

Лабораторна робота 1

МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ. ОСНОВНІ ПОНЯТТЯ ТА ВИЗНАЧЕННЯ

Мета роботи – опанувати сутність, предмет, основні поняття та задачі прийняття рішень; розглянути основні етапи дослідження задач прийняття рішень; ознайомитись із загальною постановкою однокритеріальної ЗПР; розглянути класифікації задач прийняття рішень.

Теоретичні відомості

Процес проектування, розробки, створення і експлуатації складних систем є пов'язаним з необхідністю приймати велику кількість рішень, що стосуються як системи в цілому, так і окремих її підсистем і елементів. Ці рішення можуть мати технічний, організаційний, управлінський і т. п. характер. При цьому окремі рішення, що стосуються підсистем і елементів системи, повинні прийматися з позицій системного підходу, тобто з урахуванням усіх істотних зв'язків і взаємозв'язків цієї підсистеми або елемента з іншими елементами системи, і мають бути науково-обґрунтованими.

Ситуацію, в якій відбувається обґрунтування (прийняття) рішень, характеризують такі **основні риси**:

1. **наявність мети (цілей).** Необхідність прийняття рішення диктується наявністю деякої мети, яку треба досягти : наприклад, виконати планове завдання, вибрати тип верстата, призначити план перевезень і так далі. Якщо ж мета не поставлена, то не виникає і необхідність приймати яке-небудь рішення;
2. **наявність альтернативних ліній поведінки.** Рішення приймаються в умовах, коли існує більше за один спосіб досягнення мети, або, інакше, декілька альтернатив досягнення мети. З різними альтернативами можуть бути пов'язані різні витрати і різна вірогідність досягнення мети. Ці витрати і вірогідність не завжди можуть бути точно визначені. Тому часто прийняття рішень пов'язане з неясністю і невизначеністю. Якщо ж існує лише одна лінія поведінки, то вибору немає і, отже, рішення приймати не потрібно, воно очевидне;
3. **наявність обмежуючих чинників.** Рішення зазвичай приймаються в умовах дії великого числа чинників, що обмежують можливість вибору способів дій. Ці чинники інакше називають дисциплінуючими умовами. Обмежуючі чинники, що підлягають розгляду, можна укрупнено розбити на три основні групи: економічні, технічні і соціальні.

Під **економічними** чинниками розуміють чинники, пов'язані з ресурсами:

- час,
- грошові засоби,
- трудові ресурси,
- виробничі можливості і т. п.

До **технічних** чинників зазвичай відносять чинники, які безпосередньо пов'язані з інженерним аналізом і виробленням вимог до технічних характеристик об'єктів:

- габарити,
- вага,
- міцність,
- надійність,
- точність,
- температурні умови і т. п.

Нарешті, **соціальні** чинники, у тому числі і чисто людські, виражають вимоги не лише політичної або соціальної доцільності здійснення тієї або іншої альтернативи, але і людської етики і моралі. Вказані чинники накладають обмеження на можливості досягнення поставленої мети. Очевидно, що відсутність обмежень істотно спрощує задачу прийняття рішення.

Отже, **задача обґрунтування (прийняття) рішення (ЗПР)** виникає в тому і тільки у тому випадку, коли існує мета, яку треба досягти, коли можливі різні способи її досягнення і існують чинники, що обмежують можливості досягнення мети. Виявлення усіх трьох вказаних основних елементів ЗПР повинне обов'язково передувати її безпосередньому рішенню.

Об'єкт і предмет дослідження теорії прийняття рішень (ТПР).

Об'єктом дослідження ТПР є ситуація прийняття рішень, або так звана проблемна ситуація (ПС).

Предметом дослідження ТПР виступають загальні закономірності вироблення рішень в проблемних ситуаціях, а також закономірності, властиві процесу моделювання основних елементів проблемної ситуації.

Основним призначенням ТПР є розробка для практики науково обґрунтованих рекомендацій по організації і технології побудови процедур підготовки і прийняття рішень в складних ситуаціях із застосуванням сучасних методів і засобів (в першу чергу, комп'ютерів і комп'ютерних систем).

В основі сучасної ТПР лежить комплексна концепція прийняття рішень, яка вимагає врахування усіх істотних аспектів проблемної ситуації і раціональної інтеграції як логічного мислення і інтуїції людини, так і математичних і технічних засобів. Згідно цієї концепції **прийняття рішення** – це свідомий вибір з ряду (альтернатив).

Цей вибір робить ОПР, в ролі якої виступає людина або колектив, що мають права вибору рішення і несуть відповідальність за його наслідки.

Під **метою** розуміється ідеальне представлення бажаного стану або результату діяльності. Якщо фактичний стан не відповідає бажаному, то має місце **проблема**.

Вироблення плану дій з усунення проблеми складає **суть задачі прийняття рішень**.

Проблеми можуть виникати в наступних випадках:

- функціонування системи в даний момент не забезпечує досягнення поставлених цілей;
- функціонування системи в майбутньому не забезпечить досягнення поставлених цілей;
- потрібна зміна цілей діяльності і т. ін.

Проблема завжди пов'язана з певними умовами, які узагальнено називають **ситуацією**.

Сукупність проблеми і ситуації утворює **проблемну ситуацію**. Виявлення і опис проблемної ситуації дає початкову інформацію для постановки задачі прийняття рішень.

Суб'єктом всякого рішення є **особа, що приймає рішення (ОПР)**. Поняття ОПР є збиральним.

Це може бути:

- одна особа – *індивідуальне ОПР* ;
- група осіб, що виробляють колективне рішення – *групове ОПР*.

Для допомоги ОПР у зборі і аналізі інформації і формуванні рішень притягуються **експерти** – фахівці з вирішуваної проблеми.

Поняття експерта в теорії прийняття рішень трактується в широкому сенсі і включає співробітників апарату керування, що готують рішення, учених і практиків. Ухвалення рішень

відбувається в часі, тому вводиться поняття процесу прийняття рішень. Цей процес складається з послідовності етапів і процедур і спрямований на усунення проблемної ситуації.

2. Основні поняття теорії прийняття рішень та схема процесу прийняття рішень

Нижче наводяться основні поняття і визначення теорії обґрунтування (прийняття) рішень, що отримали найбільше поширення. Інші, менш поширені, поняття вводитимуться по мірі викладення.

Одним з основних понять ТПР є поняття операції.

Під терміном **«операція»** слід розуміти організовану діяльність у будь-якій сфері життя, об'єднану єдиним задумом, спрямовану до досягнення певної мети і таку, що має характер повторюваності, тобто багатократності.

