

Індивідуальне практичне завдання

1. Знайти похідну функції.
2. Знайти похідну функції, що задана параметрично.
3. Знайти похідну функції, що задана неявно. Якщо задана точка x_0 , то додатково знайти значення похідної у заданій точці.
4. Знайти диференціал функції. Якщо задана точка, обчислити диференціал в точці.
5. Знайти похідну вказаного порядку n . Якщо задана точка, обчислити диференціал в точці.
6. Знайти n -ну похідну.
7. Обчислити границі за правилом Лопіталя.
8. Розкласти функцію за формулою Маклорена.
9. Знайти границі за допомогою формули Маклорена.
10. Побудувати графік функції.

Варіант 1

1. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(1 + (\cos x)^{\sin x}\right).$
2. $\begin{cases} x = \ln \sin t / 2, \\ y = \ln \sin t \end{cases} \quad (0 < t < \pi).$
3. $5x^2 + 5y^2 - 30x + 10y + 9 = 0; \quad y < -1.$
4. $\ln\left(\sqrt{1 + 2\sin x} + \sqrt{2\sin x - 1}\right).$
5. $y = \arcsin x; \quad n = 9; \quad x = 0.$
6. $y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right),$
7. в) $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{1/x}.$
8. $\sin(\sin x)$ до $x^5.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} 2x - 2\operatorname{sh} x}{(e^x - 1 - x)x}.$
10. $y = \frac{x^5}{(x^2 - 1)^2}.$

Варіант 2

1. $f(x) = \cos 2^x \cdot \ln(1 + (\operatorname{arctg} x)^{\sin x})$.
2. $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (-\infty < t < \infty)$.
3. $x^2 - 4xy + 4y^2 + 3x - 4y - 7 = 0; x < 2y - 1$.
4. $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.
5. $y = \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x; n = 10; x = \pi / 6$
6. $y = \frac{1}{x^2(x-1)}$
 - a) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}$,
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x} \right)$,
7. в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2-0} (\pi - 2x)^{\cos x}$,
г) $\lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln^3 \left(\frac{1}{x} \right)$,
д) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{ctg} x}$.
8. $\ln(3 \cos x)$ до x^6 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + x^2 / 2}{\operatorname{ch} 3x + \cos 3x - 2}$.
10. $y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^4$.

Варіант 3

1. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{\sin x}} \cdot e^{\arcsin \ln \sqrt{3}}.$
2. $\begin{cases} x = r \sin t + \sin rt, \\ y = r \cos t + \cos rt. \end{cases}$
3. $5xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0; \quad y < 2; \quad x_0 = 11/12.$
4. $\frac{x^2 2^x}{x^x}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 1.$
5. $y = \left(\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 1} \right)^2; \quad n = 16; \quad x = 0.$
6. $y = \ln(1 - 4x^2).$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x - x^x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right),$
 - в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2-0} (\operatorname{tg} x)^{\cos x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\pi - 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{50} - 50x + 49}{x^{100} - 100x + 99}.$
8. $\ln \frac{\sin x}{x} \text{ до } x^6.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{1+x} - 2\sqrt[4]{1-x})x}{\operatorname{arctg} x - \arcsin x}.$
10. $y = \frac{20x^2}{(x-1)^3}.$

Варіант 4

1. $f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^x}{e^{2x} + 1}} \cdot (\operatorname{arctg} x)^{1+x^2}.$
2. $x = \frac{1+t^4}{1+2t^2+t^4}, y = \frac{2t^2}{1+2t^2+t^4}.$
3. $xy + \ln y = 1; \quad y > 0; \quad x_0 = 0.$
4. $\operatorname{arctg} \frac{\ln x}{x}; \quad x_1 = \frac{1}{e}; \quad x_2 = e.$
5. $y = \frac{7x+1}{(3x-2)^2}; \quad n=10; \quad x=1.$
6. $y = \frac{x}{\sqrt{ax+b}}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1-x^3) - 3(1-x^2)}{(1-x^3)(1-x^2)},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{7/6} - x^{6/7} \ln^2 x),$
7.
 - в) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln(\operatorname{sh} x)}},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +0} \sin x \ln(\operatorname{ctg} x),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln(\operatorname{tg} x)}.$
8. $\ln \frac{e^x - 1}{x} \text{ до } x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin x - x}.$
10. $y = 32x^2(x^2 - 1)^3.$

