ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Тема: Властивості відношень. Відношення порядку та еквівалентності

Теоретичні відомості

Нехай R – бінарне відношення на множині A ($R \subset A \times A$). Тоді відношення R є:

– ***рефлексивним***, якщо $I \subseteq R$, тобто, воно завжди виконується між елементом і ним самим ($\forall a \in A$, aRa). *Матриця* рефлексивного відношення характеризується тим, що всі елементи її головної діагоналі – одиниці. *Граф* рефлексивного відношення – тим, що петлі є у всіх вершинах.

Приклад 1 Рефлексивним буде відношення нестрогої нерівності на множині натуральних або дійсних чисел.

– ***антирефлексивним*** (***іррефлексивним***), якщо $R \cap I = \varnothing$, тобто якщо співвідношення $a_i R a_j$ виконується, то $a_i \neq a_j$. *Матриця* антирефлексивного відношення характеризується тим, що всі елементи її головної діагоналі – нулі. *Граф* антирефлексивного відношення не має жодної петлі.

Приклад 2 Антирефлексивним буде відношення строгої нерівності на множинах натуральних або дійсних чисел та відношення «бути старшим» на множині людей.

– ***симетричним***, якщо $R = R^{-1}$, тобто при виконанні співвідношення $a_i R a_j$ виконується співвідношення $a_j R a_i$. Симетричність відношення спричиняє також симетричність *матриці*. Також для такого відношення вершини *графа* можуть бути пов'язані тільки парами протилежно спрямованих дуг (***тобто ребрами***).

Приклад 3 Симетричним відношенням буде відстань між двома точками на площині або відношення «бути рідним» на множині людей.

– ***асиметричним***, якщо $R \cap R^{-1} = \varnothing$, тобто із двох співвідношень $a_i R a_j$ та $a_j R a_i$ щонайменше одне не виконується. *Матриця* асиметричного відношення характеризується тим, що всі елементи її головної діагоналі – нулі й немає жодної пари одиниць на місцях, симетричних відносно головної діагоналі. У *графа* такого відношення петлі відсутні, а вершини можуть бути пов'язані тільки однією спрямованою дугою.

Приклад 4 Відношення «бути батьком» на множині людей або відношення строгого включення в множині всіх підмножин деякого універсаму буде являти собою асиметричне відношення. Очевидно, якщо відношення асиметричне, то воно й антирефлексивне.

– ***антисиметричним***, якщо $R \cap R^{-1} \subseteq I$, тобто обидва співвідношення $a_i R a_j$ та $a_j R a_i$ одночасно виконуються тоді й тільки тоді, коли $a_j = a_i$. *Матриця* антисиметричного відношення має ті самі властивості, що й асиметричного, за винятком вимоги рівності нулю елементів головної діагоналі. У *графі* такого відношення можуть бути петлі, але зв'язок між вершинами, якщо він є, також відбувається тільки однією спрямованою дугою.

Приклад 5 Відношення нестрогої нерівності задає на множині чисел антисиметричне відношення.

– ***транзитивним***, якщо $R \circ R \subseteq R$, тобто з виконання співвідношень $a_i R a_j$ та $a_j R a_k$ випливає виконання співвідношення $a_i R a_k$. *Матриця* транзитивного відношення характеризується тим, що коли $R_{ij}=1$ й $R_{jk}=1$, то $R_{ik}=1$, причому наявність одиничних елементів на головній діагоналі не порушує транзитивність матриці. *Граф* транзитивного відношення характеризується тим, що коли через деяку сукупність вершин графа проходить шлях, то існують дуги, які з'єднують будь-яку пару вершин з цієї сукупності в напрямку шляху[1].

Приклад 6 Відношення «бути дільником» на множині цілих чисел або «бути старшим» на множині людей буде транзитивним відношенням.

Приклад 7 Для кожного з наступних бінарних відношень, з'ясуйте, якими властивостями (рефлексивність, симетричність, антисиметричність, транзитивність) воно володіє та якими не володіє:

1) $\rho=\{(1,2), (2,1), (1,1), (1,3), (3,2), (3,3)\}$ на множини $X = \{1, 2, 3\}$;

2) $\rho = \{(x, y) : x - y \in Z\}$ на множині $X=R$;

3) $\rho = \{(x, y) : 2x = 3y\}$ на множині $X=Z$;

4) $\rho = \{(x, y) : x \subseteq y\}$ на множині $X=P(Z)$;

5) $R = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (1,3), (1,5), (3,1), (3,5), (5,1), (5,3)\}$ на множині $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

Розв'язання.

1) Дане відношення не є рефлексивним, оскільки для точки $2 \in X$ пара $(2,2) \notin \rho$; не є симетричним, оскільки, наприклад, пара $(1,3) \in \rho$, а пара $(3,1) \notin \rho$; не є антисиметричним, оскільки, наприклад, пари (1,2) та (2,1) належать ρ, але $1 \neq 2$; не є транзитивним, оскільки, наприклад $(3,2) \in \rho$, $(2,1) \in \rho$, а $(3,1) \notin \rho$.

2) Дане відношення є рефлексивним, оскільки для будь-якої точки $x \in R$ різниця $x - x \in Z$, тобто $(x, x) \in R$; є симетричним, оскільки належність будь-якої пари (x, y) відношенню ρ означає $x - y = k \in Z$, але тоді $y - x = -k \in Z$, тобто пара $(y, x) \in \rho$; не є антисиметричним, оскільки, наприклад, пари $(1.2, 3.2) \in \rho$ та $(3.2, 1.2) \in \rho$, але $3.2 \neq 1.2$; є транзитивним, оскільки для будь-яких $x, y, z \in R$ належність пар (x, y) та (y, z) відношенню ρ означає $x - y = k \in Z$ й $y - z = n \in Z$, але тоді $x - z = k + n \in Z$, тобто $(x, z) \in \rho$.

