

Міністерство освіти і науки України  
Уманський державний педагогічний університет  
імені Павла Тичини

Л. А. Благодир

**МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ  
В ПОНЯТТЯХ, СХЕМАХ І ТАБЛИЦЯХ**

(Загальна методика)

Навчально-методичний посібник

Умань – 2018

УДК (37.016:51)(075.8)

М54

*Рекомендовано до друку вченою радою Уманського державного педагогічного університету імені Павла Тичини  
(протокол №3 від 31 жовтня 2017 року)*

**Рецензенти:**

**В. О. Швець**, к. пед. наук, професор, завідувач кафедри математики і теорії та методики навчання математики Національного педагогічного університету імені М. П. Драгоманова;

**Т. Л. Годованюк**, к. пед. наук, доцент (Уманський державний педагогічний університет імені Павла Тичини);

**В. М. Дякон**, к. фіз.-мат. наук, доцент (Європейський університет. Уманська філія).

М54 **Методика** навчання математики в поняттях, схемах і таблицях : навчально-методичний посібник / уклад. Л. А. Благодир. – Умань : ВПЦ «Візаві» – 2018р. – 144 с.

У посібнику в короткій і доступній формі висвітлюються основні питання загальної методики навчання математики. Його зміст відповідає типовим програмам методики навчання математики.

Особливістю посібника є доступна, систематизована, лаконічна форма викладу матеріалу.

Призначений для студентів математичних спеціальностей, які готуються до педагогічної діяльності та вчителів математики.

УДК (37.016:51)(075.8)

©Благодир Л.А., 2018

## ЗМІСТ

Передмова.....	4
Вступ .....	6
1. Методика навчання математики як наука і як навчальна дисципліна .....	7
2. Нормативні документи в освіті .....	14
3. Внутрішньопредметні та міжпредметні зв'язки .....	18
4. Математичне моделювання .....	25
5. Діяльнісний підхід у навчанні математики .....	27
6. Принципи і методи навчання математики .....	40
7. Рівнева і профільна диференціація .....	53
8. Математичні поняття в шкільному курсі математики .....	59
9. Задачі у навчанні математики .....	74
10. Форми організації навчальної діяльності учнів .....	87
11. Засоби навчання математики .....	101
12. Контроль навчально-пізнавальної діяльності учнів у процесі навчання математики .....	105
13. Теореми та їх доведення .....	117
14. Позаурочна робота з математики.....	133
Список використаних джерел .....	141

## ПЕРЕДМОВА

Почуте та навіть і записане студентом на лекції чи на семінарі, прочитане ним самостійно за першоджерелами та законспектоване не завжди відкладається в голові у вигляді міцних і глибоких знань. У таких записах, конспектах, планах важливо виділити головне, привести отримані відомості в певну систему. Створена за допомогою символів та окремих речень чи ключових слів така система полегшує засвоєння знань, відтворення їх за потреби. Іншими словами, має бути створена як наслідок засвоєння повідомлень карта знань (майндмеппінг, ментальна карта, карта роздумів).

**Майндмеппінг** ( від англ. mind- розум, думка, погляд, глузд та mapping – відображення, відбиток, картування, картографування) можна трактувати як карта думок, діаграма зв'язків, асоціативна карта, карта знань.

Над технологією таких карт думок пам'яті зараз працює багато вчених, оскільки вони є зручним і ефективним засобом візуалізації мислення та альтернативного запису, зображення процесу загального мислення.

У карті знань головна тема, на якій акцентується увага того, хто навчається, розміщується в центрі схеми, у фокусі і розкривається через ключові слова, які розміщуються на гілках ( часто різнокольорових ) і які відходять від центру. Подібний спосіб запису дуже широко і успішно використовував у навчанні відомий математик-педагог В.Ф. Шаталов, назвавши його опорним конспектом. Використання карт знань дозволяє:

- зафіксувати в пам'яті факти, терміни, поняття, слова і образи у вигляді зв'язної схеми;
- генерувати ідеї;
- систематизувати розрізнені знання у вигляді логічно завершеної порції інформації;
- встановлювати причиново-наслідкові зв'язки між окремими знаннями;
- повторювати і відтворювати отримані знання за потреби тощо.

Запропонований Л. А. Благодир навчально-методичний посібник **«Методика навчання математики в поняттях, схемах і таблицях»** сміливо можна назвати збірником готових карт знань з дисципліни «Загальна методика навчання математики», що читається майбутнім вчителям математики в педагогічних університетах. Він буде корисним студентам і під час вивчення окремих тем, і під час підготовки до практичних занять, семінарів, екзамену. Карти знань студент може уточнювати, доповнювати, розширювати, виходячи із власних потреб, головне щоб в нього сформувались міцні і глибокі знання і вміння, складові його методичної компетентності.

Рекомендую даний посібник до друку.

Завідувач кафедри математики і теорії  
та методики навчання математики  
НПУ імені М.П. Драгоманова,  
професор В.О. Швець

## ВСТУП

Посібник складено у відповідності з чинною програмою дисципліни «Методика навчання математики» напряму підготовки *Математика\**.

У посібнику упорядковано та систематизовано основні теми загальної методики навчання математики. Викладені основні питання, без знання яких неможлива методична підготовка учителя математики.

За структурою відрізняється від відповідного лекційного курсу, оскільки, з одного боку, менш деталізовано, з іншого боку, більш інформативно. Посібник містить достатній список літератури, яка може бути корисна студентам під час виконання самостійної роботи при поглибленому вивченні окремих питань.

Включені до посібника схеми і таблиці дозволяють досягти як ситуативного, так і довгострокового ефекту в запам'ятовуванні і осмисленні навчального матеріалу.

Посібник може бути використаний студентами математичних спеціальностей і спеціальностей з відповідною спеціалізацією, денної, заочної та дистанційної форм навчання і вчителями математики.

## ТЕМА 1. МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ ЯК НАУКА І ЯК НАВЧАЛЬНА ДИСЦИПЛІНА

**Методика навчання математики – це наука про математику як навчальний предмет і закономірності процесу навчання математики учнів різних вікових груп**

### **Основні компоненти методичної системи навчання:**

цілі

зміст

методи

форми

засоби

**Методика математики** спирається на математику як науку, на педагогіку, психологію, логіку, філософію, кібернетику і на узагальнений педагогічний досвід роботи вчителів

**Першою книгою** з методики математики вважається видана у 1803р. книга І.Г. Песталоцці «Наочне вчення про число»

## З а в д а н н я методики навчання математики:

визначити **мету** навчання математики для різних типів шкіл і вікових груп учнів

для кожної із цих груп конкретизувати **зміст** навчання математики (які теми, в якому обсязі і на якому рівні опрацьовувати)

відібрати доцільні **методи, форми і засоби** навчання математики, придатні для тих чи інших тем і умов

показати, як слід **виховувати і розвивати** учнів у процесі навчання математики

## Методика математики відповідає на чотири основні запитання:

1

• Навіщо навчати математики? (**Мета** навчання математики)

2

• Що треба вивчати? (**Зміст** навчання)

3

• Як треба навчати математики? (**Методи, організаційні форми і засоби** навчання математики)

4

• Як **розвивати і виховувати** учнів у процесі навчання математики?