У цьому визначенні підкреслюються *дві особливості операції*: її цільова спрямованість та повторюваність.

Це визначення виходить з факту існування загального і стійкого в цілому ряду явищ, що створюють операцію, тобто мається на увазі можливість встановлення закономірностей. Саме звідси виникає можливість проводити дослідження, що стосуються кількісних сторін операції, загальними науковими шляхами з використанням методів теорії вірогідності, статистики, математики і ряду наук – фізики, хімії, біології, економіки та ін.

Приклади різних операцій:

- 1) виробнича діяльність галузі промисловості, що випускає деяку народногосподарську продукцію;
- 2) відображення повітряного нальоту засобами системи протиповітряної оборони;
- 3) запуск групи штучних супутників Землі для створення космічної системи зв'язку;
- 4) сукупність заходів, спрямованих до підвищення надійності деякого технічного пристрою.

Тепер перейдемо до другого важливого поняття ТПР – оперуюча сторона.

Сукупність осіб і технічних пристроїв, які прагнуть в цій операції до досягнення деякої мети, називається **оперуючою стороною**.

Так, в першому наведеному вище прикладі (з галуззю промисловості) оперуючою стороною є особи, відповідальні за прийняття рішень відносно діяльності підприємств, що входять до складу галузі, тобто керівництво міністерства, у веденні якого знаходиться ця галузь.

У операції можуть брати участь одна або декілька оперуючих сторін, переслідуючих різні, неспівпадаючі цілі.

Неспівпадання цілей оперуючих сторін створює **конфліктну ситуацію**. Подібні операції називаються **багатосторонніми** або **конфліктними**.

Так, в другому, наведеному вище прикладі операції, результат операції залежить від діяльності двох сторін, переслідуючих протилежні цілі : нападаючої сторони, що здійснює повітряний наліт, і що обороняється, відбиває наліт.

Разом з оперуючими сторонами в операції можуть брати участь арбітри і природні сили, поведінка яких не підпорядкована прагненню до досягнення цілей операції.

Для досягнення мети оперуюча сторона повинна мати в розпорядженні деякий *запас активних засобів (ресурсів)*, використовуючи або витрачаючи які вона може домогтися досягнення мети.

В якості ресурсів залежно від суті операції можуть виступати:

- верстати,
- запаси сировини,
- робоча сила,
- грошові кошти,
- засоби протидії в системі протиповітряної або протиракетної оборони і т.п.

Операція є керованим заходом. Оперуюча сторона управляє операцією, вибираючи ті або інші способи використання ресурсів – *способи дій*. В якості синонімів терміну «спосіб дії» часто використовуються наступні терміни:

- альтернатива,
- стратегія,
- керування,
- рішення.

Можливості оперуючої сторони по управлінню операцією завжди обмежені, оскільки завжди обмежені рядом природних причин ресурси, що перебувають у її розпорядженні. Цей факт проявляється в наявності обмежень – *дисциплінуючих умов* та у виборі способів дій оперуючої сторони – *стратегій*.

Стратегії, що задовольняють накладеним обмеженням, називаються *можливими* або *допустимими* (у сенсі накладених обмежень).

Поняття «допустимі стратегії» є відносним: клас допустимих стратегій визначається накладеними обмеженнями і змінюється, якщо змінюються обмеження.

Реалізація тієї або іншої допустимої стратегії оперуючої сторони зазвичай призводить до різних *результатів операції*. Щоб порівнювати між собою якість різних стратегій, треба мати можливість оцінювати відповідні результати операції.

Результат операції оцінюється за допомогою деяких *критеріїв якості* (інакше: *критеріїв ефективності* або *критеріїв оптимальності*).

Критерій оптимальності є математичним вираженням мети операції (математичною моделлю мети операції), що дозволяє кількісно оцінити міру досягнення цієї мети.

Стратегія, найкраща в сенсі вибраного критерію оптимальності, тобто яка доставляє йому необхідне екстремальне (максимальне або мінімальне) значення, називається *оптимальною стратегією* (синонімами цьому терміну є терміни оптимального рішення, оптимального керування і т. п.).

Слід завжди мати на увазі, що поняття «оптимальна стратегія» є не абсолютним, а відносним, як і поняття «допустима стратегія». Не існує оптимальної стратегії взагалі, всяка оптимальна стратегія є найкращою лише в деякому вузькому, абсолютно конкретному сенсі, визначуваному критерієм оптимальності. Одна і та ж стратегія, оптимальна в сенсі одного критерію, може виявитися далеко не оптимальною і навіть дуже поганою в сенсі іншого критерію.

Перейдемо до розгляду наступного важливого поняття ТПР і дослідження операцій – дослідник операції.

У складі оперуючої сторони спеціально виділяється і займає особливе місце *дослідник операції* або *операціоніст*. Він належить до оперуючої сторони і повинен переслідувати ту ж мету, що і оперуюча сторона. Проте він не приймає остаточних рішень по вибору способів дій, а лише допомагає в цьому оперуючій стороні, надаючи їй кількісні підстави для прийняття рішень.

Іншими словами, дослідник операції має право не вирішального, а лише дорадчого голосу. Природно, що тому він і не повинен нести відповідальності за прийняті рішення і наслідки від реалізації зроблених дій. Така постановка справи є принциповою, оскільки допомагає дослідникові операції зберігати наукову об'єктивність і принциповість. Цей принцип був проголошений ще на ранній, військовій, стадії розвитку дослідження операцій як принцип розділення функцій командування і функцій дослідження.

Отже, суть роботи дослідника операції полягає в:

- детальному вивченні суті і специфіки вирішуваної проблеми,
- визначенні усього набору допустимих стратегій,
- оцінці їх якості,
- порівнянні їх між собою,
- визначенні оптимальної стратегії.

Дослідження операції завершується рекомендаціями по вибору оптимальної стратегії.

Саме ж прийняття рішення, тобто остаточний вибір стратегії і її реалізація, виходить за рамки дослідження і відноситься до компетенції відповідальної особи – *керівника операції*.

Таким чином, теорію прийняття рішень, можливо, правильніше було б називати *теорією обґрунтування рішень*.

Отже, **наукове обґрунтування рішень** – це передусім кількісна оцінка можливих рішень і вибір найкращого з них за деяким об'єктивним критерієм.

Тому в кількісній теорії прийняття рішення в якості критерію оптимальності може виступати тільки такий, який допускає кількісну оцінку. У кількісній теорії прийняття рішень широко оперують поняттями **показник і критерій**.