3) Дане відношення не є рефлексивним, оскільки з усіх пар (x, x), $x \in Z$ тільки пара $(0,0) \in \rho$, адже для всіх інших $x \in Z$ не виконується рівність $2x = 3x$; не є симетричним, оскільки, наприклад, пара $(3,2) \in \rho^2$, а пара

[1] Як правило, на графі транзитивного відношення зображують тільки цей шлях, а зумовлені транзитивністю дуги опускають. Такий граф називають ***графом редукції*** або ***кістяковим графом***

[2] 2*3=3*2

$(2,3) \notin \rho$[3]; є антисиметричним, оскільки для будь-яких пар $(x,y) \in \rho$, $(y,x) \in \rho$ одночасно виконуються рівності $2x = 3y$ та $2y = 3x$, тобто $9x = 4x$ й $4y = 9y$, але це може бути тільки в тому випадку, якщо $x = y = 0$; не є транзитивним, оскільки, наприклад, пара $(9,6) \in \rho$[4], пара $(6,4) \in \rho$[5], але пара $(9,4) \notin \rho$[6].

4) Дане відношення не є рефлексивним, оскільки для $\varnothing \in P(Z)$ перетин $\varnothing \cap \varnothing = \varnothing$, тобто $(\varnothing,\varnothing) \notin \rho$; є симетричним, оскільки належність будь-якої пари (x,y) відношенню ρ означає $x \cap y \neq \varnothing$, але тоді $y \cap x \neq \varnothing$, тобто пари $(y,x) \in \rho$; не є транзитивним, оскільки, наприклад, пара $(\{1,2\},\{2,3\}) \in \rho$[7] та пара $(\{2,3\},\{3,6,7\}) \in \rho$[8], але пара $(\{1,2\},\{3,6,7\}) \notin \rho$[9].

5) Зобразимо відношення *R* за допомогою таблиці (рис. 1).

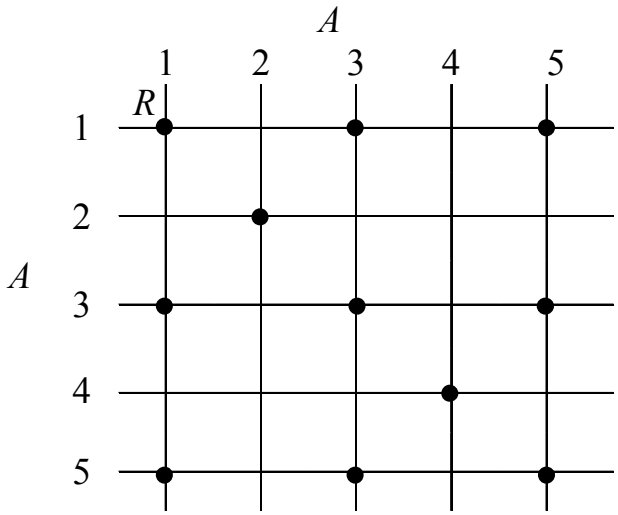


Рисунок 1

Відношення R – рефлексивне, оскільки для кожного $a \in A$, маємо $(a, a) \in R$ ($I \subset R$); відношення R – симетричне, оскільки для всіх пар $(a, b) \in R$ ($a \neq b$) маємо

Випадок	$(a, b) \in R$	(b, a)	$(b, a) \in R$?
1	(1, 3)	(3, 1)	так
2	(1, 5)	(5, 1)	так
3	(3, 5)	(5, 3)	так

Відношення R – транзитивне, оскільки

Випадок	$(a, b) \in R$	$(b, c) \in R$	(a, c)	$(a, c) \in R$?
1	(1, 3)	(3, 1)	(1, 1)	так

[3] 2*2≠3*3
[4] 2*9=3*6
[5] 2*6=3*4
[6] 2*9≠3*4
[7] {1,2}∩{2,3}={2}≠Ø
[8] {2,3}∩{3,6,7}={3}≠Ø
[9] {1,2}∩{3,6,7}=Ø

2	(1, 3)	(3, 5)	(1, 5)	так
3	(3, 1)	(1, 3)	(3, 3)	так
4	(3, 1)	(1, 5)	(3, 5)	так
5	(5, 1)	(1, 3)	(5, 3)	так
6	(5, 1)	(1, 5)	(5, 5)	так
7	(5, 3)	(3, 1)	(5, 1)	так
8	(5, 3)	(3, 5)	(5, 5)	так

Відношення R – не є антисиметричним, оскільки, наприклад, з того, що $(1, 3) \in R$ й $(3, 1) \in R$, не випливає 1=2.

Бінарне відношення R, яке визначено на множині A, називається *відношенням порядку*[10], якщо воно є антисиметричне й транзитивне.

Бінарне відношення R на A називається *відношенням нестрогого порядку*[11], якщо воно є рефлексивне, антисиметричне й транзитивне.

Бінарне відношення R на A називається *відношенням строгого порядку*[12], якщо воно є антирефлексивне, антисиметричне та транзитивне.

Якщо відношення порядку є повне, то воно називається *відношенням повного*, або *лінійного порядку*, а якщо воно не має властивості повноти, то називається *відношенням часткового порядку*. У цьому разі множина A із заданим на ньому відношенням R називається *частково впорядкованою множиною* (позначається (A, R), або просто A).

Множина, на якій визначено відношення повного порядку, називається *лінійно впорядкованою*. Лінійно впорядковану множину називають також *ланцюгом*.

Приклад 8 Нехай A – множина дійсних чисел, а відношення R на A є $R = \{(x, y) : x \le y\}$. Тут R – відношення нестрогого повного порядку, тому (A, R) – нестрого впорядкована множина (лінійно впорядкована).

Два елементи a та b частково впорядкованої множини (A, R) називають *порівнянними*, якщо aRb чи bRa. Якщо a та b – такі елементи, що ні aRb, ні bRa, то їх називають *непорівнянними*.

Нехай на скінченній множині A задано якесь відношення часткового порядку R, задане за допомогою стрілок G_R[13]. Відношення R можна задати за допомогою такої процедури.

Починають із G_R. Оскільки відношення часткового порядку рефлексивне, то в кожній вершині G_R є петля. Потрібно вилучити всі ці петлі. Потім вилучають усі дуги G_R, які є в ньому внаслідок транзитивності. Наприклад, якщо пари (a, b) та (b, c) належать відношенню, то в G_R вилучають дугу (a, c). Більше того, якщо пари (c, d) також належить відношенню R, то в G_R

[10] Відношення порядку у загальному випадку позначають знаком «$\prec$».

[11] Нестрогий порядок позначають через «≤». У цьому разі маємо нестрого впорядковану множину $(A, \le)$.