Варіант 5

1. $f(x) = e^x \cdot \operatorname{arctg}\left(x \cdot \sin\left(x^{\sqrt{x}}\right)\right).$
2. $\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = r \cos t + \cos rt \end{cases} \quad (-1 < t < 1).$
3. $e^y + xy = e; y > 0; x_0 = 0.$
4. x^{x^2}
5. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}; n = 10; x = 1.$
6. $y = (3x^2 + 8x + 1) \ln(x + 1)$
 - а) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^a - a^x}{x^a - a^a},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\alpha}{1 - x^\alpha} - \frac{\beta}{1 - x^\beta} \right); \alpha \cdot \beta \neq 0,$
7. в) $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + x)^{\ln x},$
г) $\lim_{x \rightarrow +0} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} x},$
д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}.$
8. $\ln(4 \cos^2 x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \arcsin x}{\operatorname{tg} x - \sin x}.$
10. $y = \frac{x^5 - 8}{x^4}.$

Варіант 6

1. $f(x) = \sqrt[3]{1+x^2} \cdot \arcsin(x^{x+1})$.
2. $x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$.
3. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$.
4. $5\operatorname{sh}^7 \frac{x}{35} + 7\operatorname{sh}^5 \frac{x}{35}$.
5. $y = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}}; n=20; x=0$.
6. $y = x^2 \sin 2x$.
 - a) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{\arcsin(2-x)}{\sqrt{x^2-3x+2}},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\pi}{4x} - \frac{\pi}{2x(e^{\pi x} + 1)} \right),$
7.
 - в) $\lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + \sin x}{x + \sin x},$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - 1}{\ln x}.$
8. $\ln(5\cos^3 x)$ до x^4 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+2x} - 1}{\sqrt[4]{1+x} - \sqrt{1-x}}.$
10. $y = \frac{(x-5)^3}{(x-7)^2}.$

Варіант 7

1. $f(x) = \sqrt[4]{1+x^4} \cdot \ln\left(\operatorname{arctg}\left(x^{4^x}\right)\right).$
2.
$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$
3. $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 2 = 0; y > -5; x_0 = 0.$
4. $\frac{(2x-1)^2 \cdot \sqrt{2+3x}}{(5x+4)^2 \cdot \sqrt[3]{1-x}}; x = 0.$
5. $y = (2x^2 + 1)\operatorname{sh}^2 x; n = 10; x = 0.$
6. $y = \frac{x}{x^2 - 4x - 12}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - 0,5 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right),$
7.
$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}}, \\ \text{г)} \quad & \lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2\operatorname{arctg} x) \ln x, \\ & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \cos x - \sqrt{1+2x}}{\ln(1+x) - x}. \end{aligned}$$
8. e^{3x+x^2} до $x^5.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \cos x - \sqrt{1+2x}}{\ln(1+x) - x}.$
10. $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x}.$

Варіант 8

1. $f(x) = \sqrt{\ln(1+x^2)} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x^x}{2+\cos^2 x}\right).$

2.
$$\begin{cases} x = 1 + \sin t \cdot \cos 2t, \\ y = 1 - \sin 2t \cdot \operatorname{ctg} t. \end{cases}$$

3. $y^5 + y^2 + y - x = 0.$

4. $\ln \frac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}} + 2\operatorname{arctg}\sqrt{\sin x}.$

5. $y = \sin^2 x; n = 10; x = \pi / 6.$

6. $y = \ln(x-1)^{2x}$

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-3x}},$

б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\pi}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{\cos x} \right),$

7. в) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos ax)^{\frac{1}{x^2}},$

г) $\lim_{x \rightarrow +0} (-\ln x)^x,$

д) $\lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sqrt[5]{3\operatorname{tg}^2 x - 1}}{2\sin^2 x + 5\sin x - 3}.$

