Лабораторна робота 3
Тема. ПОБУДОВА ІСХОДНОЇ (ВИХІДНОЇ) СИСТЕМИ

Мета роботи – вивчити основні поняття та визначення, що стосуються побудови вихідної системи, розкрити основні методологічні особливості з побудови вихідної системи, визначити основні етапи побудови вихідної системи, навести основні методологічні відзнаки побудованої вихідної системи, навчитися тлумачити отримані результати.

Стислі теоретичні відомості

Перш за все розкриємо поняття вихідної системи як центрального об’єкта дослідження даної роботи.

Вихідна система представляє нульовий рівень у епістемологичній класифікації систем.

Розглянемо функціональну схему побудови вихідної системи, згідно з якою побудова вихідної системи включає **виконання наступних етапів**:

1 *етап*. Визначення об'єкту та мети дослідження. Виділення суттєвих характеристик об'єкту із застосовуванням експертних методів: безпосереднього ранжирування або попарних порівнянь (див. попередню роботу).

2 *етап*. Побудова системи на об’єкті – першої примітивної системи вихідної системи.

3 *етап*. Побудова конкретної представляючої системи – другої примітивної системи вихідної системи.

4 *етап*. Побудова загальної представляючої системи – третьої примітивної системи вихідної системи.

Розглянемо кожний з наведених етапів більш детально.

Згідно наведеній функціональній схемі побудови вихідної системи, перш за все, для побудови системи на об’єкті необхідно конкретизувати об'єкт дослідження**,** встановити мету дослідження та визначити властивості об'єкту.

Так, як було визначено у попередній темі, під о**б'єктом дослідження** розуміється частина миру, яка виділяється як єдине ціле протягом визначеного проміжку часу, та має нескінченне число властивостей (в загальному випадку), з яких, засобами теорії ранжирування визначаються такі суттєві властивості, що найкращим чином описують об'єкт як явище та задовольняють меті дослідження.

Після визначення суттєвих властивостей (факторів) об'єкту необхідним є визначення процедури кількісного виміру кожної властивості, тобто введення абстрактних змінних, які представляють певні властивості.

Так, на об'єкті дослідження система задається набором відповідних властивостей (факторів) об'єкта, кожному з яких призначаємо певну змінну, яка може бути зафіксована і виміряна. В такий спосіб **система** завжди розглядається не як реальний об'єкт, а як абстрагування або відображення деяких (суттєвих) властивостей об'єкта тобто **система** – це не предмет, а список змінних.

З кожною властивістю пов'язана множина її проявів.

При одиничному спостереженні властивість має одне конкретне проявлення. Для визначення можливих проявів виділеної властивості, потрібно реалізовувати множину спостережень цієї властивості. Для того щоб розрізняти спостереження, здійснювані за допомогою однієї і тієї ж процедури, потрібно щоб кожне спостереження чимось відрізнялося від інших. Будь-яка суттєва властивість, що використовується для визначення відмінностей у спостереженнях однієї і тієї ж властивості, будемо називати базовою властивістю або **базою**. *Типовими базами є* **час, простір, група.**

Бази трьох основних типів можна комбінувати. Особливо важливі й поширені комбінації час – простір і час – група.

Вибір відповідних баз досить гнучкий, проте абсолютно не довільний. Обмеження при цьому виборі досить точно виражені в описаних нижче вимогах, яким повинні задовольняти правильно обрані бази.

Перше, *бази повинні бути застосовні до всіх властивостей системи,* для якої вони визначені. Наприклад, простір не застосовний для характеристики властивостей музичного твору.

Друге, *бази системи повинні відповідати призначенню, для якого визначається дана система.* Так, наприклад, при спостереженні за студентами після введення нових навчальних нормативів спостерігають за відповідними ознаками. Ясно, що єдиними придатними для цього базами є час і група.

Третє, *спостереження всіх властивостей системи повинні однозначно визначатися базами системи,* тобто кожен елемент базової множини (значення певного моменту часу, точка простору, елемент групи або відповідна комбінація елементів) визначає один і тільки один прояв будь-якої з властивостей.