**Методика математики** – це навчальна дисципліна, яка має: забезпечувати опанування студентами основ методики математики як науки, змісту й особливостей шкільних програм, підручників для різних типів шкіл, можливостей використання інформаційних технологій у навчальному процесі; формувати особистість майбутнього вчителя, здатного вчити, розвивати та виховувати учнів

**За структурою методика математики як навчальна дисципліна складається з двох частин:**

*Загальна методика  
математики*

*Спеціальна методика  
математики*

**Загальна методика математики** розглядає загальні питання, що становлять теоретичні й організаційні основи процесу навчання математики (вивчення методів, засобів, форм навчання математики тощо)

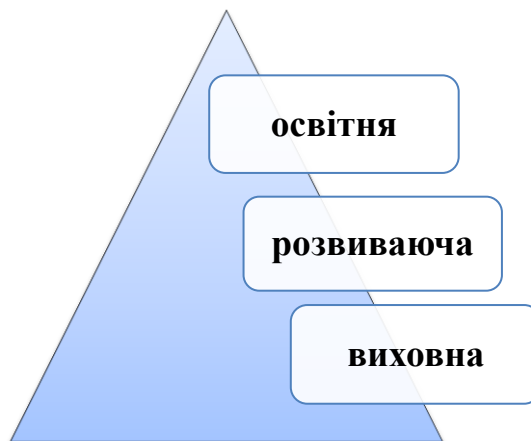
Предметом **спеціальної методики математики** є методика вивчення окремих розділів і тем шкільного курсу математики

Шкільний курс математики має забезпечити міцне і свідоме оволодіння системою математичних знань, умінь і навичок, які потрібні для загального розвитку учнів, для їх практичної діяльності в умовах сучасного виробництва, для вивчення на достатньо високому рівні суміжних шкільних предметів (фізики, креслення, хімії та ін.) і для продовження освіти



**Мета навчання** – ідеально передбачуваний (або спроектований) кінцевий результат певним чином спрямованої педагогічної діяльності вчителя і навчально-пізнавальної діяльності учнів. **Завдання** – сукупність умов, які приведуть до запланованого результату.

**Взаємопов'язані цілі навчання математики:**



**Головна мета школи** – всебічний розвиток дитини як цілісної особистості, її здібностей і обдарувань

**Компетентність** – набута у процесі навчання інтегрована здатність індивіда, яка включає знання, досвід, цінності і ставлення, що можуть цілісно реалізовуватися на практиці

**Компетенція** – суспільно визнаний рівень знань, умінь, навичок, ставлень у певній сфері діяльності людини

**Змістові лінії шкільного курсу математики, які ввійшли в освітній стандарт:**

Числа і дії над ними

Вирази і їх перетворення

Рівняння і нерівності

Функції і їх графіки

Елементи комбінаторики, теорії ймовірності та математичної статистики

Геометричні фігури і їх властивості

Геометричні величини

**Основну мету і завдання навчання математики у загальноосвітній школі сформульовано у новому Державному освітньому стандарті:**

**Основною метою освітньої галузі «Математика» є:** формування в учнів математичної компетентності на рівні, достатньому для забезпечення життєдіяльності в сучасному світі, успішного оволодіння знаннями з інших освітніх галузей у процесі шкільного навчання, забезпечення інтелектуального розвитку учнів, розвитку їх уваги, пам'яті, логіки, культури мислення та інтуїції

**Завданнями освітньої галузі «Математика» є:**

- ❖ розкриття ролі та можливостей математики у пізнанні та описанні реальних процесів і явищ дійсності;
- ❖ розвиток логічного, критичного і творчого мислення учнів;
- ❖ забезпечення оволодіння учнями математичною мовою;
- ❖ формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;
- ❖ розвиток умінь працювати з підручником;
- ❖ формування здатності оцінювати правильність і раціональність розв'язання математичних задач, обґрунтовувати твердження, розпізнавати логічно некоректні міркування, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації

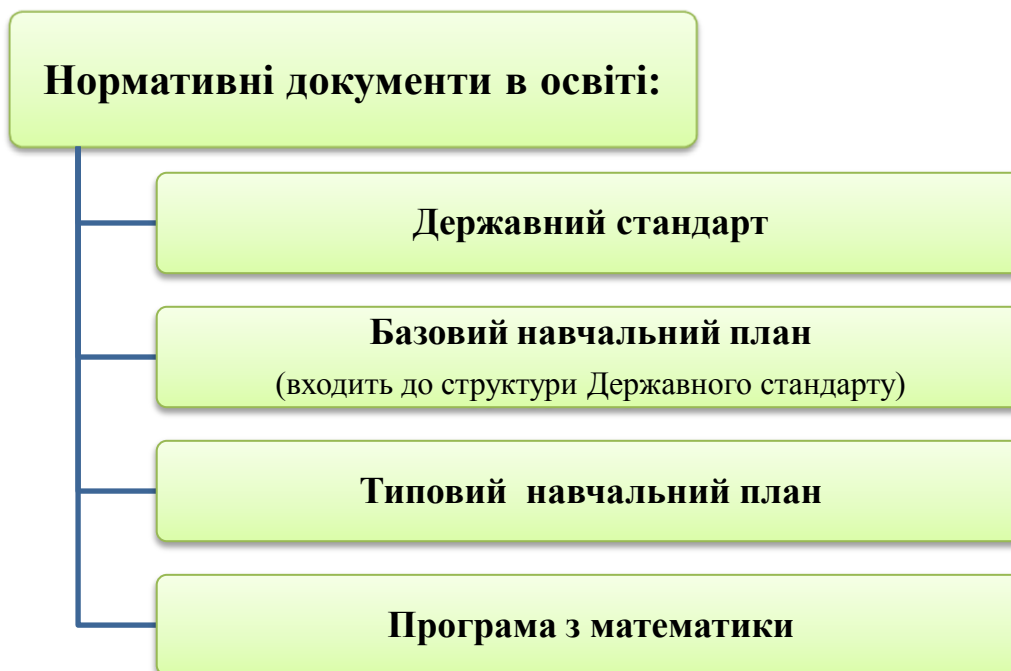
**Основними завданнями математичної освіти в основній школі є:**

- ❖ продовження розвитку уявлень про число, формування обчислювальних навичок та застосування їх до розв'язування задач;
- ❖ розширення математичного апарату, засвоєного в початковій школі;
- ❖ формування навичок і умінь тотожного перетворення виразів, розв'язування рівнянь і нерівностей, їх систем та застосування їх до розв'язування текстових задач;
- ❖ формування уявлення про функцію як математичну модель реальних процесів;
- ❖ вивчення геометричних фігур на площині, розвиток просторових уявлень і уяви;
- ❖ формування уявлень про геометричні величини та навичок і умінь вимірювання і обчислення;
- ❖ навчання математичної мови;
- ❖ формування уявлень про математичні поняття і методи як важливі засоби моделювання реальних процесів і явищ

**Основними завданнями математичної освіти в старшій школі є:**

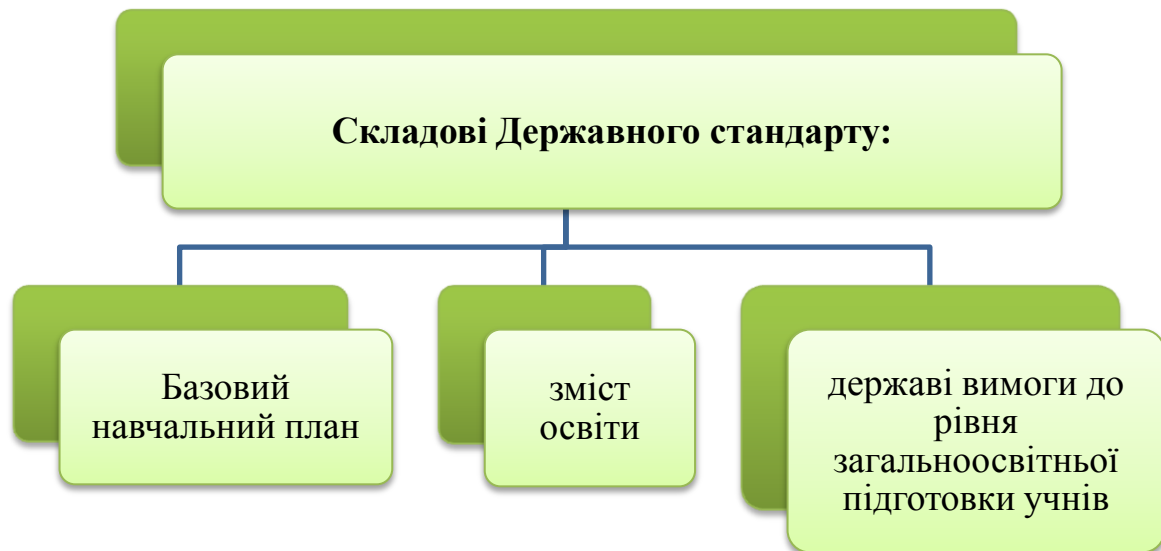
- ❖ розширення математичного апарату, засвоєного в основній школі;
- ❖ розширення й систематизація загальних відомостей про функції,
- ❖ вивчення початків аналізу, розв'язування прикладних задач;
- ❖ розширення відомостей про ймовірність та елементи статистики;
- ❖ вивчення просторових фігур, продовження розвитку просторових уявлень і уяви;
- ❖ розширення й поглиблення відомостей про геометричні величини;
- ❖ розширення й поглиблення уявлень про математику як компонент загальнолюдської культури, про застосування її в практичній діяльності, різних галузях науки

