# Лабораторна робота 11

# ПРИЙНЯТТЯ КОЛЕКТИВНИХ РІШЕНЬ ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ МЕТОДІВ ТА ПРАВИЛ ТЕОРІЇ ГОЛОСУВАННЯ

**Мета роботи:** вивчити основні правила теорії голосування і опанувати їх застосування до розв’язання практичних задач.

## Теоретичні відомості з теми

Більшість суспільних рішень приймається на основі голосування. Голосування зазвичай відбувається на рівні великомасштабних національних, регіональних виборів, виборів на місцевому рівні, на засіданнях Вчених рад університету і факультетів, на засіданнях кафедр, при прийнятті рішень Державною екзаменаційною комісією, у студентських колективах, у сім'ї (яку телевізійну програму дивитись) і т. п. та можуть відігравати важливу роль для суспільства в ухваленні рішень. Хоча практика голосування нараховує тисячі років, фактичне його вивчення почалося близько двохсот років тому у працях французів Борда (Жан Шарль де Борд [1733–1799], фізик, математик, політик, член Французької Академії наук) і Кондорсе (Жан Антуан Ніколя де Кондорсе, [1745–1794], філософ, математик член Французької АН.

Отже, один із найважливіших способів, за допомогою якого населення може вплинути на прийняття рішень з боку уряду, є голосування. Голосування є формальним виразом волі на користь того чи іншого кандидата на посаду або пропонованого рішення з певного питання. Розглянемо основні правила теорії голосування та їх застосування до розв’язання практичних задач.

## 1. Правила голосування

### 1.1 Правило відносної більшості

*Кожен виборець віддає свій голос найбільш кращому для себе кандидату - залишає одне ім'я в бюлетені, інші викреслює. Обирається кандидат, який отримав найбільшу кількість голосів.*

**Приклад 1.** Чотири кандидати *a, b, c, d* вибираються в чотирьох виборчих групах, де кількість виборців 3, 5, 7 і 6 відповідно. Результати голосування занесемо в таблицю.

| I | II | III | IV |
|---|---|---|---|
| 3 | 5 | 7 | 6 |
| *a* | *a* | *b* | *c* |
| *d* | *c* | *d* | *d* |
| *c* | *d* | *c* | *b* |
| *b* | *b* | *a* | *a* |

За правилом відносної більшості кандидат $a$ набирає 8 голосів, кандидат $b$ набирає 7 голосів, кандидат $c$ набирає 6 голосів, кандидат $d$ набирає 0 голосів. Отже, переможцем є кандидат $a$. Але наскільки хороший кандидат $a$? 13 виборців проти 8 вважають, що $b \succ a$, також 13 виборців проти 8 вважають, що $c \succ a$ та ще 13 виборців проти 8 вважають, що $d \succ a$. Тобто, для більшості виборців кандидат $a$ є найгіршим з усіх кандидатів.

**Приклад 2.** У п'яти виборчих групах, з кількістю виборців відповідно 9, 7, 6, 2 і 4 вибирають одного з чотирьох кандидатів *a, b, c, d*. Результати голосування представлені в таблиці.

| I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 7 | 6 | 2 | 4 |
| *a* | *b* | *c* | *c* | *d* |
| *d* | *d* | *b* | *a* | *c* |
| *b* | *c* | *d* | *b* | *b* |
| *c* | *a* | *a* | *d* | *a* |

За правилом відносної більшості кандидат $a$ набирає 9 голосів, кандидат $b$ набирає 7 голосів, кандидат $c$ набирає 8 голосів, кандидат $d$ набирає 4 голоси. Отже, переможцем також є кандидат $a$.

Проаналізуємо і тут ситуацію з переможцем.

17 виборців з 28 вважають, щои $b \succ a$, 19 виборців вважають, що $c \succ a$ і ще 17 виборців вважають, що $d \succ a$. Крім того, 17 виборців поставили кандидата а на останнє місце, тобто абсолютна більшість вважає, що цей кандидат - найгірший.

Що ми бачимо? Формально правило відносної більшості враховує волю більшості. Однак, це правило може суперечити думці більшості, тобто приводити до обрання кандидата, який при парному порівнянні програє будь-якому іншому кандидату.