Словник визначає поняття «**показник**» як «те, по чому можна судити про розвиток». Іншими словами, стосовно ТПР, під *показником* слід розуміти кількісну оцінку якоїсь властивості об'єкту, що вивчається.

Властивості технічних і економічних об'єктів зазвичай багатогранні. Для їх кількісної характеристики має бути використана сукупність багатьох показників.

Так, наприклад, транспортний літак можна охарактеризувати за допомогою таких показників, як крейсерська швидкість, безпосадочна дальність польоту, вантажопідйомність, злітна вага, потрібна довжина злітної і посадочної смуги, і багатьох інших.

Термін «**критерій**» походить від грецького «критеріон», що означає в перекладі «засіб для вирішення», «мірять оцінки». Поняття «критерій» в словнику визначається як «ознака, на підставі якої робиться оцінка, визначення або класифікація чого-небудь».

В ТПР *критерієм* є засіб для кількісної оцінки рішень, порівняння їх між собою і вибору найкращого (оптимального).

У сучасній науці про прийнятті рішень передбачається, що варіанти рішень (*альтернативи*) характеризуються різними показниками їх привабливості для особи, що приймає рішення (ОПР). Ці показники називають ознаками, факторами, атрибутами, критеріями [3].

Критерій – спосіб вираження відмінностей в оцінці альтернативних варіантів з точки зору учасників процесу вибору, тобто показник привабливості варіантів рішень. Саме за допомогою критерію ОПР будемо судити про перевагу результатів, а, отже, і способів проведення операції щодо вирішення проблеми [1].

У досить простих ситуаціях прийняття рішень вдається обмежитися єдиним критерієм оптимальності. Відповідні задачі прийняття рішень називаються *одноцільовими або одинкритеріальними ЗПР* (інакше – *монокритеріальними або скалярними*).

Інакше мають місце **багатоцільові або багатокритеріальні ЗПР** (інакше – **полікритеріальні або векторні**).

Критерій оптимальності часто називають також **критеріальною (цільовою функцією) або функцією ефективності**.

Для будь-якої задачі прийняття рішень повинна існувати трійка:

- мета,
- критерії,
- альтернативи.

Якщо відсутній один з компонентів, то проблема вважається не поставленою.

Альтернатива – один із способів досягнення мети або один з кінцевих варіантів рішень.

Розрізняють:

- залежні альтернативи;
- незалежні альтернативи.

Якщо дія над будь-якої альтернативою не впливає на якість інших, то така альтернатива є **незалежною**.

Будь-який процес прийняття рішень супроводять проблеми:

- проблеми **концептуального** характеру,
- проблеми **формально-математичного** характеру,
- проблеми **обчислювального** характеру.

Концептуальні проблеми зазвичай вирішуються на рівні керівників операції із залученням групи експертів. Рішення концептуальних проблем складає зміст так званої **неформальної теорії прийняття рішень**.

До числа **концептуальних** проблем належать такі проблеми, як:

- аналіз і вибір цілей операції,
- аналіз можливих наслідків проведення операції,
- виявлення сукупності показників,
- що характеризують результати операції і об'єкти, що беруть участь в них,
- аналіз цих показників,
- виділення з їх числа найбільш важливих і віднесення їх в розряд критеріїв оптимальності і багато інших.

Для побудови математичної моделі прийняття рішення необхідно задати наступні три множини:

- X – множина допустимих альтернатив (стратегій, варіантів, дій, рішень, планів і т.д.),
- Y – множина можливих станів середовища,
- A – множина можливих результатів.

Передбачається, що множина X містить не менше двох альтернатив – інакше потреба в прийнятті рішення відпадає.

Оскільки результати повністю визначається вибором альтернатив і станом середовища, то кожній парі (x, y) , де $x \in X$, $y \in Y$, відповідає певний результат $a \in A$. Тобто, існує функція $F: X \times Y \rightarrow A$, яка називається **функцією реалізації**. Функція реалізації кожній парі виду (x, y) , тобто (альтернативи, стан середовища) ставить у відповідність визначений нею результат.

Набір об'єктів (X, Y, A, F) становить **реалізаційну структуру ЗПР**. Реалізаційна структура відображає зв'язок між вибраними альтернативами і наслідками. Такий зв'язок не є

однозначним, оскільки явище досягає того чи іншого конкретного результату в залежності не тільки від обраної альтернативи, але і від наявного стану середовища. Таким чином, є, як прийнято говорити, *невизначеність стратегічного типу*; ця невизначеність створюється за рахунок впливу середовища на об'єкт. Реалізаційна структура задачі прийняття рішення становить її першу компоненту.

Другий компонент ЗПР називається її *оціночною структурою*. Якщо реалізаційна структура визначає в результат, що виник, то оціночна структура вказує оцінку цього результату з точки зору того хто приймає рішення.

У математичній моделі ЗПР оціночна структура може задаватися різними способами.

Наприклад, якщо ОПР може оцінити ефективність кожного результату $a \in A$ деяким числом $\varphi(a)$, то оціночна структура задається у вигляді пари $\langle A, \varphi \rangle$, де $\varphi: A \rightarrow R$; при цьому φ називається *оціночною функцією*.

Інший спосіб задання оціночної структури полягає у вказівці відносини переваги результатів, що зводиться до перерахування пар результатів (a_1, a_2) для яких a_1 є кращою, ніж a_2 (записують $a_1 > a_2$, читають a_1 є кращою, ніж a_2).

Зауваження: Іноді використовується запис $a_1 \geq a_2$, яка читається: « a_1 є не менш кращою, ніж результат a_2 ».

Ще один спосіб завдання оціночної структури – розбиття множини результатів A на два класи:

A_0 – клас «поганих» результатів

A_1 – клас «хороших» результатів.

Існують й інші способи створення оціночної структури у вигляді оціночної функції φ .

Цільова функція f є композицією функції реалізації F і оціночної функції φ , тобто $f = \varphi \circ F$, де \circ – знак композиції.

Отже, $f(x, y) = \varphi(F(x, y))$.

Число $f(x, y)$ є *оцінкою корисності* того результату, який виникає в ситуації коли він вибирає альтернативу x , а середовище приймає стан y .

Зауваження:

1. У деяких задачах прийняття рішення оцінка результату є вираженням витрат збитків і т.п. В цьому випадку цільова функція f називається *функцією витрат*.
2. При побудові моделей прийняття рішень не є можливим однозначно вказати, що є середовищем. Корисно керуватися принципом: *середовище* – це те, що визначає при кожній фіксованій альтернативі появу того чи іншого результату.

