

**Запорізький національний університет
Міністерства освіти і науки України**

УДК 007:681.518.2

**МЕТОДИЧНИЙ ПОСІБНИК
до виконання лабораторних робіт**

**Запоріжжя
2019**

ВСТУП

Даний курс представляє собою навчальну дисципліну, що вивчає різні явища, абстрагуючись від їхньої конкретної природи і базується на формальних взаємозв'язках між різними складовими системи.

Об'ектом дослідження даної дисципліни є не "фізична реальність", не, скажемо, фізичне або соціальне явище, а "система", тобто формальний взаємозв'язок між виділеними, відповідно до мети дослідження, властивостями об'єкта, що спостерігаються

Мета курсу – створення єдиної методології дослідження загальносистемних ознак (характеристик) систем різної природи.

Займаючись вивченням фундаментальних понять і аспектів поведінки систем різної фізичної природи, у рамках даної дисципліни, запропоновано концептуальний підхід визначення системних задач та методів їх розв'язання, в основу якого покладена ієрархічна класифікація систем за типами відношень між елементами системи.

Актуальність використання даної методології дослідження систем обумовлена особливістю сучасного етапу розвитку науки і техніки який характеризується постійним зростанням складності досліджуваних об'єктів і явищ, а також необхідністю прогнозування поведінки складних систем, складність яких пояснюється, насамперед багатомірністю, різотипністю властивостей об'єкта дослідження, труднощами формування моделі у зв'язку з істотною нестачею знань про внутрішні функціональні взаємозв'язки елементів в системі [1-3].

Крім того, для складних систем, а до цієї категорії відносяться більшість систем, що описують явища, які досліджуються у соціології, біології, економіці, екології, медицині, техніці і т.д. – спеціальна мова, що використовується класичними теоріями та базується на таких конкретних математичних структурах, як диференціальні або різницеві рівняння, абстрактні алгебри і т.п., не завжди дозволяє адекватно формально описати реальну проблему, або через подібну невідповідність між характером подій і наявних можливостей опису, або через нестачу інформації (обмежений об'єм експериментальних даних) багато складних проблем, можливо сформулювати лише в самих загальних термінах, що мають при цьому не тільки кількісний, але і якісний характер[2].

Центральним поняттям даної дисципліни є поняття система. В одній з перших спроб формалізації даного поняття, **система** розглядалася як "сукупність елементів, що знаходяться у взаємодії або у відношеннях один з одним". Формально, система S являє собою упорядковану пару $S = (A, R)$, де A -

множина елементів, а R – множина відношень між елементами множини A . З тих пір (дотепер включно) було започатковано досить багато спробів надання визначення поняттю **система**, заснованих як на самих загальних філософських висновках, так і аксіоматично, виходячи з деяких формальних передумов. Перші спроби використання аксіоматичного підходу при визначенні поняття **система** були започатковані в роботах [4, 5, 6]. Сутність даного підходу полягає у виборі аксіом, що визначають **систему** у виді формального математичного об'єкту. При цьому передбачалося, що відома **функція переходів**, яка встановлює залежність (або в детермінованому, або у ймовірнісному змісті) значення **виходу системи** від її входу і стану. Представлення системи в такому виді (принаймні, на концептуальному рівні) є зручною і корисною моделлю при дослідженні технічних систем. Однак його дуже складно використовувати при дослідженні природних систем, особливо, організаційного типу.

У [4] викладений аксіоматичний підхід до побудови теорії систем, заснований на теоретико-множинному підході, де система визначається у виді n -арного відношення

$$S \subseteq V_1 \times \dots \times V_n ,$$

де V_i - об'єкти системи.

Отже, система представляється у вигляді визначеної форми орієнтації знань і інформації про досліджувані об'єкти.

Виділення системи, що базується на визначених типах відношень R , дозволяє абстрагуватися від типу елементів множини A , на яких ці відношення визначені і в подальшому визначати ізоморфні класи систем, а введення ієрархічної організації відповідно рівням знань про системи дозволяє створити методологію розв'язання системних задач, тобто задач, що стосуються відношень у системах.

Наземо концептуальну схему, у якій типи системних задач визначені разом із методами розв'язання задач цих типів, універсальним розв'язувачем системних задач (УРСЗ).

Дана концептуальна схема може бути реалізована в рамках експертної системи, а послідовна розробка бази знань цієї системи і її інтерфейсу із користувачем представляє предмет вивчення.

Прогрес комп'ютерної техніки разом із досягненнями в галузі штучного інтелекту дали нові методологічні можливості, допомогли уточнити і прояснити деякі фундаментальні проблеми, а також уможливити реалізацію цілого ряду функціональних можливостей людини на комп'ютері. Однак мета розв'язання системних задач - не замінити можливості людини машиною, а сімбіотично доповнити та розширити їх.

Розв'язання задач у різних контекстах, пов'язаних із традиційними галузями науки можливо з використанням методології розв'язання системних задач, що засновуються на припущенні, що з конкретних задач можуть бути виділені і контекстне незалежні задачі.

Ієрархія епістемологічних рівнів систем утворює основу опису і представлення систем. Ієрархічні рівні розрізняються знаннями дослідника про розглядуваний феномен.

Прийнято виділяти дометодологічний рівень дослідження і дослідження в рамках розглянутої методики.

Нульовий (нижній) рівень ієрархії включає три примітивні системи: систему на об'єкті O , конкретну I і загальну I примітивні системи та дві системи інтерфейси. З них дві перші системи відносяться до дометодологічного рівня дослідження, а третя - розглядається як інтерфейс між об'єктом дослідження й універсальним розв'язувачем системних задач. Системи нульового рівня прийнято називати вихідними системами S . Після доповнення вихідної системи S дійсними станами змінних і параметрів, ми розглядаємо нову систему, визначену на першому епістемологічному рівні і названу системою даних D .

Більш високі епістемологічні рівні містять знання про деякі інваріантні параметрами характеристики відношень розглядуваних змінних, за допомогою яких можна генерувати дані при відповідних початкових і граничних умовах.

Системи, у яких стани основних змінних можуть породжуватися по множині параметрів, називаються породжуючими системами F і утворять другий епістемологічний рівень.

Розв'язання проблеми цілого і частини знаходять своє відображення на третьому епістемологічному рівні, коли системи, визначені як породжуючі, називаються *підсистемами загальної системи* і при цьому можуть мати деякі загальні змінні або взаємодіяти якось інакше. Системи цього рівня називаються структурованими системами.

На четвертому епістемологічному рівні системи складаються із набору систем, визначених на більш низькому рівні, і деякої інваріантної параметрами характеристики, що описують зміни в системах більш низького рівня. Визначені в такий спосіб системи називаються *метасистемами*.

На п'ятому рівні допускається, що метахарактеристика може змінювати множину параметрів, відповідно до інваріантної параметрами характеристиці більш високого рівня або мета-метахарактеристиці. Такими системи називаються *мета-метасистемами* або *метасистемами другого порядку*.

Центральним питанням методології систем є розробка таких парадигм, що для різних класів задач і сучасного стану обчислювальної техніки забезпечили б

найкращий компроміс для двох суперечливих критеріїв - якості розв'язання і складності процедури розв'язання.

Даний методичний посібник містить стислі теоретичні відомості, завдання для лабораторних робіт, питання для самоперевірки знати, спеціальні позначення основні теоретико-множинні поняття, та список літератури. Рекомендується перед виконанням лабораторних робіт вивчити теоретичний матеріал і, при необхідності, самостійно повторити розв'язання наведених прикладів.

Тема 1. ПОБУДОВА ВИХІДНОЇ СИСТЕМИ

Мета роботи – вивчити основні поняття та визначення, що стосуються вихідної системи, розкрити основні методологічні особливості з побудови вихідної системи, визначити основні етапи побудови вихідної системи, навести основні методологічні відзнаки побудованої вихідної системи, навчитися тлумачити отримані результати.

Стислі теоретичні відомості

Перш за все розкриємо поняття вихідної системи як центрального об'єкта дослідження даної роботи.

Вихідна система представляє нульовий рівень у епістемологічній класифікації систем.

Розглянемо функціональну схему побудови вихідної системи, згідно з якою побудова вихідної системи включає **виконання наступних етапів**:

1 *етап*. Визначення об'єкту та мети дослідження. Виділення суттєвих характеристик об'єкту із застосуванням експертних методів: безпосереднього ранжирування або попарних порівнянь (див. попередню роботу).

2 *етап*. Побудова системи на об'єкті – першої примітивної системи вихідної системи.

3 *етап*. Побудова конкретної представляючої системи – другої примітивної системи вихідної системи.

4 *етап*. Побудова загальної представляючої системи – третьої примітивної системи вихідної системи.

Розглянемо кожний з наведених етапів більш детально.

Згідно наведеній функціональній схемі побудови вихідної системи, перш за все, для побудови системи на об'єкті необхідно конкретизувати об'єкт дослідження, встановити мету дослідження та визначити властивості об'єкту.

Так, як було визначено у попередній темі, під **об'єктом дослідження** розуміється частина миру, яка виділяється як єдине ціле протягом визначеного проміжку часу, та має нескінченне число властивостей (в загальному випадку), з яких, засобами теорії ранжирування визначаються такі суттєві властивості, що найкращим чином описують об'єкт як явище та задовольняють меті дослідження.

Після визначення суттєвих властивостей (факторів) об'єкту необхідним є визначення процедури кількісного виміру кожної властивості, тобто введення абстрактних змінних, які представляють певні властивості.

Так, на об'єкті дослідження система задається набором відповідних властивостей (факторів) об'єкта, кожному з яких призначаємо певну змінну, яка може бути зафікована і виміряна. В такий спосіб **система** завжди розглядається не як реальний об'єкт, а як абстрагування або відображення деяких (суттєвих) властивостей об'єкта тобто **система** – це не предмет, а список змінних.

Зожною властивістю пов'язана множина її проявів.

При однічному спостереженні властивість має одне конкретне проявлення. Для визначення можливих проявів виділеної властивості, потрібно реалізовувати множину спостережень цієї властивості. Для того щоб розрізняти спостереження, здійснювані за допомогою однієї і тієї ж процедури, потрібно щоб кожне спостереження чимось відрізнялося від інших. Будь-яка суттєва властивість, що використовується для визначення відмінностей у спостереженнях однієї і тієї ж властивості, будемо називати базовою властивістю або **базою**. *Типовими базами є час, простір, група.*

Бази трьох основних типів можна комбінувати. Особливо важливі й поширені комбінації час – простір і час – група.

Вибір відповідних баз досить гнучкий, проте абсолютно не довільний. Обмеження при цьому виборі досить точно виражені в описаних нижче вимогах, яким повинні задовольняти правильно обрані бази.

Перше, бази повинні бути застосовані до всіх властивостей системи, для якої вони визначені. Наприклад, простір не застосовний для характеристики властивостей музичного твору.

Друге, бази системи повинні відповісти призначенню, для якого визначається дана система. Так, наприклад, при спостереженні за студентами після введення нових навчальних нормативів спостерігають за відповідними ознаками. Ясно, що єдиними придатними для цього базами є час і група.

Третє, спостереження всіх властивостей системи повинні однозначно визначатися базами системи, тобто кожен елемент базової множини (значення певного моменту часу, точка простору, елемент групи або відповідна комбінація елементів) визначає один і тільки один прояв будь-якої з властивостей.

Виходячи з усього вищесказаного, **система на об'єкті** (як перша примітивна система вихідної системи) може бути визначена як множина властивостей, зожною з яких пов'язана множина її проявів і множина баз, зожною з яких пов'язана множина її значень.

$$O = \left(\{(a_i, A_i) | i \in N_n\}, \{(b_j, B_j) | j \in N_m\} \right), \quad (1.1)$$

де $N_n = \{1, 2, \dots, n\}$, $N_m = \{1, 2, \dots, m\}$ – множини значень цілих чисел від 1 до значення індексу n – число властивостей, m – число баз, a_i і A_i – властивість і множина її проявів; b_j і B_j – база і множина її елементів, O – система на об'єкті.

