УМОВИВІД ЯК ФОРМА МИСЛЕННЯ

Серед мисленнєвих операцій важливе місце займає умовивід. На відміну від поняття та судження умовивід є логічною операцією, завдяки якій із однієї або декількох думок виводять нову думку. Можна навести й таке визначення умовиводу:

У м о в и в о д о м називається така форма мислення або логічна операція, за допомогою якої із одного або декількох відомих суджень виводиться нове судження.

Умовивід складається із:

— ***засновків*** та

— ***висновку.***

З а с н о в к а м и називаються раніше відомі судження, на підставі яких робиться висновок.

В и с н о в к о м називається нове судження, отримане в результаті співставлення засновків.

Приклад.

1. Будь-який квадрат є прямокутником.
2. ABCM є квадратом.

---

3. Отже, ABCM є прямокутником.

Судження 1, 2 – ***засновки*** (або ***посилки***), судження 3 – ***висновок*** (або ***логічний наслідок***)

Процес отримання нової думки (надалі — виведення), базується на певних правилах та законах логіки. Тому виведення в умовиводі носить закономірний характер. Це зумовлює таку особливість умовиводу, на відміну від поняття і судження, що він характеризується не адекватністю, істинністю або хибністю, а правильністю чи неправильністю.

У математиці поняття **міркування** (reasoning) та **умовивід** (inference / deduction) є фундаментальними складовими логічного мислення, які часто використовуються як синоніми, але мають суттєві відмінності за своєю структурою та масштабом.

Міркування — це загальний розумовий процес пошуку істин та побудови зв'язків, тоді як **умовивід — це конкретна логічна операція**, що є структурним елементом цього процесу.

Порівняльна таблиця: Міркування vs Умовивід

Характеристика	Міркування (Reasoning)	Умовивід (Inference)
Визначення	Широкий, послідовний процес мислення, що включає висування гіпотез, обґрунтування та побудову доведень.	Логічний крок (акт), за якого з одного або кількох відомих тверджень (засновків) виводиться нове твердження (висновок).
Обсяг та структура	**Глобальний процес**. Складається з ланцюжка багатьох умовиводів, аналогій та інтуїтивних здогадок.	**Локальна одиниця**. Має чітку трикомпонентну структуру: засновки → логічне правило → висновок.
Формалізація	Може бути як строгим (формальним), так і евристичним (інтуїтивним, неформальним).	Завжди підпорядковується суворим законам формальної логіки (наприклад, *Modus Ponens*).
Мета	Зрозуміти проблему, знайти шлях вирішення, побудувати цілісне математичне доведення.	Отримати конкретне нове знання на основі вже наявних фактів.
Приклад	Пошук способу розв'язання складної геометрічної задачі через аналіз фігур та властивостей.	«Якщо кут прямої, то його міра 90°. Кут A — прямий. Отже, міра кута A = 90°».

Детальний розбір понять

1. Умовивід (Логічний атом)

Умовивід є «цеглинкою» математичної логіки. Він працює за суворими правилами виведення. Якщо ваші засновки істинні й логічне правило застосовано правильно, висновок **гарантовано буде істинним**.

- *Математичний контекст:* Кожен крок у розв'язанні рівняння — це умовивід.
    - *Засновок:* $2x = 6$
    - *Правило:* Якщо обидві частини рівності поділити на одне й те саме число (крім 0), рівність не зміниться.
    - *Висновок (умовивід):* $x = 3$.

2. Міркування (Логічний процес)

Міркування — це стратегія та інтелектуальна діяльність. Математик використовує міркування, щоб зрозуміти, *які саме* умовиводи потрібно зробити, щоб прийти до розв'язку. Воно включає:

- **Індуктивні міркування:** Спостереження за закономірностями (наприклад: 1+3=4, 1+3+5=9, 1+3+5+7=16 → міркування підказує гіпотезу, що сума перших n непарних чисел дорівнює n^2).
- **Дедуктивні міркування:** Поєднання ланцюжків умовиводів для створення незаперечного доведення (наприклад, метод математичної індукції для підтвердження гіпотези вище).
- **Міркування від супротивного:** Припущення хибності тези з метою знайти суперечність.

Взаємозв'язок у математиці

Математична діяльність неможлива без обох елементів. **Міркування** задає вектор руху, допомагає побачити картину цілісно та пов'язати абстрактні концепти. **Умовиводи** забезпечують строгість, точність та безпомилковість кожного окремого кроку на цьому шляху.

Всю множину умовиводів за характером зв'язку між засновками та висновком поділяють на:

— ***дедуктивні*** та

— ***індуктивні.***

Назва ***«дедуктивний умовивід»*** походить від латинського слова ***deductio*** (*виведення*).

У дедуктивних умовиводах між засновками та висновком існує відношення логічного слідування.

А назва ***«індуктивні умовиводи»*** походить від латинського слова ***inductio*** (*наведення*).

В індуктивних умовиводах між засновками та висновком існує відношення наведення.

У традиційній логіці умовиводи за напрямком виведення наслідку поділяються на дедуктивні, індуктивні.

У дедуктивному умовиводі ми переходимо від загального до часткового, або одиничного; в індуктивному — від одиничного до загального.

Безпосереднім умовиводом називається такий умовивід, в якому висновок отримують із одного засновку.

Опосередкованим умовиводом називається такий умовивід, в якому висновок отримують із двох і більше засновків.