### 1.2 Правило відносної більшості з вибуванням

*У першому турі кожен виборець віддає свій голос найбільш кращого для себе кандидата (залишає одне ім'я в бюлетені, інших викреслює). Якщо кандидат набирає суворе більшість голосів, то він обирається. В іншому випадку в другому турі проводиться голосування за правилом більшості з двома кандидатами, які набрали найбільшу кількість голосів у першому турі.*

Розглянемо результати виборів при даній обробці думки виборців, наведених в прикладі 1. У першому турі кандидат $a$ набирає 8 голосів, $b$ набирає 7 голосів, $c$ набирає 6 голосів, $d$ набирає 0 голосів. Максимальна кількість голосів у кандидата $a$, але ця кількість не є строгою більшістю (8 <13).

Отже, проводиться другий тур. У другому турі порівнюються кандидати $a$ і $b$. 13 виборців проти 8 вважають, що $b \succ a$, отже, переможцем є кандидат $b$.

Здавалося б, все правильно і повністю відповідає процедурі голосування. Однак як справи з кандидатами $c$ і $d$, які вибули в першому турі? 14 проти 7 вважають, що $c \succ b$, і рівно стільки ж виборців вважають, що $d \succ a$. Виходить, щоб кандидати, які вибули в першому турі, були в два рази краще переможця!

Розглянемо тепер результати виборів в прикладі 2 по процедурі **відносної більшості з вибування**м. У першому турі кандидат а набирає 9 голосів, $b$ набирає 7 голосів, $c$ набирає 8 голосів, $d$ набирає 4 голоси. Максимальна кількість голосів у кандидата $a$, але ця кількість не є строгою більшістю (9 <15). Отже, проводиться другий тур. У другому турі порівнюються кандидати $a$ і $c$. 19 виборців проти 9 вважають, що $c \succ a$, отже, переможцем є кандидат $c$. Тут теж все законно. Але в першому турі вибули кандидати $b$ і d, при цьому 16 виборців з 28 вважають, що $b \succ c$, і 20 виборців з 29 вважають, що $d \succ c$. Виходить, що і цей переможець далеко не кращий.

Видно, що партії, які не користуються підтримкою більшості виборців, але висунули єдиного кандидата, можуть здобути перемогу на виборах за правилом відносної більшості, якщо партії, які мають підтримку більшості виборців, не змогли домовитися і висунути єдиного кандидата. У той же час правило відносної більшості з вибуванням може зіграти об'єднуючу роль і привести до перемоги представника близьких за поглядами партій, які не змогли домовиться про висунення єдиного кандидата (в останньому прикладі кандидата $c$).

### 1.3 Голосування з послідовним винятком.

*Спочатку встановлюється порядок порівняння кандидатів, потім за правилом більшості кандидати послідовно порівнюються попарно. Якщо кандидатів m, то маємо m-1 турів голосування. У першому турі порівнюються два перших кандидата з ланцюжка порівняння, переможець першого туру в другому турі порівнюється з третім кандидатом в ланцюжку і так далі. Переможець (m-1) -го туру є переможцем за цією процедурою. Це правило має ще одну назву - «олімпійська система».*

Визначимо переможця голосування по даній схемі для прикладу 2. Нехай порядок порівняння буде наступний: $a \to b \to c \to d$. У першому турі 17 з 28 виборців вважають $b \succ a$ і, отже, кандидат $b$ виходить у другий тур. У другому турі 16 з 28 виборців вважають, що $b \succ c$ , значить, $b$ виходить в третій тур. В останньому турі 15 з 28 виборців вважають, що $b \succ d$ і, отже, обраним за цією системою голосування виявляється кандидат $b$.

## 1.4 Правила голосування Кондорсе і Борда

Як показують приклади, при одній і той ж думці виборців про кандидатів за допомогою різних систем голосування можуть бути обрані різні кандидати.

### *Правило Борда*

*Кожен виборець повідомляє свої переваги, впорядковуючи m кандидатів від кращого до гіршого (байдужність забороняється). Кандидат не одержує балів за останнє місце, отримує один бал від кожного кандидата за передостаннє і так далі.*

Дане правило використовується при виборах національних представників в парламент Славенії, а також в при голосуванні на Евробаченні.