Компонентами другої примітивної системи вихідної системи – **конкретної представляючої системи** є конкретні змінні та конкретні параметри.

Конкретною змінною називається операційне представлення властивості, тобто образ властивості, який визначається конкретною процедурою спостереження або вимірювання. Кожна змінна має унікальне ім'я, що відрізняє її від інших змінних. Конкретна змінна пов'язана з певною множиною величин, через які вона себе проявляє. Ці величини зазвичай називають станами, (або значеннями) змінної, а всю множину – множиною станів змінної.

Конкретним параметром називається операційне представлення бази. Кожен параметр має унікальне ім'я, і з ним пов'язана множина; будемо називати її параметричною множиною, а її елементи – значеннями параметра.

Назовемо **каналом спостереження** будь-яку операцію, що вводить конкретну змінну як відображення властивості.

Канал спостереження, за допомогою якого властивість a_i представляється змінною \dot{v}_i , реалізується функцією

$$o_i : A_i \rightarrow \dot{V}_i. \quad (1.2)$$

Функція o_i гомоморфна відносно математичних властивостей множин A_i і \dot{V}_i .

Аналогічна функція, скажімо

$$\omega_j : B_j \rightarrow \dot{W}_j \quad (1.3)$$

задає представлення бази b_j , параметром \dot{w}_j , вона також повинна бути гомоморфною щодо відповідних властивостей B_j і \dot{W}_j .

Отже, конкретна представляюча система має вигляд

$$\dot{I} = \left(\left\{ (\dot{v}_i, \dot{V}_i) \mid i \in N_n \right\}, \left\{ (\dot{w}_j, \dot{W}_j) \mid j \in N_m \right\} \right), \quad (1.4)$$

де \dot{v}_i, \dot{V}_i – конкретна змінна з її множиною станів; \dot{w}_j, \dot{W}_j – конкретний параметр з множиною його станів.

Компонентами третьої примітивної системи вихідної системи – **загальної представляючої системи** є загальні змінні та загальні параметри.

Задана конкретна змінна v_i або конкретний параметр w_j абстрагується змінною v або параметром w відповідно, тоді і тільки тоді, коли функція

$$e_i^{-1} : \dot{V}_i \rightarrow V_i \quad (1.5)$$

для змінної, або функція

$$\varphi_j^{-1} : \dot{W}_j \rightarrow W_j \quad (1.6)$$

для параметра існує й ізоморфна відносно математичних властивостей визначених на \dot{V}_i і \dot{W}_j , відповідно. Задана загальна змінна v_i , або загальний параметр w_j конкретизується змінною \dot{v}_i або параметром \dot{w}_j тоді і тільки тоді, коли функція

$$e_i : V_i \rightarrow \dot{V}_i \quad (1.7)$$

для змінної, або функція

$$\varphi_j : W_j \rightarrow \dot{W}_j \quad (1.8)$$

для параметра існує й ізоморфна відносно математичних властивостей визначених на V_i і W_j .

Сукупність функцій (1.5)-(1.8) називаються **каналом абстрагування-конкретизації**.

Отже, загальну представляючу систему наведемо у вигляді

$$I = (\{(v_i, V_i) | i \in N_n\}, \{(w_j, W_j) | j \in N_m\}), \quad (1.9)$$

де v_i, V_i – загальна змінна з її множиною станів; w_j, W_j – загальний параметр з множиною його станів.

Приклад 1.1. Для ілюстрації введених понять припустимо, що властивістю a_i є вік людей з групи b_j , що має множину проявів B_j . Нехай елементами A_i будуть роки у діапазоні від 0 до 100. Ця множина звичайно є лінійно упорядкованою. Для визначення вікових категорій людей достатньо розглянути прийняті в практиці вікові діапазони. Цими діапазонами будемо вважати наступні: $\{0, \dots, 14\}$, $\{15, \dots, 29\}$, $\{30, \dots, 49\}$, $\{50, \dots, 74\}$, $\{75, \dots, 100\}$ і нехай множиною станів \dot{V}_i конкретної змінної \dot{v}_i , що представляє властивість a_i буде множина прийнятих найменувань цих діапазонів, тобто $\dot{V}_i = \{\text{дуже молодий, молодий, середніх років, старий, дуже старий}\}$. Функція o_i - це взаємно однозначна функція $o_i : A_i \rightarrow \dot{V}_i$, яка задає розбивку множини A_i , скажемо розбивку A_i/o_i , тоді можна записати, що $A_i/o_i \rightarrow \dot{V}_i$ визначається в такий спосіб:

Отже, змістовне представлення a_i за допомогою \dot{v}_i вводиться функцією o_i , яка для кожного діапазону будь-якому значенню з цього діапазону привласнює

прийняте найменування з множини \dot{V}_i , наприклад $o_i(7) = \text{дуже молодий}$ або $o_i(72) = \text{старий}$. Очевидно, що функція o_i гомоморфна щодо повного упорядкування множини A_i , тому що для будь-якої пари $\alpha, \beta \in A_i$, якщо $\alpha \leq \beta$, $o_i(\alpha) \leq o_i(\beta)$. З методологічних розумінь загальна змінна v_i може бути для конкретної змінної \dot{v}_i визначена за допомогою абстрагуючої функції $e_i^{-1} : \dot{V}_i \rightarrow V_i$. Ця функція повинна бути ізоморфною щодо упорядкування на \dot{V}_i . Нехай необхідно, щоб множина V_i представляла набір значень цілих чисел. Тоді e_i^{-1} можна задати наступним рівнянням:

$$e_i^{-1}(\dot{V}_k) = k(k = 0,1,\dots,4).$$

Отже множина V_i може бути визначена як $V_i = \{0,1,2,3,4\}$.

Нехай базою в цьому прикладі є множина людей (група), що населяють країну, яка є об'єктом дослідження. Дано множина не має ніяких математичних властивостей. Отже, $\omega_j : B_j \rightarrow \dot{W}_j$ може бути будь-якою взаємооднозначною функцією, яка кожній людині з визначеної групи ставить у відповідність унікальний ідентифікатор, наприклад, ідентифікаційний код. Методологічно зручно абстрагування $\varphi_j^{-1} : \dot{W}_j \rightarrow W_j$ представити у вигляді взаємно однозначної функції, що ставить у відповідність значенням ідентифікаційних номерів громадян, цілі числа з множини N_m , де m – число людей у групі, що спостерігається.

Крім чітких каналів спостереження o_i , v_i , часто застосовують нечітки канали \tilde{o}_i та $\tilde{\omega}_j$, які визначаються за допомогою рівнянь:

$$\tilde{o}_i : A_i \times \frac{A_i}{o_i} \rightarrow [0,1] \text{ або } \tilde{o}_i : A_i \times \dot{V}_i \rightarrow [0,1] \text{ та } \omega_j : B_j \times \dot{W}_j \rightarrow [0,1].$$

Системи, у яких змінні розділені на вхідні і вихідні, називаються **спрямованими**, в протилежному випадку **нейтральними**. Оголошення вхідних і вихідних змінних робиться за допомогою **визначника входу-виходу**, який реалізується функцією

$$u : N_n \rightarrow \{0,1\}, \quad (1.10)$$

такій, що якщо $u(i) = 0$, то це вхідна змінна а якщо $u(i) = 1$, то це означає, що змінна v_i є вихідною. Визначник входу-виходу

$$u = (u(1), u(2), \dots, u(n)) \quad (1.11)$$

задає статус для всіх змінних системи.

Відношення між трьома примітивними системами O, \dot{I} і I , як спрямованими так і нейтральними, задаються за допомогою повного каналу спостереження Q :

$$Q = (\{(A_i, V_i, o_i) | i \in N_n\}, \{(B_j, \dot{W}_j, \omega_j) | j \in N_m\}) \quad (1.12)$$

і повного каналу конкретизації - абстрагування

$$E = (\{(\dot{V}_i, V_i, e_i) | i \in N_n\}, \{(\dot{W}_j, W_j, \xi_j) | j \in N_m\}). \quad (1.13)$$

Отже, нейтральна вихідна система може бути подана п'ятіркою

$$S = (O, \dot{I}, I, Q, E).$$

Спряжені аналоги нейтральних систем $\mathbf{O}, \dot{\mathbf{I}}, \mathbf{I}$ мають такі позначення $\hat{\mathbf{O}}, \hat{\dot{\mathbf{I}}}, \hat{\mathbf{I}}$ та визначаються наступним чином

$$\hat{\mathbf{O}} = (\{a_i, A_i\} | i \in N_n) \mathbf{u} (\{b_j, B_j\} | j \in N_m), \quad (1.14)$$

$$\hat{\dot{\mathbf{I}}} = (\{\dot{v}_i, \dot{V}_i\} | i \in N_n) \mathbf{u} (\{\dot{w}_j, \dot{W}_j\} | j \in N_m), \quad (1.15)$$

$$\hat{\mathbf{I}} = (\{v_i, V_i\} | i \in N_n) \mathbf{u} (\{w_j, W_j\} | j \in N_m). \quad (1.16)$$

Отже, спрямована вихідна система визначається п'ятіркою

$$\hat{\mathbf{S}} = (\hat{\mathbf{O}}, \hat{\dot{\mathbf{I}}}, \hat{\mathbf{I}}, Q, E).$$

Різноманітність загальних систем може бути адекватно охоплена кінцевим числом типів, кожний із яких характеризується визначеними епістемологічним рівнем і набором відповідних методологічних відзнак.

На нульовому епістемологічному рівні методологічні відзнаки стосуються змінних і параметрів (як конкретних, так і загальних) і визначаються в термінах математичних властивостей множин станів \dot{V}_i, V_i і параметричних множин \dot{W}_j, W_j , а також вихідних систем у цілому та визначаються з урахуванням неперервності наступним чином

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^k \binom{9}{i} \times \sum_{j=1}^m \binom{9}{j},$$

де $k = \min \{9, n\}$, $m \leq 9$ – число параметрів.

Кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів визначаються наступним виразом

$$S_{MO} = 6 \times \sum_{i=1}^k \binom{5}{i} \times \sum_{j=1}^m \binom{5}{j},$$

де $k = \min \{5, n\}$, $m \leq 5$ – число параметрів.

При виконанні лабораторної роботи необхідно враховувати наступні обмеження:

- кількість властивостей a_i , $i = \overline{1, n}$ при $n \leq 9$;
- кількість елементів параметричної множини не повинна бути меншою за 50 елементів.

Приклад 1.2. Побудова вихідної системи.

Нехай необхідно побудувати вихідну систему S , якщо об'єктом дослідження є регульоване перехрестя тобто перехрестя зі світлофором. Метою роботи є опис послідовності сигналів світлофора на перехресті згідно рис 1.1.

Рис.1.1 Ситуації на перехресті

1. **Побудуємо систему на об'єкті 0.** Для цього необхідно виділити властивості a_i , $i = \overline{1, n}$ з множиною їх потенційних проявів A_i та бази b_j , $j = \overline{1, m}$ з множиною їх потенційних значень B_j . Отже:

a_1 – напрям руху «північ-південь»;

$A_1 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;

a_2 – напрям руху «північ-схід»;

$A_2 = \{\text{стрілка не горить, стрілка горить}\}$;

a_3 – напрям руху «південь-північ»;

$A_3 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;

a_4 – напрям руху «південь-схід»;

$A_4 = \{\text{стрілка не горить, стрілка горить}\}$;

a_5 – напрям руху «захід-схід»;

$A_5 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;

a_6 – напрям руху «схід-захід»;

$A_6 = \{\text{червоний, зелений, жовтий}\}$;

b_1 – час;

$B_1 = \{0, 1, \dots, 90\}$ секунд.

2. Наступним етапом побудови вихідної системи S є побудова другої примітивної системи – **конкретної представляючої системи I** .

Компонентами даної системи є конкретні змінні $\dot{v}_i, i = \overline{1, n}$ з множиною станів $\dot{V}_i, i = \overline{1, n}$ та конкретні параметрами $\dot{w}_i, j = \overline{1, m}$ з множиною значень $\dot{W}_i, j = \overline{1, m}$. Для введення вказаних компоненті застосовуються функції o_i та ω_i для властивостей та баз відповідно.