## ТЕМА 2. НОРМАТИВНІ ДОКУМЕНТИ В ОСВІТІ



**Державний стандарт базової й повної загальної середньої освіти** – це нормативний документ (затверджений постановою кабінету міністрів), що визначає вимоги до освіченості учнів випускників основної та старшої школи, гарантії держави у її досягненні

**Основними функціями державного стандарту є:** створення єдиного освітнього простору й забезпечення варіативності освіти при умові існування різних типів шкіл, приведення навчального навантаження школярів до норми, забезпечення максимальної об'єктивності в оцінюванні праці учнів, вчителів та школи, гарантування реальної рівневої і профільної диференціації, надання можливості державі мати уявлення про дійсну якість освіти на різних ступенях навчання




**Базовий навчальний план визначає:** перелік освітніх галузей знань за роками навчання, розподіл годин між ними, максимальне навантаження учнів за роками навчання, розподіл предметів на *інваріантну* й *варіативну* частини, кількість навчальних годин, що фінансуються з державного бюджету

**Зміст освіти** – це педагогічно адаптована система знань, навичок та умінь, досвіду творчої діяльності і емоційно-ціннісного відношення до світу, засвоєння якої забезпечує розвиток особистості

**Зміст шкільної математичної освіти в сучасні школі:**

- ❖ математичні знання (математичні поняття, їх терміни, аксіоми, теореми, інші математичні факти, математичні теорії тощо);
- ❖ математичні навички й уміння (розумові й практичні);
- ❖ загально-навчальні навички й уміння (уміння здобувати інформацію з різних джерел, засвоювати, поповнювати та оцінювати її, застосовувати способи пізнавальної діяльності);
- ❖ досвід творчої діяльності



Зміст шкільної математичної освіти реалізується, структурується й конкретизується в:

- навчальних планах,
- навчальних посібниках з математики,
- навчальних програмах із математики,
- дидактичних матеріалах з математики
- підручниках із математики

На основі базового навчального плану Міністерство освіти і науки України розробляє **типові навчальні плани**, в яких визначається перелік навчальних предметів і курсів відповідно до змісту освітніх галузей, кількість годин, відведених на їх вивчення у кожному класі

На основі типових навчальних планів навчальні заклади складають **навчальні робочі плани**, в яких конкретизується варіативна складова базового навчального плану з урахуванням особливостей організації навчально-виховного процесу

**Програма з математики** – нормативний документ, що складається на основі Державного стандарту, затверджується Міністерством освіти і науки України і визначає:

- мету і завдання предмета;
- обсяг (кількість годин) та порядок вивчення математичних предметів в основній і старшій школі;
- порядок вивчення тем, мету їх вивчення, орієнтовну кількість годин на вивчення кожної теми;
- зміст навчального матеріалу кожної теми (тематичний зміст);
- вимоги до математичної підготовки учнів з кожної теми



Відповідно до робочого навчального плану школи й програми з математики вчитель складає **календарний план**, в якому теми, передбачені програмою розподіляються по конкретних уроках, визначаються дати їх проведення, плануються самостійні роботи, тематичні (залікові) контрольні роботи, визначаються терміни проведення тематичних атестацій(оцінювань). Складені вчителем календарні плани обов'язково мають бути затверджені директором школи

№ уроку	Тема уроку, його зміст	Кількість годин	Дата проведення	Примітка

**Тематичний план** визначає систему уроків по темі, за програмою. В ньому планують: орієнтовний зміст кожного уроку, повторення з метою актуалізації опорних знань, повторення для закріплення вивченого раніше, систему вправ для роботи в класі і вдома

№ уроку	Тема, зміст уроку	К-сть годин	Засоби навчання	На уроці	Дома		
					Розв'язати	Вивчити	Повторити

### ТЕМА 3. ВНУТРІШНЬОПРЕДМЕТНІ ТА МІЖПРЕДМЕТНІ ЗВ'ЯЗКИ

#### Внутрішньопредметні зв'язки:

**Внутріпонятійні** направлені на:  
розкриття суттєвих властивостей понять і їх ознак;  
встановлення залежностей між цими ознаками;  
розкриття змісту поняття

**Міжпонятійні** встановлюються між різними поняттями з метою функціонального співвіднесення і об'єднання понять деякої частини навчального матеріалу чи всього курсу в цілісну систему

#### Основні відношення між поняттями:

- ❖ відношення тотожності (наприклад, арифметична прогресія та лінійна функція, задана на  $N$ );
- ❖ відношення неузгодженості (коло і трикутник);
- ❖ відношення підлеглості – це відношення виду і роду (чотирикутник і паралелограм);
- ❖ відношення часткового співпадання (ромб і прямокутник)

**Пропедевтика** – це включення частини матеріалу в попередні теми, з метою розгляду окремих елементів майбутніх понять, які мають надмірний обсяг нової інформації

**Наступність** - забезпечення зв'язку та узгодженості між ступенями та етапами навчального процесу, систематичної опори на вже засвоєні учнями знання і наявний досвід практичного їх застосування для подальшого та послідовного розвитку й поглиблення цих знань

**Аспекти проблеми наступності:**

опора на раніше вивчене;  
врахування перспективи використання набутих учнями знань на наступному етапі

**Встановлення**

**міжпонятійних відношень:**

порівняння,  
виявлення відмінностей,  
виявлення схожих рис понять

**Передумови реалізації наступності:**

- 1) **відповідна побудова навчальних планів, програм і підручників**, яка відображає вимоги щодо послідовності й системності у розміщенні навчального матеріалу, створення умов для розвитку знань школярів, включення цих знань у нові зв'язки;
- 2) застосування вчителем такої **системи методів і прийомів**, що дають змогу під час викладу нових відомостей забезпечити максимальну опору на вже сформовані в учнів знання і вміння;
- 3) **осмислення учнями раніше вивченого матеріалу** на вищому рівні, узагальнення його, розширення меж застосування знань, навичок і вмінь;
- 4) вивчення матеріалу на деякому етапі навчання має створювати **необхідну основу** для успішного засвоєння змісту програми на наступному етапі

**Узагальнення** – виділення істотних ознак в заданих предметах і явищах

**Засоби здійснення внутріпредметних зв'язків:**

- ✓ повторення,
- ✓ систематизація,
- ✓ узагальнення,
- ✓ пропедевтика навчального матеріалу;

**Систематизація**

Це загальна розумова дія або прийом розумової діяльності, в процесі якої розрізнені знання про предмети та явища реального світу зводяться в єдину наукову систему, встановлюється їхня єдність на основі вибраного принципу

Розміщення матеріалу в певному порядку, певній послідовності

### **Класифікації видів повторення:**

1. **За часовою ознакою:** на початку навчального року; протягом всього навчального року після вивчення окремих тем; у кінці навчального року чи всього курсу.
2. **За основною дидактичною метою:** опорне; первинно-закріплююче, підкріплююче (попереджувальне); узагальнююче; систематизуюче.
3. **За частотою використання:** епізодичне; періодичне; регулярне (постійне).
4. **За місцем у процесі засвоєння:**
  - ✓ *повторення перед вивченням нового матеріалу* – встановлення тих фактів, які необхідні для повноцінного засвоєння нового матеріалу (пригадування); готує місце для нового в існуючій системі знань;
  - ✓ *повторення поряд із вивченням нового* – проводиться порівняння, зіставлення та встановлення логічних зв'язків між раніше вивченими і новим навчальним матеріалом;
  - ✓ *повторення після вивчення нового* забезпечує закріплення отриманих знань, формування міцних навичок і вмінь.