8. $\sqrt[3]{\sin x^3}$ до $x^{13}.$

9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sqrt{1+2x}}{\ln \cos x}.$

10. $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$

Варіант 9

1. $f(x) = \frac{\sin(x^{\sqrt{x}})}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2 x)}.$
2.
$$\begin{cases} x = 1 - \ln^2 t, \\ y = 3e^t. \end{cases}$$
3. $\sin \frac{x}{y} + \cos \frac{y}{x} = 1.$
4. $y^2 - y = 6x^2; x_1 = 1; x_2 = 2.$
5. $y = \frac{\ln(1+x)}{1+x}; n = 10; x = 0.$
6. $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin x^2}{x \cos x - \sin x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{20} - 2x + 1}{x^{30} - 2^x + 1},$
7. в) $\lim_{x \rightarrow +0} (-\ln x)^{2x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^a a^x; a > 0; a \neq 1,$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\arcsin x - \ln(1+x)}.$
8. $\cos^2(\sin x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x + \arcsin x - 3\sqrt[3]{1+x}}{\ln(1-x^2)}.$
10. $y = \frac{1+x^2}{1+(x-2)^2}.$

Вариант 10

1. $f(x) = \frac{1}{\cos\left(x - \operatorname{arctg}\left(x^{\ln x}\right)\right)}.$
2. $\begin{cases} x = a(\ln \operatorname{ctg}(t/2) - \cos t), \\ y = a \sin t. \end{cases}$
3. $x^2 - y^2 + 5x - 7y + 5 = 0; y > -3,5.$
4. $4xy + \frac{x}{x+y} = 0; x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{4}.$
5. $y = \sin^3 x; n = 15; x = \pi / 4$
6. $y = \sin^4 x + \cos^4 x$
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\operatorname{tg} x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x^2} \right),$
7. $\begin{aligned} &\text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos(2m+1)x}{\cos(2n+1)x}; n, m \in \mathbb{Z}. \\ &\text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3x^2 + 3^x \right)^{1/x}, \\ &\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(x-1)}. \end{aligned}$
8. $\sqrt[3]{\cos x^3} \text{ до } x^{12}.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x^2} - x \operatorname{ctg} x}{x \sin x}.$
10. $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x} - e^{1/x}.$

Варіант 11

1. $f(x) = \operatorname{ctg}^2 \left(\sin x \cdot \sqrt{\ln(1 + (e + x)^x)} \right).$
2.
$$\begin{cases} x = a(\sin(t/2) + 0,5 \sin t \cos^2 t), \\ y = -\pi/2 \cos^3 t. \end{cases}$$
3. $(2a - x)y^2 = x^2; y < 0.$
4. $x^4 + y^4 - 8x^2 - 10y^2 + 16 = 0; x_1 = 1; x_2 = 3.$
5. $y = \operatorname{arctg} x; n = 5; x = 0.$
6. $y = x \ln \frac{3+x}{3-x}$
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg} 3x - 6 \operatorname{tg} x}{3 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} 3x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x^3 - x} - 2x}{\sqrt[5]{x^2 - 1}},$
7. б) $\lim_{x \rightarrow +0} (x^x - 1) \ln x,$
 - г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2},$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - (1+x)^{1/x}}{x^2}.$
8. $\cos(\sin x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(1+x) - x)x}{\operatorname{sh} 2x - 2 \operatorname{sh} x}.$
10. $y = \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)^2}.$

Варіант 12

1. $f(x) = (e \cdot x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{1 + \ln(1 + x^2)}}.$
2.
$$\begin{cases} x = a / 3 (2 \cos t + \cos 2t), \\ y = a / 3 (2 \sin t - \sin 2t). \end{cases}$$
3. $\operatorname{arctg}(y/x) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}.$
4. $x = (t - 1)^2(t - 2); y = (t - 1)^2(t - 3); t_1 = 4; t_2 = 0.$
5. $y = \ln \frac{3 + 2x}{3 - 2x}; n = 10; x = 0.$
6. $y = \frac{3 - 2x^2}{2x^2 + 3x - 2}.$
 - a) $\lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x - a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x - a),$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x - 1} - \frac{1}{\ln x} \right),$
7. Б) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x},$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x / x)^{1/x^2},$
д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(\sin x) - \sin^2 x}{x^6}.$
8. $\operatorname{tg} x$ до $x^5.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos x - \cos x}{\sin x - \arcsin x}.$
10. $y = \frac{(x - 1)^3}{(x - 2)^2}.$