Отже

$$O_1(\text{червоний}) = \text{ч};$$

$$O_1(\text{зелений}) = \text{з};$$

$$O_1(\text{жовтий}) = \text{ж}.$$

Тобто для \dot{v}_1 введемо унікальне позначення (може бути скороченням назви властивості, або якесь інше позначення, наприклад, що застосовується при позначенні фізичних величин).

Нехай $\dot{v}_1 - \text{ПнПд}$;

$$\dot{V}_1 = \{\text{ч, з, ж}\}.$$

Введемо другу конкретну змінну та множину її станів

$\dot{v}_2 - \text{ПнС}$;

$$O_2(\text{стрілка не горить}) = \text{н};$$

$$O_2(\text{стрілка горить}) = \text{г},$$

тобто отримаємо

$$\dot{V}_2 = \{\text{н, г}\}.$$

Продовжимо введення конкретних змінних $\dot{v}_i (i = 3, 4, 5, 6)$

та множин їх станів $\dot{V}_i, i = 3, 4, 5, 6$:

$\dot{v}_3 - \text{ПдПн}$;

$$O_3(\text{червоний}) = \text{ч};$$

$$O_3(\text{зелений}) = \text{з};$$

$$O_3(\text{жовтий}) = \text{ж},$$

тобто

$$\dot{V}_3 = \{\text{ч, з, ж}\};$$

$\dot{v}_4 - \text{ПдС}$;

$$O_4(\text{стрілка не горить}) = \text{н};$$

$$O_4(\text{стрілка горить}) = \text{г},$$

тобто

$$\dot{V}_4 = \{\text{н, г}\};$$

$\dot{v}_5 - \text{ЗС}$;

$$O_5(\text{червоний}) = \text{ч};$$

$$O_5(\text{зелений}) = \text{з};$$

O_5 (жовтий) = ж

і тепер маємо

$\dot{V}_5 = \{\text{ч}, \text{з}, \text{ж}\}$;

\dot{v}_5 - СЗ;

O_6 (червоний) = ч;

O_6 (зелений) = з;

O_6 (жовтий) = ж,

тобто $\dot{V}_6 = \{\text{ч}, \text{з}, \text{ж}\}$.

Введемо конкретний параметр \dot{w}_1 та множину його значень \dot{W}_1 за допомогою каналу спостереження, який реалізується функцією (1.3)

\dot{W}_1 - Т,

$\dot{\omega}_1(0) = t_1$;

.....;

$\dot{\omega}_1(14) = t_1$;

$\dot{\omega}_1(15) = t_2$;

.....;

$\dot{\omega}_1(24) = t_2$;

$\dot{\omega}_1(25) = t_3$;

.....;

$\dot{\omega}_1(49) = t_3$;

$\dot{\omega}_1(50) = t_4$;

.....;

$\dot{\omega}_1(59) = t_4$;

$\dot{\omega}_1(60) = t_5$;

.....;

$\dot{\omega}_1(79) = t_5$;

$\dot{\omega}_1(80) = t_6$;

.....;

$\dot{\omega}_1(90) = t_6$;

тобто $\dot{W}_1 = \{t_1, t_2, t_3, t_4, t_5, t_6\}$.

3. Будуємо загальну представляючу систему I та вводимо її компоненти за допомогою каналу абстрагування – конкретизації (1.5), (1.6).

$v_1 = 1$,

$e_1^{-1}(\text{ч}) = 0$,

$e_1^{-1}(\text{з}) = 1$,

$e_1^{-1}(\text{ж}) = 2$,

тобто $V_1 = \{0, 1, 2\}$;

$$v_2 - 2,$$

$$e_2^{-1}(n) = 0,$$

$$e_2^{-1}(r) = 1,$$

тоді запишемо $V_2 = \{0,1\}$;

$$v_3 - 3,$$

$$e_3^{-1}(n) = 0,$$

$$e_3^{-1}(s) = 1,$$

$$e_3^{-1}(x) = 2,$$

запишемо $V_3 = \{0,1,2\}$;

$$v_4 - 4,$$

$$e_4^{-1}(n) = 0,$$

$$e_4^{-1}(r) = 1,$$

тоді $V_4 = \{0,1\}$.

$$v_5 - 5,$$

$$e_5^{-1}(n) = 0,$$

$$e_5^{-1}(s) = 1,$$

$$e_5^{-1}(x) = 2,$$

тоді $V_5 = \{0,1,2\}$;

$$v_6 - 6,$$

$$e_6^{-1}(n) = 0,$$

$$e_6^{-1}(s) = 1,$$

$$e_6^{-1}(x) = 2,$$

тобто $V_6 = \{0,1,2\}$;

$$w_1 - T,$$

$$\varphi_1^{-1}(t_1) = 1;$$

$$\varphi_1^{-1}(t_2) = 2;$$

$$\varphi_1^{-1}(t_3) = 3;$$

$$\varphi_1^{-1}(t_4) = 4;$$

$$\varphi_1^{-1}(t_5) = 5;$$

$$\varphi_1^{-1}(t_6) = 6;$$

$$W_1 = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}.$$

Тепер необхідно ввести визначник входу-виходу за допомогою функції (1.10)

$$u(1) = 1;$$

$$u(2) = 1;$$

$$u(3) = 1;$$

$$\begin{aligned} u(4) &= 1; \\ u(5) &= 1; \\ u(6) &= 1, \end{aligned}$$

тобто визначник входу-виходу має вид

$$u = (1,1,1,1,1,1).$$

Отже, ми отримали спрямовану вихідну систему, всі змінні якої, об'явлені як вихідні.

Лабораторна робота №1
Тема: ПОБУДОВА ВИХІДНОЇ СИСТЕМИ

Завдання 1: Побудувати вихідну систему, якщо об'єкт дослідження за кожним варіантом студента подається у наступній таблиці. Розробити програму побудови вихідної системи.

№ вар.	Об'єкт дослідження	№ вар.	Об'єкт дослідження
1	Транспортна система	14	Рівень життя населення однієї країни
2	Екологічна система	15	Підприємство харчової промисловості
3	Економічна система	16	Криміногенна обстановка в районі
4	Вищий навчальний заклад	17	Промислове підприємство
5	Середня школа	18	Флора
6	Система виховання молоді	19	Фауна
7	Група службовців, що працюють в одній організації	20	Обчислювальний комплекс
8	Здоров'я людини	21	Система зв'язку
9	Легкова автомашина	22	Система торгівлі
10	Аеропорт	23	Система охорони здоров'я
11	Система безпеки руху	24	Студент університету
12	Заповідне господарство	25	Музичний твір
13	Природна водойма	26	Персональний комп'ютер

Завдання 2: Визначити число методологічних відзнак для вихідних систем, що містять дані, подані у наступній таблиці за варіантом студента за умови, що:

- розглядаються дискретні та неперервні змінні і параметри,
- розглядаються тільки дискретні змінні і параметри.

№ вар.	Кількість змінних та параметрів у вихідній системі	№ вар.	Кількість змінних та параметрів у вихідній системі
1	2 змінні й 1 параметр	14	7 змінних і 1 параметр
2	2 змінні і 2 параметри	15	7 змінних і 2 параметри
3	5 змінних і 1 параметр	16	6 змінних і 1 параметр
4	4 змінних і 2 параметри	17	6 змінних і 2 параметри
5	4 змінні і 3 параметри	18	8 змінних і 1 параметр
6	3 змінні і 2 параметри	19	8 змінних і 2 параметри
7	3 змінні і 4 параметри	20	9 змінних і 2 параметри
8	4 змінні і 5 параметрів	21	9 змінних і 3 параметри
9	2 змінні і 3 параметри	22	9 змінних і 4 параметри
10	2 змінні і 4 параметри	23	8 змінних і 4 параметри
11	2 змінні і 5 параметрів	24	7 змінних і 3 параметри
12	3 змінні і 5 параметрів	25	7 змінних і 5 параметрів
13	3 змінні і 6 параметрів	26	6 змінних і 3 параметри

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке система?
2. Як визначається система на об'єкті?
3. Які існують канали спостереження?
4. Які компоненти третьої примітивної системи вихідної системи – загальної представляючої системи?
5. Що таке база? Які типові бази Вам відомі? Вимоги до баз.
6. Як знайти кількість методологічних відзнак систем нульового епістемологічного рівня з урахуванням лише дискретних змінних та параметрів?
7. Які компоненти другої примітивної системи вихідної системи – конкретної представляючої системи?
8. Що таке конкретний параметр?
9. Як визначається визначник входу-виходу?
10. Як визначається спрямована вихідна система?
11. Як визначається конкретна представляюча система?
12. Що таке канал абстрагування-конкретизації. ?
13. Що таке конкретна змінна?

Тема 2. Формування першого епістемологічного рівня - системи даних

Мета роботи – вивчити основні поняття та визначення, що стосуються системи даних, розкрити основні методологічні особливості з побудови системи даних, навести основні методологічні відзнаки побудованої системи даних, навчитися тлумачити отримані результати.

Стислі теоретичні відомості

При формалізації поняття даних використовується загальна представляюча система I , що представляється рівнянням (1.9) або (1.15).

Нехай $\mathbf{W} = W_1 \times W_2 \times \dots \times W_m$,

$\mathbf{V} = V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$,

де \mathbf{W} – повна параметрична множина, \mathbf{V} – повна множина станів змінних.

Тоді чіткі дані (тобто дані, отримані в результаті використання чітких каналів спостереження o_i і w_j) представляються функцією

$$d : \mathbf{W} \rightarrow \mathbf{V}. \quad (2.1)$$

Таким чином, функція d дає інформацію про дійсні значення змінних \mathbf{V} при необмеженій параметричній множині \mathbf{W} .

Система

$$D = (I, d) \quad (2.2)$$

розглядається як система першого рівня епістемологічної класифікації систем і називається нейтральною системою даних з чіткими даними.

Нейтральна система даних з семантикою та з чіткими даними представляється як

$${}^S D = (S, d). \quad (2.3)$$

У залежності від типу загальної системи I , системи даних D можуть бути нейтральними (2.2) або спрямованими

$$\hat{D} = (\hat{I}, d). \quad (2.4)$$

Спрямована система даних з семантикою та з чіткими даними може бути представлена аналогічно

$${}^S\hat{D} = (\hat{S}, d). \quad (2.5)$$

Якщо змінні визначаються через нечіткі канали спостереження, то кожне спостереження записується як упорядкована пара, що складається із значення повного параметра, з яким пов'язано спостереження, і n -кі (h_1, h_2, \dots, h_n) функцій

$$h_i : V_i \rightarrow [0,1], i \in N_n,$$

де $h_i(y)$ виражає рівень впевненості в тому, що y є спостережуваним станом змінної v_i .

Дані, що представляються функцією

$$\tilde{d} : \mathbf{W} \rightarrow \tilde{\mathbf{V}} \quad (2.6)$$

називаються нечіткими даними,

$$\text{де } \tilde{\mathbf{V}} = \{V_1 \rightarrow [0,1]\} \times \{V_2 \rightarrow [0,1]\} \times \dots \times \{V_n \rightarrow [0,1]\}.$$

Для будь-якого значення повного параметра $w \in W$

$$\tilde{d}(w) = h,$$

$$\text{де } h = (h_1, h_2, \dots, h_n) \in \tilde{V}.$$

Формальне визначення систем даних з нечіткими даними аналогічне виразам (2.2)-(2.5) із заміною функції (2.1) на функцію (2.6).

Стандартною формою представлення чітких даних (2.1) є матриця

$$d = [v_{i,w}] , \quad (2.7)$$

а нечітких даних (2.6) – тривимірний масив

$$\tilde{d} = [\tilde{d}_{i,j_i,w}] \text{ при } i \in N_n, j_i \in V_i, w \in W, \tilde{d}_{i,j_i,w} \in D. \quad (2.8)$$

Приклад 2.1. Реальні ситуації на перехресті для кожного із шести часових інтервалів t_1, t_2, \dots, t_6 схематично зображені на рис. 2.1 та

описані в прикладі 1.2. Оскільки система даних представляє реальні (спостережувані) дані про досліджуваний об'єкт, то матриця даних формується на основі зазначених схем, наведених на рис.2.1. Система даних із семантикою ${}^S D$ (2.3) або(2.5) подана на рис. 2.2. Система даних без семантики D (2.2)або(2.4) подана на рис. 2.3.