Виходячи з усього вищесказаного, **система на об'єкті** (як перша примітивна система вихідної системи) може бути визначена як множина властивостей, з кожною з яких пов'язана множина її проявів і множина баз, з кожною з яких пов'язана множина її значень.

$$O = \left(\left\{\left(a_i, A_i\right) \mid i \in N_n\right\}, \left\{\left(b_j, B_j\right) \mid j \in N_m\right\}\right), \tag{1.1}$$

де $N_n = \{1,2,\ldots,n\}$, $N_m = \{1,2,\ldots,m\}$ – множини значень цілих чисел від 1 до значення індексу n – число властивостей, m – число баз, a_i і A_i – властивість і множина її проявів; b_j і B_j – база і множина її елементів, O – система на об'єкті.

Компонентами другої примітивної системи вихідної системи – **конкретної представляючої системи** є конкретні змінні та конкретні параметри.

Конкретною змінною називається операційне представлення властивості, тобто образ властивості, який визначається конкретною процедурою спостереження або вимірювання. Кожна змінна має унікальне ім'я, що відрізняє її від інших змінних. Конкретна змінна пов'язана з певною множиною величин, через які вона себе проявляє. Ці величини зазвичай називають станами, (або значеннями) змінної, а всю множину – множиною станів змінної.

Конкретним параметром називається операційне представлення бази. Кожен параметр має унікальне ім'я, і з ним пов’язана множина; будемо називати її параметричною множиною, а її елементи – значеннями параметра.

Назвемо **каналом спостереження** будь-яку операцію, що вводить конкретну змінну як відображення властивості.

Канал спостереження, за допомогою якого властивість a_i представляється змінною $\dot{v}_i$, реалізується функцією

$$o_i : A_i \to \dot{V}_i. \tag{1.2}$$

Функція o_i гомоморфна відносно математичних властивостей множин A_i і $\dot{V}_i$.

Аналогічна функція, скажімо

$$\omega_j : B_j \to \dot{W}_i \tag{1.3}$$

задає представлення бази b_j, параметром $\dot{w}_j$, вона також повинна бути гомоморфною щодо відповідних властивостей B_j і $\dot{W}_j$.

Отже, конкретна представляюча система має вигляд

$$\dot{I} = \left(\left\{\left(\dot{v}_i, \dot{V}_i\right) | \, i \in N_n\right\}, \left\{\left(\dot{w}_j, \dot{W}_j\right) | \, j \in N_m\right\}\right), \tag{1.4}$$

де $\dot{v}_i, \dot{V}_i$ - конкретна змінна з її множиною станів; $\dot{w}_j, \dot{W}_j$ - конкретний параметр з множиною його станів.

Компонентами третьої примітивної системи вихідної системи – **загальної представляючої системи** є загальні змінні та загальні параметри.

Задана конкретна змінна $\dot{v}_i$ або конкретний параметр $\dot{w}_j$ абстрагується змінною v_i або параметром $\dot{w}_j$ відповідно, тоді і тільки тоді, коли функція

$$e_i^{-1} : \dot{V}_i \to V_i \tag{1.5}$$

для змінної, або функція

$$\varphi_j^{-1} : \dot{W}_j \to W_j \tag{1.6}$$

для параметра існує й ізоморфна відносно математичних властивостей визначених на $\dot{V}_i$ і $\dot{W}_j$, відповідно. Задана загальна змінна v_i, або загальний параметр w_j конкретизується змінною $\dot{v}_i$ або параметром $\dot{w}_j$ тоді і тільки тоді, коли функція

$$e_i : V_i \to \dot{V}_i \tag{1.7}$$

для змінної, або функція

$$\varphi_j : W_j \to \dot{W}_j \tag{1.8}$$

для параметра існує й ізоморфна відносно математичних властивостей визначених на V_i і W_j.

Сукупність функцій (1.5)-(1.8) називаються **каналом абтрагуванням-конкретизації**.