[12] Відношення строгого порядку зазвичай, позначають знаком «<»

[13] Така процедура називається діаграмою Гассе (H. Hasse), яка містить усю інформацію, потрібну для визначення відношення часткового порядку

вилучають дугу (a, d). Після цього всі вершини G_R розмішують па площині так, щоб початкова вершина кожної дуги була нижче, ніж кінцева вершина. Тепер усувають усі стрілки, бо дуги спрямовано вгору, до кінцевих вершин.

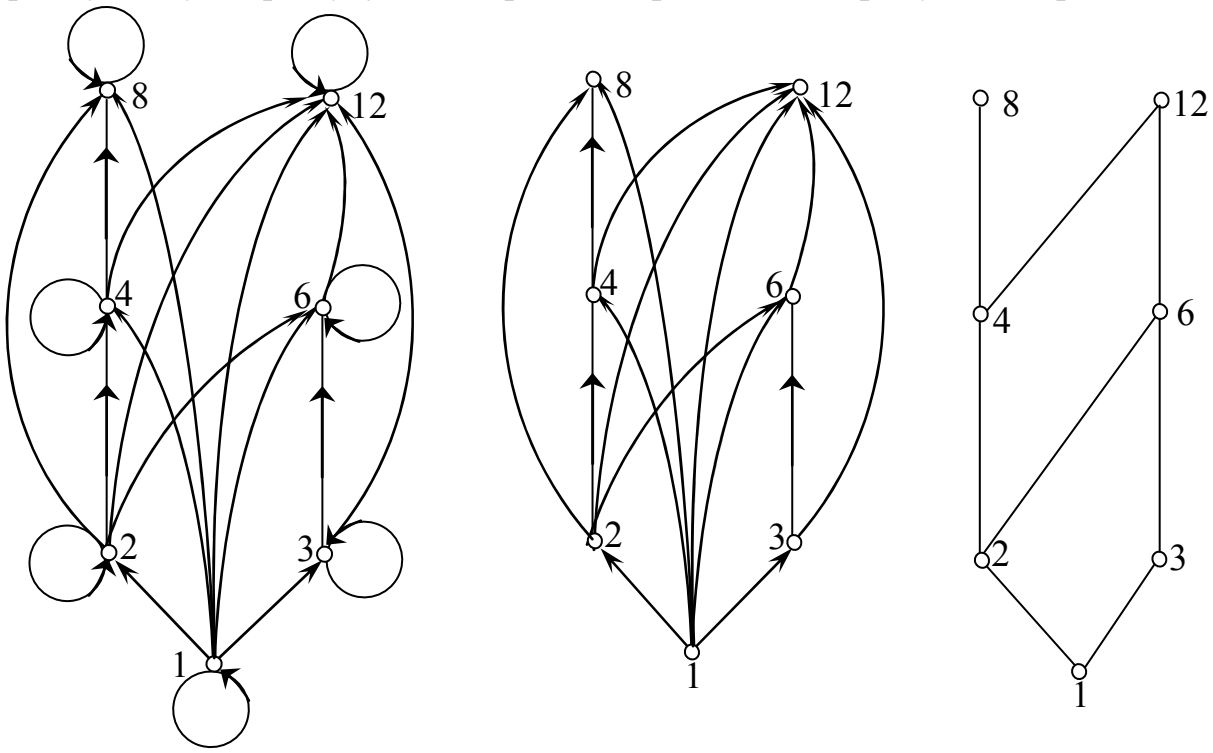
Приклад 9 Нехай $A = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12\}$. Відношення R задамо так: $(a, b) \in R$ тоді й лише тоді, коли a ділить b. Отже,

$$R = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,6), (1,8), (1,12), (2,2), (2,4), (2,6), (2,8),$$
$$(2,12), (3,3), (3,6), (3,12), (4,4), (4,8), (4,12), (6,6), (6,12), (8,8), (12,12)\}.$$

Легко переконатись, що це відношення рефлексивне, антисиметричне й транзитивне, тому являє собою відношення часткового порядку на множині A.

Зобразимо діаграму Гассе для заданого відношення часткового порядку.

Почнемо з графічного зображення у вигляді стрілок (рис. 2, а). Вилучимо всі петлі (рис. 2, б), а потім – усі дуги, зумовлені властивістю транзитивності; це дуги (1, 4), (1, 6), (1, 8), (1, 12), (2, 8), (2, 12), (3, 12). Орієнтуємо всі дуги в напрямку знизу вверх і усунемо стрілки. Отримаємо діаграму Гассе (рис. 2, в).



а б в

Рисунок 2 – Діаграма Гассе

Бінарне відношення R на множині A називається *відношенням еквівалентності*, якщо воно є одночасно рефлексивне, симетричне й транзитивне (позначається символами $\sim$, $\equiv$ або $a = b \pmod R$).

Приклад 10 Рівність чисел та множин є відношенням еквівалентності.

Класом еквівалентності, породженим елементом x, називається множину всіх елементів з A, які вступають з x у відношення еквівалентності.

Фактор-множиною множини A по відношенню еквівалентності R називається множиною всіх різноманітних класів еквівалентності, яке позначається A/R.

Потужність фактор-множини A/R називається ***індексом розбиття***, породженого відношенням R.

Приклад 11 Нехай A – множина студентів одного міста. Визначимо на множині A відношення R – «x та y навчаються в одному вищому навчальному закладі», де $x, y \in A$. Відношення R буде відношенням еквівалентності, якщо жоден студент міста не навчається в кількох вищих навчальних закладах. У цьому разі класи еквівалентності становитимуть студенти одного вищого навчального закладу.

Приклад 12 На множині цілих чисел Z визначимо відношення $R \subset Z \times Z$ за допомогою формули $R = \{(x, y) : x - y = 3k, k \in Z\}$.

Відношення R є рефлексивне, оскільки $(a, a) \in R$ внаслідок рівності $a - a = 0 = 3 \cdot 0$ для $k = 0$.

Відношення R є симетричне, оскільки з належності $(a, b) \in R$ випливає, що $a - b = 3k$, тобто $b - a = 3(-k)$ і, отже, $(b, a) \in R$.

Відношення R є транзитивне, оскільки з належності (a, b) та (b, c) до R, випливає, що $a - b = 3k_1$, $b - c = 3k_2$, тобто $(a, c) \in R$, оскільки $a - c = a - b + b - c = 3k_1 + 3k_2 = 3(k_1 + k_2)$, де $k_1 + k_2$ – ціле число.

