

11 НАЧИСЛЕНИЕ ПРОЦЕНТОВ И ИНФЛЯЦИЯ

Основные формулы

название	формула	составляющие
индекс покупательной способности	$J_n = \frac{1}{J_p}$	J_p – индекс цен
реально наращенная сумма денег, с учетом их покупательной способности	$C = \frac{S}{J_p}$	S – наращенная сумма за n лет; J_p – индекс цен
наращенная по простым процентам сумма к концу срока ссуды с учетом падения покупательной способности денег, т.е. при темпе инфляции h	$C = \frac{P(1+ni)}{J_p}$	$J_p = \prod_{t=1}^n (1+h_t)$ – в общем случае; $J_p = (1+h)^n$ – при неизменном темпе роста цен h
процентная ставка, компенсирующая инфляцию при начислении простых процентов	$i = \frac{J_p - 1}{n}$	
брутто-ставка – скорректированная ставка, т.е. увеличенная ставка процентов на величину инфляционной премии	$r = \frac{(1+ni)J_p - 1}{n}$	
наращенная по сложным процентам сумма к концу срока ссуды с учетом падения покупательной способности денег	$C = P \frac{(1+i)^n}{J_p}$	
брутто-ставка (формула Фишера)	$r = i + h + ih$	i – реальная ставка; h – годовой темп инфляции равен
инфляционная премия	$h + ih$	
индексация первоначальной суммы P	$S = PJ_p (1+i)^n$	
годовая реальная ставка процентов при начислении простых процентов	$i = \frac{1}{n} \left(\frac{1+nr}{J_p} - 1 \right) =$ $= \frac{1}{n} \left(\frac{1+nr}{(1+h)^n} - 1 \right)$	

название	формула	составляющие
годовая реальная ставка процентов при начислении сложных процентов	$i = \frac{1+r}{1+h} - 1 = \frac{r-h}{1+h}$	

Примеры решения задач

Пример 1 Предполагается, что темп инфляции составит 20% в год. Какую ставку сложных процентов следует указать в договоре на открытие депозитного счета, чтобы реальная доходность составляла 10%? Чему равна инфляционная премия?

Решение.

Брутто-ставка вычисляется по формуле Фишера:

$$r = i + h + ih = 0,2 + 0,1 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,32 \text{ или } 32\%.$$

Инфляционная премия $h + ih = 0,2 + 0,1 \cdot 0,2 = 0,22$ или 22%.

Пример 2 Кредит в размере 500 000 грн. выдан на 2 года. Реальная доходность операции должна составлять 20% годовых по сложной ставке процентов. Ожидаемый уровень инфляции составляет 15% в год. Определить множитель наращенной суммы, учитывающий инфляцию и наращенную сумму.

Решение.

Множитель наращенной суммы определяется по формуле

$$J_p (1+i)^n = (1+0,15)^2 \cdot (1+0,2)^2 = 1,9.$$

Нарашенная сумма по формуле (4.9):

$$S = PJ_p (1+i)^n = 500000 \cdot 1,9 = 950000 \text{ грн.}$$

Пример 3 На депозит со ставкой 12% годовых помещены денежные средства сроком на 1 год. Инфляция составляет 10% в год. Найти реальную ставку процентов для случая простых и сложных процентов.

Решение.

При начислении простых процентов годовая реальная ставка определяется по выражению (4.11):

$$i = \frac{1}{n} \left(\frac{1+nr}{(1+h)^n} - 1 \right) = \frac{1+0,12}{1+0,1} - 1 = 0,018 \text{ или } 1,8\%.$$

При начислении сложных процентов реальная ставка процентов определяется следующим выражением (4.12):

$$i = \frac{r-h}{1+h} = \frac{0,12-0,1}{1+0,1} = 0,0198 \text{ или } 1,98\%.$$

Пример 4 Рассчитать реальную годовую ставку для следующих условий: годовой темп инфляции – 20%, брутто-ставка – 25% годовых, срок – 0,5 года.

Решение.

$$i = \frac{1}{n} \left(\frac{1 + nr}{(1 + h)^n} - 1 \right) = \frac{1}{0,5} \left(\frac{1 + 0,5 \cdot 0,25}{(1 + 0,2)^{0,5}} - 1 \right) = 0,05404 \text{ или } 5,4\%.$$

Пример 5 Банк начисляет проценты по вкладу по номинальной ставке 12% годовых с ежемесячной капитализацией. Среднегодовой темп инфляции 2%. Найти реальную доходность операции.