Отже, загальну представляючу систему наведемо у вигляді

$$I = \left(\left\{\left(v_i, V_i\right) \mid i \in N_n\right\}, \left\{\left(w_j, W_j\right) \mid j \in N_m\right\}\right), \qquad (1.9)$$

де v_i, V_i – загальна змінна з її множиною станів; w_j, W_j – загальний параметр з множиною його станів.

Приклад 1.1. Для ілюстрації введених понять припустимо, що властивістю a_i є вік людей з групи b_j, що має множину проявів B_j. Нехай елементами A_i будуть роки у діапазоні від 0 до 100. Ця множина звичайно є лінійно упорядкованою. Для визначення вікових категорій людей достатньо розглянути прийняті в практиці вікові діапазони. Цими діапазонами будемо вважати наступні: $\{0,...,14\}$, $\{15,...,29\}$, $\{30,...,49\}$, $\{50,...,74\}$, $\{75,...,100\}$ і нехай множиною станів $\dot{V}_i$ конкретної змінної $\dot{v}_i$, що представляє властивість a_i буде множина прийнятих найменувань цих діапазонів, тобто $\dot{V}_i$ = {дуже молодий, молодий, середніх років, старий, дуже старий}. Функція o_i - це взаємно однозначна функція $o_i : A_i \to \dot{V}_i$. яка задає розбивку множини A_i, скажемо розбивку A_i / o_i, тоді можна записати, що $A_i / o_i \to \dot{V}_i$ визначається в такий спосіб:

Отже, змістовне представлення a_i за допомогою $\dot{v}_i$ вводиться функцією o_i, яка для кожного діапазону будь-якому значенню з цього діапазону привласнює прийняте найменування з множини $\dot{V}_i$, наприклад $o_i(7) = \textit{дуже молодий}$ або $o_i(72) = \textit{старий}$. Очевидно, що функція o_i гомоморфна щодо повного упорядкування множини A_i, тому що для будь-якої пари $\alpha, \beta \in A_i$, якщо $\alpha \le \beta, o_i(\alpha) \le o_i(\beta)$. З методологічних розумінь загальна змінна v_i може бути для конкретної змінної $\dot{v}_i$ визначена за допомогою абстрагуючої функції $e_i^{-1} : \dot{V}_i \to V_i$. Ця функція повинна бути ізоморфною щодо упорядкування на $\dot{V}_i$. Нехай необхідно, щоб множина V_i представляла набір значень цілих чисел. Тоді e_i^{-1} можна задати наступним рівнянням:

$$e_i^{-1}(\dot{V}_k) = k(k = 0,1,...,4).$$

Отже множина V_i може бути визначена як $V_i = \{0,1,2,3,4\}$.

Нехай базою в цьому прикладі є множина людей (група), що населяють країну, яка є об'єктом дослідження. Дана множина не має ніяких математичних властивостей. Отже, $\omega_j : B_j \to \dot{W}_j$ може бути будь-якою взаємооднозначною функцією, яка кожній людині з визначеної групи ставить у відповідність унікальний ідентифікатор, наприклад, ідентифікаційний код. Методологічно зручно абстрагування $\varphi_j^{-1} : \dot{W}_j \to W_j$ представити у вигляді взаємно однозначної функції, що ставить у відповідність значенням ідентифікаційних номерів громадян, цілі числа з множини N_m, де m – число людей у групі, що спостерігається.

Крім чітких каналів спостереження o_i, v_i, часто застосовують нечіткі канали $\tilde{o}_i$ та $\tilde{\omega}_j$, які визначаються за допомогою рівнянь:

$$\tilde{o}_i : A_i \times \frac{A_i}{o_i} \to [0,1] \text{ або } \tilde{o}_i : A_i \times \dot{V}_i \to [0,1] \text{ та } \omega_j : B_j \times \dot{W}_j \to [0,1].$$

Системи, у яких змінні розділені на вхідні і вихідні, називаються **спрямованими**, в протилежному випадку **нейтральними**. Оголошення вхідних і вихідних змінних робиться за допомогою **визначника входу-виходу**, який реалізується функцією

$$u : N_n \to \{0,1\}, \tag{1.10}$$

такій, що якщо $u(i) = 0$, то це вхідна змінна а якщо $u(i) = 1$, то це означає, що змінна v_i є вихідною. Визначник входу-виходу

$$u = (u(1), u(2), \ldots, u(n)) \tag{1.11}$$

задає статус для всіх змінних системи.