Варіант 13

1. $f(x) = \operatorname{arctg} \left(1 + (\cos x)^{\sin x} \right).$
2. $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (-\infty < t < \infty).$
3. $5xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0; \quad y < 2; \quad x_0 = 11/12.$
4. $\frac{x^2 2^x}{x^x}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 1.$
5. $y = e^{-x^2}; \quad n = 5; \quad x = 0.$
6. $y = \frac{1}{\sqrt{7x+6}}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg} 3x - 6 \operatorname{tg} x}{3 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} 3x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right),$
7. в) $\lim_{x \rightarrow a} \operatorname{arcsin} \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg} (x-a),$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{1/\ln(e^x-1)},$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x + \operatorname{arcsin} x - 3\sqrt[3]{1+x}}{\ln(1-x^2)}.$
8. $\cos^2(\sin x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x + \operatorname{arcsin} x - 3\sqrt[3]{1+x}}{\ln(1-x^2)}.$
10. $y = \frac{x}{2} + 2 \operatorname{arctg} x.$

Варіант 14

1. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(1 + (\cos x)^{\sin x}\right).$
2. $\begin{cases} x = \ln \sin t / 2, \\ y = \ln \sin t \end{cases} \quad (0 < t < \pi).$
3. $5x^2 + 5y^2 - 30x + 10y + 9 = 0; \quad y < -1.$
4. $\ln\left(\sqrt{1 + 2\sin x} + \sqrt{2\sin x - 1}\right).$
5. $y = \arcsin x; \quad n = 9; \quad x = 0.$
6. $y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right),$
 - в) $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{1/x}.$
8. $\sin(\sin x)$ до $x^5.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} 2x - 2\operatorname{sh} x}{(e^x - 1 - x)x}.$
10. $y = \frac{x^5}{(x^2 - 1)^2}.$

Варіант 15

1. $f(x) = \cos 2^x \cdot \ln(1 + (\operatorname{arctg} x)^{\sin x})$.
2. $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (-\infty < t < \infty)$.
3. $x^2 - 4xy + 4y^2 + 3x - 4y - 7 = 0; x < 2y - 1$.
4. $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.
5. $y = \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x; n = 10; x = \pi / 6$
6. $y = \frac{1}{x^2(x-1)}$
 - а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2}$,
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x} \right)$,
7. в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2-0} (\pi - 2x)^{\cos x}$,
г) $\lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln^3 \left(\frac{1}{x} \right)$,
д) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{ctg} x}$.
8. $\ln(3 \cos x)$ до x^6 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + x^2 / 2}{\operatorname{ch} 3x + \cos 3x - 2}$.
10. $y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^4$.

Варіант 16

1. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{\sin x}} \cdot e^{\arcsin \ln \sqrt{3}}.$
2. $\begin{cases} x = r \sin t + \sin rt, \\ y = r \cos t + \cos rt. \end{cases}$
3. $5xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0; \quad y < 2; \quad x_0 = 11/12.$
4. $\frac{x^2 2^x}{x^x}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 1.$
5. $y = \left(\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 1} \right)^2; \quad n = 16; \quad x = 0.$
6. $y = \ln(1 - 4x^2).$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x - x^x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right),$
 - в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2-0} (\operatorname{tg} x)^{\cos x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\pi - 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{50} - 50x + 49}{x^{100} - 100x + 99}.$
8. $\ln \frac{\sin x}{x} \text{ до } x^6.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{1+x} - 2\sqrt[4]{1-x})x}{\operatorname{arctg} x - \arcsin x}.$
10. $y = \frac{20x^2}{(x-1)^3}.$

Варіант 17

1. $f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^x}{e^{2x} + 1}} \cdot (\operatorname{arctg} x)^{1+x^2}.$
2. $x = \frac{1+t^4}{1+2t^2+t^4}, y = \frac{2t^2}{1+2t^2+t^4}.$
3. $xy + \ln y = 1; \quad y > 0; \quad x_0 = 0.$
4. $\operatorname{arctg} \frac{\ln x}{x}; \quad x_1 = \frac{1}{e}; \quad x_2 = e.$
5. $y = \frac{7x+1}{(3x-2)^2}; \quad n=10; \quad x=1.$
6. $y = \frac{x}{\sqrt{ax+b}}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1-x^3) - 3(1-x^2)}{(1-x^3)(1-x^2)},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{7/6} - x^{6/7} \ln^2 x),$
7.
 - в) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln(\operatorname{sh} x)}},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +0} \sin x \ln(\operatorname{ctg} x),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln(\operatorname{tg} x)}.$
8. $\ln \frac{e^x - 1}{x} \text{ до } x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin x - x}.$
10. $y = 32x^2(x^2 - 1)^3.$

