,2\}; B=\{1,2,3,4\}$	40.	$A=\{5,8\}; B=\{1,2,3,4,8\}$
41.	$A=\{0,2,3\}; B=\{3,4\}$	42.	$A=\{2,5,7,9\}; B=\{0,5,8\}$
43.	$A=\{1,4,6,7\}; B=\{0,4\}$	44.	$A=\{0,3,5\}; B=\{2,3\}$
45.	$A=\{1,3,6\}; B=\{0,2,6\}$	46.	$A=\{1,5\}; B=\{3,6,9\}$
47.	$A=\{1,5,7,8\}; B=\{0,2,7\}$	48.	$A=\{1,3,8\}; B=\{0,4\}$
49.	$A=\{0,3,4\}; B=\{5,6,9\}$	50.	$A=\{1,2\}; B=\{1,3\}$

Задача на бонуси (5 балів). Складіть програму, яка визначає результат дій над даними множинами.

7. В результаті опитування виявлена реакція деякої кількості глядачів на одну телевізійну передачу. Усіх глядачів і їх реакцію можна виразити в термінах таких чотирьох категорій: Ч (чоловічої статі), Д (дорослі), С (сподобалося), Ду (дуже). Результати розподілення глядачів наведено у таблиці 2.7.

Таблиця 2.7 – Розподілення глядачів за категоріями

Глядачі	Дуже сподобалося	Сподобалося, але не дуже	Не сподобалося, але не дуже	Дуже не сподобалося
Чоловіки	h	3	5	$10+h$
Жінки	$6-h$	8	3	h
Хлопці	5	$h+1$	3	2
Дівчата	8	5	h	h

Обчислити кількість глядачів, що попадають у задану категорію (табл. 2.8).

Таблиця 2.8

n	категорія	n	категорія
1.	$Ч \cap C \cap \overline{Ду} \cap Д$	2.	$(Ч \cap Д) \cup (\overline{C} \cup \overline{Ду})$
3.	$Ч \cap C \cap Ду \cup \overline{Ч} \cap \overline{Д}$	4.	$Ч \cap C$
5.	$Ч \cap \overline{Ду} \cup \overline{Ч} \cap Ду$	6.	$\overline{Ч} \cap C \cap Ду$
7.	$Ч \cap C \cup \overline{Ч} \cup \overline{C}$	8.	$Ч \cup \overline{Д} \cap C$
9.	$Ч \cap C \cap \overline{Ду} \cup \overline{Ч}$	10.	$Д \cup Ч \cap C$
11.	$Д \cap (Ч \cup C)$	12.	$C \cap \overline{Ду} \cup Ду \cap C$
13.	$\overline{Ч} \cap \overline{Д} \cap C$	14.	$\overline{Ч} \cap \overline{Д} \cap \overline{C} \cup Ч \cap C \cap Ду$
15.	$\overline{Ч} \cap Ду \cap C$	16.	$Ч \cap \overline{C} \cap Ду$
17.	$\overline{Ч} \cap \overline{Д}$	18.	$Ч \cap \overline{Д}$
19.	$Ч \cap C \cup \overline{Ч} \cup \overline{Ду}$	20.	$Ч \setminus C \cap Ду$
21.	$C \cap \overline{Ду} \cup \overline{C} \cap Ду$	22.	$\overline{Ч} \cup Ч \cap C$
23.	$Ч \cap Ду \cap \overline{C} \cup C$	24.	$Ч \cap C \cap \overline{Ду} \cup \overline{Ч}$
25.	$Д \cap (Ч \cup \overline{C})$	26.	$\overline{Ч} \cup \overline{Д}$
27.	$\overline{Ч} \cap \overline{Д} \cup C$	28.	$Ч \cap Д \cup \overline{Ч} \cap C$
29.	$\overline{Ч} \cup Ду \cap C$	30.	$Д \cap (\overline{Ч} \cup C)$
31.	$Ч \cup \overline{Ду} \cap C$	32.	$Ч \cap \overline{Д} \cup Д \cap Ч$
33.	$Д \cap C \cup \overline{Д} \cup \overline{Ду}$	34.	$Д \cap C \cap \overline{Ду} \cup \overline{Д}$
35.	$Д \cap \overline{Ду} \cup \overline{Д} \cap Ду$	36.	$(\overline{Ч} \cap \overline{Д}) \cup (C \cup Ду)$
37.	$Д \setminus Ду \cap C$	38.	$\overline{Ч} \cap \overline{Ду} \cap Д$
39.	$Ч \cap (C \cup \overline{Ду})$	40.	$Ч \cap (\overline{Д} \cup Ду)$

Питання для самоперевірки

1. Дайте означення декартова добутку множин? Воно є множиною?
2. Дайте означення підмножини.
3. Дайте означення універсальної множини.
4. Дайте означення перетину двох множин. Це бінарна операція?
5. Дайте означення об'єднання двох множин. Це бінарна операція?
6. Дайте означення симетричної різниці двох множин. Це бінарна операція?
7. Дайте означення операції доповнення. Це бінарна операція?