Відношення між трьома примітивними системами $O, \dot{I}$ і I,як спрямованими так і нейтральними, задаються за допомогою повного каналу спостереження Q:

$$Q = \left(\{(A_i, V_i, o_i) \mid i \in N_n\}, \{(B_j, \dot{W}_j, \omega_j) \mid j \in N_m\}\right) \tag{1.12}$$

і повного каналу конкретизації - абстрагування

$$E = \left(\{(\dot{V}_i, V_i, e_i) \mid i \in N_n\}, \{(\dot{W}_j, W_j, \xi_j) \mid j \in N_m\}\right). \tag{1.13}$$

Отже, нейтральна вихідна система може бути подана п'ятіркою

$$S = (O, \dot{I}, I, Q, E).$$

Спрямовані аналоги нейтральних систем $\mathbf{O}, \dot{\mathbf{I}}, \mathbf{I}$ мають такі позначення $\widehat{\mathbf{O}}, \hat{\dot{\mathbf{I}}}, \hat{\mathbf{I}}$ та визначаються наступним чином

$$\hat{\mathbf{O}} = \left(\{a_i, A_i\} \mid i \in N_n\} \mathbf{u} \left(\{b_j, B_j\} \mid j \in N_m\}\right), \tag{1.14}$$

$$\hat{\dot{\mathbf{I}}} = \left(\{\dot{v}_i, \dot{V}_i\} \mid i \in N_n\} \mathbf{u} \left(\{\dot{w}_j, \dot{W}_j\} \mid j \in N_m\}\right), \tag{1.15}$$

$$\hat{\mathbf{I}} = \left(\{v_i, V_i\} \mid i \in N_n\} \mathbf{u} \left(\{w_j, W_j\} \mid j \in N_m\}\right). \tag{1.16}$$

Отже, спрямована вихідна система визначається п’ятіркою

$$\hat{\mathbf{S}} = \left(\widehat{\mathbf{O}}, \hat{\dot{\mathbf{I}}}, \hat{\mathbf{I}}, Q, E\right).$$

Різноманітність загальних систем може бути адекватно охоплена кінцевим числом типів, кожний із який характеризується визначеними епістемологічним рівнем і набором відповідних методологічних відзнак.

На нульовому епістемологічному рівні методологічні відзнаки стосуються змінних і параметрів (як конкретних, так і загальних) і визначаються в термінах математичних властивостей множин станів $\dot{V}_i, V_i$ і параметричних множин $\dot{W}_j, W_j$, а також вихідних систем у цілому та визначаються з урахуванням неперервності наступним чином

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^{k} \binom{9}{i} \times \sum_{j=1}^{m} \binom{9}{j},$$

де $k = \min\{9, n\}$, $m \le 9$ – число параметрів.

Кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів визначаються наступним виразом

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^{k} \binom{5}{i} \times \sum_{j=1}^{m} \binom{5}{j},$$

де $k = \min\{5, n\}$, $m \le 5$ – число параметрів.

При виконанні лабораторної роботи необхідно враховувати наступні обмеження:

- кількість властивостей a_i, $i = \overline{1, n}$ при $n \le 9$;
- кількість елементів параметричної множини не повинна бути меншою за 50 елементів.

Приклад 1.2. Побудова вихідної системи.

Нехай необхідно побудувати вихідну систему *S*, якщо об'єктом дослідження є регульоване перехрестя тобто перехрестя зі світлофором. Метою роботи є опис послідовності сигналів світлофора на регульованому перехресті згідно рис 1.1.