Методика дослідження задач прийняття рішень на основі математичного моделювання полягає в реалізації наступних трьох етапів.

Етап 1. Побудова математичної моделі ЗПР.

Етап 2. Формування принципу оптимальності і знаходження оптимального рішення.

Етап 3. Аналіз отриманих результатів.

Перший етап розглянуто вище.

Реалізація другого етапу є пов'язаною з виведенням принципу оптимальності. Оскільки оптимального рішення для будь-якої ЗПР не існує, то розглядають окремі класи задач прийняття рішень і для кожного класу формують свій принцип оптимальності.

Слід зазначити, що для ЗПР даного класу може існувати кілька оптимальних рішень. Цім пояснюється необхідність третього етапу, який полягає в аналізі отриманих результатів. Аналіз полягає в співвіднесенні формально отриманих рекомендацій з вимогою ЗПР. Якщо оптимальне рішення, з якихось причин, виявляється неприйнятним, то це призводить або до вибору іншого оптимального рішення (якщо воно є), або до зміни принципу оптимальності, або до зміни самої математичної моделі ЗПР.

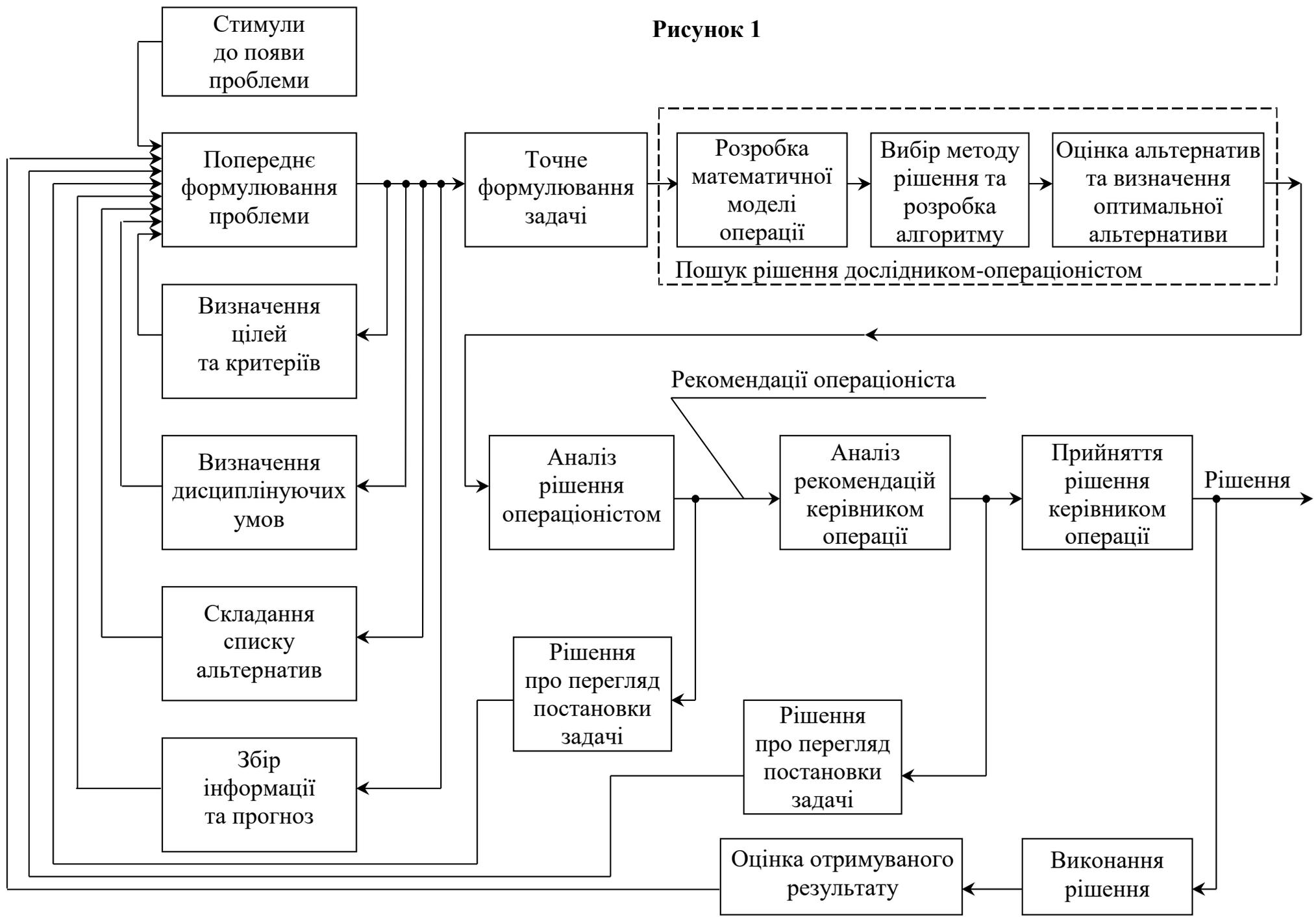
Процеси прийняття рішень (ППР), що реалізуються в найрізноманітніших сферах діяльності, мають дуже багато спільного, тому необхідно мати деяку універсальну, **«типову» схему ППР**, що встановлює найбільш доцільний набір і послідовність дій, вироблюваних при рішенні ЗПР.

«Типовий» процес прийняття рішення має наступний склад:

- 1) попереднє формулювання проблеми;
- 2) визначення цілей операції та вибір відповідних критеріїв оптимальності;
- 3) виявлення та формулювання дисциплінуючих умов;
- 4) складання можливо повнішого списку альтернатив та попередній їх аналіз з метою відкидання явно неефективних;
- 5) збір необхідної інформації та прогнозування змін параметрів операції в майбутньому;
- 6) точне формулювання постановки задачі;
- 7) розробка математичної моделі операції, що дозволяє оцінювати ефективність кожної альтернативи;
- 8) аналіз й вибір методу розв'язання задачі та розробка алгоритму рішення;
- 9) оцінка альтернатив та визначення найбільш ефективних;
- 10) прийняття рішення відповідальним керівником;
- 11) виконання рішення та оцінка результатів.

Структурна схема процесу прийняття рішення представлена на рис. 1. Вказані особливості процесу відображені за допомогою зворотних зв'язків.

Рисунок 1



3. Загальна постановка однокритеріальної задачі прийняття рішення

Нехай є деяка операція, тобто керований захід, на результат якого оперуюча сторона може в якійсь мірі впливати.

Ефективність цього керування характеризується деяким критерієм оптимальності F , що допускає кількісне представлення.