Вариант 18

1. $f(x) = e^x \cdot \operatorname{arctg}\left(x \cdot \sin\left(x^{\sqrt{x}}\right)\right).$
2.
$$\begin{cases} x = \arcsin t, \\ y = r \cos t + \cos rt \end{cases} \quad (-1 < t < 1).$$
3. $e^y + xy = e; y > 0; x_0 = 0.$
4. x^{x^2}
5. $y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}; n = 10; x = 1.$
6. $y = (3x^2 + 8x + 1) \ln(x + 1)$
 - а) $\lim_{x \rightarrow a} \frac{x^a - a^x}{x^a - a^a},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{\alpha}{1 - x^\alpha} - \frac{\beta}{1 - x^\beta} \right); \alpha \cdot \beta \neq 0,$
7. в) $\lim_{x \rightarrow +0} (1 + x)^{\ln x},$
г) $\lim_{x \rightarrow +0} (\arcsin x)^{\operatorname{tg} x},$
д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\ln \cos 3x}.$
8. $\ln(4 \cos^2 x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x - \arcsin x}{\operatorname{tg} x - \sin x}.$
10. $y = \frac{x^5 - 8}{x^4}.$

Варіант 19

1. $f(x) = \sqrt[3]{1+x^2} \cdot \arcsin(x^{x+1})$.
2. $x = \arcsin \frac{t}{\sqrt{1+t^2}}, \quad y = \arccos \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}$.
3. $\sqrt{x} + \sqrt{y} = \sqrt{a}$.
4. $5\operatorname{sh}^7 \frac{x}{35} + 7\operatorname{sh}^5 \frac{x}{35}$.
5. $y = \frac{x+1}{\sqrt{1-x}}; n=20; x=0$.
6. $y = x^2 \sin 2x$.
 - a) $\lim_{x \rightarrow 2+0} \frac{\arcsin(2-x)}{\sqrt{x^2-3x+2}},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\pi}{4x} - \frac{\pi}{2x(e^{\pi x} + 1)} \right),$
7.
 - в) $\lim_{x \rightarrow a} \left(2 - \frac{x}{a} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{2a}},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x + \sin x}{x + \sin x},$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{a^{\ln x} - 1}{\ln x}.$
8. $\ln(5\cos^3 x)$ до x^4 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[5]{1+2x} - 1}{\sqrt[4]{1+x} - \sqrt{1-x}}.$
10. $y = \frac{(x-5)^3}{(x-7)^2}.$

Варіант 20

1. $f(x) = \sqrt[4]{1+x^4} \cdot \ln\left(\operatorname{arctg}\left(x^{4^x}\right)\right).$
2.
$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$
3. $x^2 + y^2 - 6x + 10y - 2 = 0; y > -5; x_0 = 0.$
4. $\frac{(2x-1)^2 \cdot \sqrt{2+3x}}{(5x+4)^2 \cdot \sqrt[3]{1-x}}; x = 0.$
5. $y = (2x^2 + 1)\operatorname{sh}^2 x; n = 10; x = 0.$
6. $y = \frac{x}{x^2 - 4x - 12}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin^2 x - 0,5 \operatorname{tg} x}{1 + \cos 4x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right),$
7.
 - в) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln(e^x - 1)}},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\pi - 2\operatorname{arctg} x) \ln x,$
$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \cos x - \sqrt{1+2x}}{\ln(1+x) - x}.$$
8. e^{3x+x^2} до $x^5.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \cos x - \sqrt{1+2x}}{\ln(1+x) - x}.$
10. $y = \frac{x^3 - 2x^2 - x + 2}{x}.$