### Процедура Кондорсе

*Для заданої таблиці результатів голосування (таблиці переваг) переможцем по Кондорсе називається кандидат, який перемагає будь-якого іншого кандидата при парному порівнянні за правилом більшості. Якщо парні порівняння утворюють цикл, то переможця по Кондорсе немає, і кажуть, що має місце так званий парадокс Кондорсе.*

**Приклад 2 (продовження).** Визначимо переможця за правилом Борда для результатів переваг, що містяться в прикладі 2. У виборах бере участь $m = 4$ кандидати. Кандидат не одержує балів за 4-е місце, за 3-е місце отримує 1 бал, за 2-е місце - 2 бали, за 1-е місце - 3 бали.

Отже кандидат *a* отримує

$\Sigma a = 9 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 31$ очко.

Кандидат *b* отримує

$\Sigma b = 7 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 15 \cdot 1 = 48$ очок.

Кандидат *c* отримує

$\Sigma c = 8 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 7 \cdot 1 = 39$ очок.

Кандидат d отримує

$\Sigma d = 4 \cdot 3 + 16 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 50$ очок

Таким чином, переможцем за правилом Борда є кандидат *d*. Переможцем же по Кондорсе є кандидат *b*, який перемагає кандидата *a* з рахунком 17:11, кандидата *c* з рахунком 16:12, кандидата *d* з рахунком 15:13.

## 1.5 Узагальнення процедур Кондорсе і Борда

Природним узагальненням процедури Борда є голосування з підрахунком очок.

При *m* кандидатах фіксуємо неубутню послідовність чисел $s_0 \le s_1 \le \cdots \le s_{(m-1)}$, причому $s_0 < s_{(m-1)}$. Виборці впорядковують кандидатів, причому $s_0$ очків дається за останнє місце, $s_1$- за передостаннє і т.д. Обирається кандидат з максимальною сумою очок.

Дана процедура досить широко використовується на практиці. Покажемо, що результати голосування істотно залежать від вибору чисел $s_i$. Так, за результатами переваг з прикладу 2 по процедурі Борда (тобто $s_0 = 0, s_1 = 1, s_2 = 2, s_3 = 3$) перемагає кандидат $d$; при $s_0 = 0, s_1 = 1, s_2 = 2, s_3 = 4$ перемагає кандидат $b$; при $s_0 = 0, s_1 = 0, s_2 = 1, s_3 = 4$ перемагає кандидат $a$.

Якщо $s_0 = s_1 = \ldots = s_{m-2} = 0, s_{m-1} = 1$, то дана процедура збігається з процедурою голосування за методом відносної більшості.

Наведемо два найбільш природні узагальнення процедури Кондорсе.

### Правило Копленда

*Порівняємо кандидата а з будь-яким іншим кандидатом х. Нарахуємо йому* $K\ (a \succ x\ ) = +1$, *якщо для більшості* $a \succ x$ , $K\ (a \succ x) = -1$, *якщо для більшості* $x \succ a$ *і* $K\ (a \succ x) = 0$ *при рівності в оцінці кандидатів. Оцінкою Копленда для кандідата а назвемо суму* $K\ (a) = \sum_x [K\ (a \succ x\ )]$.. *Обирається кандидат з найвищою оцінкою Копленда.*

### Правило Сімпсона

*Розглянемо кандидата а і будь-якого іншого кандидата х. Позначимо через* $S\ (a \succ x)$ *число виборців, для яких* $a \succ x$ . *Оцінкою Сімпсона для кандидата а назвемо мінімальне з числі* $S\ (a \succ x)$: $S\ (a) = \Sigma x[S\ (a \succ x)]$. *Обирається кандидат з найвищою оцінкою Сімпсона.*

Переможець за Кондорсе отримує найвищу оцінку Копленда $m$ - 1, а також оцінку Сімпсона вище $n$ / 2.

### 2. Парадокси голосування і причини їх виникнення.

Аналіз розглянутих прикладів вже показав, що абсолютно демократичним способом можна вибрати такого переможця, який на думку абсолютної більшості виборців є найгіршим. Чому виникає такий парадокс? Розглянемо деякі з цих властивостей докладніше.