Рис.2.1 Ситуації на перехресті

T	1-й період						2-й період						...
	t_1	t_2	t_3	t_4	t_5	t_6	t_7	t_8	t_9	t_{10}	t_{11}	t_{12}	
ПнПд	з	з	з	ж	ч	ч	з	з	з	ж	ч	ч	...
ПнС	г	н	н	н	н	н	г	н	н	н	н	н	...
ПдПн	ч	ч	з	ж	ч	ч	ч	ч	з	ж	ч	ч	...
ПдС	г	г	г	н	н	н	г	г	г	н	н	н	...
ЗС	ч	ч	ч	ч	з	ж	ч	ч	ч	ч	з	ж	...
СЗ	ч	ч	ч	ч	з	ж	ч	ч	ч	ч	з	ж	...

Рис.2.2 Система даних з семантикою з чіткими даними

1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	...		
1	1	1	1	2	0	0	з 1	ж 1	ч 1	ч 2	0	0	з..	з	з
2	1	0	0	0	0	0	н 1	н 0	н 0	н 0	0	0	с..	н	н
3	0	0	1	2	0	0	з 0	з 0	ч 1	ч 2	0	0	ч..	ч	з
4	1	1	1	0	0	0	с 1	н 1	н 1	н 0	0	0	с..	с	с
5	0	0	0	0	1	2	ч 0	ч 0	з 0	ж 0	1	2	ч..	ч	ч
6	0	0	0	0	1	2	ч 0	ч 0	з 0	ж 0	1	2	ч..	ч	ч

Рис.2.3 Система даних без семантики з чіткими даними

Лабораторна робота №2

Тема: Побудова системи даних

Завдання 1. Побудувати систему даних з семантикою для вихідної системи, визначеної у другій лабораторній роботі, за умови, що дані чіткі. Розробити програму побудови системи даних.

Завдання 2. Побудувати систему даних без семантики для вихідної системи, визначеної у другій лабораторній роботі, за умови, що дані чіткі. Розробити програму побудови системи даних.

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Як визначається повна параметрична множина?
2. Як визначається спрямована система даних з семантикою та з чіткими даними?
3. Як визначається нейтральна система даних з чіткими даними?
4. Які компоненти третьої примітивної системи вихідної системи – загальної представляючої системи?
5. Яка форма є стандартною формою представлення чітких даних?
6. Методологічні відзнаки систем даних?
7. Як визначається спрямована система даних з семантикою та з чіткими даними?
8. Яка форма є стандартною формою представлення нечітких даних?
9. Що таке повна множина станів змінних?
10. Яке формальне визначення нейтральної системи даних з чіткими даними?

Тема3. Формування другого епістемологічного рівня – систем з поведінкою та породжуючої системи з поведінкою нейтральних та спрямованих

Мета роботи – вивчити основні поняття та визначення, що стосуються систем з поведінкою, розкрити основні методологічні особливості з побудови систем з поведінкою, навести основні методологічні відзнаки побудованої систем з поведінкою, навчитися тлумачити отримані результати.

Стислі теоретичні відомості

Будь-яке емпіричне дослідження включає наступні етапи:

- визначення вихідної системи S ;
 - збір даних (формування системи даних D);
 - обробка даних (визначення параметрично інваріантних властивостей);
 - інтерпретація результатів.
- Схема проведення емпіричного дослідження наступна:

На етапі обробки даних вирішуються наступні задачі:

- виводу з заданих даних параметрично інваріантних властивостей всіх типів;
- порівняння виділених властивостей і виключення систем, властивості яких не задовольняють користувача;
- спрощення систем різних типів відповідно до критеріїв вказаних користувачем або за замовчуванням.

Вказані три задачі розв'язуються на другому епістемологічному рівні. На цьому рівні параметрично інваріантні властивості представляють собою безпосередній опис загального обмеження, пов'язаного з використовуваними змінними.

3.1. Системи з поведінкою

Другий рівень епістемологічної класифікації систем містить знання про деякі інваріантні параметрами характеристики відношень розглянутих змінних, за допомогою яких можливо генерування даних при відповідних початкових і граничних умовах. Дані, що генеруються, можуть бути детермінованими або стохастичними, чіткими або нечіткими.

На основі властивостей параметричної множини W визначається параметрично інваріантне обмеження стану змінних V . На неупорядкованій параметричній множині W стани змінних V можуть обмежувати тільки один одного, у той час як на упорядкованій параметричній множині W стани змінних V обмежуються ще і станами обраного сусідства.

Сусідство називається маскою M і визначається через змінні V , параметричну множину W і набір правил зрушення на R на параметричній множині.

Правило зрушення r_j - це однозначна функція

$$r_j : W \rightarrow W. \quad (3.1)$$

Будь-яке правило зрушення на упорядкованій параметричній множині може бути задано рівнянням

$$r_j(w) = w + \rho, \quad (3.2)$$

де ρ – ціла константа (додатна, від'ємна або нуль). При $\rho=0$, правило зрушення r_j називається тотожним правилом зрушення. Сусідство на параметричній множині W визначається маскою M

$$M \subseteq V \times R, \quad (3.3)$$

де R – множина правил зрушення, що розглядаються на W .

Множина змінних $S = \{s_1, s_2, \dots, s_k\}, k \in N_{|M|}$, визначених через маску M називається вибірковими змінними і задається рівняннями

$$s_{k,w} = v_{i,r_j(w)} \quad (3.4)$$

для $v_i \in V$ і $r_j \in R$.

Для повністю упорядкованої параметричної множини W вибіркові змінні можна задати за допомогою рівнянь

$$s_{k,w} = v_{i,w+\rho}. \quad (3.5)$$

Для введення ідентифікаторів k вибіркових змінних s_k застосовується однозначна кодуюча функція

$$\lambda : M \rightarrow N_{|M}|. \quad (3.6)$$

Повна множина станів вибіркових змінних визначається як

$$C = S_1 \times S_2 \times \dots \times S_{|M|}. \quad (3.7)$$

Відношення на C визначається функцією поведінки f_B виду

$$f_B : C \rightarrow \{0,1\}, \quad (3.8)$$

де $f_B(c)=1$, якщо c входить у множину C і $f_B(c)=0$, в протилежному випадку.

Отже, функція f_B – це типова функція вибору і є параметрично інваріантною, тому що визначає стани, що реально зустрічаються у системі даних D , але не визначає значення параметра, при якому вони мають місце.

Область визначення f_B однакова для всіх типів функцій поведінки і визначається через маску, яка у свою чергу визначається через змінні і параметри представляючої системи I . Тоді систему на другому епістемологічному рівні з визначеною функцією f_B будемо називати системою з поведінкою, і яка може бути подана трійкою

$$F_B = (I, M, f_B) . \quad (3.9)$$

Для недетермінованих систем $f'_B : C \rightarrow [0,1]$. Введені поняття проілюструємо на прикладі.

Приклад 3.1. Нехай побудована система даних D (2.2) із сформованою матрицею даних d (2.7). Повна параметрична множина W не має математичних властивостей, тоді можна застосувати лише одну осмислену маску M (3.3) з правилом зрушення r_j (3.2) при $\rho = 0$. Дано маска M подана на рис. 3.1 (а,б). Ідентифікатори k вибіркових змінних s_k вводяться рівнянням (3.6)

$\rho = 0$	
$i = 1$	k
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6

Маска M з ідентифікаторами
вибіркових змінних

a)

$W =$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	...
V_1	0	0	1	1	0	1	1	1	0	0	
V_2	1	2	2	2	1	1	0	0	1	2	
V_3	1	1	0	1	1	1	0	0	1	1	
V_4	1	0	0	1	1	1	0	1	2	0	
V_5	1	0	0	0	0	1	1	1	0	1	

Матриця
даних d

V_6	1	0	0	1	1	2	1	0	1	1	
Маска M											
б)											

Рис. 3.1. Використання маски для побудови системи з поведінкою з неупорядкованою параметричною множиною

Визначемо повний стан вибіркових змінних через маску M при значенні $w=4$.

$$\begin{array}{lll}
 S_{1,4} = V_{1,4} = & \boxed{1} & \text{повний} \\
 S_{2,4} = V_{2,4} = & 2 & \text{стан} \\
 S_{3,4} = V_{3,4} = & 1 & \text{вибіркових змінних для} \\
 S_{4,4} = V_{4,4} = & 1 & \text{маски } M \text{ при } W=4 \\
 S_{5,4} = V_{5,4} = & 0 & \\
 S_{6,4} = V_{6,4} = & 1 &
 \end{array}$$

Функція поведінки для фрагменту матриці даних d , що зображена на рис. 3.1 (б) має вигляд

$$\begin{array}{lll}
 f_B(011111)=1 & f_B(011101)=1 & f_B(021011)=1 \\
 f_B(021000)=1 & f_B(111112)=1 & f_B(011201)=1 \\
 f_B(120000)=1 & f_B(100011)=1 & \\
 f_B(121101)=1 & f_B(100110)=1 &
 \end{array}$$

Оскільки можливі стани змінних $V_i = \{0,1,2\}$, $i = 1, 2, \dots, 6$, а наступні повні стани вибіркових змінних потенційно можливі, але не мають місця в системі даних, то в цьому випадку $f_B(000000)=0$; $f_B(111111)=0$; $f_B(222222)=0$; $f_B(200000)=0$, ...

Стандартною формою запису результатів побудови системи з поведінкою F_B є форма представлена в наступному прикладі.

Приклад 3.2 Нехай система даних подана у вигляді табл. 3.1.

Таблиця 3.1. – Матриця даних

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
v1	0	2	0	1	2	1	1	1	0	0	1	1	2	2	1	1	2
v2	0	2	1	2	2	1	2	1	1	1	2	1	2	1	2	1	1
v3	2	2	2	2	0	1	2	2	1	2	2	2	2	2	1	2	2
v4	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1
v5	2	0	2	1	2	2	1	1	1	0	2	2	2	2	2	2	2
v6	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	1	2	0	2	2	2	2
v7	1	1	2	2	0	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2
v8	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2

Продовження табл. 3.1

Продовження табл. 3.1

Побудуємо систему з поведінкою.

Нехай для побудови системи з поведінкою застосуємо маску M з параметром $\rho = 0$. Візуально маска M із зазначеним параметром має вигляд, представлений на рис. 3.2, та описується рівнянням (3.3). Ідентифікатори k вибіркових змінних s_k вводяться рівнянням (3.6).

Рисунок 3.2 Маска M

Застосовуючи (3.5),(3.7),(3.8), отримуємо результати, представлені в наступному вигляді.