Вариант 21

1. $f(x) = \sqrt{\ln(1+x^2)} \cdot \operatorname{arctg}\left(\frac{x^x}{2+\cos^2 x}\right).$
2.
$$\begin{cases} x = 1 + \sin t \cdot \cos 2t, \\ y = 1 - \sin 2t \cdot \operatorname{ctg} t. \end{cases}$$
3. $y^5 + y^2 + y - x = 0.$
4. $\ln \frac{1+\sqrt{\sin x}}{1-\sqrt{\sin x}} + 2\operatorname{arctg}\sqrt{\sin x}.$
5. $y = \sin^2 x; n=10; x = \pi / 6.$
6. $y = \ln(x-1)^{2x}$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x^2)}{\cos 3x - e^{-3x}},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \left(\frac{\pi}{\operatorname{ctg} x} - \frac{\pi}{\cos x} \right),$
7.
$$\begin{aligned} \text{в)} \quad & \lim_{x \rightarrow 0} (\cos ax)^{\frac{1}{x^2}}, \\ \text{г)} \quad & \lim_{x \rightarrow +0} (-\ln x)^x, \\ \text{д)} \quad & \lim_{x \rightarrow \pi/6} \frac{\sqrt[5]{3\operatorname{tg}^2 x - 1}}{2\sin^2 x + 5\sin x - 3}. \end{aligned}$$
8. $\sqrt[3]{\sin x^3}$ до $x^{13}.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - \sqrt{1+2x}}{\ln \cos x}.$
10. $y = \frac{x^3}{x^2 - 1}.$

Варіант 22

1. $f(x) = \frac{\sin(x^{\sqrt{x}})}{\ln(1 + \operatorname{tg}^2 x)}$.
2.
$$\begin{cases} x = 1 - \ln^2 t, \\ y = 3e^t. \end{cases}$$
3. $\sin \frac{x}{y} + \cos \frac{y}{x} = 1$.
4. $y^2 - y = 6x^2; x_1 = 1; x_2 = 2$.
5. $y = \frac{\ln(1+x)}{1+x}; n = 10; x = 0$.
6. $y = \frac{1+x^2}{1-x^2}$.
 - а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \arcsin x^2}{x \cos x - \sin x}$,
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{20} - 2x + 1}{x^{30} - 2^x + 1}$,
7. в) $\lim_{x \rightarrow +0} (-\ln x)^{2x}$,
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^a a^x; a > 0; a \neq 1$,
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\arcsin x - \ln(1+x)}$.
8. $\cos^2(\sin x)$ до x^4 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x + \arcsin x - 3\sqrt[3]{1+x}}{\ln(1-x^2)}$.
10. $y = \frac{1+x^2}{1+(x-2)^2}$.

Вариант 23

1. $f(x) = \frac{1}{\cos\left(x - \operatorname{arctg}\left(x^{\ln x}\right)\right)}.$
2. $\begin{cases} x = a(\ln \operatorname{ctg}(t/2) - \cos t), \\ y = a \sin t. \end{cases}$
3. $x^2 - y^2 + 5x - 7y + 5 = 0; y > -3,5.$
4. $4xy + \frac{x}{x+y} = 0; x_1 = 1; x_2 = -\frac{1}{4}.$
5. $y = \sin^3 x; n = 15; x = \pi / 4$
6. $y = \sin^4 x + \cos^4 x$
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos x}{\operatorname{tg} x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x \operatorname{arctg} x} - \frac{1}{x^2} \right),$
7. $\begin{aligned} &\text{в) } \lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{\cos(2m+1)x}{\cos(2n+1)x}; n, m \in \mathbb{Z}. \\ &\text{г) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(3x^2 + 3^x \right)^{1/x}, \\ &\text{д) } \lim_{x \rightarrow 1} x^{1/(x-1)}. \end{aligned}$
8. $\sqrt[3]{\cos x^3} \text{ до } x^{12}.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1-x^2} - x \operatorname{ctg} x}{x \sin x}.$
10. $y = \frac{x^2 + 2x - 3}{x} - e^{1/x}.$