### Монотонність.

Припустимо, що кандидат а вибирається (серед переможців) при даному профілі голосування і профіль зміниться тільки так, що положення кандидата а поліпшується, а відносне порівняння пари будь-яких інших кандидатів для виборця залишається незмінним. Тоді кандидат а для нового профілю і раніше повинен бути обраний (знову серед переможців).

Вимогу монотонності не задовольняє, наприклад, правило відносної більшості з вибуванням.

**Приклад 3**. У чотирьох виборчих групах з кількістю виборців відповідно 6, 5, 4 і 2 визначається переможець з трьох кандидатів *a, b, c*. Думки виборців представлені в профілі *A*:

| Профіль А | | | |
|---|---|---|---|
| I | II | III | IV |
| 6 | 5 | 4 | 2 |
| *a* | *c* | *b* | *b* |
| *b* | *a* | *c* | *a* |
| *c* | *b* | *a* | *c* |

За правилом відносної більшості в другий тур проходять *a* і *b* і перемагає *a* (11 голосів проти 6). Припустимо, що профіль *A* - це дані соціологічного опитування. І було вирішено провести активну агітацію в найменшій з виборчих груп. Отримали новий профільного голосування:

| Профіль Б | | | |
|---|---|---|---|
| I | II | III | IV |
| 6 | 5 | 4 | 2 |
| *a* | *c* | *b* | *a* |
| *b* | *a* | *c* | *b* |
| *c* | *b* | *a* | *c* |

У цьому профілі кандидат *a* поліпшив свої позиції в четвертій виборчої групі - вийшов на перше місце. Визначимо переможця за профілем *Б*. Кандидат *a* тепер впевнено виграє в 1-му турі і програє у 2-му турі кандидату *c*, тобто поліпшення позиції кандидата *a* призвело до його поразки. Як же так? У профілі *Б* відбулося тільки поліпшення становища кандидата! Виникає питання: на чиї гроші проводили агітацію в четвертій виборчої групі?

Таким чином, за правилом відносної більшості з вибуванням може бути вигідно спеціально програти вибори на деякій ділянці, щоб вивести у другий тур суперника, у якого можна виграти заключний тур виборів. В історії відомі такі випадки.

**Анонімність.**

Імена виборців не мають значення: якщо два виборця поміняються голосами, то результати виборів не зміняться.

Ця умова вимагає, щоб думки всіх виборців були рівноцінними для процедури голосування. Така вимога реалізується принципом рівноправності виборців. Однак, існують процедури голосування, свідомо надають думку одного або частини виборців більшу вагу (наприклад, голова правління або члени правління мають два голоси) або, наприклад, впорядкування суддівських голосів, яке активно використовується спортивними відділами газет для визначення місць, зайнятих спортивними командами та передачі інформації коментаторами по телефону. Може виявитися, що зовні рівноправна процедура насправді такою не є.

## Нейтральність.

Імена кандидатів не мають значення. Якщо ми поміняємо місцями кандидатів a і $b$ у перевазі кожного виборця, то результат голосування зміниться відповідно (якщо раніш вибирався $a$, то тепер буде вибиратися $b$ і навпаки; якщо вибирався деякий кандидат $x$, відмінний від $a$ і $b$, то він же і буде обраний .

Це властивість також реалізується принципом рівноправності кандидатів. Але існують процедури, що свідомо порушують цю вимогу. Наприклад, на голосування ставиться поправка до деякого існуючого стану (законопроекту, Конституції). При цьому часто потрібно для внесення поправки отримати більше, наприклад, 2/3 голосів виборців, тобто поправка і існуючий стан ставиться в нерівноправне становище. Іноді нерівноправність виникає не явно. Правило Копленда і Сімпсона анонімні і нейтральні, якщо ми розглядаємо їх як відображення, що ставлять у відповідність кожному профілю переваг підмножину переможців. Правило Борда також анонімно і нейтрально. Це ж справедливо для правила голосування з підрахунком очок, якщо все очки різні. Якщо ввести деяке правило при рівності очок, що виділяє єдиного переможця, то або анонімність, або нейтральність порушаться. Це очевидно випливає з розгляду прикладу.