**Міжпредметні зв'язки** – це така конструкція змісту навчального матеріалу, що належить двом чи більше навчальним предметам і відображає взаємозв'язки, які об'єктивно діють в природі і вивчаються сучасними науками

**Міжпредметна компетентність** – здатність учня застосовувати щодо міжпредметного кола проблем знання, уміння, навички, способи діяльності та ставлення, які належать до певного кола навчальних предметів і освітніх галузей

Хронологічно міжпредметні зв'язки поділяють на:

- *попередні,*
- *супутні,*
- *перспективні*

**Попередні зв'язки.** Під час вивчення матеріалу відповідного курсу здійснюються посилання на раніше отримані знання з інших предметів

**Супутні зв'язки.** Вивчаючи новий матеріал його пов'язують з темою, яка в іншому навчальному предметі розглядається майже одночасно

**Перспективні зв'язки.** Вивчення матеріалу значно випереджає його розгляд в інших навчальних предметах

### **Засоби реалізації міжпредметних зв'язків:**

- ✓ інтегровані уроки;
- ✓ міжпредметні семінари, диспути і конференції;
- ✓ дидактичні ігри;
- ✓ екскурсії;
- ✓ написання реферативних робіт;
- ✓ фрагменти уроків

**Зв'язки між знаннями з окремих предметів, що стосуються змісту навчального матеріалу:**

- 1) зумовлені вивченням одних і тих самих фактів (явищ, процесів, подій);
- 2) зумовлені вивченням одних і тих самих понять;
- 3) зумовлені вивченням (застосуванням) одних і тих самих законів, теорій, формуванням світоглядних ідей.

Зв'язки на рівні знань використовуються понятійним апаратом, символікою, термінологією, теоретичними положеннями, прикладними аспектами

**Зв'язки, що мають відношення до способів діяльності учнів:**

- 1) зумовлені формуванням і використанням основних прийомів розумової діяльності (аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення, конкретизація аналогія);
- 2) зумовлені формуванням і використанням основних прийомів навчальної роботи, що стосуються як її загальної організації (зокрема, планування, самоконтролю в процесі виконання, раціонального чергування видів діяльності), так і власне навчання (прийоми роботи з книжкою, з наочним матеріалом, приладами, прийоми застосування знань), а також використанням одного й того ж самого методу дослідження реального світу (спостереження, математичне моделювання тощо).

Зв'язки на рівні видів діяльності визначаються методами міркувань, методами і способами розв'язування задач, формами роботи тощо

**Інтеграція** – це процес і результат створення нерозривно пов'язаного, єдиного, суцільного

**Координація** – це погодження навчальних програм зі споріднених предметів з погляду єдиного підходу до трактування понять, ідей, методів, процесів, явищ, а також у часі їх вивчення

**Зв'язки між знаннями з окремих навчальних предметів, що стосуються формування мотивів навчання:**

- 1) зумовлені розкриттям практичного значення наукових знань та методів пізнання навколишнього світу;
- 2) зумовлені розкриттям значення засвоєння учнями прийомів розумової діяльності та практичних навичок і вмінь

**Реалізація міжпредметних зв'язків під час вивчення математики** перш за все полягає у створенні запасу математичних моделей, які описують явища і процеси, що описують явища і процеси, що вивчаються в курсах різних навчальних предметів.



## ТЕМА 4. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

**Математична модель** – це опис якогось реального об'єкта або процесу мовою математичних понять, відношень, формул, рівнянь тощо

**Навчальні моделі** – геометричні фігури і тіла, ілюстрації до математичних теорем і формул

**Аналітичні математичні моделі:** процеси, явища, об'єкти навколишнього середовища описуються у вигляді функціональних співвідношень (алгебраїчних, диференціальних, інтегральних і т.д.) або логічних умов

**Математичне моделювання** – це процес розв'язування деякої нематематичної задачі чи проблеми математичними методами

**Прикладні задачі** – це задачі, які поставлені зовні математики і розв'язуються математичними методами і засобами

**Етапи методу математичного моделювання:**

1. Попередній аналіз об'єкта, що досліджується.
2. Побудова математичної моделі.
3. Дослідження математичної моделі.
4. Аналіз одержаних результатів та перенесення їх на об'єкт, що досліджується.

**Методи навчання математичному моделюванню:**

- Пояснювально-ілюстративний.
- Репродуктивний метод.
- Проблемний виклад.
- Евристичні бесіди.
- Дослідницький метод.

## ТЕМА 5. ДІЯЛЬНІСНИЙ ПІДХІД У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

**Діяльність** – внутрішня (психічна) і зовнішня (фізична) активність людини, що регулюється усвідомлюваною метою.  
Якщо мета не усвідомлюється, то немає й діяльності

**Мотиваційний підхід** до аналізу діяльності передбачає виділення таких складових діяльності, як **потреба, мета і**  
**МОТИВ**

Першопричиною діяльності є **потреба** – неусвідомлюваний стан організму, який ще не має конкретного предметного вираження. Вона виникає як своєрідний сигнал про те, що для нормальної життєдіяльності чогось не вистачає. При цьому людина переживає певний дискомфорт. Усвідомлення цього стану зумовлює виникнення  
мети

**Мета (ціль)** – ідеальний образ об'єкта, який у свідомості задовольняє потребу, що виникла. Тобто мета є тим, чого в певний момент немає, що буде досягнуто в майбутньому за допомогою певної дії. Вона може бути близькою або далекою

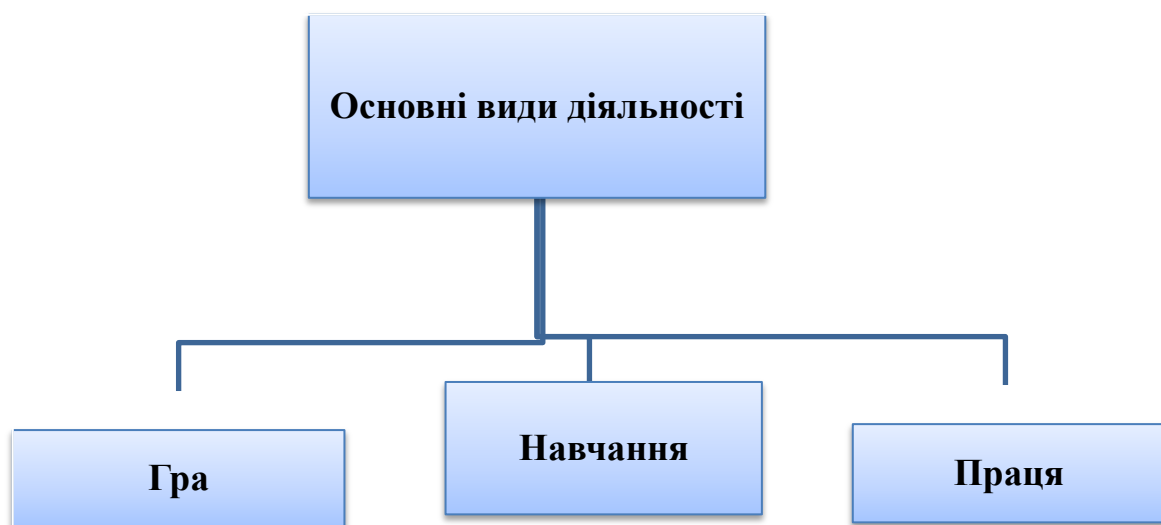
Опредмечена потреба – **мотив**. Мотивами можуть бути інтереси, емоції, переконання та ідеали

Будь-який відносно завершений елемент діяльності, спрямований на досягнення певної проміжної мети і підпорядкований загальному мотиву діяльності, називають **дією**

Способи виконання, контролю і регулювання дій, які використовує людина в процесі діяльності, називають прийомами діяльності

**Уміння** – це заснована на знаннях і навичках готовність людини успішно використовувати певну діяльність

Вдосконалені шляхам багаторазових вправ компоненти вмінь, що виявляються в автоматизованому виконанні дій, називають **навичками**