Отже, відношення R є рефлексивне, симетричне й транзитивне, тому воно є відношенням еквівалентності.

Розглянемо класи чисел

$$[a] = \{x : (x, a) \in \mathrm{R}\} = \{x : x - a = 3k\} = \{x : x = a + 3k, k \in Z\} \ .$$

Здобудемо три різні класи еквівалентності стосовно відношення:

$[0] = \{..., -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, ...\}$,

$[1] = \{..., -8, -5, -2, 1, 4, 7, 10, ...\}$,

$[2] = \{..., -7, -4, -1, 2, 5, 8, 11, ...\}$.

Множина всіх класів еквівалентності $[Z]_R = \{[0], [1], [2]\}$ є фактор-множиною множини Z за відношенням еквівалентності R.

Елемент x належить до класу $[a]$, якщо $x - a = 3k$, де $k \in Z$. (Пишуть $x = a \pmod 3$).

Приклад 13 Відношення паралельності прямих q на площині є відношенням еквівалентності, тому що:

1) $q \parallel q$ – рефлексивне;
2) $q_1 \parallel q_2 \Rightarrow q_2 \parallel q_1$ – симетричне;
3) $q_1 \parallel q_2, q_2 \parallel q_3 \Rightarrow q_1 \parallel q_3$ – транзитивне.

Приклад 14 Для даного відношення R={(1,2), (1,3), (5,4)}, заданого на множині A={1,2,3,4,5}:

1) Зобразити R графом.

2) Добудувати R до відношення еквівалентності, вказати фактор-множину.

3) Добудувати R до відношення часткового порядку, вказати максимальні, мінімальні елементи, а також пари непорівнянних елементів.

4) Добудувати R до відношення лінійного порядку, вказати найбільший та найменший елементи.

5) Добудувати R до відношення строгого порядку.

Розв'язання.

1) Зобразимо граф відношення R (рис. 3, а).

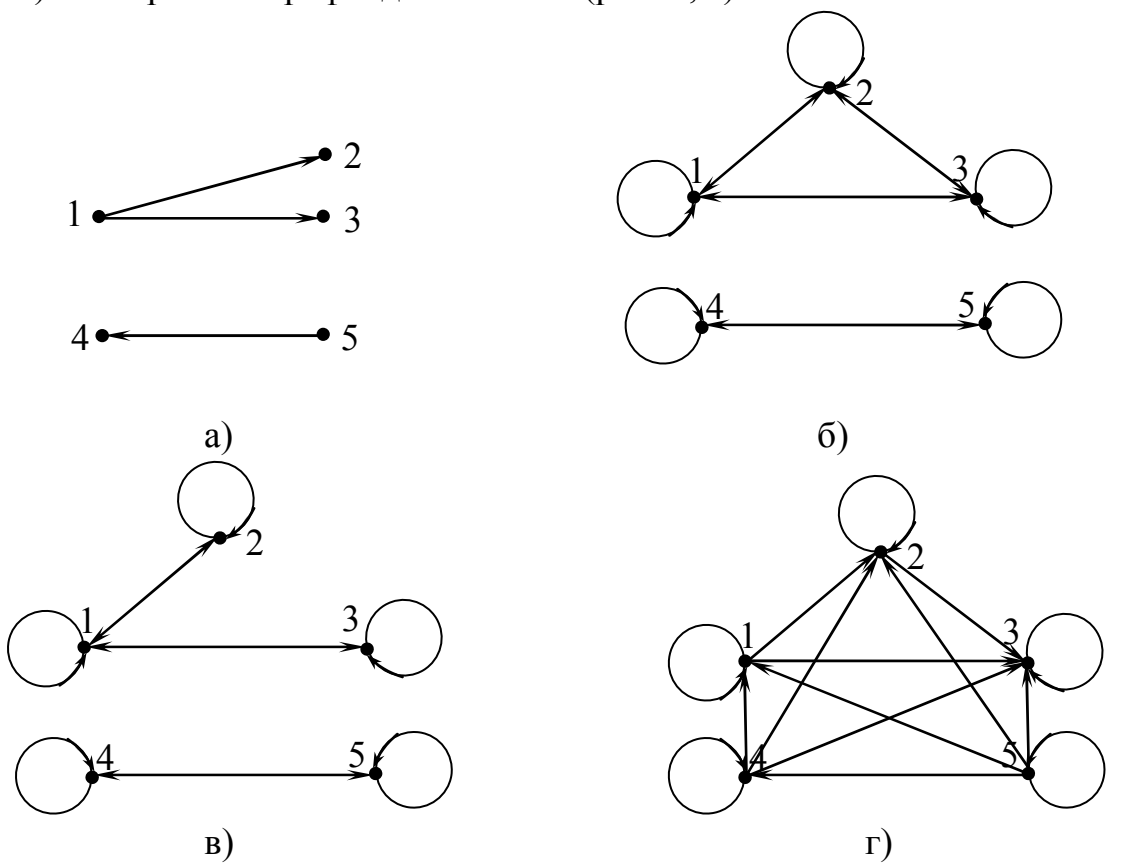


Рисунок 3

2) Добудуємо R до відношення еквівалентності R_1, додаючи мінімально можливе число ребер. Тоді відношення R_1 буде мати вигляд: {(1,2), (1,3), (5,4), (1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (2,1), (3,1), (4,5), (2,3), (3,2)}.

Зобразимо граф відношення R_1 (рис. 3, б).

Вкажемо фактор-множину для A={1,2,3,4,5} по відношенню R_1:

$$A / R_1 = \{\{1,2,3\}, \{4,5\}\}.$$

Відмітимо, що індекс розбиття множини A дорівнює 2.

3) Добудуємо R до відношення часткового порядку R_2:

R_2={(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (1,2), (1,3), (5,4)}.

Зобразимо граф відношення R_2 (рис. 3, в).

Мінімальними елементами тут є 1 та 5, максимальними елементами – 2, 3 та 4.

Пари непорівнянних елементів: {1,4}, {1,5}, {2,4}, {2,5}, {3,4}, {3,5}, {2,3}.

4) Добудуємо R до відношення часткового порядку R_3:

$$R_3 = R_2 \cup \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(1,2),(1,3),(5,4)\}.$$

Зобразимо граф відношення R_3 (рис. 3, г).

Найбільшим елементом тут є 3, а найменшим – 5.

5) Само вихідне відношення R є відношенням строгого порядку, так що добудовувати його немає необхідності.