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	$f_B(c)$	$f'_B(c)$
0	0	2	2	2	2	1	2	1	0.019607843137255
2	2	2	1	0	2	1	2	1	0.019607843137255
0	1	2	2	2	2	2	2	2	0.03921568627451
1	2	2	2	1	2	2	2	3	0.058823529411765
2	2	0	2	2	1	0	2	1	0.019607843137255
1	1	1	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
1	2	2	2	1	2	0	2	1	0.019607843137255
1	1	2	2	1	2	2	2	1	0.019607843137255
0	1	1	2	1	2	2	2	1	0.019607843137255
0	1	2	2	0	2	2	2	1	0.019607843137255
1	2	2	2	2	1	2	2	2	0.03921568627451
1	1	2	2	2	2	2	2	2	0.03921568627451
2	2	2	2	2	0	2	2	1	0.019607843137255
2	1	2	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
1	2	1	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	1	2	1	2	2	2	2	1	0.019607843137255
0	2	1	1	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	1	2	2	2	0	2	2	2	0.03921568627451
1	2	1	2	2	0	2	2	1	0.019607843137255
2	2	0	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	1	2	2	2	2	0	2	1	0.019607843137255
1	1	2	2	0	1	1	2	1	0.019607843137255
1	0	0	2	1	2	2	2	1	0.019607843137255
0	2	2	2	2	2	1	2	1	0.019607843137255
2	2	1	2	1	2	0	2	1	0.019607843137255

2	1	2	2	2	2	1	2	1	0.019607843137255
2	1	1	2	2	0	2	2	1	0.019607843137255
2	1	1	1	1	2	2	2	2	0.03921568627451
0	2	0	1	2	1	1	1	1	0.019607843137255
0	2	0	2	1	2	2	2	1	0.019607843137255
2	0	2	2	2	1	2	2	1	0.019607843137255
1	2	0	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
1	1	2	2	2	1	0	2	1	0.019607843137255
1	2	2	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	2	2	1	2	0	2	2	1	0.019607843137255
2	2	1	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
0	0	2	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	2	2	2	2	2	0	2	1	0.019607843137255
2	2	2	2	2	1	1	2	1	0.019607843137255
0	1	1	2	2	2	0	2	1	0.019607843137255
1	2	2	2	2	1	1	2	1	0.019607843137255
2	1	2	2	0	1	2	2	1	0.019607843137255
2	2	2	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
1	2	0	2	2	2	0	2	1	0.019607843137255

$f'_B(c)$ – ймовірність появи повних станів вибіркових змінних в системі даних.

Приклад 3.3. Побудова системи з поведінкою F_B для даних, що представлені матрицею даних d , зображену на рис. 3.1 (б), але припустимо, що параметрична множина W є повністю упорядкованою. Позначимо повністю упорядковану параметричну множину T , а її елементи t ($t \in T$). При цьому рівняння (3.5) зміниться: $s_{k,t} = v_{i,t+\rho}$. Маска M може бути зображеною у вигляді вирізки із матриці $M = V \times R$, як показано на рис. 3.3 (а,б).

$$\rho = -2 \quad -1 \quad 0 \quad 1$$

$i = 1$		1	2	
2			3	4
3	5	6	7	
4			8	9

a)

$t =$	1	2	3	4	5	6	7	...
V_1	0	0	0	1	2	1	0	
V_2	1	1	0	1	2	3	2	
V_3	2	1	1	2	0	0	1	
V_4	1	2	1	0	0	1	0	

б)

Матриця
даних d

Рис. 3.3. Зображення маски M (а) і повного стану вибіркових змінних відповідно з матрицею даних d (б)

Повний стан вибіркових змінних для $t = 6$ представляється наступним чином:

$$\begin{array}{lll}
 S_{1,6} = V_{1,5} = & 2 \\
 S_{2,6} = V_{1,6} = & 1 \\
 S_{3,6} = V_{2,6} = & 3 \\
 S_{4,6} = V_{2,7} = & 2 \\
 S_{5,6} = V_{3,4} = & 2 \\
 S_{6,6} = V_{3,5} = & 0 \\
 S_{7,6} = V_{3,6} = & 0 \\
 S_{8,6} = V_{4,6} = & 1 \\
 S_{9,6} = V_{4,7} = & 0
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 \text{повний} \\
 \text{вибіркових} \\
 \text{змінних} \\
 \text{для} \\
 M \text{ при } t = 6
 \end{array}$$

Функція поведінки f_B для матриці даних d (рис. 3.3. (б))

визначається як

$$f_B(000121110) = 1$$

$$f_B(011211200) = 1$$

$$f_B(122312001) = 1$$

$$f_B(213220010) = 1$$

$$\dots \dots \dots$$

$$f_B(101010101) = 0$$

$$f_B(011111000) = 0$$

$$\dots \dots \dots$$

Стандартною формою запису результатів побудови системи з поведінкою F_B є форма наведена в прикладі 3.4.

Побудуємо ще одну систему з поведінкою.

Приклад 3.4. Нехай для побудови системи з поведінкою застосуємо маску M з параметром $\rho = -1, 0$. Система даних подана у вигляді табл. 3.1. Візуально маска M з зазначенім параметрами має вигляд представлений на рис. 3.4 та описується рівнянням (3.3). Ідентифікатори k вибіркових змінних s_k вводяться рівнянням (3.6).

$$\rho = -1, 0;$$

S1	S2
S3	S4
S5	S6
S7	S8
S9	S10
S11	S12
S13	S14
S15	S16

$M:$

Рисунок 3.4 Маска M

Застосовуючи (3.5), (3.7), (3.8) отримуємо результати, представлені в наступному вигляді.

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	S16	$f'_B(0)$
0	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	2	0.0
2	0	2	1	2	2	1	2	0	2	2	2	1	2	2	2	0.0
0	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	0.0
1	2	2	2	2	0	2	2	1	2	2	1	2	0	2	2	0.0
2	1	2	1	0	1	2	2	2	2	1	2	0	2	2	2	0.0
1	1	1	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	0	2	2	0.0
1	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	0	2	2	2	0.0
1	0	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	0.0
0	0	1	1	1	2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	0.0
0	1	1	2	2	2	2	2	0	2	2	1	2	2	2	2	0.0
1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	0.0

1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0.0
2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0.0
2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.0
1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.0
1	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0.0
2	0	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.0
0	2	2	1	1	2	1	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0.0
2	2	1	1	2	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	0.0
2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	0	0	2	2	2	2	0.0
1	2	2	2	1	0	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0.0
2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	0.0
2	1	1	1	2	2	2	2	2	0	2	1	0	1	2	2	0.0
1	1	1	2	2	2	2	2	0	2	1	1	1	2	2	2	0.0
1	1	2	0	2	0	2	2	2	1	1	2	2	2	2	2	0.0
1	0	0	2	0	2	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	0.0
0	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	0	2	2	0.0
2	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	0	1	2	2	0.0
2	2	1	1	2	1	2	2	2	2	2	0	1	2	2	2	0.0
2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	0	2	2	2	2	2	0.0
2	0	1	2	1	0	1	1	1	2	2	1	2	1	2	1	0.0
0	0	2	2	0	0	1	2	2	1	1	2	1	2	1	2	0.0
0	2	2	1	0	1	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	0.0
2	2	1	0	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	2	0.0
2	1	0	2	2	0	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	0.0
1	1	2	1	0	2	2	2	2	2	2	1	2	0	2	2	0.0
1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	0	2	2	2	0.0
1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	0	2	2	2	2	0.0
2	0	2	1	2	2	1	2	2	2	0	2	2	2	2	2	0.0
0	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.0
2	1	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	0.0
1	0	2	0	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	0.0
0	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	0.0
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	1	2	2	2	0.0
2	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1	2	2	2	0.0
1	0	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	2	0	2	2	0.0
0	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	1	0	1	2	2	0.0
1	2	2	1	2	2	2	2	2	0	1	1	1	2	2	2	0.0
2	2	1	2	2	2	2	2	0	2	1	2	2	2	2	2	0.0
2	1	2	2	2	2	0	2	2	2	2	2	2	0	2	2	0.0

$f'_B(c)$ – ймовірність появи повних станів вибіркових змінних в системі даних.

Отже, система з поведінкою F_B побудована

3.2. Породжуюча система з поведінкою

Для породження даних необхідно розбиття множини вибіркових змінних S_k на дві підмножини: породжуємих і породжуючих змінних, що визначаються через маску M :

$$M_G = (M; M_g, M_{\bar{g}}), \quad (3.9)$$

де $M_g, M_{\bar{g}} \in M$, $M_g \cup M_{\bar{g}} = M$, $M_g \cap M_{\bar{g}} = \emptyset$, M_G - називають маскою породження.

Для повністю упорядкованої параметричної множини маска може бути зображена у вигляді вирізки з матриці (рис. 3.3 (а)).

Множина ідентифікаторів k вибіркових змінних розбивається на дві підмножини K_g і $K_{\bar{g}}$. Таким чином функція λ (3.6) може бути замінена функціями

$$\lambda_g : M_g \rightarrow K_g; \quad \lambda_{\bar{g}} : M_{\bar{g}} \rightarrow K_{\bar{g}}. \quad (3.9')$$

Повні множини станів породжуваних G і породжуючих \bar{G} вибіркових змінних задаються як:

$$G = \times_{k \in K_g} S_k, \quad (3.10)$$

$$\bar{G} = \times_{k \in K_{\bar{g}}} S_k, \quad (3.11)$$

де K_g і $K_{\bar{g}}$ підмножини ідентифікаторів породжуваних і породжуючих вибіркових змінних відповідно.

Породжуюча функція поведінки виражається наступним чином

$$f_{GB} : \bar{G} \times G \rightarrow \{0,1\}, \quad (3.12)$$

де $f_{GB}(\bar{g}, g) = \begin{cases} 1, \\ 0, \end{cases}$

Для детермінованих систем

$$f_{GB} : \bar{G} \rightarrow G. \quad (3.13)$$

Породжуюча система з поведінкою визначається трійкою

$$F_{GB} = (I, M_G, f_{GB}). \quad (3.14)$$

Таким чином, використання породжуючої системи з поведінкою для породження даних включає два етапи:

1) для деякого значення часу $t \in T$ задано стан $\bar{g} \in \bar{G}$, розглядаємий як початкова умова; для визначення стану $g \in G$ при цьому ж значенні використовується функція f_{GB} ;

2) значення часу t заміняється на нове і повторюється перший етап.

Для недетермінованих систем маємо

$$f_{GB} : \bar{G} \times G \rightarrow [0,1]$$

Приклад 3.5. Породжуюча система з поведінкою визначається рівнянням (3.14). Нехай вихідна система має упорядковану параметричну множину $T = N_{100}$, множини змінних V_i , $i = 1, 2, \dots, 4$, стани яких визначені у системі I . Дані можуть бути породжені як в порядку зростання параметру T , так і в порядку спадання. В першому випадку змінні, що породжуються, це змінні, що відповідають правому краю маски M_G , а в другому - відповідають лівому краю маски.

Нехай маска M має вид, представлений на рис. 3.5. (a). Відповідно до розбивки множини ідентифікаторів k вибіркових змінних S_k за допомогою кодуючих функцій λ_g і $\lambda_{\bar{g}}$, поданих на рис. 3.5.б), визначаються повні множини породжуваних G і породжуючих вибіркових змінних \bar{G} .

$$\rho = \begin{matrix} & -2 & -1 & 0 & 1 \end{matrix}$$

$i=1$		1	2	
2			3	4
3	5	6	7	
4			8	9

$$k \quad N_g \rightarrow \begin{cases} K_{\bar{g}} = \{1, 3, 5, 6, 8\} \\ K_g = \{2, 4, 7, 9\} \end{cases}$$

a)

$\rho =$	-2	-1	0	1
$i = 1$		1	2	
2			3	4
3	5	6	7	
4			8	9

$$N_g \rightarrow \begin{cases} K_{\bar{g}} = \{2, 4, 6, 7, 9\} \\ K_g = \{1, 3, 5, 8\} \end{cases}$$

$M_{\bar{g}}$

б)

Рис. 3.5. Розбиття маски M для породження даних у порядку зростання а) й спадання б) значень параметричної множини

Застосовуючи маску M_G до матриці даних d , поданої на рис. 3.3 (б), одержуємо породжуючу функцію поведінки f_{GB} :

$$f_{GB}(000121110) = 1$$

$$f_{GB}(011211200) = 1$$

.....

$$f_{GB}(010121110) = 0$$

$$f_{GB}(001121110) = 0$$

Стандартною формою запису результатів побудови породжуючої системи з поведінкою є форма наведена в прикладі 3.6.

Побудуємо породжуючу систему з поведінкою.

