

Лабораторна робота 11

ПРИЙНЯТТЯ КОЛЕКТИВНИХ РІШЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДІВ ТА ПРАВИЛ ТЕОРІЇ ГОЛОСУВАННЯ

Завдання до лабораторної роботи

Завдання до лабораторної роботи подається за варіантами. Номер варіанта для кожного студента визначається порядковим номером студента в журналі академічної групи. У кожному варіанті 3 завдання. Перше завдання полягає у застосуванні всіх розглянутих процедур голосування до профілю голосування, який має такий вигляд:

Профіль голосування A

Група	I	II	III	IV	V	VI
Кількість	4	3	4	i	3	$14 - i$

1-е місце	a	b	b	c	d	a
2-е місце	b	c	a	d	b	d
3-е місце	c	d	d	a	c	c
4-е місце	d	a	c	b	a	b

Параметр i вказується у кожному варіанті окремо та відповідає порядковому номеру студента в журналі академічної групи.

Інші два завдання полягають у перевірці аксіом та властивостей процедур голосування, доказі деяких найпростіших фактів та аналізі нетривіальних ситуацій, які можуть виникати при реалізації різних процедур голосування.

Варіанти завдань

Варіант 1.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 1$.

2) У голосуванні брав участь 21 виборець та необхідно було визначити переможця серед 5 кандидатів. На жаль, таблицю переваг було втрачено. Відомо тільки, що в ній було 2 стовпці (тобто 2 різні профілі переваг виборців). Поясніть, чому в такій ситуації обов'язково буде абсолютний переможець (який здобув абсолютну більшість)? Чому цей переможець переможе і за попарного порівняння з усіма іншими кандидатами?

3) Доведіть, що якщо у голосуванні з непарною кількістю голосуючих не буде переможця по Кондорсу, то в будь-якому рейтингу кандидатів, побудованому на підставі попарного порівняння, як мінімум 2 кандидати займуть одне й те саме місце.

Варіант 2.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 2$.

2) Нехай необхідно зробити вибір їх чотирьох кандидатів (A , B , C і D), використовуючи метод Борда. Усього виборців 11 осіб. Після підрахунку очок виявилось, що кандидат B отримав 32 очки, кандидат C отримав 29 очок, а кандидат D отримав 18 очок. Скільки очок отримав кандидат A ? Хто переможець?

3) Чи виконується для методу відносної більшості, методів Борда та Кондорсі аксіома оптимальності за Парето? Для кожного методу обґрунтуйте (доведіть або наведіть контрприклад) своє твердження.

Варіант 3.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 3$.

2) У голосуванні взяла участь 21 особа, вибір проводився з 5 кандидатів за методом Борда. На жаль, лічильна комісія заплуталася у підрахунку очок. На пропозицію одного з кандидатів, результати були перераховані заново за такою схемою: 4 очки за 1-е місце, 3 очки за 2-ге тощо. Доведіть, що результати голосування не зміняться.

3) Нехай запропонований наступний критерій: якщо більшість голосуючих віддає перевагу альтернативу x альтернативі y , то метод голосування повинен поставити x вище y у підсумковому рейтингу. Покажіть на прикладах, що метод відносної більшості, метод Борда та метод Кондорсі не задовольняють цей критерій.

Варіант 4.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 4$.

2) Критерій більшості полягає в наступному: якщо альтернативу x на 1 місце поставило більше 50% голосуючих, то вона повинна стати переможцем і за процедурою голосування. Критерій Кондорсе звучить так: якщо в заданих умовах існує переможець за Кондорсом, то процедура голосування має обрати саме його переможцем. А тепер поясніть (доведіть), чому будь-який метод голосування, що порушує критерій більшості, порушує також і критерій Кондорсі?

3) Доведіть, що якщо у голосуванні з непарною кількістю голосуючих не буде переможця по Кондорсу, то в будь-якому рейтингу кандидатів, побудованому на підставі попарного порівняння, як мінімум 2 кандидати займуть одне й те саме місце.

Варіант 5.

1) Визначте переможця за всіма відомими вам правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 5$.

2) Критерій більшості полягає в наступному: якщо альтернативу x на 1 місце поставило більше 50% голосуючих, то вона повинна стати переможцем і за процедурою голосування. Критерій Кондорсе звучить так: якщо в заданих умовах існує переможець за Кондорсом, то процедура голосування має обрати саме його переможцем. Наведіть тепер приклад голосування методом Борда, якого критерій Кондорсе порушується, а критерій більшості - немає.

3) Чи виконується для методу відносної більшості, методів Борда та Кондорсі аксіома оптимальності за Парето? Для кожного методу обґрунтуйте (доведіть або наведіть контрприклад) своє твердження.

Варіант 6.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 6$.