ЗАДАННЯ ДО ЛАБОРАТОРНОЇ РОБОТИ

1. Для даних відношень R_i (табл. 4.1)[14], заданих на множинах: R_1 на $A=\{a,b,c,d,e,f\}$, R_2 на $B=\{1,2,3,4,5,6\}$ та R_3 на C – множина людей, з'ясуйте:

1) Властивість відношення (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, асиметричність, транзитивність).

2) Чи є приведені відношення відношенням порядку, еквівалентності?

Таблиця 4.1

N	відношення R_i	N	відношення R_i
1.	$R_1=\{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,a), (a,c), (d,e), (e,d)\}$; $R_2=\{(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,4), (4,1), (4,4)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a вище ростом, ніж b	2.	$R_1=\{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (d,e), (e,d), (b,e), (e,b), (b,d), (d,b)\}$; $R_2=\{(1,1),(1,2),(2,1)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a є родичем b
3.	$R_1=\{(a,b), (a,a), (b,c), (e,b), (e,a), (a,c), (e,e), (e,d)\}$ $R_2=\{(1,1), (1,2), (1,4), (2,1), (2,2), (3,3), (4,1), (4,4)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a і b народились в один день	4.	$R_1=\{(a,b), (e,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (e,b), (b,d), (d,a)\}$ $R_2=\{(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (4,3)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a нижче ростом, ніж b
5.	$R_1=\{(a,b), (b,b), (b,c), (c,b), (e,a), (d,e), (e,b)\}$ $R_2=\{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4), (4,4)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a знайомий з b	6.	$R_1=\{(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (d,e), (e,d), (b,e), (e,b), (b,d), (d,b)\}$ $R_2=\{(1,1), (1,2), (1,3), (2,3), (3,3)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a сильніший, ніж b
7.	$R_1=\{(a,b), (b,d), (c,b), (c,e), (e,d), (d,b),(e,e)\}$ $R_2=\{(1,1), (2,2), (3,2), (3,3), (4,4)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a є братом b	8.	$R_1=\{(a,b), (b,b), (b,d), (c,b), (c,c), (e,d), (d,b),(e,e)\}$ $R_2=\{(1,1), (1,2), (1,3)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a розумніше b
9.	$R_1=\{(a,b), (e,a), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (e,b), (b,d), (d,a)\}$ $R_2=\{(1,1), (2,1), (2,2), (2,3)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a слабший, ніж b	10.	$R_1=\{(a,b), (e,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (d,b), (b,d), (d,a)\}$ $R_2=\{(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (3,3)\}$ нехай $(a,b)\in R_3$, якщо: a і b навчаються в одній групі

[14] варіант обирати з розрахунку $N = \boldsymbol{h} \cdot \boldsymbol{n}$

N	відношення R_i	N	відношення R_i
11.	R_1={(a,b), (b,c), (c,d), (d,a), (d,e), (e,d), (b,c), (e,b), (b,d), (d,b)} R_2={(1,3), (3,1)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є батьком b	12.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (e,b), (c,a), (a,d), (d,e), (e,d)} R_2={(1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,1), (3,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є сестрою b
13.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,d), (d,c), (d,e), (b,e), (e,d), (b,d), (d,b)} R_2={(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a заможніше b	14.	R_1={(a,b), (b,a), (b,b), (c,a)}; R_2={(1,1), (2,1), (2,2), (2,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b одного росту
15.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,d), (d,c), (d,e), (b,e), (e,d), (b,d), (d,b)}; R_2={(1,3), (1,4), (2,3), (2,4), (3,1), (3,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є невісткою b	16.	R_1={(a,a), (a,b), (a,c), (b,c), (c,b)} R_2={(1,3), (2,1)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є матір'ю b
17.	R_1={(a,b), (e,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (d,b), (b,d), (d,a)} R_2={(1,1), (1,4), (1,3), (2,3), (4,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a важче b	18.	R_1={(a,a), (a,b), (a,c), (c,c)} R_2={(1,1), (1,2), (1,3), (2,1), (2,3), (3,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a бідніше b
19.	R_1={(a,b), (b,b), (b,d), (c,b), (c,c), (e,d), (d,b),(e,e)} R_2={(1,2), (2,5), (3,4), (4,3), (5,1)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b різного росту	20.	R_1={(a,b), (b,e), (b,d), (c,b), (c,c), (e,d), (d,b)} R_2={(2,1), (1,2), (1,3), (3,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є зятем b
21.	R_1={(a,b), (b,d), (c,b), (c,e), (e,d), (d,b),(e,e)} R_2={(1,1), (2,3), (3,2), (4,5), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b навчаються в різних групах	22.	R_1={(a,a), (a,b), (a,c), (b,b), (b,c), (c,b)} R_2={(1,1), (1,3), (2,1), (2,3), (3,2)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a худіше b
23.	R_1={(a,b), (e,a), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (e,b), (b,d), (d,a)} R_2={(1,4), (2,1), (3,3), (4,2), (5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b мають однаковий колір волосся	24.	R_1={(a,a), (b,b), (c,a), (c,d), (d,c), (d,e), (b,e)} R_2={(1,3), (2,4), (2,1), (1,4), (3,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b є друзями
25.	R_1={(a,b), (b,c), (c,d), (d,a), (d,e), (e,d), (b,c), (e,b), (b,d), (d,b)} R_2={(1,3), (2,1), (3,5), (4,2), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b відвідують один спортзал	26.	R_1={(c,a), (b,b), (c,c), (c,d), (d,d), (b,e)} R_2={(1,1), (1,2), (2,3),(1,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b мешкають в одному домі