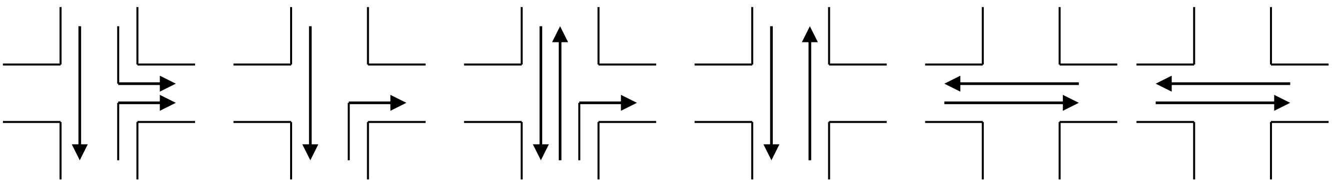

Рис.1.1 Ситуації на перехресті

Розглянемо процес побудови вихідної системи поетапно.

Етап 1. Побудуємо систему на об'єкті O**.** Для цього необхідно виділити властивості a_i, $i = \overline{1, n}$ з множиною їх потенційних проявів A_i та бази b_j, $j = \overline{1, m}$ з множиною їх потенційних значень B_j. Отже:

a_1 – напрям руху «північ-південь»;

$\mathrm{A}_1 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;

a_2 – напрям руху «північ-схід»;

$\mathrm{A}_2 = \{\text{стрілка не горить, стрілка горить}\}$;

a_3 – напрям руху «південь-північ»;

$\mathrm{A}_3 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;

a_4 – напрям руху «південь-схід»;

$A_4 = \{\text{стрілка не горить, стрілка горить}\}$;
a_5 – напрям руху «захід-схід»;
$A_5 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;
a_6 – напрям руху «схід- захід»;
$A_6 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;
b_1 – час;
$B_1 = \{0,1, \dots, 90\}$секунд.

Етап 2. Наступним етапом побудови вихідної системи S є побудова другої примітивної системи – **конкретної представляючої системи $\dot{I}$.**

Компонентами даної системи є конкретні змінні $\dot{v}_i, i = \overline{1,n}$ з множиною станів $\dot{V}_i, i = \overline{1,n}$ та конкретні параметрами $\dot{w}_i, j = \overline{1,m}$ з множиною значень $\dot{W}_i, j = \overline{1,m}$. Для введення вказаних компонентів застосовується канал спостереження, який реалізується за доомогою функцій o_i та ω_i для властивостей та баз відповідно.

Отже:
$O_1(\text{червоний}) = \text{ч}$;
$O_1(\text{зелений}) = \text{з}$;
$O_1(\text{жовтий}) = \text{ж}$.

Тобто для конкретної змінної $\dot{v}_1$ введемо унікальне позначення – ім’я (може бути скороченням назви властивості, або якесь інше позначення, наприклад, що застосовується при позначенні фізичних величин).

Нехай $\dot{v}_1$ – ПнПд;
$\dot{V}_1 = \{\text{ч,з,ж}\}$.

Введемо другу конкретну змінну та множину її станів:
$\dot{v}_2$ – ПнС;
$O_2(\text{стрілка не горить}) = \text{н}$;
$O_2(\text{стрілка горить}) = \text{г}$,
тобто отримаємо:
$\dot{V}_2 = \{\text{н, г}\}$.

Продовжимо введення конкретних змінних v_i ,i=3,4,5,6 та множин їх станів V_i , i=3,4,5,6:
$\dot{v}_3$ – ПдПн;
$O_3(\text{червоний}) = \text{ч}$;
$O_3(\text{зелений}) = \text{з}$;
$O_3(\text{жовтий}) = \text{ж}$,
тобто
$\dot{V}_3 = \{\text{ч, з, ж}\}$;
$\dot{v}_4$ – ПдС;
$O_4(\text{стрілка не горить}) = \text{н}$;
$O_4(\text{стрілка горить}) = \text{г}$,
тобто
$\dot{V}_4 = \{\text{н, г}\}$;

$\dot{v}_5$ – ЗС;
O_5(червоний) = ч;
O_5(зелений) = з;
O_5(жовтий) = ж
і тепер маємо
$\dot{V}_5 = \{ч, з, ж\}$;
$\dot{v}_6$ – СЗ;
O_6(червоний) = ч;
O_6(зелений) = з;
O_6(жовтий) = ж,
тобто $\dot{V}_6 = \{ч, з, ж\}$.