2) Критерій Кондорсе звучить так: якщо в заданих умовах існує переможець за Кондорсом, то процедура голосування має обрати саме його переможцем. Наведіть приклад голосування за методом відносної більшості з вибуттям, для якого критерій Кондорсе порушувався б.

3) Нехай запропонований наступний критерій: якщо більшість голосуючих віддає перевагу альтернативи x альтернативі y , то метод голосування повинен поставити x вище y в підсумковому рейтингу. Покажіть на прикладах, що метод відносної більшості, метод Борда та метод Кондорсі не задовольняють цей критерій.

Варіант 7.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 7$.

2) Чи задовольняє метод відносної більшості аксіом монотонності? А метод Кондорсі? Обґрунтувати відповідь (довести або навести контрприклад).

3) Доведіть, що якщо в голосуванні з непарною кількістю голосуючих не буде переможця по Кондорсу, то в будь-якому рейтингу кандидатів, побудованому на підставі попарного порівняння, щонайменше 2 кандидати займуть одне й те саме місце.

Варіант 8.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 8$.

2) Критерій більшості полягає в наступному: якщо альтернативу x на 1 місце поставило більше 50% голосуючих, то вона повинна стати переможцем і за процедурою голосування. Поясніть, чому метод відносної більшості з вибуттям відповідає цьому критерію. Поясніть, чому метод відносної більшості відповідає аксіомі монотонності.

3) Чи виконується для методу відносної більшості, методів Борда та Кондорсі аксіома оптимальності за Парето? Для кожного методу обґрунтуйте (доведіть або наведіть контрприклад) своє твердження.

Варіант 9.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 9$.

2) Критерій більшості полягає в наступному: якщо альтернативу x на 1 місце поставило більше 50% голосуючих, то вона повинна стати переможцем і за процедурою голосування. Поясніть, чому метод відносної більшості з вибуттям задовольняє цьому критерію. Чи задовольняє метод Кондорсі аксіома монотонності? Відповідь обґрунтувати.

3) Нехай запропонований наступний критерій: якщо більшість голосуючих віддає перевагу альтернативи x альтернативі y , то метод голосування повинен поставити x вище y в підсумковому рейтингу. Покажіть на прикладах, що метод відносної більшості, метод Борда та метод Кондорсі не задовольняють цей критерій.

Варіант 10.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 10$.

2) Критерій більшості полягає в наступному: якщо альтернативу x на 1 місце поставило більше 50% голосуючих, то вона повинна стати переможцем і за процедурою голосування. Чи задовольняє метод Кондорсі цей критерій? Відповідь обґрунтувати. Поясніть також, чому метод відносної більшості відповідає аксіомі монотонності.

3) Чи виконується для методу відносної більшості, методів Борда та Кондорсі аксіома оптимальності за Парето? Для кожного методу обґрунтуйте (доведіть або наведіть контрприклад) своє твердження.

Варіант 11.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 11$.

2) Критерій Кондорсе звучить так: якщо в заданих умовах існує переможець за Кондорсом, то процедура голосування має обрати саме його переможцем. Наведіть приклад голосування за методом відносної більшості з вибуттям, для якого критерій Кондорсе порушувався б.

3) Доведіть, що якщо у голосуванні з непарною кількістю голосуючих не буде переможця по Кондорсу, то в будь-якому рейтингу кандидатів, побудованому на підставі попарного порівняння, як мінімум 2 кандидати займуть одне й те саме місце.

Варіант 12.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 12$.

2) Критерій більшості полягає в наступному: якщо альтернативу x на 1 місце поставило більше 50% голосуючих, то вона повинна стати переможцем і за процедурою голосування. Поясніть, чому метод відносної більшості з вибуттям відповідає цьому критерію. Поясніть, чому метод відносної більшості відповідає аксіомі монотонності.

3) Чи виконується для методу відносної більшості, методів Борда та Кондорсі аксіома оптимальності за Парето? Для кожного методу обґрунтуйте (доведіть або наведіть контрприклад) своє твердження.

Варіант 13.

1) Визначте переможця за всіма наведеними в теоретичних відомостях правилами, використовуючи дані з профілю голосування A при $i = 13$.

2) Нехай необхідно зробити вибір їх чотирьох кандидатів (A , B , C і D), використовуючи метод Борда. Усього виборців 11 осіб. Після підрахунку очок виявилось, що кандидат B отримав 32 очки, кандидат C отримав 29 очок, а кандидат D отримав 18 очок. Скільки очок отримав кандидат A ? Хто переможець?

3) Чи виконується для методу відносної більшості, методів Борда та Кондорсі аксіома оптимальності за Парето? Для кожного методу обґрунтуйте (доведіть або наведіть контрприклад) своє твердження.