N	відношення R_i	N	відношення R_i
27.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,d), (d,c), (d,e), (b,e), (e,d), (b,d), (d,b)} R_2={(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b є ворогами	28.	R_1={(c,a), (b,b), (c,c), (c,d), (d,d), (b,e)} R_2={(1,3),(2,4),(3,2),(4,1),(5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b мають однаковий колір очей
29.	R_1={(a,b), (e,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (d,b), (b,d), (d,a)} R_2={(1,3),(2,2),(3,4),(4,5),(5,1)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b мешкають на одному поверсі	30.	R_1={(a,a), (a,b), (a,c), (c,c)} R_2={(1,5), (2,1), (3,4), (4,2), (5,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b відвідують різні спортзали
31.	R_1={(a,b), (b,b), (b,d), (c,b), (c,c), (e,d), (d,b),(e,e)} R_2={(1,2), (2,4), (3,1), (4,3), (5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b мають різний колір волосся	32.	R_1={(a,b), (b,e), (b,d), (c,b), (c,c), (e,d), (d,b)} R_2={(1,1), (2,3), (3,5), (4,2), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a молодше b
33.	R_1={(a,b), (b,d), (c,b), (c,e), (e,d), (d,b),(e,e)} R_2={(1,3), (2,1), (3,2), (4,4), (5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b люблять однакове морозиво	34.	R_1={(a,a), (a,b), (a,c), (b,b), (b,c), (c,b)} R_2={(1,5), (2,2), (3,4), (4,1), (5,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b живуть на різних поверхах
35.	R_1={(a,b), (e,a), (c,d), (d,c), (b,e), (e,b), (b,d), (d,a)} R_2={(1,5), (2,3), (3,1), (4,2), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є свекрухою b	36.	R_1={(a,a), (e,b), (c,a), (c,d), (d,c), (d,e), (b,e)} R_2={(1,4), (2,5), (3,1), (4,3), (5,2)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b мають різний колір очей
37.	R_1={(a,b), (b,c), (c,d), (d,a), (d,e), (e,d), (b,c), (e,b), (b,d), (d,b)} R_2={(1,3), (2,2), (3,1), (4,5), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a повніше b	38.	R_1={(c,a), (b,b), (c,c), (c,d), (d,d), (b,e)} R_2={(1,2), (2,3), (3,1), (4,5), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a старше b
39.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,d), (d,c), (d,e), (b,e), (e,d), (b,d), (d,b)} R_2={(1,4),(2,5),(3,2),(4,3),(5,1)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є тестем b	40.	R_1={(c,a), (b,b), (c,c), (c,d), (d,d), (b,e)} R_2={(1,5), (2,4), (3,1), (4,3), (5,2)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a легше b
41.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,a), (a,c), (f,e), (e,f)}; R_2={(1,1), (1,2), (2,1), (2,2), (3,6), (6,1), (4,6)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a такого ж росту як b	42.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,f), (f,c), (f,e), (e,f), (b,e), (e,b), (b,f), (f,b)}; R_2={(1,1),(1,2),(5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є знайомим b

N	відношення R_i	N	відношення R_i
43.	R_1={(a,b), (a,a), (b,c), (e,b), (e,a), (a,c), (e,e), (e,f)} R_2={(1,1), (1,2), (1,6), (2,1), (2,2), (3,3), (6,1), (4,6)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b пішли у школу в один день	44.	R_1={(a,b), (e,a), (b,c), (c,b), (c,d), (d,c), (b,e), (e,b), (b,d), (f,a)} R_2={(2,1), (3,1), (3,2), (4,1), (4,2), (5,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a живе нижче поверхом, ніж b
45.	R_1={(a,b), (b,b), (b,c), (c,b), (e,a), (f,e), (e,b)} R_2={(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (2,2), (2,3), (2,4), (3,3), (3,4), (5,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a колега по роботі b	46.	R_1={(a,b), (b,a), (b,c), (c,b), (c,f), (d,c), (d,e), (e,d), (b,e), (e,b), (b,d), (f,b)} R_2={(1,1), (1,2), (1,3), (2,3), (5,4)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a однокласник b
47.	R_1={(a,b), (b,d), (c,b), (c,e), (e,f), (f,b),(e,e)} R_2={(1,1), (2,2), (3,2), (3,3), (5,6)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a є онуком b	48.	R_1={(a,b), (b,b), (b,f), (c,b), (c,c), (e,d), (f,b),(e,e)} R_2={(1,1), (1,2), (1,3)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a популярніший за b
49.	R_1={(a,b), (e,a), (c,b), (c,f), (d,c), (b,e), (e,b), (b,d), (f,a)} R_2={(1,1), (2,1), (2,2), (2,5)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a мудріший, ніж b	50.	R_1={(a,b), (e,a), (b,c), (c,b), (c,f), (d,c), (b,e), (d,b), (b,f), (f,a)} R_2={(1,1), (1,2), (1,3), (2,2), (2,3), (6,6)} нехай (a,b)∈R_3, якщо: a і b одногрупники

2. Відношення задано матрицею (табл. 4.2).[15]

1) З'ясуйте властивість відношення (рефлексивність, антирефлексивність, симетричність, антисиметричність, асиметричність, транзитивність).

2) З'ясуйте чи задає дана матриця відношення еквівалентності, порядку.

3) Зобразіть граф відношення.

Таблиця 4.2

N	матриця відношення	N	матриця відношення
1.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	2.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$

[15] варіант обирати з розрахунку $N = \boldsymbol{h} \cdot \boldsymbol{n}$

N	матриця відношення	N	матриця відношення
3.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	4.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
5.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	6.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
7.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	8.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
9.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	10.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
11.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	12.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
13.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	14.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$

N	матриця відношення	N	матриця відношення
15.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	16.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
17.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	18.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
19.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	20.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
21.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	22.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
23.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	24.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
25.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	26.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$

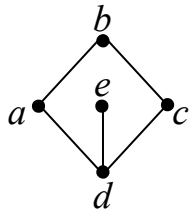
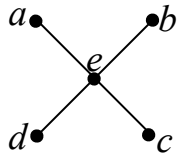
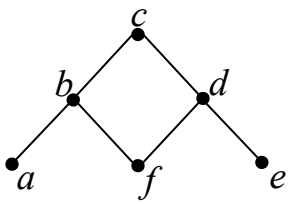
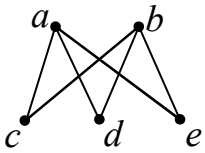
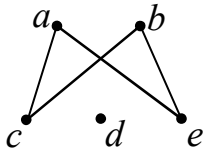
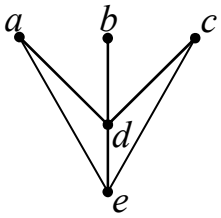
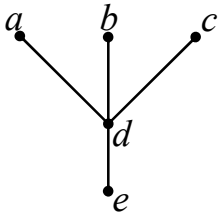
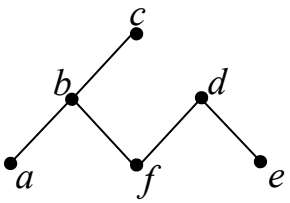
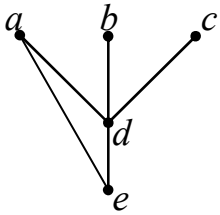
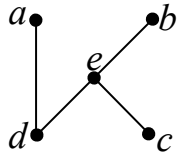
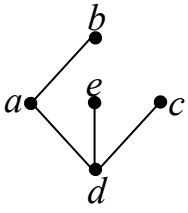
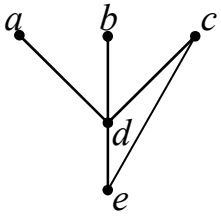
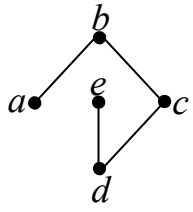
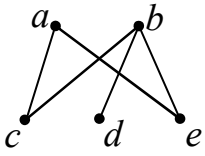
N	матриця відношення	N	матриця відношення
27.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	28.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
29.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	30.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
31.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	32.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
33.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	34.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
35.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	36.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
37.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	38.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$