Введемо конкретний параметр $\dot{w}_1$ та множину його значень $\dot{W}_1$ за допомогою каналу спостереження, який реалізується функцією (1.3)

$\dot{W}_1$ –T,
$\omega_1(0)=t_1$;
……………;
$\omega_1(14)=t_1$;

$\omega_1(15)=t_2$;

……………;
$\omega_1(24)=t_2$;

$\omega_1(25)=t_3$;

……………;
$\omega_1(49)=t_3$;

$\omega_1(50)=t_4$;

……………;
$\omega_1(59)=t_4$;

$\omega_1(60)=t_5$;

……………;
$\omega_1(79)=t_5$;

$\omega_1(80)=t_6$;

……………;
$\omega_1(90)=t_6$,

тобто $\dot{W}_1 = \{t_1,\ t_2,\ t_3,\ t_4,\ t_5,\ t_6\}$.

Етап 3. Будуємо **загальну представляючу систему** I та вводимо її компоненти за допомогою каналу абстрагування – конкретизації, який реалізується функціями виду (1.5), (1.6).

Отже, вводимо першу загальну змінну, надаючи їй унікальне ім'я, яким в даній системі буде її ідентифікатор, тобто -1.

Запишемо

$v_1 - 1.$

Тепер вводимо множину станів першої загальної змінної за допомогою функції (1.5).

$e_1^{-1}(\text{ч}) = 0,$

$e_1^{-1}(\text{з}) = 1,$

$e_1^{-1}(\text{ж}) = 2,$

тобто $V_1 = \{0,1,2\}$. Елементи множини V_1 є абстрактними елементами.

Далі проводимо аналогічні дії для всіх загальних змінних, які залишилися:

$v_2 - 2,$

$e_2^{-1}(\text{н}) = 0,$

$e_2^{-1}(\text{г}) = 1,$

тоді запишемо $V_2 = \{0,1\};$

$v_3 - 3,$

$e_3^{-1}(\text{ч}) = 0,$

$e_3^{-1}(\text{з}) = 1,$

$e_3^{-1}(\text{ж}) = 2,$

запишемо $V_3 = \{0,1,2\};$

$v_4 - 4,$

$e_4^{-1}(\text{н}) = 0,$

$e_4^{-1}(\text{г}) = 1,$

тоді $V_4 = \{0,1\}.$

$v_5 - 5,$

$e_5^{-1}(\text{ч}) = 0,$

$e_5^{-1}(\text{з}) = 1,$

$e_5^{-1}(\text{ж}) = 2,$

тоді $V_5 = \{0,1,2\};$

$v_6 - 6,$

$e_6^{-1}(\text{ч}) = 0,$

$e_6^{-1}(\text{з}) = 1,$

$e_6^{-1}(\text{ж}) = 2,$

тобто $V_6 = \{0,1,2\};$

Вводимо загальний параметр та пов'язану з ним параметричну множину за допомогою функції (1.6).

Отже

$w_1 - \text{Т},$

$\varphi_1^{-1}(t_1) = 1;$

$\varphi_1^{-1}(t_2) = 2;$

$\varphi_1^{-1}(t_3) = 3;$
$\varphi_1^{-1}(t_4) = 4;$
$\varphi_1^{-1}(t_5) = 5;$
$\varphi_1^{-1}(t_6) = 6;$
$W_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$

Визначимо тип системи. Для цього необхідно ввести визначник входу-виходу за допомогою функції (1.10)

$$u(1) = 1;$$
$$u(2) = 1;$$
$$u(3) = 1;$$
$$u(4) = 1;$$
$$u(5) = 1;$$
$$u(6) = 1,$$

тобто визначник входу-виходу має вид

$$u = (1,1,1,1,1,1) .$$

Отже, ми отримали спрямовану вихідну систему, всі змінні якої, об’явлені як вихідні.