**Приклад 4.** Припустимо, що на деякому засіданні за правилом голосування з послідовним винятком проводиться відбір альтернативного законопроекту $a$, $b$, $c$, $d$ (технічного проекту, нового зразка для виробництва і т.п.). Думки учасників засідання наведені в таблиці нижче:

| I | II | III | IV |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 1 | 1 |
| $d$ | $a$ | $d$ | $b$ |
| $b$ | $b$ | $c$ | $c$ |
| $a$ | $c$ | $a$ | $d$ |
| $c$ | $d$ | $b$ | $a$ |

Голова засідання ставить на голосування проекти в послідовності $a \to b \to c \to d$. При першому голосуванні до другого туру виходить $a$, при другому голосуванні $a \succ c$ і на третій тур виходить знову $a$. На заключному турі $d \succ a$ і, отже, перемагає $d$. Легко перевірити, що при послідовному порівнянні $a \to b \to d \to c$ перемагає $c$, при $b \to d \to a \to c$ перемагає $a$ і при $a \to d \to b \to c$ перемагає $a$. Таким чином, використовуючи те, що голосування з послідовним винятком перестає бути нейтральним, голова засідання може в даному випадку за рахунок вибору відповідної послідовності порівняння домогтися будь-якого результату голосування.

## Оптимальність по Парето.

Якщо кандидат $a$ для всіх краще кандидата $b$, то кандидат $b$ не може бути переможцем.

**Приклад 5.** Розглянемо наступну таблицю:

| II | I | III |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 |
| *a* | *b* | *c* |
| *d* | *a* | *b* |
| *c* | *d* | *a* |
| *b* | *c* | *d* |

За правилом голосування з послідовним винятком при використанні послідовності $a \to b \to c \to d$ маємо $a \succ b$, далі другий тур – $c \succ b$, в третьому турі $d \succ c$ . Отже, перемагає $d$. У той же час кандидат $a$ для всіх виборців краще кандидата $d$.

З прикладу видно, що правило голосування з послідовним вибуванням (олімпійська система) не є оптимальним за Парето. Правило Копленда оптимальні по Парето, правило Борда також оптимально по Парето. Це ж справедливо для правила голосування з підрахунком очок, якщо: $s_k < s_{k+1}$.

**Приклад 6.** Чотири кандидати $a$, $b$, $c$, $d$ борються за звання переможця. Виборці згрупувані в 4 групи мають наступні переваги:

| I | II | III | IV |
|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 5 | 4 |
| *a* | *a* | *d* | *b* |
| *d* | *d* | *b* | *c* |
| *c* | *b* | *c* | *a* |
| *b* | *c* | *a* | *d* |

За попередніми даними, переможець за Сімпсоном – кандидат $a$. Переможця по Кондорсе немає.

Чотири студента, обговорюючи виборчу кампанію, прийшли до спільної думки з приводу кандидатів - $c \succ a \succ b \succ d$-і вирішили взяти участь у виборах. З їх приходом профіль голосування змінюється:

| I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|
| 3 | 3 | 5 | 4 | 4 |
| *a* | *a* | *d* | *b* | *c* |
| *d* | *d* | *b* | *c* | *a* |
| *c* | *b* | *c* | *a* | *b* |
| *b* | *c* | *a* | *d* | *d* |

Тепер переможець за Сімпсоном - $b$. Ті, що прийшли виборці вважали, що $a > b$, тобто вони підтримали кандидата а, але в результаті такої підтримки кандидат а програв вибори. («Парадокс неучасті» - краще б ці студенти залишилися допивати пиво і не брали участь у виборах).

Таким чином, можна сформулювати ще одну вимогу до процедур голосування в вигляді аксіоми.

**Аксіома участі.**

*Нехай кандидат а є переможцем для виборців з множини N. Розглянемо деякого виборця* $x \notin N$ *і визначимо переможця при об'єднані множин виборців* $N \cup x$. *Тоді повинен бути обраний або кандидат а, або кандидат, який для виборця х строго краще, ніж а.*

На жаль не можна вказати кращу для всіх випадків процедуру голосування. З наведених прикладів видно, що перш, ніж якесь із правил голосування приймати як процедуру, що об'єднує думки окремих виборців в колективну думку, потрібно глибоко проаналізувати цю процедуру, оцінити всі «за» і «проти», і тільки потім законодавчо затверджувати такий вибір . Вибір процедури голосування для кожної конкретної ситуації носить принциповий характер.