Критерій оптимальності може бути заданий або у вигляді функції (за допомогою одного із способів завдання функції), або, в складніших випадках, у вигляді функціонала, або мати лише алгоритмічне завдання.

Величина критерію оптимальності залежить від ряду чинників, які можна розбити на дві групи:

- 1) **контрольовані (керовані) чинники**, вибір яких знаходиться у розпорядженні оперуючої сторони. Кожен конкретний вибір значень контрольованих чинників є *стратегією оперуючої сторони*;
- 2) **неконтрольовані (некеровані) чинники**, на які оперуюча сторона впливати не може. До складу неконтрольованих чинників може входити і час, якщо в операції беруть участь динамічні об'єкти, змінюючі свої властивості і поведінку в часі.

Неконтрольовані чинники залежно від інформованості про них дослідника операції **можна розбити на три групи:**

- 1) **детерміновані чинники** – невідповідні фіксовані чинники (або, інакше, невідповідні величини), значення яких повністю відомі оперуючій стороні до проведення операції;
- 2) **стохастичні чинники** – випадкові фіксовані чинники (або, інакше, випадкові величини) та процеси з відомими оперуючій стороні законами розподілу;
- 3) **невизначені чинники**, для кожного з яких є відомою тільки галузь можливих значень чинника або область, усередині якої знаходиться закон розподілу, якщо чинник випадковий. У останньому випадку має місце невизначений закон розподілу випадкового чинника. Значення невизначених чинників є невідомими оперуючій стороні у момент прийняття рішення про вибір оптимальної стратегії.

Відповідно до виділених чинників критерій оптимальності F можна представити у вигляді залежності

$$F = F(X_1, X_2, \dots, X_l, A_1, A_2, \dots, A_p, Y_1, Y_2, \dots, Y_q, Z_1, Z_2, \dots, Z_r, t), \quad (1)$$

де X_1, \dots, X_l – контрольовані чинники; A_1, \dots, A_p – неконтрольовані детерміновані чинники; Y_1, \dots, Y_q – неконтрольовані стохастичні чинники; Z_1, \dots, Z_r – неконтрольовані невизначені фактори.

Величини X, A, Y, Z в загальному випадку можуть бути масивами будь-якої розмірності: скалярами, векторами, матрицями і т.д.

Величини контрольованих (керованих) чинників зазвичай обмежені низкою природних причин, наприклад обмеженістю наявних для операції ресурсів. Математично ці обмеження записуються у вигляді дисциплінуючих умов:

$$g_i = g_i(X_1, \dots, X_l, A_1, \dots, A_{p_i}, Y_1, \dots, Y_{q_i}, Z_1, \dots, Z_{r_i}, t) \{ \leq, =, \geq \} b_i, \quad (2)$$

$$i \in \overline{1, m},$$

де A_1, \dots, A_{p_i} – неконтрольовані детерміновані чинники; Y_1, \dots, Y_{q_i} – неконтрольовані стохастичні чинники; Z_1, \dots, Z_{r_i} – неконтрольовані невизначені фактори.

Умови (2) визначають області $\Omega_{X_1}, \Omega_{X_2}, \dots, \Omega_{X_l}$ простору, всередині яких розташовані можливі (допустимі) значення контрольованих факторів X_1, X_2, \dots, X_l .

Аналогічним чином можуть бути обмежені і області можливих значень неконтрольованих чинників.

У ЗПР зазвичай передбачається, що ці області є відомими оперуючій стороні.

Оскільки критерій оптимальності є кількісною мірою ступеня досягнення мети операції, то математично мета операції виражається в прагненні до максимально можливого збільшення (або зменшення) значення критерію F , що можна записати в вигляді

$$F \rightarrow \max (\text{або } \min). \quad (3)$$

Засобом досягнення цієї мети є відповідний вибір оперуючою стороною керувань X_1, X_2, \dots, X_l із областей $\Omega_{X_1}, \Omega_{X_2}, \dots, \Omega_{X_l}$ їх допустимих значень.

Отже, перед особою, відповідальною за прийняття рішення, стоїть **задача прийняття рішення**, яку можна сформулювати наступним чином:

при заданих значеннях і характеристиках фіксованих неконтрольованих факторів $A_1, \dots, A_p, Y_1, \dots, Y_q$ з урахуванням невизначених факторів Z_1, \dots, Z_r знайти оптимальні значення $\bar{X}_1, \dots, \bar{X}_l$ керувань X_1, \dots, X_l із областей $\Omega_{X_1}, \dots, \Omega_{X_l}$ їх допустимих значень, які по можливості звертали б в максимум (мінімум) критерій оптимальності F .

Наведене **загальне формулювання задачі прийняття рішення** не є строго математичною, про що свідчить обмовка «по можливості». Ця нестрогість обумовлена насамперед наявністю неконтрольованих невизначених, а також стохастичних чинників.

4. Класифікація задач прийняття рішень

Нині не існує загальноприйнятої універсальної класифікаційної схеми задач прийняття рішень.

Можна виділити окремі важливі класифікаційні ознаки, а саме:

- 1) кількість цілей операції, що переслідуються однією оперуючою стороною, і що відповідають цілям критеріїв оптимальності;
- 2) наявність або відсутність залежності критерію оптимальності і дисциплінуючих умов від часу;
- 3) наявність випадкових і невизначених чинників, що впливають на результат операції (визначеність - ризик – невизначеність).

За першою класифікаційною ознакою ЗПР діляться на два великі класи:

- одноцільові або однокритеріальні (скалярні) ЗПР;
- багатоцільові або багатокритеріальні (векторні) ЗПР.

За другою класифікаційною ознакою задачі прийняття рішень діляться на два великі класи:

- статичні ЗПР;
- динамічні ЗПР.

У **статичних ЗПР** критеріальна функція і функції обмежень не залежать від часу.

Динамічні задачі відрізняють дві характерні особливості:

- 1) в якості критерію оптимальності в динамічних ЗПР виступає зазвичай не функція, як в статичних ЗПР, а функціонал, залежний від функцій часу, що описують поведінку деяких динамічних об'єктів, що беруть участь в операції;
- 2) у складі дисциплінуючих умов в динамічних ЗПР зазвичай є присутніми так звані диференціальні зв'язки. Вони є диференціальними рівняннями, що описують поведінку динамічних об'єктів, що беруть участь в операції.