**Навчальна діяльність** – це такий вид діяльності, продуктом якої є компетентність учня

**Компоненти навчальної діяльності:**

мотиви і навчальні задачі

навчальні дії

дії контролю й оцінювання знань школярів

**Діяльнісний підхід** – спрямованість навчально-виховного процесу на розвиток умінь і навичок особистості, застосування на практиці здобутих знань з різних навчальних предметів, успішну адаптацію людини в соціумі, професійну самореалізацію, формування здібностей до колективної діяльності та самоосвіти (Держ. стандарт)

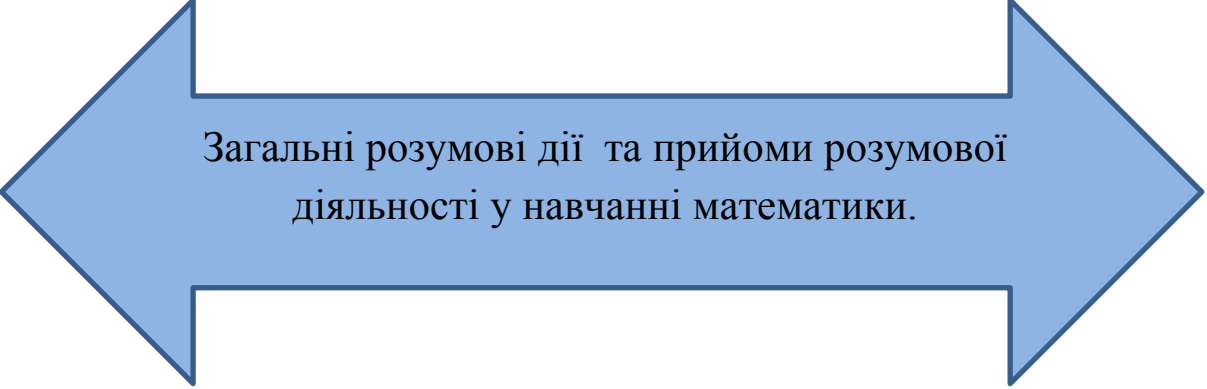
Відповідно до діяльнісного підходу етапи засвоєння знань розглядаються разом з етапами засвоєння діяльності. Знання із самого початку включаються в структуру дій, і засвоюються учнями через включення їх в ту чи іншу діяльність

Учень добре усвідомлює лише те, що виступає як прямий предмет і як мета його діяльності. Тому свідомість учіння передбачає, з одного боку, виконання школярами відповідних дій з навчальним матеріалом (а не просто його спостереження і прослуховування), а з іншого – перетворення матеріалу, що засвоюється, на пряму мету цих дій, тобто на розв'язування навчальних задач

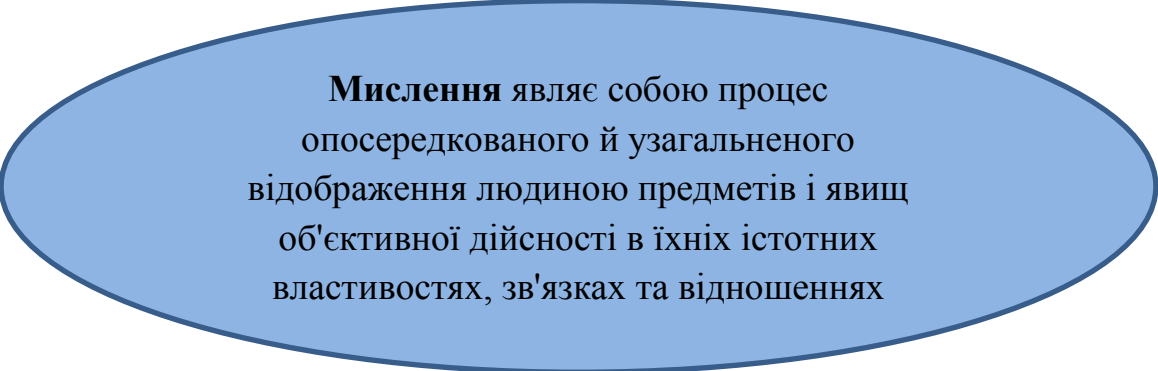
Діяльнісний підхід до організації навчання математики вимагає, щоб учень під час вивчення навчального матеріалу здійснив **повний цикл пізнавальних дій**, а саме: **сприйняв** навчальний матеріал, **усвідомив** його, **запам'ятав**, **потренувався** в застосуванні знань на практиці

### **Операційний підхід до аналізу діяльності:**

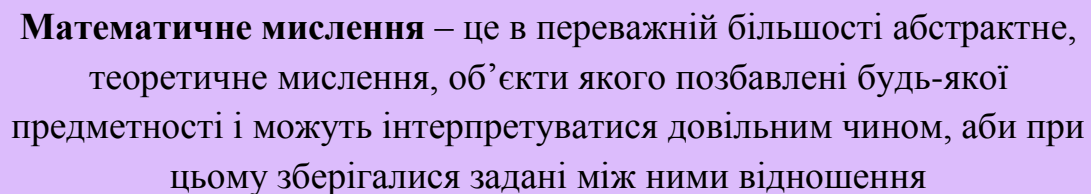
За такого підходу діяльність аналізують із точки зору її моторних компонентів. Мета, на досягнення якої спрямовується діяльність, як правило, є віддаленою. Тому досягнення її передбачає послідовне виконання людиною часткових завдань, які постають перед нею під час руху до цієї мети



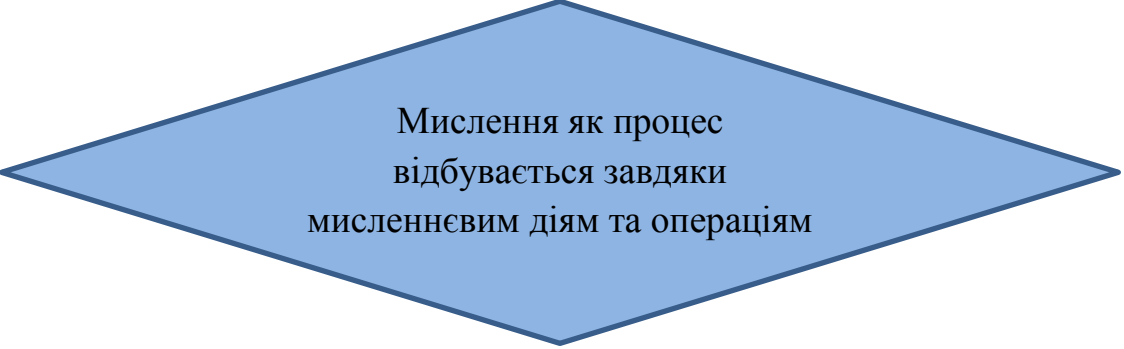
Загальні розумові дії та прийоми розумової діяльності у навчанні математики.



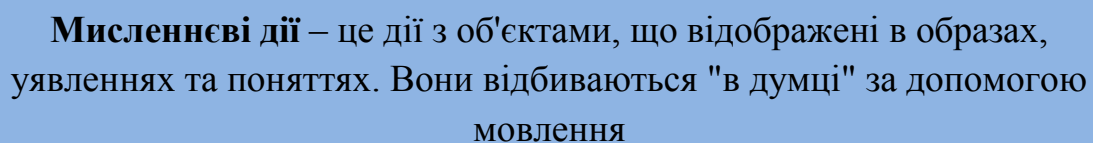
**Мислення** являє собою процес опосередкованого й узагальненого відображення людиною предметів і явищ об'єктивної дійсності в їхніх істотних властивостях, зв'язках та відношеннях



**Математичне мислення** – це в переважній більшості абстрактне, теоретичне мислення, об'єкти якого позбавлені будь-якої предметності і можуть інтерпретуватися довільним чином, аби при цьому зберігалися задані між ними відношення



Мислення як процес відбувається завдяки мисленнєвим діям та операціям



**Мисленнєві дії** – це дії з об'єктами, що відображені в образах, уявленнях та поняттях. Вони відбиваються "в думці" за допомогою мовлення

Мисленнєві дії є основним видом розумових дій. Вони формуються на основі зовнішніх практичних дій шляхом їх інтеріоризації (процесу перетворення зовнішніх, реальних дій на внутрішні розумові дії)