## Приклад виконання лабораторної роботи

### Задача

В п’яти виборчих групах, з кількістю виборців відповідно 9, 7, 6, 2 та 4 обирають одного з чотирьох кандидатів *a, b, c, d*.

Необхідно визначити переможця у виборах, використовуючи всі наведені вище правила теорії голосування.

Результати голосування подаємо у вигляді таблиці

| I | II | III | IV | V |
|---|---|---|---|---|
| 9 | 7 | 6 | 2 | 4 |
| *a* | *b* | *c* | *c* | *d* |
| *d* | *d* | *b* | *a* | *c* |
| *b* | *c* | *d* | *b* | *b* |
| *c* | *a* | *a* | *d* | *a* |

Проведемо аналіз результатів голосування за кожним із правил теорії голосування.

1. За **правилом відносної більшості** кандидат *a* набирає 9 голосів, кандидат *b* набирає 7 голосів, кандидат *c* набирає 8 голосів, кандидат *d* набирає 4 голоси. Отже, переможцем є кандидат *a*.

*Проаналізуємо ситуацію із переможцем.* 17 виборців із 28 вважають, що $b \succ a$, 19 виборців вважають, що $c \succ a$ та ще 17 виборців вважають, що $d \succ a$. Крім того, 17 виборців поставили кандидата *a* на останнє місце, тобто абсолютна більшість вважає, що цей кандидат є найгіршим.

2. За **правилом відносної більшості з вибуттям** перший тур виборів проводиться за правилом відносної більшості. Тоді маємо наступний результат: кандидат *a* набирає 9 голосів, *b* набирає 7 голосів, *c* набирає 8 голосів, *d* набирає 4 голоси. Максимальна кількість голосів у кандидата *a*, але ця кількість не є суттєвою більшістю (9 < 19). Відтак проводиться другий тур. У другому турі порівнюються кандидати *a* та *c*. У результаті маємо результат, згідно з яким 19 виборців проти 9 вважають, що $c \succ a$ , отже, переможцем є кандидат *c*.

3. Визначимо переможця голосування за **правилом голосування з послідовним винятком.** Нехай порядок порівняння буде таким: $a \to b \to c \to d$. В першому турі 17 з 28 виборців вважають $b \succ a$ і, отже, кандидат *b* виходить у другий тур. У другому турі 16 з 28 виборців вважають, що $b \succ c$, значить, *b* виходить у третій тур. В останньому турі 15 з 28 виборців вважають, що $b \succ d$ і, отже, обраним у цій системі голосування виявляється кандидат *b*.

4. Визначимо переможця голосування за **правилом Борда** для результатів переваг, які у прикладі. У виборах бере участь $m = 4$ кандидата. Кандидат не отримує балів за 4 місце, за 3 місце отримує 1 бал, за 2 місце – 2 бали, за 1 місце – 3 бали. Отже,

– кандидат $a$ отримує $\Sigma a = 9 \cdot 3 + 2 \cdot 2 = 31$ очко;

– кандидат $b$ отримує $\Sigma b = 7 \cdot 3 + 6 \cdot 2 + 15 \cdot 1 = 48$ очків;

– кандидат $c$ отримує $\Sigma c = 8 \cdot 3 + 4 \cdot 2 + 7 \cdot 1 = 39$ очків;

– кандидат $d$ отримує $\Sigma d = 4 \cdot 3 + 16 \cdot 2 + 6 \cdot 1 = 50$ очків.

Таким чином, переможцем за правилом Борда є кандидат d.

5. Визначимо переможця голосування за **правилом Кондорсі**. Згідно з цим правилом, переможцем є кандидат $b$, який перемагає кандидата $a$ з рахунком 17:11, кандидата $c$ з рахунком 16:12, кандидата d з рахунком 15:13.

6. Визначимо переможця голосування за правилом Копленда.

Порівняння проводиться за кількістю набраних голосів кожним кандидатом, одержаним за правилом відносної більшості. Маємо:

$a = 1+1+1 = 3$

$b = 1-1-1 = -1$

$c = 1+1-1 = 1$

$d = -1-1-1 = -3$

Отже, переможцем є кандидат: $a$.