За третьою класифікаційною ознакою – «визначеність – ризик – невизначеність» – ЗПР діляться на три великі класи:

- 1) *прийняття рішень в умовах визначеності (детерміновані ЗПР).*
Вони характеризуються однозначним, детермінованим зв'язком між прийнятим рішенням і його результатом. Це найбільш простий і найбільш вивчений випадок прийняття рішень, коли відносно кожної стратегії оперуючої сторони заздалегідь, до проведення операції, відомо, що вона незмінно приводить до деякого конкретного результату.
У детермінованих ЗПР критерій оптимальності і дисциплінуючі умови залежать тільки від стратегій оперуючої сторони і фіксованих детермінованих неконтрольованих чинників, тобто чинників, повністю відомих оперуючій стороні;
- 2) *прийняття рішень в умовах ризику (стохастичні ЗПР).*
В цьому випадку кожна стратегія оперуючої сторони може привести до одного з множини можливих результатів, причому кожен результат має певну вірогідність появи. Передбачається, що особі що приймає рішення ця вірогідність заздалегідь, до проведення операції, повністю відома (в усякому разі, можуть бути визначені з будь-якою потрібною для цілей дослідження мірою точності). У стохастичних ЗПР критерій оптимальності залежить окрім стратегій оперуючої сторони і детермінованих чинників також від фіксованих стохастичних чинників, тобто від випадкових чинників, закони розподілу яких відомі оперуючій стороні. Статистичні характеристики (закони розподілу, математичні очікування, дисперсії і тому подібне) стохастичних чинників, а також значення детермінованих чинників є тією початковою інформацією, яка може бути використана дослідником операції при визначенні оптимальної стратегії.
- 3) *прийняття рішень в умовах невизначеності.* У даних ЗПР критерій оптимальності залежить окрім стратегій оперуючої сторони і фіксованих чинників також від невизначених чинників, не підвладних оперуючій стороні і не відомих їй у момент прийняття рішення (чи відомих з недостатньою для ухвалення рішення точністю). В результаті впливу невизначених чинників кожна стратегія оперуючої сторони виявляється пов'язаною з множиною можливих результатів, вірогідність яких або невідомі оперуючій стороні (чи відомі з недостатньою для прийняття рішення точністю), або зовсім не мають сенсу. Перше відповідає невизначеним чинникам стохастичної природи (тобто недостатньо вивченим стохастичним чинникам, відносно яких відсутня необхідна статистична інформація), друге – невизначеним чинникам нестохастичної природи.

На рис. 2 представлено класифікаційне «дерево» ЗПР, що відповідає виділенням вище класифікаційним ознакам.

Очевидно, що будь-яка реальна ЗПР може задовольняти одночасно декільком з перерахованих вище класифікаційних ознак, тобто являти собою комбінацію з розглянутих класів ЗПР. Віднесення реальної задачі прийняття рішення до одного з класів розглянутої класифікації завжди являє собою певну ідеалізацію реальної задачі і визначається точкою зору і інформованістю дослідника.

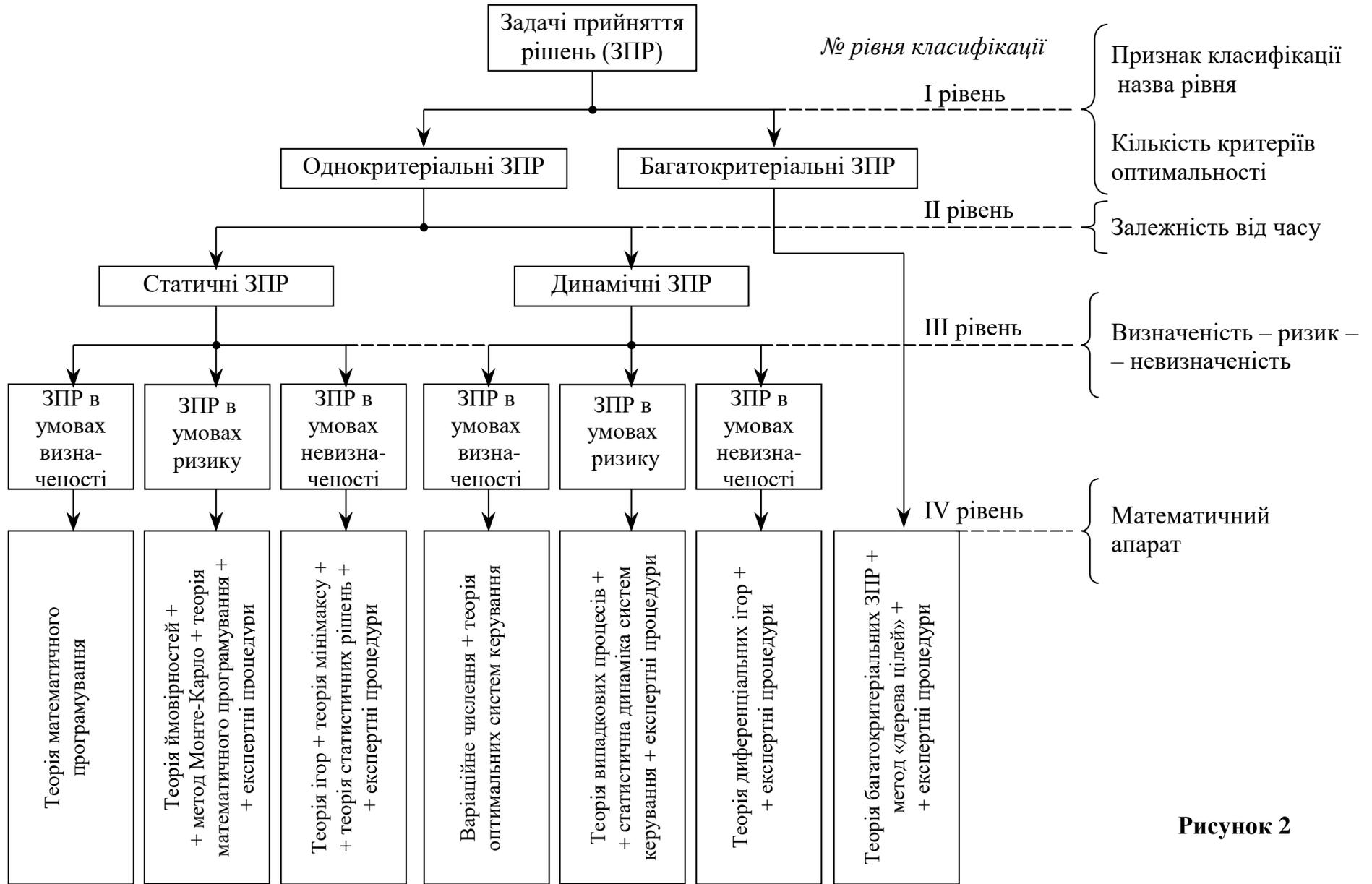


Рисунок 2

5. Класифікація ЗПР в умовах невизначеності та огляд методів їх розв'язання

Задача прийняття рішень в умовах невизначеності визначалася раніше як задача вибору оптимальної стратегії в операції, результат якої крім стратегій оперуючої сторони і ряду фіксованих факторів (детермінованих або стохастичних, або тих і інших разом) залежить також від деяких невизначених факторів, непідвладних оперуючій стороні і невідомих їй в момент прийняття рішення.