Решение. Реальную доходность операции обеспечивает брутто-ставка. Речь идёт о сложных процентах. Найдём эффективную ставку процентов:

$$i_{\text{эф}} = \left(1 + \frac{j}{m} \right)^m - 1 = \left(1 + \frac{0,12}{12} \right)^{12} - 1 = 0,1047 \text{ или } 10,47\%.$$

Таким образом, $i_{\text{эф}} = r = 10,47\%$.

Находим реальную доходность в виде сложной процентной ставки:

$$i = \frac{r - h}{1 + h} = \frac{0,1047 - 0,02}{1 + 0,02} = 0,0830 \text{ или } 8,3\%.$$

Пример 6 Какую брутто-ставку должен назначить банк, чтобы при годовой инфляции 12% реальная ставка оказалась 6%?

Решение.

$$r = i + h + ih = 0,06 + 0,12 + 0,12 \cdot 0,06 = 0,1872 \text{ или } 18,72\%.$$

Пример 7 На сумму 1,5 млн. грн. в течение трёх месяцев начисляются простые проценты по ставке 28% годовых. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5; 2,0 и 1,8%. Определить наращенную сумму с учётом обесценивания.

Решение.

$$\begin{aligned} C &= P \frac{1 + ni}{J_p} = P \frac{1 + ni}{(1 + h_1)(1 + h_2)(1 + h_3)} = \\ &= \frac{1,5 \cdot \left(1 + \frac{3}{12} \cdot 0,28 \right)}{(1 + 0,025)(1 + 0,02)(1 + 0,018)} = 1,508 \text{ млн. грн.} \end{aligned}$$

Задачи для самостоятельной работы

1. Клиент внес в банк 15000 грн. сроком на 3 квартала. Процентная ставка банка 18%, налог на проценты 10%. Определить наращенную сумму в случае сложных процентов при ежеквартальном начислении. *Ответ: 16905,74 грн.*

2. Оценить годовой рост цен при темпе инфляции 15% в месяц. *Ответ: 435%*

3. Фирма договорилась с банком о выделении кредита размером 300 тыс. грн. сроком на полгода под 22% годовых без учета инфляции. Ожидаемый годовой уровень инфляции 14%. Какую процентную ставку с учетом инфляции возьмет банк, каков при этом коэффициент наращивания и дисконт банка? *Ответ: 37%; 1,185; 55,5 тыс. грн.*

4. Месячные уровни инфляции 1,5%. Какой процент за годовой кредит должна взять финансовая компания, чтобы обеспечить доходность не менее 20%, если они начисляются ежемесячно? *Ответ: 38,298%*

5. Оценить рост цен за год при темпах инфляции 3% ежемесячно. Определить простую годовую и сложную ежеквартальную брутто-ставку процентов, которые обеспечат реальную доходность по вкладам банка 9% в квартал. *Ответ: 42,576%; 76,42%; 19,1%*

6. Оценить рост цен за год при темпах инфляции 8% в первый квартал, 9% во второй, 7% в третий и 6% в последний. Определить простую учетную годовую ставку процентов, которая обеспечит реальную доходность по вкладам банка 24% годовых. *Ответ: вырастут на 33,52%; 43,08%*

7. Оценить рост цен за квартал при темпах инфляции 20% в первый месяц, 15% во второй месяц, 10% в третий месяц. *Ответ: 51,8%*

8. Кредит 2 млн. грн. выдан на 3 года. На этот период прогнозируется рост цен в 1,5 раза. Определить ставку процентов при выдаче кредита и наращенную сумму долга, если реальная доходность должна составлять 12% годовых по ставке сложных процентов. *Ответ: 28,2%*

9. Банк выдал ссуду в размере 80 тыс. грн. на 3 года с начислением процентов каждые полгода. Процентная ставка банка 28%. Среднегодовая инфляция ожидается на уровне 16%. Определить сумму, которую придется выплатить в конце срока, реальную ставку банка. *Ответ: 175,59 тыс. грн.; 11,6%*

10. Владелец векселя на сумму 60 тыс. грн. со сроком погашения полгода учел его в банке по номинальной учетной ставке 24% годовых с поквартальным дисконтированием. Годовой уровень инфляции 30%. Определить текущую стоимость векселя и номинальную учетную брутто-ставку банка. *Ответ: 46,5 тыс. грн.; 47,9%*

11. На годовом гривневом депозите ставка процентов составляет 45% годовых. Месячный темп инфляции в первом полугодии был постоянен и составил 4,7% в месяц, во втором полугодии – 5% в месяц. Во сколько раз «возрастет» реальная наращенная сумма депозита за год? *Ответ: в 0,821 раза*

12. Вкладчик намерен внести 8 тыс. грн. на три года в банк, который гарантирует выплату 15% сложных годовых с ежеквартальной капитализацией. Ожидаемый среднемесячный темп инфляции составляет 2%. Оценить экономическую целесообразность такого размещения денежных средств. Какой реальный доход или убыток с учётом инфляции будет иметь вкладчик?