Варіант 24

1. $f(x) = \operatorname{ctg}^2 \left(\sin x \cdot \sqrt{\ln(1 + (e + x)^x)} \right).$
2.
$$\begin{cases} x = a(\sin(t/2) + 0,5 \sin t \cos^2 t), \\ y = -\pi/2 \cos^3 t. \end{cases}$$
3. $(2a - x)y^2 = x^2; y < 0.$
4. $x^4 + y^4 - 8x^2 - 10y^2 + 16 = 0; x_1 = 1; x_2 = 3.$
5. $y = \operatorname{arctg} x; n = 5; x = 0.$
6. $y = x \ln \frac{3+x}{3-x}$
 - a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg} 3x - 6 \operatorname{tg} x}{3 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} 3x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{5x^3 - x} - 2x}{\sqrt[5]{x^2 - 1}},$
7. б) $\lim_{x \rightarrow +0} (x^x - 1) \ln x,$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{1/x^2},$
д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e - (1+x)^{1/x}}{x^2}.$
8. $\cos(\sin x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\ln(1+x) - x)x}{\operatorname{sh} 2x - 2 \operatorname{sh} x}.$
10. $y = \frac{x^3 + 2x^2}{(x-1)^2}.$

Вариант 25

1. $f(x) = (e \cdot x)^{\operatorname{arctg} \sqrt{1 + \ln(1 + x^2)}}$.
2.
$$\begin{cases} x = a/3 (2 \cos t + \cos 2t), \\ y = a/3 (2 \sin t - \sin 2t). \end{cases}$$
3. $\operatorname{arctg}(y/x) = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.
4. $x = (t-1)^2(t-2); y = (t-1)^2(t-3); t_1 = 4; t_2 = 0$.
5. $y = \ln \frac{3+2x}{3-2x}; n = 10; x = 0$.
6. $y = \frac{3-2x^2}{2x^2+3x-2}$.
 - a) $\lim_{x \rightarrow a} \arcsin \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a),$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{\ln x} \right),$
7. Б) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\sin x},$
г) $\lim_{x \rightarrow 0} (\operatorname{tg} x/x)^{1/x^2},$
д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(\sin x) - \sin^2 x}{x^6}.$
8. $\operatorname{tg} x$ до x^5 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arccos x - \cos x}{\sin x - \arcsin x}.$
10. $y = \frac{(x-1)^3}{(x-2)^2}.$

Варіант 26

1. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(1 + (\cos x)^{\sin x}\right).$
2. $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (-\infty < t < \infty).$
3. $5xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0; \quad y < 2; \quad x_0 = 11/12.$
4. $\frac{x^2 2^x}{x^x}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 1.$
5. $y = e^{-x^2}; \quad n = 5; \quad x = 0.$
6. $y = \frac{1}{\sqrt{7x+6}}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \operatorname{tg} 3x - 6 \operatorname{tg} x}{3 \operatorname{arctg} x - \operatorname{arctg} 3x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x(1+x)} - \frac{\ln(1+x)}{x^2} \right),$
7. в) $\lim_{x \rightarrow a} \operatorname{arcsin} \frac{x-a}{a} \cdot \operatorname{ctg}(x-a),$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{1/\ln(e^x-1)},$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x + \operatorname{arcsin} x - 3\sqrt[3]{1+x}}{\ln(1-x^2)}.$
8. $\cos^2(\sin x)$ до $x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cos x + \operatorname{arcsin} x - 3\sqrt[3]{1+x}}{\ln(1-x^2)}.$
10. $y = \frac{x}{2} + 2 \operatorname{arctg} x.$

Варіант 27

1. $f(x) = \operatorname{arctg}\left(1 + (\cos x)^{\sin x}\right).$
2. $\begin{cases} x = \ln \sin t / 2, \\ y = \ln \sin t \end{cases} \quad (0 < t < \pi).$
3. $5x^2 + 5y^2 - 30x + 10y + 9 = 0; \quad y < -1.$
4. $\ln\left(\sqrt{1 + 2\sin x} + \sqrt{2\sin x - 1}\right).$
5. $y = \arcsin x; \quad n = 9; \quad x = 0.$
6. $y = \ln \frac{x^2 - 1}{x^2 - 4x + 4}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 3x^2 - 5x - 2}{x^4 + 2x^3 - 2x - 1},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{e^x - 1} \right),$
7. в) $\lim_{x \rightarrow +0} \left(\frac{1}{x} \right)^{\sin x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln \left(\frac{2}{\pi} \operatorname{arctg} x \right),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\pi} \arccos x \right)^{1/x}.$
8. $\sin(\sin x)$ до $x^5.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{sh} 2x - 2\operatorname{sh} x}{(e^x - 1 - x)x}.$
10. $y = \frac{x^5}{(x^2 - 1)^2}.$