У дослідженнях П. Я. Гальперіна описано процес **поетапного формування розумових (мисленнєвих) дій**, який здійснюється протягом чотирьох етапів. Першим з них є *зовнішня дія* з опорою на матеріальні предмети, потім ці матеріальні предмети замінюються *символами*, спочатку теж матеріалізованими, а потім оформленими у вигляді вербальних знаків. Вербалізація відбувається спочатку голосно, а потім у вигляді "проговорювання" і, нарешті, в думках, за допомогою так званого внутрішнього мовлення. Пройшовши ці етапи поступової інтеріоризації, дії стають внутрішніми, розумовими, мисленнєвими

Основою математичного мислення є  
**загальні та специфічні розумові дії**

**Загальні розумові дії:** використовуються в усіх галузях знань (*аналіз, синтез, порівняння, абстрагування, узагальнення* тощо)



**Аналіз (розбір)** – міркування від того, що треба знайти або довести, до того, що дано або встановлено раніше

**Синтез (об'єднання)** – міркування, що проводиться у зворотному напрямі

Розв'язування будь-якої задачі і доведення будь-якої теореми починається з **аналізу** їх формулювань – з вичленювання того, що дано, і того, що потрібно знайти, побудувати, довести. Далі відбувається співвіднесення умов і вимог одних з іншими, тобто **синтез**

ОТІННХ З ІНШІНІНІН' ІОQІО СІНІІІGЗ

**Аналогія** – прийом розумової діяльності, спрямований на одержання нових знань про властивості, ознаки, відношення предметів і явищ, що вивчаються, на підставі знань про їхню часткову схожість

**Порівняння** – це розумова дія, спрямована на виділення **спільного** і **відмінного** в предметах і явищах

## Форми порівняння

**Співставлення** – це розумова дія, спрямована на виділення істотних ознак, спільних для деяких об'єктів

**Протиставлення** спрямоване на виявлення відмінного

## Порівняння за ступенем повноти:

**часткове порівняння** (встановлення тільки схожості (співставлення) або відмінності (протиставлення))

**повне порівняння** (встановлення спільного і відмінного)

## Порівняння за способами здійснення:

- **паралельне** (при одночасному вивченні взаємозв'язаних понять, теорем, задач);
- **поступове** (тільки що вивчене порівнюється з раніше вивченим);
- **віддалене** (порівнюється вивчене на різних значно віддалених уроках)

**Класифікація** – розподіл об'єктів на класи, за певним критерієм.  
У термінах теорії множин класифікація - це розбиття множини об'єктів на підмножини, які не перетинаються

**Абстрагування** – розумова дія, спрямована на виявлення в предметах і явищах істотного і відокремлення неістотного в них

**Узагальнення** – знаходження спільного істотного в заданих предметах і явищах

**Істотні (суттєві) властивості** – це такі властивості, без яких об'єкт не може існувати.

**Властивість** – те, що притаманне предметам, що відрізняє їх від інших предметів чи робить схожими на інші предмети

**Систематизація** – розташування матеріалу в певному порядку, в певній послідовності

**Індукція** – форма мислення, за допомогою якої думка наводиться на яке-небудь загальне твердження, що стосується одиничних предметів певної множини

**Дедукція** – форма мислення, за допомогою якої від відомого загального твердження переходять до менш загальних або одиничних

**Неповна індукція** – міркування від окремого до загального, тобто умовивід, який ґрунтується на вивченні властивостей окремих об'єктів певної сукупності й поширюється на всі її об'єкти

**Повна індукція** – умовивід, у правильності якого переконуються, розглядаючи всі окремі випадки (об'єкти, фігури, числа), що утворюють скінченну множину

**Математична індукція** – один із найважливіших методів доведення математичних тверджень, які охоплюють нескінченну кількість випадків

**Специфічні розумові дії**

підведення під поняття

виведення наслідків

**Правило «підведення під поняття» якщо означення поняття дається через найближчий рід і видові відмінності:**

- згадати означення поняття найближчого роду
- перевірити належність об'єкту до зазначеної в означенні множини (родовому поняттю)
- перевірити наявність у об'єкта характерних ознак (видових відмінностей). Якщо ознаки поняття пов'язані логічною зв'язкою «і», то перевірити всі ознаки. Якщо ознаки поняття пов'язані логічною зв'язкою «або», то перевірити хоча б одну з них
- зробити висновок про належність цього об'єкту до поняття

### Правило «підведення під поняття», якщо означення поняття конструктивне:

згадати означення поняття, яке вже побудоване

співставити етапи побудови, які даються в означенні поняття, з етапами побудови об'єкту (в думці) з метою виділення їх суттєвих властивостей

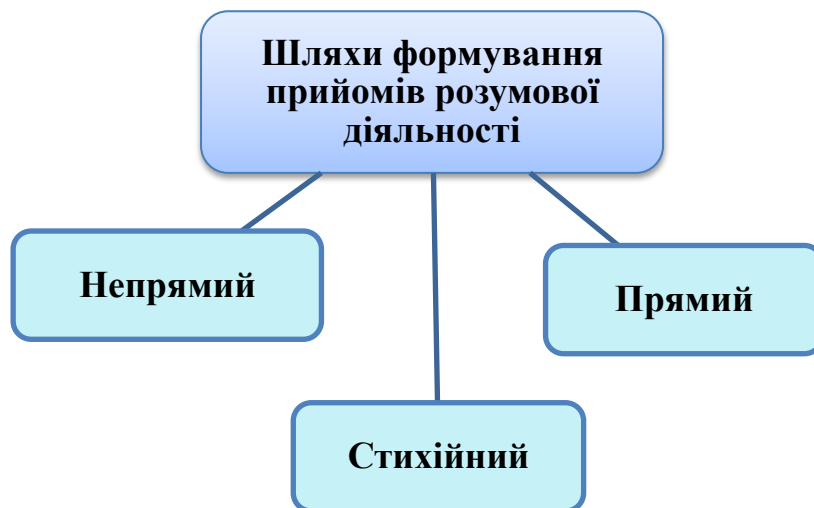
перевірити наявність всіх цих властивостей в об'єктах поняття

зробити висновок про належність цього об'єкта до поняття

### Правило «виведення наслідків»:

- ❖ визначити мету дії;
- ❖ розділити на частини об'єкти, які аналізуються і розглянути перехід від одного із них або декількох в нову систему зв'язків і відношень;
- ❖ встановити нові властивості початкового об'єкту;
- ❖ співставити кожен з отриманих наслідків з самим об'єктом;
- ❖ сформулювати висновок

Сукупність розумових та практичних дій, спрямованих на досягнення поставленої мети, називають **прийомами розумової діяльності**. До них відносять: аналіз через синтез; встановлення і використання аналогії, класифікація; систематизація



**Комплексний підхід** до навчального процесу полягає у забезпеченні єдності трьох параметрів:

Навчальний процес має бути єдністю соціального, психологічного і педагогічного

Єдність усіх функцій навчання (освітньої, розвивальної, виховної)

Єдність усіх компонентів навчального процесу в будь-якій методичній системі: цілей, змісту, методів, організаційних форм і засобів навчання за провідної ролі цілей навчання

**Особистісно-орієнтоване навчання** передбачає використання досвіду учня, залучення його до конструювання процесу навчання, творчості, формування відповідальності за виконану роботу, врахування індивідуальних особливостей учня, акцент на розвиток його здібностей, самостійності, ініціативи

## ТЕМА 6. ПРИНЦИПИ І МЕТОДИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

### Завданнями процесу навчання математики в школі є:

- домогтися глибокого і міцного засвоєння учнями теоретичних знань - математичних понять, тверджень про їхні властивості (аксіоми, теореми), правил, законів;
- сформувати навички й уміння застосування теоретичних знань на практиці, оволодіння способами творчої діяльності;
- досягти глибокого усвідомлення учнями світоглядних і морально-етичних принципів

**Навчання** – цілеспрямований педагогічний процес організації та стимулювання активної навчально-пізнавальної діяльності учнів для оволодіння науковими знаннями, навичками, уміннями, розвитку творчих здібностей, світогляду, морально-етичних поглядів і переконань

**Дидактичні принципи** – закономірності процесу навчання, що об'єктивно існують і виступають як основні вимоги до практичної організації навчального процесу



## Дидактичні принципи:

1. Науковості.
2. Проблемності.
3. Наочності.
4. Активності та свідомості.
5. Доступності.
6. Систематичності й послідовності.
7. Міцності.
8. Єдності освіти, розвитку і виховання.

