

Лабораторна робота №6. Розробка та аналіз рекурсивних алгоритмів

Мета: розробити рекурсивний алгоритм і програму розв'язання задачі про ханойські вежі. Зробити математичний і емпіричний аналіз рекурсивного алгоритму.

Теоретичні відомості

Задача про ханойські вежі. Припустимо, що є n дисків різного діаметра й три кілочки. У початковому стані всі диски нанизані на перший кілочок і впорядковані по діаметру, тобто найбільший диск перебуває внизу стопки, а найменший – угорі. Для розв'язання задачі потрібно перенести всі диски на третій кілочок, використовуючи при необхідності в якості допоміжного другий кілочок. Потрібно врахувати, що за один раз можна перенести тільки один диск, і крім того, не можна поміщати диск більшого діаметра на диск меншого діаметра.

В оригінальному варіанті головоломка про ханойські вежі була опублікована в 1890 році французьким математиком Едуардом Лукасом (Edouard Lucas).

Загальний план математичного аналізу ефективності рекурсивних алгоритмів.

1. Виберіть параметр (або параметри), за яким буде оцінюватися розмір вхідних даних алгоритму.
2. Визначите основну операцію алгоритму.
3. Перевірте, чи залежить число виконуваних основних операцій тільки від розміру вхідних даних. Якщо воно залежить і від інших факторів, розгляньте при необхідності, як змінюється ефективність алгоритму для найгіршого, середнього й найкращого випадків структури вхідних даних.
4. Складіть рекурентне рівняння, що виражає кількість виконуваних основних операцій алгоритму, і вкажіть відповідні початкові умови.
5. Знайдіть розв'язок рекурентного рівняння або, якщо це неможливо, визначите хоча б його порядок росту.

Рекурсивні алгоритми варто використовувати дуже обережно, оскільки часто за їхньою зовнішньою компактністю ховається вибагливість до ресурсів ЕОМ.

Загальний план емпіричного аналізу ефективності алгоритму

1. З'ясування мету майбутнього обчислювального експерименту.
2. Визначення вимірюваної метрики M и одиниць виміру (кількість операцій або час роботи алгоритму).

3. Визначення характеристик вхідних даних (їхній діапазон, розмір і т.д.).
4. Створення програми, що реалізує алгоритм (або алгоритми), для проведення обчислювального експерименту.
5. Генерація зразка вхідних даних.
6. Виконання алгоритму (або алгоритмів) над зразком вхідних даних і запис спостережуваних даних.
7. Аналіз отриманих даних.

Завдання до лабораторної роботи

Для виконання поставленої мети, необхідно вирішити наступні задачі:

1. Реалізувати рекурсивний алгоритм розв'язання задачі про ханойські вежі.
2. Провести математичний аналіз рекурсивного алгоритму.
3. Провести емпіричний аналіз рекурсивного алгоритму. Результати обчислювальних експериментів звести в таблицю. Побудувати точковий графік залежності часу роботи алгоритму від кількості дисків n .
4. Зрівняти оцінки часу роботи алгоритму, отримані теоретично та експериментально.
5. Реалізувати інтерфейс користувача. Функціональні можливості інтерфейсу:
 - виводити запрошення на введення кількості дисків n ;
 - виводити послідовність дій по переміщенню дисків. Наприклад: *«Перемістити диск із кілочка №1 на кілочок №2»*.

Контрольні запитання

1. Які два основних види ефективності алгоритмів ви знаєте?
2. Дайте визначення асимптотичних позначень O, Θ, Ω .
3. Які ви знаєте основні класи ефективності алгоритмів?
4. Які ви знаєте два основних підходи в аналізі алгоритмів? У чому переваги й недоліки кожного з них?
5. Поясніть поняття ефективності алгоритму для найгіршого, найкращого й середнього випадків.