13. Темп инфляции по месяцам составил: 2%, 5%, 6%. Определить, насколько уменьшится фактическая наращенная сумма за три месяца, если на сумму 250 тыс. грн. начисляются простые проценты по ставке 10%.

14. Найти реальную ставку сложных процентов для условий: годовая инфляция 10%, брутто-ставка 30%.

15. На сумму 500 тыс. грн. в течение двух месяцев начисляются простые проценты по ставке 20% годовых. Темп инфляции по месяцам составил: 2%, 4% соответственно. Найти наращенную сумму с учётом обесценивания.

16. Каждый месяц цены растут на 1,5% (2%). Каков ожидаемый уровень инфляции за год?

17. Уровень инфляции в марте составил 2% (3%), в апреле – 1% (5%), в мае – 3% (3%). Чему равен индекс инфляции за рассматриваемый период?

18. Период начисления – 3 (6) месяца, ожидаемый ежемесячный уровень инфляции – 2% (1,5%). Под какую простую ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность 5% (6%) годовых (проценты простые)?

19. Первоначальная сумма положена на срок апрель-июнь (январь-июнь) под простую ставку ссудных процентов 15% (25%) годовых. Уровень инфляции в апреле составил – 1%, в мае – 1,5%, в июне – 2% (в январе составил – 0,5%, в феврале – 2%, в марте – 1%, в апреле – 0,5%, в мае – 3%, в июне – 1%). Какова реальная доходность в виде годовой процентной ставки ссудных процентов?

20. Период начисления – 3 (2) года, ожидаемый ежегодный уровень инфляции – 14% (12%). Под какую сложную ставку ссудных процентов нужно положить первоначальную сумму, чтобы обеспечить реальную доходность 5% (6%) годовых (проценты сложные)?

21. Первоначальная сумма положена на 3 (2) года под сложную ставку ссудных процентов 20% (15%) годовых. Уровень инфляции за первый год составил 16% (12%), за второй год – 14% (14%), за третий год – 13% (15%). Какова реальная доходность в виде сложной годовой ставки ссудных процентов?

22. Найти реальную простую процентную ставку (доходность) при номинальных ставках 60% и 30% годовых и месячных темпах инфляции 5%, 2%, 4%.

23. Найти сложную номинальную процентную ставку при доходности 15% годовых и годовых темпах инфляции за 3 года для случаев 90%, 80% и 60%.

24. Кредит в размере 50 тыс. грн. выдан на 2 года. Реальная доходность операции должна составлять 20% годовых по сложной ставке ссудных процентов. Ожидаемый уровень инфляции составляет 15% в год. Определить множитель наращения, сложную ставку процентов, учитывающих инфляцию и наращенную сумму.

25. Первоначальный капитал в размере 2 млн. грн. выдается на 3 года, проценты начисляются в конце каждого квартала по номинальной ставке 18% годовых. Определить номинальную ставку процентов и наращенную сумму с учетом инфляции, если ожидаемый годовой уровень инфляции составит 19%.

26. При выдаче кредита должна быть обеспечена реальная доходность операции, определяемая учетной ставкой 20% годовых. Кредит выдается на полгода, за которые предполагаемый индекс инфляции составит 1,4. Рассчитать значение учетной ставки, компенсирующей потери при инфляции.

27. Определить реальную доходность финансовой операции, если при уровне инфляции 8% в месяц выдается кредит на 2 года по номинальной ставке сложных процентов 15% годовых. Проценты начисляются ежеквартально.

28. Определить, какой реальной убыточностью обладает финансовая операция, если при уровне инфляции 18% в год капитал вкладывается на один год под номинальную ставку ссудных процентов 5% годовых при ежемесячном начислении.

29. Какую ставку должен назначить банк, чтобы при годовой инфляции 12% реальная ставка оказалась 6%?

30. Банк выдал на 6 месяцев кредит 5 млн. грн. Ожидаемый месячный уровень инфляции – 2%, требуемая реальная доходность операции – 10% годовых. Определить ставку процентов по кредиту с учетом инфляции, размер наращенной суммы и величину процентного платежа.