Варіант 28

1. $f(x) = \cos 2^x \cdot \ln(1 + (\operatorname{arctg} x)^{\sin x})$.
2. $\begin{cases} x = a(t - \sin t), \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases} \quad (-\infty < t < \infty).$
3. $x^2 - 4xy + 4y^2 + 3x - 4y - 7 = 0; x < 2y - 1$.
4. $\frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} + \ln \sqrt{\frac{1-x}{1+x}}$.
5. $y = \sin x \cdot \sin 2x \cdot \sin 3x; n = 10; x = \pi / 6$
6. $y = \frac{1}{x^2(x-1)}$
 - а) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{2x^4 + 3x^3 - 4x^2 - 9x - 4}{3x^4 + 5x^3 + 3x^2 + 3x + 2},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{\arcsin x} \right),$
7. в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2-0} (\pi - 2x)^{\cos x},$
г) $\lim_{x \rightarrow +0} x^2 \ln^3 \left(\frac{1}{x} \right),$
д) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln \sin x}{\operatorname{ctg} x}.$
8. $\ln(3 \cos x)$ до x^6 .
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1 + x^2 / 2}{\operatorname{ch} 3x + \cos 3x - 2}.$
10. $y = \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^4.$

Варіант 29

1. $f(x) = \left(\frac{1-x}{1+x} \right)^{\frac{1}{\sin x}} \cdot e^{\arcsin \ln \sqrt{3}}.$
2.
$$\begin{cases} x = r \sin t + \sin rt, \\ y = r \cos t + \cos rt. \end{cases}$$
3. $5xy + 8y^2 - 12x - 26y + 11 = 0; \quad y < 2; \quad x_0 = 11/12.$
4. $\frac{x^2 2^x}{x^x}; \quad x_1 = 2; \quad x_2 = 1.$
5. $y = \left(\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{x - 1} \right)^2; \quad n = 16; \quad x = 0.$
6. $y = \ln(1 - 4x^2).$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln x - x + 1}{x - x^x},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{\sin^2 x} \right),$
 - в) $\lim_{x \rightarrow \pi/2-0} (\operatorname{tg} x)^{\cos x},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \left(\pi - 2 \arcsin \frac{x}{\sqrt{x^2 + 1}} \right),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{50} - 50x + 49}{x^{100} - 100x + 99}.$
8. $\ln \frac{\sin x}{x} \text{ до } x^6.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sqrt{1+x} + \sqrt[3]{1+x} - 2\sqrt[4]{1-x})x}{\operatorname{arctg} x - \arcsin x}.$
10. $y = \frac{20x^2}{(x-1)^3}.$

Варіант 30

1. $f(x) = \ln \sqrt{\frac{e^x}{e^{2x} + 1}} \cdot (\operatorname{arctg} x)^{1+x^2}.$
2. $x = \frac{1+t^4}{1+2t^2+t^4}, y = \frac{2t^2}{1+2t^2+t^4}.$
3. $xy + \ln y = 1; \quad y > 0; \quad x_0 = 0.$
4. $\operatorname{arctg} \frac{\ln x}{x}; \quad x_1 = \frac{1}{e}; \quad x_2 = e.$
5. $y = \frac{7x+1}{(3x-2)^2}; \quad n=10; \quad x=1.$
6. $y = \frac{x}{\sqrt{ax+b}}.$
 - а) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(1-x^3) - 3(1-x^2)}{(1-x^3)(1-x^2)},$
 - б) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^{7/6} - x^{6/7} \ln^2 x),$
7.
 - в) $\lim_{x \rightarrow +0} x^{\frac{1}{\ln(\operatorname{sh} x)}},$
 - г) $\lim_{x \rightarrow +0} \sin x \ln(\operatorname{ctg} x),$
 - д) $\lim_{x \rightarrow +0} \frac{\ln(1 - \cos x)}{\ln(\operatorname{tg} x)}.$
8. $\ln \frac{e^x - 1}{x} \text{ до } x^4.$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin x - x}.$
10. $y = 32x^2(x^2 - 1)^3.$