39.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	40.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
41.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	42.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
43.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \end{array}$	44.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
45.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	46.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
47.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	48.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$
49.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$	50.	$\begin{array}{c} \\ a \\ b \\ c \\ d \end{array}\begin{array}{c} \begin{array}{cccc} a & b & c & d \end{array} \\ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \end{array}$

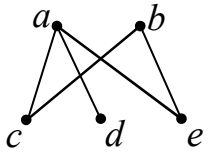
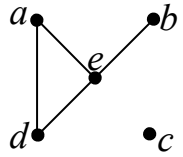
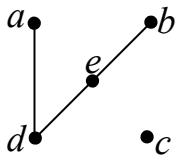
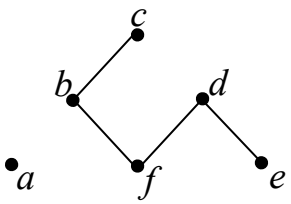
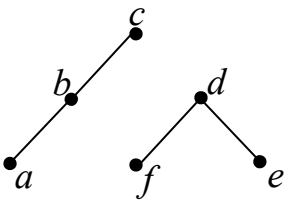
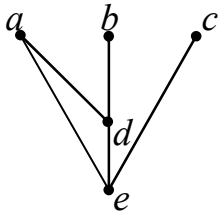
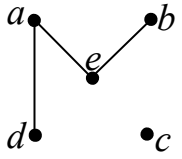
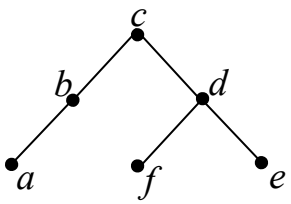
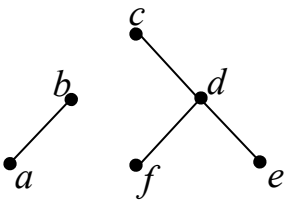
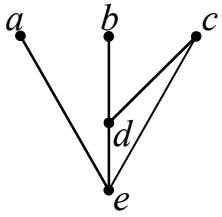
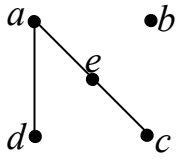
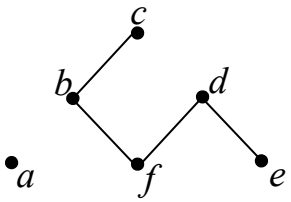
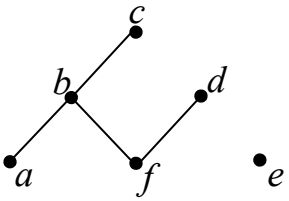
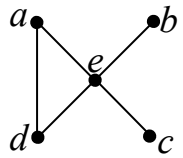
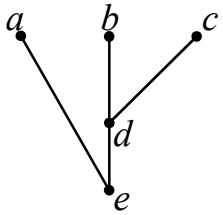
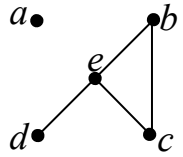
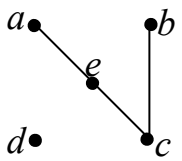
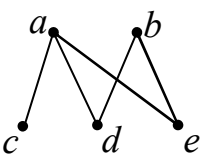
Задача на бонуси (5 балів). Складіть програму, яка визначає властивість відношення по його матриці.

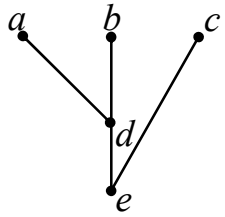
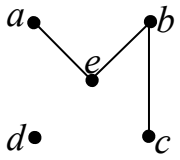
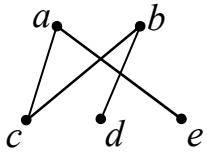
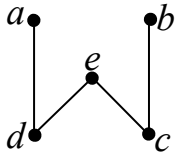
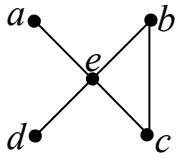
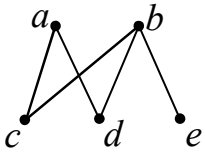
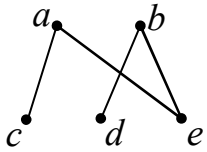
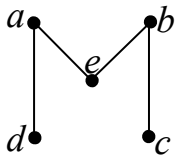
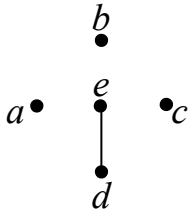
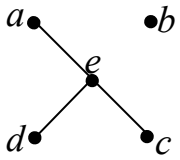
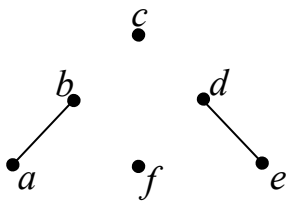
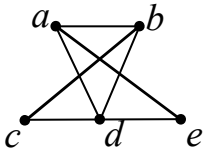
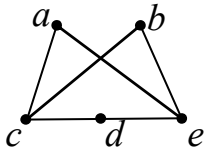
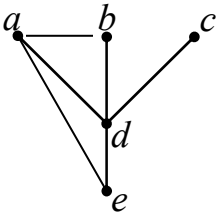
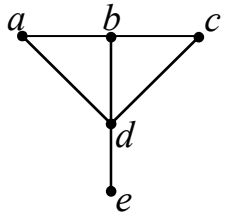
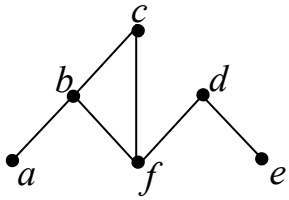
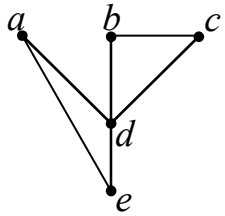
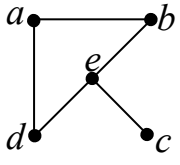
3. Перелічить множину A та виразіть відношення B, як множину впорядкованих пар, задану діаграмою Гессе (табл. 4.3). [16]

Таблиця 4.3

N	діаграма Гессе	N	діаграма Гессе
1.		2.	
3.		4.	
5.		6.	
7.		8.	
9.		10.	
11.		12.	
13.		14.	