Приклад 3.6. Нехай для побудови породжуючої системи з поведінкою застосуємо маску M з параметром $\rho = -1, 0$. Система даних подана у вигляді табл. 3.1. Візуально маска M з зазначеним параметрами має вигляд представлений на рис. 3.4 та описується рівнянням (3.3). Ідентифікатори k вибіркових змінних s_k вводяться рівнянням (3.6). Відповідно до розбиття множини ідентифікаторів k вибіркових змінних S_k за допомогою кодуючих функцій λ_g і $\lambda_{\bar{g}}$ визначаються підмаски M_g , $M_{\bar{g}}$ та повні множини породжуваних G і породжуючих \bar{G} вибіркових змінних, які наведені нижче.

$$\rho = -1, 0$$

S1
S3
S5
S7
S9
S11
S13
S15

$$M_{\bar{g}} \Rightarrow$$

Застосовуючи (3.5),(3.10)-(3.12), отримуємо результати, представлені в наступному вигляді.

S1	S3	S5	S7	S9	S11	S13	S15	$f_{gb}(\bar{g})$
0	0	2	2	2	2	1	2	0.02
2	2	2	1	0	2	1	2	0.02
0	1	2	2	2	2	2	2	0.04
1	2	2	2	1	2	2	2	0.06
2	2	0	2	2	1	0	2	0.02
1	1	1	2	2	2	2	2	0.02
1	2	2	2	1	2	0	2	0.02
1	1	2	2	1	2	2	2	0.02
0	1	1	2	1	2	2	2	0.02
0	1	2	2	0	2	2	2	0.02
1	2	2	2	2	1	2	2	0.04
1	1	2	2	2	2	2	2	0.04
2	2	2	2	2	0	2	2	0.02
2	1	2	2	2	2	2	2	0.02
1	2	1	2	2	2	2	2	0.02
2	1	2	1	2	2	2	2	0.02
0	2	1	1	2	2	2	2	0.02
2	1	2	2	2	0	2	2	0.04
1	2	1	2	2	0	2	2	0.02
2	2	0	2	2	2	2	2	0.02
2	1	2	2	2	2	0	2	0.02
1	1	2	2	0	1	1	2	0.02
1	0	0	2	1	2	2	2	0.02
0	2	2	2	2	2	1	2	0.02
2	2	1	2	1	2	0	2	0.02
2	1	2	2	2	2	1	2	0.02
2	1	1	2	2	0	2	2	0.02

2	1	1	1	1	2	2	2	0.04
0	2	0	1	2	1	1	1	0.02
0	2	0	2	1	2	2	2	0.02
2	0	2	2	2	1	2	2	0.02
1	2	0	2	2	2	2	2	0.02
1	1	2	2	2	1	0	2	0.02
1	2	2	2	2	2	2	2	0.02
2	2	2	1	2	0	2	2	0.02
2	2	1	2	2	2	2	2	0.02
0	0	2	2	2	2	2	2	0.02
2	2	2	2	2	2	0	2	0.02
2	2	2	2	2	1	1	2	0.02
0	1	1	2	2	2	0	2	0.02
1	2	2	2	2	1	1	2	0.02
2	1	2	2	0	1	2	2	0.02
2	2	2	2	2	2	2	2	0.02

S2
S4
S6
S8
S10
S12
S14
S16

$M_g \Rightarrow$

S2	S4	S6	S8	S10	S12	S14	S16	$f_{gb}(g)$
2	2	2	1	0	2	1	2	0.02
0	1	2	2	2	2	2	2	0.04
1	2	2	2	1	2	2	2	0.06
2	2	0	2	2	1	0	2	0.02
1	1	1	2	2	2	2	2	0.02
1	2	2	2	1	2	0	2	0.02
1	1	2	2	1	2	2	2	0.02
0	1	1	2	1	2	2	2	0.02
0	1	2	2	0	2	2	2	0.02
1	2	2	2	2	1	2	2	0.04
1	1	2	2	2	2	2	2	0.04
2	2	2	2	2	0	2	2	0.02
2	1	2	2	2	2	2	2	0.02

1	2	1	2	2	2	2	2	0.02
2	1	2	1	2	2	2	2	0.02
0	2	1	1	2	2	2	2	0.02
2	1	2	2	2	0	2	2	0.04
1	2	1	2	2	0	2	2	0.02
2	2	0	2	2	2	2	2	0.02
2	1	2	2	2	2	0	2	0.02
1	1	2	2	0	1	1	2	0.02
1	0	0	2	1	2	2	2	0.02
0	2	2	2	2	2	1	2	0.02
2	2	1	2	1	2	0	2	0.02
2	1	2	2	2	2	1	2	0.02
2	1	1	2	2	0	2	2	0.02
2	1	1	1	1	2	2	2	0.04
0	2	0	1	2	1	1	1	0.02
0	2	0	2	1	2	2	2	0.02
2	0	2	2	2	1	2	2	0.02
1	2	0	2	2	2	2	2	0.02
1	1	2	2	2	1	0	2	0.02
1	2	2	2	2	2	2	2	0.02
2	2	2	1	2	0	2	2	0.02
2	2	1	2	2	2	2	2	0.02
0	0	2	2	2	2	2	2	0.02
2	2	2	2	2	2	0	2	0.02
2	2	2	2	2	1	1	2	0.02
0	1	1	2	2	2	0	2	0.02
1	2	2	2	2	1	1	2	0.02
2	1	2	2	0	1	2	2	0.02
2	2	2	2	2	2	2	2	0.02
1	2	0	2	2	2	0	2	0.02

Лабораторна робота №3

Тема: Формування другого епістемологічного рівня – системи з поведінкою та породжуючої системи з поведінкою

Завдання 1. Для отриманої в лабораторній роботі № 2 системи даних D з матрицею даних d побудувати систему з поведінкою F_B , використовуючи маски M з правилом зрушення $r_j \in R$ при

- а) $\rho = 0$;
- б) $\rho = (0,1)$;
- в) $\rho = (-1,0,1)$.

Розробити програму побудови системи з поведінкою.

Завдання 2. Визначити породжуючу систему із поведінкою F_{GB} , використовуючи маски M_G з правилом зрушення $r_j \in R$ при:

- а) $\rho = (0,1)$;
- б) $\rho = (0,-1,1)$.

Розробити програму побудови породжуючої системи з поведінкою

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Що таке правило зрушення?
2. Як визначається система з поведінкою?
3. Як визначається вибіркова змінна?
4. Як визначаються повні множини станів породжуваних G і породжуючих \bar{G} вибіркових змінних?
5. Як визначається породжуюча система з поведінкою?
6. Як визначається маска?
7. Як визначається породжуюча функція поведінки?
8. Як визначається повна множина станів вибіркових змінних?
9. Як визначається функція поведінки?
10. Як визначається кодуюча функція

3.3. Формування спрямованої системи з поведінкою

Для систем, визначених на нульовому рівні або вищому рівні епістемологічної ієрархії, як направлені, опис на другому рівні включає розбиття множини вибіркових змінних S_k , введених через маску M , на дві підмножини:

- вхідні змінні $(\{v_i \mid i \in N_n, u(i) = 0\})$;
- інші вибіркові змінні S_k , визначені через маску M .

Дані підмножини вибіркових змінних визначаються розбиттям маски M на дві підмаски M_e , що визначає вхідні вибіркові змінні і $M_{\bar{e}}$ - інші(виходні вибіркові змінні). Мaska спрямованої системи з поведінкою \hat{M} визначається трійкою

$$\hat{M} = (M; M_e, M_{\bar{e}}) \quad (3.14)$$

при $M_e, M_{\bar{e}} \subset M$, $M_e \cup M_{\bar{e}} = M$, $M_e \cap M_{\bar{e}} = \emptyset$.

Множина ідентифікаторів $N_{|M|}$ вибіркових змінних також розбивається на підмножини K_e і $K_{\bar{e}}$. Кодуючі функції будуть мати вигляд:

$$\lambda_e : M_e \rightarrow K_e, \quad \lambda_{\bar{e}} : M_{\bar{e}} \rightarrow K_{\bar{e}}. \quad (3.15)$$

Через визначені вибіркові змінні визначаються дві множині станів: повна множина станів вхідних E та повна множина станів вихідних \bar{E} вибіркових змінних

$$E = \times_{k \in K_e} S_k, \quad \bar{E} = \times_{k \in K_{\bar{e}}} S_k, \quad (3.16)$$

через які визначається функція поведінки спрямованої системи

$$\hat{f}_B : E \times \bar{E} \rightarrow [0,1], \quad (3.17)$$

де $\hat{f}_B(\bar{e}/e)$ - умовна ймовірність або умовна можливість.

Тепер можна визначити спрямовану систему з поведінкою

$$F_B = (\widehat{I}, \widehat{M}, \widehat{f}_B) . \quad (3.18)$$

Приклад 3.7. Розбиття маски M на підмаски M_e й $M_{\bar{e}}$ і відповідне розбиття ідентифікаторів вибіркових змінних S_k (3.15) при визначнику входу-виходу, який має вигляд $U = (0, 0, 1, 1)$ подана на рис. 3.6.

	$\rho = -2$	-1	0	1	M_e
V_1		1	2		
V_2			3	4	
V_3	5	6	7		
V_4			8	9	$M_{\bar{e}}$

$$N_g \rightarrow \begin{cases} K_e = \{1, 2, 3, 4\} \\ K_{\bar{e}} = \{5, 6, 7, 8, 9\} \end{cases}$$

Рис. 3.6. Розбиття маски для спрямованої системи з поведінкою

Приклад 3.8. Побудуємо спрямовану систему з поведінкою з визначником входу-виходу $u = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$. Система даних наведена в таблиці 3.1.

Нехай для побудови спрямованої системи з поведінкою застосуємо маску M з параметром $\rho = 0$. Візуально маска з зазначенням параметром та введеним розбиттям маски M на дві підмаски M_e і $M_{\bar{e}}$ має вигляд представлений нижче.

$\rho = 0$	$M:$
S1	
S2	
S3	
S4	
S5	
S6	
S7	
S8	

Вхідні вибіркові змінні M_e :

Вихідні вибіркові змінні $M_{\bar{e}}$:

Застосовуючи (3.5),(3.16),(3.17), отримуємо результати, представлені в наступному вигляді:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	$\hat{f}_B(e)$
0	0	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	2	2	1	0	2	1	0.019607843137255
0	1	2	2	2	2	2	0.03921568627451
1	2	2	2	1	2	2	0.058823529411765
2	2	0	2	2	1	0	0.019607843137255
1	1	1	2	2	2	2	0.019607843137255
1	2	2	2	1	2	0	0.019607843137255
1	1	2	2	1	2	2	0.019607843137255
0	1	1	2	1	2	2	0.019607843137255
0	1	2	2	0	2	2	0.019607843137255
1	2	2	2	2	1	2	0.03921568627451
1	1	2	2	2	2	2	0.03921568627451
2	2	2	2	2	0	2	0.019607843137255
2	1	2	2	2	2	2	0.019607843137255
1	2	1	2	2	2	2	0.019607843137255
1	1	2	1	2	2	2	0.019607843137255
0	2	1	1	2	2	2	0.019607843137255
2	1	2	2	2	0	2	0.03921568627451
1	2	1	2	2	0	2	0.019607843137255
2	2	0	2	2	2	2	0.019607843137255
2	1	2	2	2	2	0	0.019607843137255
1	1	2	2	0	1	1	0.019607843137255
1	0	0	2	1	2	2	0.019607843137255
0	2	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	2	1	2	1	2	0	0.019607843137255
2	1	2	2	2	2	1	0.019607843137255
2	1	1	2	2	0	2	0.019607843137255
2	1	1	1	1	2	2	0.03921568627451
0	2	0	1	2	1	1	0.019607843137255
0	2	0	2	1	2	2	0.019607843137255
2	0	2	2	2	1	2	0.019607843137255
1	2	0	2	2	2	2	0.019607843137255
1	1	2	2	2	1	0	0.019607843137255
1	2	2	2	2	2	2	0.019607843137255
2	2	2	1	2	0	2	0.019607843137255
2	2	1	2	2	2	2	0.019607843137255
0	0	2	2	2	2	2	0.019607843137255

2	2	2	2	2	2	0	0.019607843137255
2	2	2	2	2	1	1	0.019607843137255
0	1	1	2	2	2	0	0.019607843137255
1	2	2	2	2	1	1	0.019607843137255
2	1	2	2	0	1	2	0.019607843137255
2	2	2	2	2	2	2	0.019607843137255
1	2	0	2	2	2	0	0.019607843137255

Вихідні вибіркові змінні та відповідна функція поведінки наводиться нижче:

S8	$\hat{f}_B(\bar{e})$
2	0.98039215686275
1	0.019607843137255

Приклад 3.9. Побудуємо спрямовану систему з поведінкою з визначником входу-виходу $u = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$. Система даних наведена в таблиці 3.1.