## Дидактичні принципи розвивального навчання (Л. В. Занков):

- Провідна роль теоретичних знань.
- Навчання швидкими темпами.
- Навчання на високому, проте доступному рівні
- Усвідомлення всіма учнями процесу навчання.
- Систематична робота вчителя над загальним розвитком усіх учнів, зокрема найслабкіших.

**Психологічні принципи розвивального навчання (З. І. Калмикова):**

1. Систематичний розвиток основних видів мислення: наочно-дійового (або практичного), наочно-образного й абстрактно-теоретичного.

2. Проблемність навчання. Учень лише тоді включається в пізнавальний процес, виявляє розумову активність, коли стикається з проблемами (питаннями і задачами), які йому потрібно розв'язати.

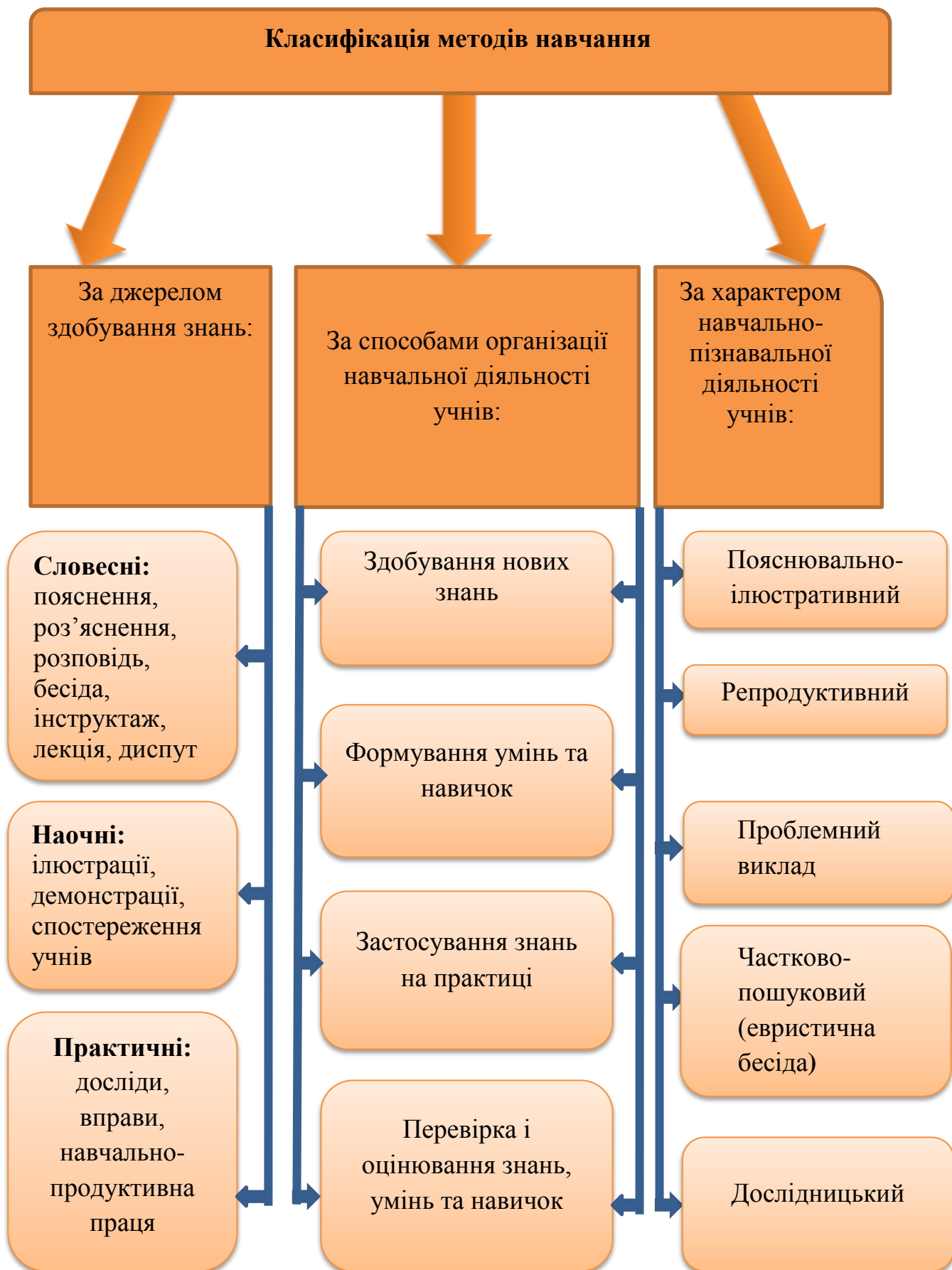
3. Індивідуалізація та диференціація навчально-виховного процесу.

4. Цілеспрямоване формування алгоритмічних і евристичних прийомів розумової діяльності.

5. Систематичний розвиток мнемонічної діяльності (тобто розвиток пам'яті) для забезпечення фонду дійових знань

**Методами навчання** в дидактиці називають способи навчальної роботи вчителя й організації навчально-пізнавальної діяльності учнів з розв'язування різних дидактичних задач, спрямованих на оволодіння матеріалом, що вивчається

**«Прийом навчання»** – складова частина або окремий аспект методу



## Методи навчання математики за характером навчально-пізнавальної діяльності учнів:





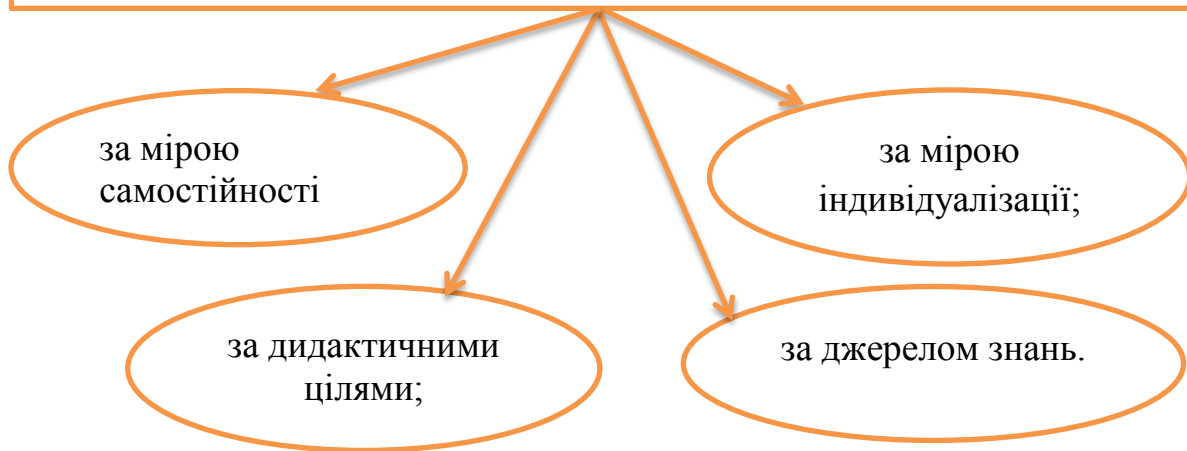
## Схема раціонального застосування різних методів навчання

	<b>При розв'язуванні яких завдань цей метод застосовується особливо успішно</b>	<b>При якому змісті навчального матеріалу особливо раціонально застосовувати цей метод</b>	<b>При яких особливостях учнів раціонально застосовувати цей метод</b>	<b>Які можливості повинен мати вчитель для використання даного методу</b>
<b>Словесні</b>	При формуванні теоретичних і фактичних знань	Коли матеріал носить переважно теоретико-інформаційний характер	Коли учні готові до засвоєння словесної форми	Коли вчитель володіє цим методом краще, ніж іншими
<b>Наочні</b>	Для розвитку спостережливості, підвищення уваги до питань, що вивчаються	Коли вміст учбового матеріалу може бути представлено засобами наочності	Коли наочні посібники доступні учням даного класу	Коли вчитель має в своєму розпорядженні необхідні наочні посібники або може виготовити їх самостійно
<b>Репродуктивні</b>	Для формування знань і навичок	Коли зміст дуже складний або вельми простий	Коли учні ще не готові до проблемного вивчення цієї теми	Коли вчитель не має часу для проблемного вивчення даної теми
<b>Пошукові</b>	Для розвитку самостійності мислення, дослідницьких умінь, творчого підходу до справи	Коли зміст матеріалу має середній рівень складності.	Коли учні підготовлені до проблемного вивчення даної теми	Коли вчитель має час для проблемного вивчення теми і добре володіє пошуковими методами навчання