[16] варіант обирати з розрахунку $N = \boldsymbol{h} \cdot \boldsymbol{n}$

N	діаграма Гессе	*N*	діаграма Гессе
15.		16.	
17.		18.	
19.		20.	
21.		22.	
23.		24.	
25.		26.	
27.		28.	
29.		30.	
31.		32.	

N	діаграма Гессе	*N*	діаграма Гессе
33.		34.	
35.		36.	
37.		38.	
39.		40.	
41.		42.	
43.		44.	
45.		46.	
47.		48.	
49.		50.	

4. Для даного відношення R (табл. 4.4)[17], заданого на множині $A=\{1,2,3,4,5\}$:

1) Зобразити R графом.

2) Добудувати R до відношення еквівалентності, вказати фактор-множину.

3) Добудувати R до відношення часткового порядку, вказати максимальні, мінімальні елементи, а також пари непорівнянних елементів.

4) Добудувати R до відношення лінійного порядку, вказати найбільший та найменший елементи.

5) Добудувати R до відношення строгого порядку.

Таблиця 4.4

N	відношення R	N	відношення R
1.	$R=\{(1,2), (3,2), (2,4)\}$	2.	$R=\{(3,4), (4,1), (1,2)\}$
3.	$R=\{(2,1), (5,1), (4,2)\}$	4.	$R=\{(2,3), (5,4), (5,1)\}$
5.	$R=\{(1,2), (3,4), (4,5)\}$	6.	$R=\{(4,1), (5,3), (2,3)\}$
7.	$R=\{(3,1), (2,5), (5,4)\}$	8.	$R=\{(2,3), (4,5), (3,4), (1,1)\}$
9.	$R=\{(1,5), (5,4), (4,3)\}$	10.	$R=\{(4,3), (3,1), (1,2)\}$
11.	$R=\{(2,3), (3,5), (5,1)\}$	12.	$R=\{(5,2), (2,4), (4,3), (1,1)\}$
13.	$R=\{(1,2), (4,3), (4,5)\}$	14.	$R=\{(3,4), (1,5), (5,2)\}$
15.	$R=\{(3,5), (4,2), (1,2)\}$	16.	$R=\{(5,4), (4,3), (5,3), (2,1)\}$
17.	$R=\{(1,2), (2,3), (2,4), (4,5)\}$	18.	$R=\{(2,4), (3,4), (4,1)\}$
19.	$R=\{(1,2), (2,3), (4,5), (5,3)\}$	20.	$R=\{(4,2), (5,2), (1,4)\}$
21.	$R=\{(1,2), (1,5), (1,4)\}$	22.	$R=\{(2,5), (3,2), (1,4), (5,1), (4,4)\}$
23.	$R=\{(1,2), (1,3), (3,2), (4,5)\}$	24.	$R=\{(1,5), (2,3), (3,5), (5,4)\}$
25.	$R=\{(1,2), (2,3), (3,4), (5,5)\}$	26.	$R=\{(2,3), (4,1), (3,4), (1,1), (5,2)\}$
27.	$R=\{(4,3), (5,1), (1,2)\}$	28.	$R=\{(3,1), (1,5), (5,3), (2,2), (4,3)\}$
29.	$R=\{(1,3), (3,4), (1,4), (2,5)\}$	30.	$R=\{(2,1), (4,4), (1,3), (3,5)\}$
31.	$R=\{(2,3), (4,3), (3,5)\}$	32.	$R=\{(2,2), (1,4), (3,1), (4,5), (5,4)\}$
33.	$R=\{(3,2), (1,2), (5,3)\}$	34.	$R=\{(4,4), (1,3), (5,1), (2,4)\}$
35.	$R=\{(2,3), (4,5), (5,1)\}$	36.	$R=\{(4,2), (3,2), (5,3), (2,1)\}$
37.	$R=\{(4,2), (3,1), (1,5)\}$	38.	$R=\{(2,3), (3,5), (5,5), (1,4), (4,1)\}$
39.	$R=\{(2,1), (1,5), (5,4)\}$	40.	$R=\{(1,3), (3,2), (4,5), (5,4)\}$
41.	$R=\{(1,2), (3,2), (5,4)\}$	42.	$R=\{(3,4), (4,1), (5,2)\}$
43.	$R=\{(2,1), (5,1), (4,2)\}$	44.	$R=\{(2,3), (4,4), (5,1)\}$
45.	$R=\{(3,2), (3,4), (5,5)\}$	46.	$R=\{(4,1), (4,3), (2,3)\}$
47.	$R=\{(2,1), (2,5), (4,4)\}$	48.	$R=\{(2,3), (4,5), (5,4), (5,5)\}$
49.	$R=\{(1,4), (3,4), (5,3)\}$	50.	$R=\{(3,3), (3,4), (5,2)\}$

[17] варіант обирати з розрахунку $N = \boldsymbol{h} \cdot \boldsymbol{n}$

Питання для самоперевірки

1. Дайте означення відношення.
2. Яке відношення називається рефлексивним?
3. Яке відношення називається антирефлексивним?
4. Яке відношення називається симетричним?
5. Яке відношення називається асиметричним?
6. Яке відношення називається антисиметричним?
7. Яке відношення називається транзитивним?
8. Якими властивостями володіє відношення нестрогого порядку?
9. Якими властивостями володіє відношення строго порядку?
10. Якими властивостями володіє відношення еквівалентності?
11. Що називається класом еквівалентності?