Нехай для побудови спрямованої системи з поведінкою застосуємо маску M з параметром $\rho = -1, 0$. Візуально маска з зазначеним параметром та введеним розбиттям маски M на дві підмаски M_e і $M_{\bar{e}}$ має вигляд представлений нижче.

$$\rho = -1, 0$$

S1	S2
S3	S4
S5	S6
S7	S8
S9	S10
S11	S12
S13	S14

Вихідні вибіркові змінні згідно визначника входу-виходу $u = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$, згідно підмасці M_e

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S9	S10	S11	S12	S13	S14	$\hat{f}_B(e)$
0	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	2	1	0.02
2	0	2	1	2	2	1	2	0	2	2	2	1	0.02
0	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	0.02
1	2	2	2	2	0	2	2	1	2	2	1	2	0.02
2	1	2	1	0	1	2	2	2	2	1	2	0	0.02
1	1	1	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	0.02
1	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	0	0.02
1	0	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	0.02
0	0	1	1	1	2	2	2	1	0	2	2	2	0.02

Вихідні вибіркові змінні, згідно визначника входу-вихіду $u = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$, зображені у вигляді вирізки з маски M , згідно введеного розбиття (3.15):

S15	S16	$M_{\bar{e}}$
-----	-----	---------------

Стани вихідних вибіркових змінних та відповідна функція поведінки представляються наступним чином:

S15	S16	$\hat{f}_B(\bar{e})$
2	2	0.96
2	1	0.02
1	2	0.02

4.4. Породжуюча система з поведінкою для спрямованих систем

Для здійснення породження даних спрямованої системи необхідне введення породжуючої функції поведінки. Дано функція може бути введена за допомогою розбиття маски M на підмножини M_e , M_g , $M_{\bar{g}}$. Процес розбиття множини $M_{\bar{e}}$ на дві підмножини M_g і $M_{\bar{g}}$ аналогічний правилу описаному вище. Отже, породжуюча маска \hat{M}_G для спрямованих систем задається четвіркою виду

$$\hat{M}_G = (M, M_e; M_g, M_{\bar{g}}), \quad (3.19)$$

де $\{M_e, M_g, M_{\bar{g}}\}$ – це розбиття маски M , M_g – підмаска з породжуваними вибірковими змінними, $M_{\bar{g}}$ – підмаска з породжуючими вибірковими змінними.

Множини E, G і \bar{G} визначаються відповідним чином

$$E = \times_{k \in K_e} S_k, \quad G = \times_{k \in K_g} S_k, \quad \bar{G} = \times_{k \in K_{\bar{g}}} S_k, \quad (3.20)$$

де K_e , K_g , $K_{\bar{g}}$ – ідентифікатори, введені за допомогою кодуючих функцій

$$\lambda_e : M_e \rightarrow K_e; \quad \lambda_g : M_g \rightarrow K_g; \quad \lambda_{\bar{g}} : M_{\bar{g}} \rightarrow K_{\bar{g}}. \quad (3.21)$$

Породжуюча функція поведінки для спрямованих систем визначається як

$$\hat{f}_{GB} : E \times \overline{G} \times G \rightarrow [0,1], \quad (3.22)$$

а для детермінованих систем

$$\hat{f}_{GB} : E \times \overline{G} \rightarrow G, \quad (3.23)$$

де $\hat{f}_{GB}(g/e, \bar{g})$ – умовна ймовірність або можливість.

Породжуюча система з поведінкою для спрямованих систем визначається трійкою виду

$$\hat{F}_{GB} = (\hat{I}, \hat{M}_G, \hat{f}_{GB}). \quad (3.24)$$

Приклад 3.10. Формування породжуючої маски для спрямованих систем \hat{M}_G шляхом розбиття маски M на три підмаски M_e , M_g і $M_{\bar{g}}$ і відповідне розбиття ідентифікаторів вибіркових змінних S_k , визначених через маску M з визначником входу-виходу $u = (0, 0, 1, 1)$ подано на рис. 3.5.

	$\rho = -2$	-1	0	1	
V_1		1	2		
V_2			3	4	
V_3	5	6	7		
V_4			8	9	
					$M_{\bar{g}}$

$K_g \rightarrow \begin{cases} K_e = \{1, 2, 3, 4\} \\ K_{\bar{e}} = \{5, 6, 7, 8, 9\} \end{cases}$
 $M_e \quad \begin{cases} K_g = \{7, 9\} \\ K_{\bar{g}} = \{5, 6, 8\} \end{cases}$
 M_g

Рис. 3.5. Розбиття маски спрямованої породжуючої системи із визначником входу-виходу $u = (0, 0, 1, 1)$ для породження даних у порядку зростання повної параметричної множини.

Приклад 3.10. Побудуємо спрямовану породжуючу систему з поведінкою з визначником входу-виходу $u = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$. Система даних наведена в таблиці 3.1.

Нехай для побудови спрямованої системи з поведінкою застосуємо маску M з параметром $\rho = -1, 0$. Система даних подана у вигляді табл. 3.1. Візуально маска M із зазначеним параметром та введеним розбиттям маски M на підмножини $M_e, M_{\bar{g}}, M_g$ має вигляд, представлений нижче.

$$\rho = -1, 0;$$

$M_e \times M_{\bar{g}}$	S1	S2
	S3	S4
	S5	S6
	S7	S8
	S9	S10
	S11	S12
	S13	S14
	S15	

=>

Застосовуючи (3.5),(3.20),(3.22), отримуємо результати, представлені в наступному вигляді:

S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	S10	S11	S12	S13	S14	S15	$\hat{f}_{GB}(\bar{g})$
0	2	0	2	2	2	2	1	2	0	2	2	1	1	2	0.02
2	0	2	1	2	2	1	2	0	2	2	2	1	2	2	0.02
0	1	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	0.02
1	2	2	2	2	0	2	2	1	2	2	1	2	0	2	0.02
2	1	2	1	0	1	2	2	2	2	1	2	0	2	2	0.02
1	1	1	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	0	2	0.02
1	1	2	1	2	2	2	2	1	1	2	2	0	2	2	0.02
1	0	1	1	2	1	2	2	1	1	2	2	2	2	2	0.02
0	0	1	1	1	2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	0.02
0	1	1	2	2	2	2	2	0	2	2	1	2	2	2	0.02
1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	2	0.02
1	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	0.02
2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	0	2	2	2	2	0.02
2	1	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.02
1	1	2	1	1	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0.02
1	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	0.02
2	0	1	2	2	1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	0.02
0	2	2	1	1	2	1	2	2	2	2	2	0	2	2	0.02

2	2	1	1	2	2	2	2	2	0	0	2	2	2	0.02
2	1	1	2	2	1	2	2	2	0	0	2	2	2	0.02
1	2	2	2	1	0	2	2	2	0	2	2	2	2	0.02
2	2	2	1	0	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0.02
2	1	1	1	2	2	2	2	2	0	2	1	0	1	0.02
1	1	1	2	2	2	2	2	0	2	1	1	1	2	0.02
1	1	2	0	2	0	2	2	2	1	1	2	2	2	0.02
1	0	0	2	0	2	2	2	1	2	2	2	2	1	0.02
0	2	2	2	2	1	2	2	2	1	2	2	1	0	2
2	2	2	1	1	2	2	2	1	2	2	2	0	1	0.02
2	2	1	1	1	1	2	1	2	1	0	2	2	2	0.02
2	0	1	2	1	0	1	1	1	2	2	1	2	1	0.02
0	0	2	2	0	0	1	2	2	1	1	2	1	2	0.02
0	2	2	1	0	1	2	1	1	1	2	2	2	2	0.02
2	2	1	0	1	2	1	2	1	2	2	1	2	2	0.02
2	1	0	2	2	0	2	2	2	2	1	2	2	2	0.02
1	1	2	1	0	2	2	2	2	2	2	1	2	0	0.02
1	1	1	2	2	2	2	2	2	2	1	2	0	2	0.02
1	2	2	2	2	2	2	1	2	2	2	0	2	2	0.02
2	0	2	1	2	2	1	2	2	2	2	0	2	2	0.02
0	2	1	2	2	1	2	2	2	2	2	2	2	2	0.02
2	1	2	2	1	2	2	2	2	1	2	2	2	2	0.02
1	0	2	0	2	2	2	2	1	2	2	2	2	2	0.02
0	2	0	2	2	2	2	2	2	2	2	2	0	2	0.02
2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	2	1	0	1	0.02
2	1	2	2	2	2	2	2	2	1	1	2	1	2	0.02
1	0	2	1	2	1	2	2	1	2	2	2	2	0	2
0	1	1	2	1	2	2	2	2	2	2	1	0	1	0.02
1	2	2	1	2	2	2	2	2	0	1	1	1	2	0.02
2	2	1	2	2	2	2	2	0	2	1	2	2	2	0.02
2	1	2	2	2	0	2	2	2	2	2	2	2	0	0.02

Підмаска M_g маски M з параметром $\rho = -1, 0$ та визначником входу-виходу $u = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1)$ зображена нижче:

S16	$\boxed{S16}$	$M_g = >$
S16	$\hat{f}_{GB}(g)$	
2	0.98	
1	0.02	

Лабораторна робота №4

Тема: Формування спрямованої системи з поведінкою та породжуючої системи з поведінкою для спрямованих систем

Завдання 1. Для отриманої в лабораторній роботі № 3 системи даних D з матрицею даних d побудувати спрямовану систему з поведінкою \hat{F}_B при умові що дані чіткі та параметрична множина упорядкована.

Використовувати маски M з правилом зрушення $r_j \in R$ при $\rho = (-2, -1, 0, 1)$, $\bar{\rho} = (-1, 0, 1)$.

Розробити програму побудови спрямованої системи з поведінкою.

Завдання 2. Побудувати спрямовану породжуючу систему з поведінкою \hat{F}_{GB} , використовуючи маску \hat{M}_G з параметрами:
 $\rho = (-2, -1, 0, 1)$, $\bar{\rho} = (-1, 0, 1)$.

Розробити програму побудови спрямованої породжуючої системи з поведінкою

КОНТРОЛЬНІ ПИТАННЯ

1. Як визначається маска спрямованої породжуючої системи з поведінкою?
2. Як визначається спрямована система з поведінкою?
3. Як визначається функція поведінки спрямованої недетермінованої системи з поведінкою?
4. Як визначаються повні множини станів породжуваних G і породжуючих \bar{G} та вхідних вибіркових змінних?
5. Як визначається спрямована породжуюча система з поведінкою?
6. Як визначається маска спрямованої системи з поведінкою?
7. Як визначається породжуюча функція поведінки спрямованої недетермінованої системи з поведінкою?
8. Як визначається породжуюча функція поведінки спрямованої детермінованої системи з поведінкою?
9. Як визначається функція поведінки спрямованої детермінованої системи з поведінкою?
10. Як визначається кодуючі функції для введення ідентифікаторів K_e , K_g , $K_{\bar{g}}$?