31. Кредит в размере 10 млн. грн. выдан на 2 года. Реальная доходность должна составлять 11% годовых (сложные проценты). Расчетный уровень инфляции – 16% в год. Определить ставку процентов при выдаче кредита, а также наращенную сумму.

32. Кредит 12 тыс. грн. выдан на 3 года. На этот период прогнозируется рост цен в 2,2 раза. Определить ставку процентов при выдаче кредита и наращенную сумму долга, если реальная доходность должна составлять 12% годовых по ставке сложных процентов.

33. Цены за каждый месяц растут на 8%. Найти годовой уровень инфляции.

34. Приросты цен по месяцам составили 1,5, 1,2 и 0,5%. Определить индекс цен за три месяца.

35. На сумму 1,5 млн. грн. в течение 3 месяцев начисляются проценты по ставке 28% годовых. Наращенная сумма равна 1,605 млн грн. Ежемесячная инфляция характеризуется темпами 2,5, 2,0 и 1,8%. Определить индекс цен и наращенную сумму с учетом обесценивания.

36. При уровне инфляции 50% в год капитал вкладывается на один год под номинальную ставку 15% (начисление процентов ежеквартальное). Какова реальная доходность этой операции?

37. Инфляция за год составляет 60%. Определить уровень инфляции за квартал.

38. Кредит 6 тыс. грн. выдан на 3 года. На этот период прогнозируется рост цен в 1,4 раза. Определить ставку процентов при выдаче кредита и наращенную сумму долга, если реальная доходность должна составлять 12% годовых по ставке простых процентов.

39. Капитал вкладывается на 2 года при уровне инфляции 30% в год под номинальную ставку 15%, начисление процентов ежегодное. Какова реальная доходность этой операции?

40. На данный момент получено 150 тыс. грн. За два предшествующих года цены увеличились в 1,5 раза. Определить реальную покупательную способность двухлетней давности.

41. Какую ставку должен назначить коммерческий банк, чтобы при годовой инфляции 40% реальная ставка оказалась 14%?

42. Найти реальный доход вкладчика, если на депозит положено 25 млн. грн. на 3 года по сложной ставке 20% годовых с ежемесячным начислением процентов при квартальной инфляции, равной 3% в среднем за данный период.

43. На три года выдан кредит в 30 грн. руб. Реальная доходность должна составлять 15% годовых (сложные проценты). Расчетный уровень инфляции – 16% в год. Определить ставку процентов при выдаче кредита, а также наращенную сумму.

44. Найти месячный темп инфляции, если за 2 месяца цена товара увеличилась с 6250 до 6760 грн.

45. Месячный темп инфляции равен 2%. Сколько стоил товар полгода назад, если сейчас его цена равна 5405,58 грн.?

46. В течение первых 3 месяцев темп инфляции был равен 3%, а в течение следующих 2 месяцев – 4%. На сколько процентов увеличились цены за 5 месяцев?

47. Месячная заработная плата 01.02.96 составила 900 тыс. купонов, а цена товара – 18 тыс. купонов. 01.08.96 заработная плата достигла 1 млн. купонов, а цена товара повысилась до 36 тыс. купонов. Среднемесячный темп инфляции в рассматриваемый период составлял 10%. Как изменилась (в купонах и процентах) реальная цена товара с учетом инфляции, и как изменилась реальная заработная плата за рассматриваемый период?

48. Темпы инфляции за прошедший год по месяцам составили соответственно 7, 5, 6, 9, 10, 12, 6, 8, 7, 11, 9, 7%. Определить:

а) средний ежемесячный темп инфляции;

б) общий уровень инфляции за год;

в) на сколько процентов возросли цены с 01.01 по 01.04;

г) во сколько раз возросли цены на 01.11 по отношению к ценам на 01.02;

д) на сколько процентов цены на 01.06 будут ниже цен на 01.10.

49. Известны номинальные цены на 01.03 товаров А, В и С – соответственно 10, 9 и 11 тыс. грн.; а на 01.09 – соответственно 21, 20 и 22 тыс. грн. Определить:

а) на сколько процентов изменились реальные цены товаров за этот период; как изменились относительные цены товаров В и С к товару А;

б) какие из указанных товаров стали относительно дешевле (дороже) в ходе инфляционного процесса и на сколько процентов.

50. Кредит в 10 тыс. грн. выдан на два года. Реальная доходность должна составлять 11% годовых (проценты сложные). Расчетный уровень инфляции – 16% в год. Определить ставку процентов при выдаче кредита, а также наращенную сумму.

51. При уровне инфляции 80% в год капитал вкладывается на один год под номинальную ставку 50%, начисление процентов ежемесячное. Какова реальная доходность этой операции?