Внаслідок впливу невизначених факторів кожної конкретної стратегії оперуючій стороні відповідає не єдиний, як в детермінованому випадку, а множина можливих результатів.

Конкретна реалізація результату операції для кожної стратегії оперуючої сторони визначається конкретною реалізацією невизначених факторів (а також, звичайно, конкретною реалізацією фіксованих стохастичних факторів, якщо в даній операції вони входять до складу фіксованих факторів, що впливають на результат операції).

Підкреслимо принципову відмінність між фіксованими стохастичними факторами і невизначеними факторами. І ті і інші чинники призводять до розкиду в можливих результатах операції при багаторазовій реалізації однієї і тієї самої стратегії оперуючої сторони в аналогічних умовах проведення операції. У цьому полягає їх схожість між собою на відміну від детермінованих чинників.

Різниця ж між фіксованими стохастичними факторами і невизначеними факторами полягає в тому, що відносно перших дослідник операції в своєму розпорядженні має всю повноту статистичної інформації; цієї інформації достатньо для визначення ймовірностей появи можливих результатів операції і прийняття рішення про вибір оптимальної «в середньому» стратегії.

У цьому сенсі **фіксовані стохастичні чинники** є факторами, повністю вивченими дослідником операції. Щодо невизначених факторів дослідник операції подібною інформацією не володіє.

У подальшому викладі для простоти і визначеності домовимося розглядати в основному ЗПР в умовах невизначеностей в спрощеному, «чистому» вигляді, тобто «очищеними» від впливу фіксованих стохастичних чинників. Це дозволить нам приділити основну увагу вивченню впливу невизначених факторів. Звичайно, подібні ЗПР являють собою певну ідеалізацію реальних операцій, результати яких зазвичай залежать від усіх видів факторів.

Отже, далі в основному розглядаються задачі вибору оптимальних стратегій в операціях, результат яких залежить від стратегій оперуючої сторони, фіксованих детермінованих чинників і невизначених факторів.

У таких задачах кожній стратегії оперуючої сторони відповідає множина можливих результатів, які визначаються конкретними реалізаціями невизначених факторів.

Відносно ймовірностей різних реалізацій результатів операції можливі два випадки:

- 1) ймовірності можливих результатів операції не мають фізичного сенсу;
- 2) ймовірності можливих результатів операції мають фізичний зміст, але або зовсім невідомі досліднику операції, або відомі з недостатньою для прийняття рішень точністю.

Перше відповідає невизначеним факторам нестохастичної природи, які не можуть бути описані в термінах теорії ймовірностей. Друге відповідає факторам зі стохастичною (ймовірнісною) природою, невизначеність щодо яких обумовлена їх недостатньою вивченістю.

Відповідно до характеру причини, що викликає невизначеність нестохастичної природи, можна виділити дві групи факторів:

- 1) *стратегічні невизначеності* – невизначені фактори, що з'являються за рахунок участі в операції кількох оперуючих сторін, тобто розумних, активно діючих учасників операції, які переслідують різні (незбіжні) цілі. Невизначеність тут обумовлена тим, що кожна з діючих сторін змушена приймати рішення в умовах, коли їй невідомі майбутні дії (стратегії), які будуть зроблені в процесі проведення операції іншими її учасниками. Звідси впливає і назва цих факторів.
- 2) *концептуальні невизначеності* – невизначені фактори, супутні прийняттю особливо складних рішень, що мають довготривалі і далекосяжні наслідки, і пов'язані з нечіткими уявленнями оперуючої сторони про свої власні цілі і цілі інших учасників операції, про свої і чужі можливості щодо досягнення цілей, про майбутні шляхи розвитку і т.п., а також фактори, пов'язані з труднощами кількісної оцінки ступеня досягнення особливо складних, неформалізованих цілей, що мають лише якісний опис. Подібні невизначеності часто зустрічаються в економічних і особливо в соціально-економічних дослідженнях.

Невизначені фактори стохастичної природи мають і іншу поширену назву – природні невизначеності. *Природні невизначеності* – це невизначені фактори, що з'являються із-за недостатньої вивченості оперуючою стороною «природи», пов'язаної з даною операцією. Під словом «природа» в ТПП розуміють всю сукупність обставин, в умовах яких доводиться приймати рішення. Сюди можна віднести невідомі характеристики деяких процесів, пов'язаних з протіканням операції, або невідомі властивості об'єктів, що беруть участь в операції, а також невідомі зовнішні умови виконання операції.

ЗПП в умовах дії невизначених стратегічних факторів можна назвати *багатосторонніми ЗПП*, оскільки результат відповідних операцій залежить від діяльності декількох оперуючих сторін. Розбіжність цілей оперуючих сторін багатосторонньої операції створює конфлікт між її учасниками, інакше, - конфліктну ситуацію прийняття рішень. Звідси йде ще одна назва подібних ЗПП – ЗПП в умовах конфліктної ситуації або, інакше, *конфліктні ЗПП*.

Конфліктні ЗПП можна поділити на *однорівневі* і *багаторівневі*.

В *однорівневих ЗПП* учасники операції не пов'язані ніякими формами підпорядкування, вони діють на одному рівні влади. Їх дії пов'язані лише тим, що вони беруть участь в одній операції і зацікавлені в тому чи іншому її кінці. *Багатосторонні багаторівневі задачі прийняття рішень* виникають в складних системах управління, що мають ієрархічну структуру. Для таких систем характерна наявність декількох рівнів управління, в яких нижчі підпорядковані вищим, але в той же час володіють деякими правами щодо прийняття самостійних рішень. Цілі нижчих рівнів управління не завжди повністю відповідають цілям вищих рівнів. Це і породжує *багатосторонні багаторівневі ЗПП (ієрархічні ЗПП)*.

Однорівневі конфліктні ЗПП можуть бути як антагоністичними, так і неантагоністичні. *Антагоністична ЗПП* пов'язана з операцією, в якій стикаються інтереси двох сторін, що переслідують прямо протилежні цілі. Очевидно, що багаторівневі ЗПП не є антагоністичними: дослідження ситуацій прямої непокори і протидії нижчестоящих керівників вищим не є предметом математичної теорії прийняття рішень.