Додаток А

СПЕЦІАЛЬНІ ПОЗНАЧЕННЯ

a_i, A_i	– властивість і множина її проявів
b_i, B_i	– база і множина її значень
\mathbf{c}	– загальний стан вибіркових змінних системи $c \in C$
\mathbf{C}	– множина всіх станів вибіркових змінних системи
d, \tilde{d}	– чіткі і нечіткі дані
d, \tilde{d}	– чітка матриця даних і нечіткий масив даних
$\mathbf{D}, \hat{\mathbf{D}}$	– нейтральна і спрямована система даних
$\mathbf{D}^S, \hat{\mathbf{D}}^S$	– нейтральна і спрямована система даних з семантикою
v_i	– загальна змінна
\mathbf{E}	– множина всіх вхідних станів системи
$\overline{\mathbf{E}}$	– множина всіх вихідних станів системи
f_B, \hat{f}_B	– нейтральна та спрямована функція поведінки
f_{GS}, \hat{f}_{GS} функція	– нейтральна та спрямована породжуюча ST-
$\mathbf{F}_B, \hat{\mathbf{F}}_B$	– нейтральна та спрямована система з поведінкою
$\mathbf{F}_{GB}, \hat{\mathbf{F}}_{GB}$	– нейтральна та спрямована породжуюча система з поведінкою
$\mathbf{g}, \bar{\mathbf{g}}$ змінних	– множина породжуваних і породжуючих вибіркових змінних
$\mathbf{G}, \overline{\mathbf{G}}$	– множина усіх повних станів породжуваних та порождаючих вибіркових змінних
H	– ентропія Шеннона
\mathbf{i}	– нейтральна конкретна представляюча система

I , $\hat{\mathbf{I}}$	– нейтральна та спрямована загальна представляюча система відповідно
M	– маска
M_i	– підмаска, зв'язана зі змінною v_i
M_G	– породжуюча маска
ΔM	– глибина маски M
M^+	– розширення маски
MX	– метасистема, заснована на системах типу X
o_i , \hat{o}_i	– чіткий і нечіткий канали спостереження змінної v_i
O , $\hat{\mathbf{O}}$	– нейтральна і спрямована система об'єкта
o , $\hat{\mathbf{o}}$	– чіткий і нечіткий загальний канал спостереження
r_j	– правило зрушення
R	– множина правил зрушення
s_k , S_k	– вибіркова змінна і множина її станів
S , $\hat{\mathbf{S}}$	– нейтральна або спрямована вихідна система
u	– ідентифікатор входу-вихіду
U	– U -нечіткість (можливісна міра нечіткості інформації)
v_i , \dot{v}_i	– загальна і конкретна змінна
V_i , \dot{V}_i	– загальна і конкретна множина станів змінної v_i і \dot{v}_i відповідно
\mathbf{V}_i	– повна множина станів змінної v_i ($i \in N_n$)
w_j , \dot{w}_j	– загальний і конкретний параметр
W_j , \dot{W}_j	– загальна і конкретна параметрична множина w_j і \dot{w}_j відповідно
W	– повна параметрична множина
φ_j	– конкретизація загального параметра w_j

ω_j , $\tilde{\omega}_j$ –чіткий і нечіткий канали спостереження для баз b_j

Основні теоретико-множинні поняття теорії систем

В даному курсі ми будемо виходити з наступних визначень.

Загальною системою називається відношення на непорожніх (абстрактних) множинах

$$S \subset \times \{V_i : i \in I\},$$

де \times - символ декартова добутку, а I - множина індексів. Множина V_i будемо називати змінними системами, виділеними на об'єкті дослідження O відповідно до мети дослідження при переліку обмежень. Якщо множина I скінчена, то зазначене визначення можна переписати у виді

$$S \subset V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n.$$

Декартовий добуток $V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$ (або прямий добуток) визначається як множина всіх упорядкованих наборів $(V_1 V_2 \dots V_n)$, таких, що перший елемент будь-якого набору належить V_1 , другий - V_2 і т.д.

$$V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n = \{(v_1 v_2 \dots v_n) | v_1 \in V_1, v_2 \in V_2, \dots, v_n \in V_n\}.$$

Добуток $V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$ є вибірковим простором складового експерименту, у якому робиться n окремих експериментів із вибірковими просторами V_1, \dots, V_n .

Вибірковим простором V називається множина усіх можливих виходів експерименту.

Ізоморфізм алгебраїчних структур (X, R) і (Y, S) - це взаємно однозначна відповідність $h: X \leftrightarrow Y$, таке, що $(x_1, x_2) \in R$ тоді і тільки тоді, коли $(h(x_1), h(x_2)) \in S$.

Бінарне відношення R на множині X - це підмножина декартових добутків $X \times X$ або $R \subseteq X \times X$.

Гомоморфізм з однієї алгебраїчної структури (X, R) в іншу алгебраїчну структуру (Y, S) - це функція $h: X \rightarrow Y$, така, що з $(x_1, x_2) \in R$, випливає що $(h(x_1), h(x_2)) \in S$. Якщо функція h така, що $(x_1, x_2) \in R$ тоді і тільки тоді, коли $(h(x_1), h(x_2)) \in S$, гомоморфізм називається суворим.

Часткова упорядкованість Q множини V_i - це бінарне співвідношення

$$Q \subseteq V_i \times V_i$$

задовольняючим наступним вимогам:

- 1) $(x, x) \in Q$ для всіх $x \in X$ (рефлексивність);
- 2) якщо $(x, y) \in Q$ і $(y, x) \in Q$, то $x = y$ (антисиметричність);
- 3) якщо $(x, y) \in Q$ і $(y, z) \in Q$, то $(x, z) \in Q$ (транзитивність).

Лінійна упорядкованість - це зв'язане часткове упорядкування, тобто на додаток до вимог рефлексивності, антисиметричності і транзитивності задовольняє вимозі зв'язності: $\forall x, y \in V_i$, якщо $x \neq y$, то або $(x, y) \in Q$, або $(y, x) \in Q$.

Метрична відстань (метрика), визначена на множині X - це функція $d: X \times X \rightarrow \mathbb{R}$, що задовольняє умовам:

- 1) $d(x, y) \geq 0$;
- 2) $d(x, y) = d(y, x)$;
- 3) $d(x, y) = 0$, тоді і тільки тоді, коли $x = y$;
- 4) $d(x, z) \leq d(x, y) + d(y, z)$.

Нечітка множина X , визначена в межах чіткої універсальної множини U - це множина упорядкованих пар $X = \{(u, m_x(u)) | u \in U\}$, де $m_x(U)$ - це ступінь приналежності до множини X .

Операція - це функція $o: X^n \rightarrow X$. При $n = 1, 2, \dots$ вона називається унарною операцією, бінарною і т.д. відповідно.

Розбивка $\pi(x)$ множини X - це така множина непорожніх підмножин множини X , для якої кожен елемент із X належить тільки одній підмножині, тобто:

$$\pi(x) = \left\{ X_i \mid X_i \in P(X), X_i \neq \emptyset, \bigcup_{i \in I} X_i = X \text{ і } X_i \cap X_j = \emptyset \text{ для всіх } i, j \in I \right\}.$$

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном мире и машине. Изд-во 2-е / Н. Винер. – М.: Наука, 1983. – 338 с.
2. Клир Дж. Системология. Автоматизация решения системных задач / Дж. Клир. – М.: Радио и связь, 1990. – 544 с.
3. Месарович А.А. Теория иерархических многоуровневых систем / А.А. Месарович и др. – М.: Мир, 1973. – 344 с.
4. Волкова В.Н. Искусство формализации: От математики – к теории систем, и от теории систем – к математике / В.Н. Волкова. – СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. – 200 с.
5. Волкова В.Н. Теория систем: Учебник для студентов вузов / В.Н. Волкова, А.А. Денисов. – М.: Высшая школа, 2006. – 511 с.
6. Бешелев С.Д., Гурвич Ф.Г. Математико-статистические методы экспертных оценок. - М.: Статистика, 1974.
7. Бусленко Н.П. Моделирование сложных систем - М.: Наука, 1968.
8. Литvak Б.Г. Экспертная информация. Методы получения и анализа. - М.: Радио и связь, 1982.
9. Метод статистических испытаний.-М.: Наука, 1962.
10. Растигин Л.А., Маджаров Н.Е. Введение в идентификацию объектов управления. -М.: Энергия, 1977, с. 33-49.
11. Теория выбора и принятия решений / И.М. Марков, Т.М. Виноградская и др. - М.: Наука, 1982.

12. Пфанцагль И. Теория измерений / И. Пфанцагль. – М.:Мир, 1976.
– 248 с.
13. Харрари Ф. Теория графов / Ф. Харрари. – М.: Мир, 1973. – 300 с.
14. Эшби У. Введение в кибернетику / У. Эшби. – М.: ИЛ,1959. – 432 с.
15. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ: Учеб.пособие /Ю.П. Сурмин. – К.: МАУП, 2003. – 368 с.
16. Самарский А.А.Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 320 с.
17. Калман Р. Очерки по математической теории систем: Пер. с англ. / Семененко М.Г. Введение в математическое моделирование / М.Г. Семененко. – М.: Солон-Р, 2002. – 112 с.
18. Мышкис А.Д. Элементы теории математических моделей.– 3-е изд., испр. / А.Д. Мышкис. – М.: КомКнига, 2007. – 192 с.
19. Тарасик В.П. Математическое моделирование технических систем. Учебник для вузов / В.П. Тарасик. – Мн.: Дизайн-ПРО, 2004. – 640 с.
 1. Додаткова
2. Пуанкаре А. Наука и гипотеза //Анри Пуанкаре о науке. – М.: Наука, 1983. 561 с.
3. Хейс Д. Причинный анализ в статистических исследованиях / Д. Хейс. –
4. Форрестер Дж. Мировая динамика / Дж. Форрестер. – М.: Наука, 1978. – 1967 с. – 335 с.
5. Могилевский В.Д. Методология систем / В.Д. Могилевский. – М.: Экономика, 1999. – 251 с.

6. Советов Б.Я. Моделирование систем: учеб. для вузов / Советов Б.Я., Яковлев С.А. – [3-е изд., перераб. и доп.]. – М.: Высш. шк., 2001. – 343 с.
7. Уемов А.И. Системный подход и общая теория систем /А.И. Уемов. – М.: Мысль, 1978. – 272 с.
8. Блауберг И.В. Становление и сущность системного подхода / И.В. Блауберг И.В., Э.Г. Юдин. – М.: Наука, 1973. –269 с.
9. Перегудов Ф.И. Введение в системный анализ / Ф.И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М.: Высш. Школа1989. – 584 с.
10. Гиг Дж. Ван. Прикладная общая теория систем. – М.: Мир, 1981. – 733 с.

Інформаційні ресурси

1. Эшби У. Введение в кибернетику / У. Эшби. – М.: ИЛ,1959. – 432 с. – Режим доступу: <http://www.certicom.kiev.ua/Ashbi.html>.
2. Винер Н. Кибернетика или управление и связь в животном мире и машине [Електронний ресурс] / Н. Винер. – [Изд-во 2-е] – М.: Наука, 1983. – 338 с. – Режим доступу: <http://www.certicom.kiev.ua/Wiener-Cybern.html>
3. Сурмин Ю.П. Теория систем и системный анализ: учеб.пособие[Електронний ресурс] / Ю.П. Сурмин. – К.: МАУП, 2003. – 368 с. – Режим доступу: <http://ftp.asu.ru/incoming/ponkina/674/Literatura.2003.pdf>
4. Волкова В.Н.Теория систем: учебник для студентов вузов [Електронний ресурс] / В.Н. Волкова, А.А. Денисов. – М.: Высшая школа, 2006. – 511 с. – Режим доступу: <http://www.twirpx.com/file/140149/>
5. Волкова В.Н. Искусство формализации: От математики – к теории систем, и от теории систем – к математике [Електронний

- ресурс] / В.Н. Волкова. –СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2004. – 200 с. – Режим доступу: <http://bookos.org/book/562474>
6. Жилин Д.М. Теория систем: опыт построения курса [Електронний ресурс] / Д.М. Жилин. – М.: Едиториал УРСС, 2004. – 184 с. – Режим доступу: <http://www.twirpx.com/file/474517/>
7. Месарович А.А. Теория иерархических многоуровневых систем [Електронний ресурс] / А.А. Месарович и др. – М.: Мир, 1973. – 344 с. –Режим доступу: <http://www.twirpx.com/file/63103/>
8. Хейс Д. Причинный анализ в статистических исследованиях [Електронний ресурс] / Д. Хейс. – М.: Финансы и статистика, 1981. – 255 с. – Режим доступу: <http://www.twirpx.com/file/540787/>