До недедуктивних умовиводів відносяться:
— ***індуктивні умовиводи*** та
— ***умовиводи за аналогією.***

Як уже зазначалося, для недедуктивних умовиводів характерним є те, що в них між засновками та висновком існує відношення підтвердження, а висновок носить характер гіпотези.

Розпочнемо розгляд недедуктивних умовиводів з індукції.

а) *Індуктивні умовиводи*

І н д у к т и в н и м умовиводом називається умовивід, в якому із одиничних або часткових суджень виводиться загальне судження. *Наприклад:*

Земля має природний супутник.
Марс має природний супутник.
Юпітер має природний супутник.
. . . . . .
Земля, Марс, Юпітер ... це планети
Сонячної системи.

Отже, імовірно, що будь-яка планета
Сонячної системи має природний супутник.

Індуктивні умовиводи поділяються на :
— ***повну індукцію*** і
— ***неповну індукцію.***
У свою чергу, неповна індукція має два види:
— ***популярна індукція*** і
— ***наукова індукція.***

Виходячи з цього, схема типології індуктивних умовиводів має такий вигляд:



П о в н о ю індукцією називається такий умовивід, у якому на підставі притаманності ознаки кожному предметові деякої множини робиться висновок про належність цієї ознаки всім предметам цієї множини.

Із даної дефініції видно, що повна індукція може ефективно використовуватися тільки стосовно скінченних і осяжних множин. ***Оскільки повна індукція передбачає дослідження кожного елемента певної множини, то висновок тут носить достовірний характер.*** Іноді, маючи це на увазі, говорять, що дедуктивний умовивід і повна індукція схожі.

Наприклад:

***N** знав потерпілого.*
***M** знав потерпілого.*
***K** знав потерпілого.*
***Z** знав потерпілого.*
***N, M, K, Z** — це всі[1] мої найближчі родичі.*

Отже, всі мої найближчі родичі знали потерпілого.

Мовою логіки предикатів структура повної індукції записується так:

$$\frac{\begin{array}{l} P(a_1) \\ P(a_2) \\ P(a_3) \\ P(a_4) \end{array}}{\forall x\, P(x).}$$

У математиці застосовується спосіб доведення загальних положень, який нагадує зовні повну індукцію. Цей спосіб доведення називають ***математичною індукцією***. Він базується на особливостях будови і властивостях натурального ряду чисел. Відомо, що натуральний ряд чисел побудований за простим законом: ***«Кожне натуральне число більше від попереднього рівно на одиницю»***.

Враховуючи цей закон, можна обгрунтувати загальні положення: ***«Якщо якась ознака притаманна першому числу натурального ряду і ця ж ознака притаманна довільному числу n, то вона буде притаманна і наступному за n числу, тобто n + 1»***. А це означає, що ми довели притаманність даної ознаки будь-якому числу натурального ряду.

Структуру цього міркування можна виразити формулою:

$$P(1) \wedge P(n) \supset P(n+1) \models \forall x\, P(x).$$

У цій формулі кожний із виразів виконує конкретну функцію:

P(1) — це базис індукції;
P(n) — індуктивне припущення;
P(n) ⊃ P(n + 1) — індуктивний крок.

Отже, математична індукція за характером висновку подібна до дедуктивного умовиводу, а за побудовою — до індукції.

Неповна індукція

У тих випадках, коли мають справу із неосяжними множинами предметів (які ж до того не так добре впорядковані, як натуральний ряд чисел), користуються неповною індукцією.

Неповною індукцією називається умовивід, у якому висновок про весь клас предметів базується на вивченні тільки деяких предметів, що належать до даного класу.

Незважаючи на відому обмеженість індуктивних методів знаходження причинних зв'язків, як і індукції в цілому, вони мають вагоме значення.

б) Аналогія

Як уже зазначалося, в дедуктивних умовиводах ми переходимо від більш загального знання до менш загального, в індуктивних умовиводах здійснюється перехід від часткового знання до загального. Однак у практиці міркувань часто виникає необхідність переходу від одиничного до одиничного, від часткового до часткового, від загального до загального. Такі переходи можливі завдяки умовиводам за аналогією[1].

Аналогія — це такий недедуктивний умовивід, у якому судження про притаманність певної ознаки деякому об'єктові виводиться на основі подібності цього об'єкта з іншим об'єктом.

Можна навести ще таку дефініцію: ***«Аналогією називається такий умовивід, де від подібності двох предметів у деяких ознаках робиться висновок про схожість цих предметів у інших ознаках».***

Існує два види аналогій:

- аналогія властивостей,
- аналогія відношень.

Аналогією властивостей називається такий умовивід, у якому переносною ознакою є властивість.

Аналогією відношення називається умовивід, в якому переносною ознакою є ознака відношення.

Роль аналогії надзвичайно велика як евристичного засобу. Вона є своєрідним плідним джерелом здогадок, передбачень, гіпотез, які потім піддаються серйозній перевірці дедуктивними та індуктивними засобами. Основоположник кібернетики Н. Вінер писав: «З самого початку я був вражений схожістю між принципами дії нервової системи і цифрових обчислювальних машин. Я не збираюся стверджувати, що ця аналогія є повною і що ми вичерпуємо всі властивості нервової системи, уподібнивши її цифровим обчислювальним пристроям. Я хотів би тільки підкреслити, що в

деяких відношеннях поведінка нервової системи дуже близька до того, що ми спостерігаємо в обчислювальних пристроях».

Аналогія є своєрідним генератором нових ідей. За допомогою аналогій розкриваються нові грані ідей, які довели свою ефективність, встановлюються зв'язки між новими ідеями, гіпотезами і достовірним знанням.