Підкреслимо тут принципovu відмінність ЗПП в умовах конфліктної ситуації від інших видів ЗПП в умовах невизначеності.

З конфліктними ЗПП зазвичай пов'язують два припущення:

- 1) для кожної оперуючої сторони багатосторонньої операції є відомими як цілі, так і весь набір можливих стратегій всіх інших учасників операції;
- 2) оскільки кожен учасник багатосторонньої операції є розумним і активно діючим, то визначальним в його поведінці є прагнення до максимально можливого досягнення власних цілей.

Обидва ці припущення визначають і одночасно спрощують підходи до прийняття рішень в конфліктних ЗПР. На них будуються, зокрема, теорія ігор і теорія мінімаксу.

У зазначеному сенсі *ЗПР в умовах «природних» невизначеностей* є принципово більш складними. Тут другим учасником операції є «природа». Однак природу не можна розглядати як розумного, активно діючого учасника операції; їй не можна приписати ніяких свідомо поставлених цілей, до здійснення яких вона прагне. Тим самим невизначеність виступає тут в більш «важкій» формі.

Однак природа розвивається і «діє» відповідно до своїх об'єктивно існуючих законів. У людини є можливість поступово вивчати ці закони, зокрема за допомогою спеціальних експериментів, і тим самим знижувати ступінь невизначеності. У цьому – ключ до розв'язання ЗПР в умовах «природних» невизначеностей.

Найбільш складний клас ЗПР в умовах невизначеностей складають *ЗПР в умовах дії невизначених факторів концептуального характеру*. Ці задачі можна також назвати ЗПР в умовах невизначених цілей і можливостей. Тут невизначеність виступає в найбільш важкій формі.

Для розв'язання ЗПР в умовах невизначеності концептуального характеру в даний час математичний апарат розроблений слабо. Тут розв'язання задачі виливається насамперед в чисто концептуальну проблему, спрямовану на розкриття невизначеності щодо концепцій (цілей і можливостей їх досягнення). Ця проблема вирішується, з використанням експертних евристичних процедур, зокрема з використанням методу «дерева цілей».

Проведеному огляду ЗПР в умовах невизначеності і методів їх розв'язання відповідає класифікаційна схема («дерево») на рис. 3. Оскільки побудоване класифікаційне «дерево» відноситься до класу неупорядкованих за рівнями, то класифікаційні ознаки (або назви рівнів) в ньому проставлені лише на окремих рівнях.

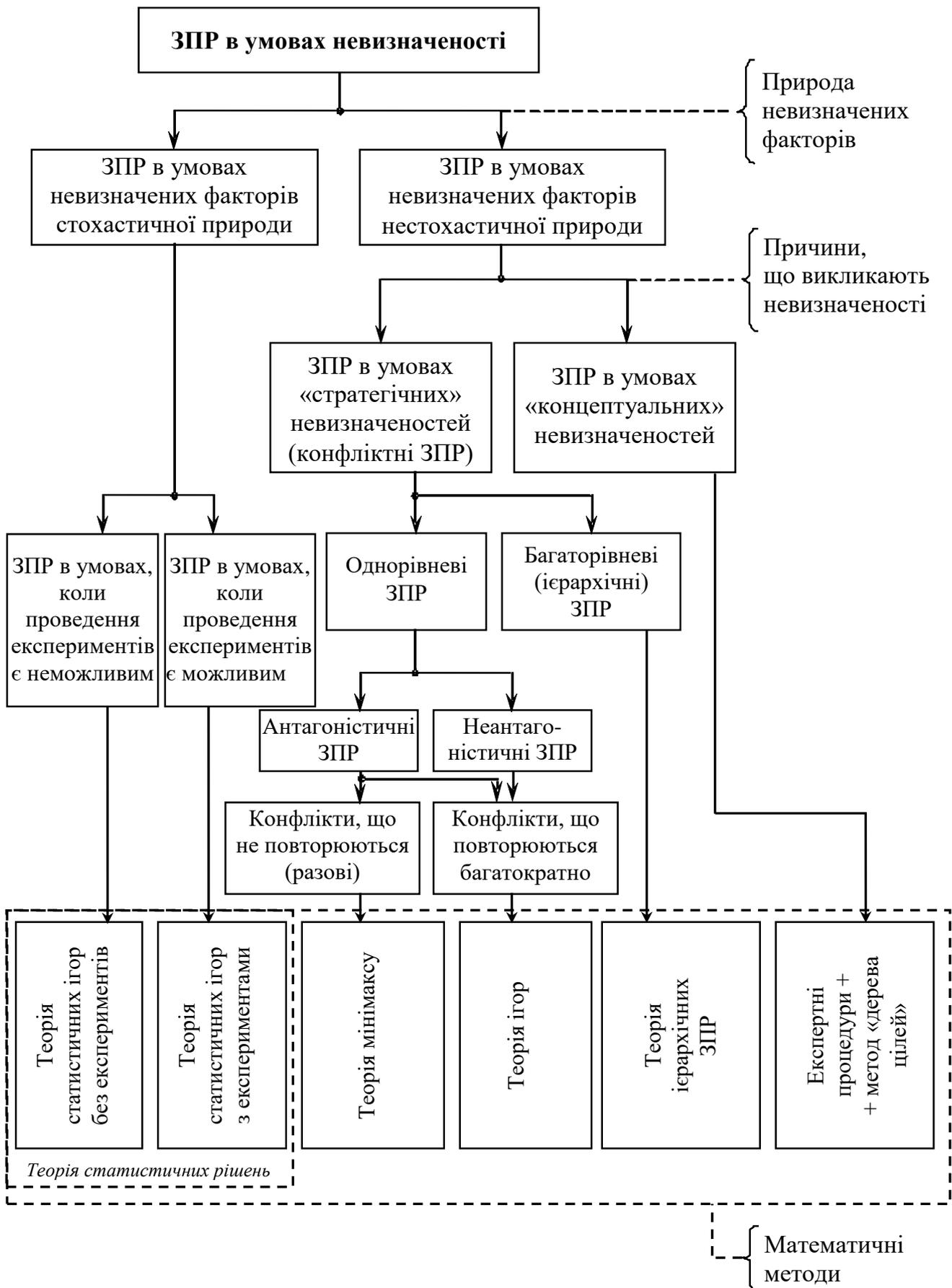


Рисунок 3 – Класифікаційна схема ЗПР в умовах невизначеності