<b>Практичні</b>	Для розвитку практичних умінь і навичок	Коли зміст теми включає практичні вправи, проведення дослідів, виконання трудових завдань	Коли учні готові до виконання практичних завдань	Коли вчитель має в своєму розпорядженні учбово-матеріальні посібники, дидактичні матеріали для організації практичних вправ
<b>Методи самостійної роботи</b>	Для розвитку самостійності в учбовій діяльності, формування навичок учбової праці	Коли матеріал доступний для самостійного вивчення	Коли учні готові до самостійного вивчення даної теми	Коли є дидактичні матеріали для самостійної роботи учнів і час, щоб її організувати на уроці
<b>Індуктивні</b>	Для розвитку умінь узагальнювати, здійснювати індуктивні висновки індуктивними методами вчення (зазвичай вчителі)	Коли зміст теми викладений в підручнику індуктивно або його раціональніше викласти таким чином	Коли учні готові до індуктивних міркувань і їм складні дедуктивні міркування	Коли вчитель володіє індуктивними методами вчення (зазвичай вчителі володіють ними)
<b>Дедуктивні</b>	Для розвитку вміння здійснювати дедуктивні висновки і розвитку вміння аналізувати	Коли зміст теми викладений в підручнику дедуктивно або його особливо раціонально викласти так само	Коли учні підготовлені до дедуктивних міркувань	Коли вчитель володіє дедуктивними методами навчання

**Самостійною роботою** називають самостійне вивчення учнями навчального матеріалу на уроці або під час виконання домашнього завдання за підручниками, навчальними посібниками та науково-популярною літературою, самостійне доведення теорем і розв'язування задач, роботу в зошитах з друкованою основою, програмоване навчання за допомогою програмованих посібників та персональних комп'ютерів.

### Класифікації самостійних робіт:



### Самостійні роботи відтворюючого та творчого характерів можуть бути:

- усними і письмовими;
- класними і домашніми;
- фронтальними, груповими, індивідуальними

### Відносно мети застосування виділяють такі види самостійних робіт:

- з метою формування математичних понять;
- підготовчі вправи для формування поняття;
- вправи і задачі для закріплення нового матеріалу;
- тренувальні вправи з метою формування умінь застосовувати одержані знання при розв'язуванні задач, прикладів;
- з метою формування практичних навичок, побудов при розв'язуванні геометричних задач



### **За джерелом знань:**

- робота з підручником;
- робота з довідковою літературою;
- розв'язування і складання задач;
- завдання за схемами, кресленнями, графіками, таблицями;
- твори і описи

### **Вимоги до самостійної роботи перед початком вивчення нового матеріалу:**

а) робота не повинна бути великою за обсягом;

б) завдання, які пропонуються учням повинні бути складені так, щоб у ході їх виконання учні повторили правила чи означення, знання яких необхідне для розуміння нового матеріалу, або виконали раніше вивчені обчислення та перетворення, які будуть складовою частиною нового правила;

в) самостійна робота повинна бути перевірена одразу після її завершення

## Види навчальної самостійної роботи:

на початку роботи учням пропонується пояснювальний текст (теоретичний матеріал), а потім вправи, виконання яких повинне сприяти забезпеченню свідомого засвоєння теоретичного матеріалу, що вивчається

пояснювальний текст на початку роботи відсутній, а робота представлена системою вправ, у ході виконання яких учні виводять нове правило чи знайомляться з новим ПОНЯТТЯМ

## Програмоване навчання здійснюється за:

- *лінійною програмою*
- *розгалуженою програмою*

За **лінійною програмою** навчальний матеріал подається невеликими частинами, які містять контрольні запитання щодо вивченого матеріалу. Учень звіряє власну відповідь на запитання з правильною і переходить до вивчення наступної частини матеріалу

У розгалуженій програмі частини навчального матеріалу більші за обсягом. Наприкінці кожної частини учень відповідає на запитання, вибираючи правильну відповідь з кількох запропонованих. Пропоновані відповіді складаються з урахуванням можливих помилок, що їх припускаються учні. Якщо учень вибрав правильну відповідь, то йому дозволяють перейти до нової частини навчального матеріалу. У разі вибору неправильної відповіді учневі пропонують звернутися до сторінки, де пояснюється характер помилки, ще раз опрацювати попередню частину і вибрати правильну відповідь

### Домашні завдання



Це один із видів самостійної роботи, який зазвичай містить як закріплення вивченого на уроці, так і самостійне вивчення нового навчального матеріалу за підручником, розв'язування вправ та задач за зразком і таких, що мають певну новизну і потребують від учнів творчого підходу до застосування знань

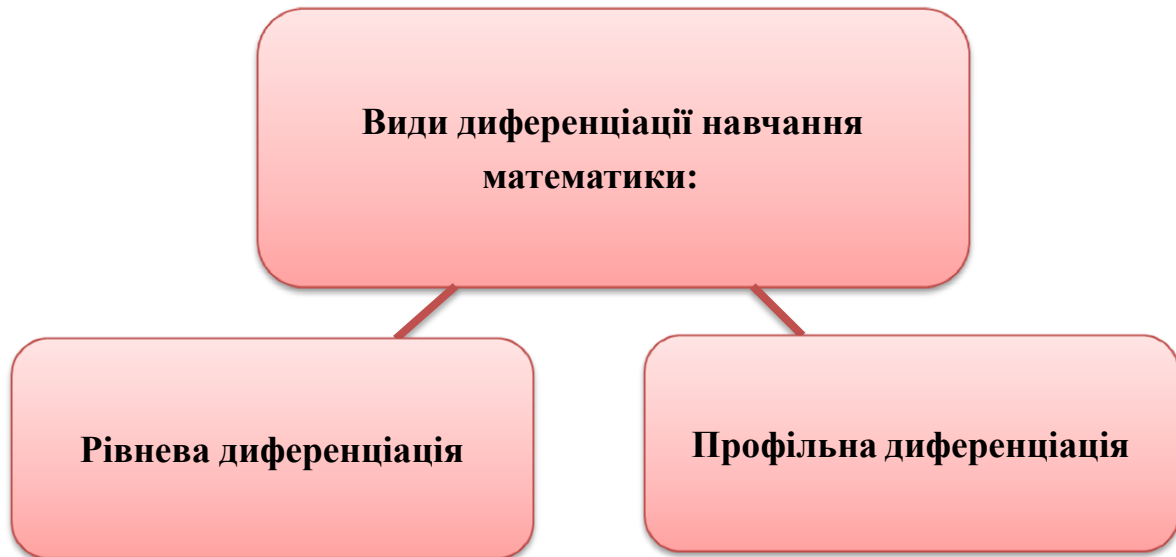
### **Перевірка домашніх завдань:**

- 1) учитель час від часу збирає зошити і вибірково перевіряє домашні роботи (у слабких учнів можна перевіряти кожен домашню роботу, у сильних – деякі);
- 2) під час проведення уроку, викликаючи до дошки учня по новій темі, вчитель перевіряє його домашню роботу, і враховує якість її виконання при оцінюванні відповіді;
- 3) завдання, у яких виникли труднощі у більшості учнів доцільно перевірити, викликавши до дошки одного з них. Для того, щоб його відповідь слухали уважно всі учні (особливо ті, які виконали це завдання), слід запропонувати учням оцінити відповідь товариша (якщо є необхідність, то виправити його помилки чи запропонувати свій спосіб розв'язання);
- 4) перевірка учнями один в одного якості виконаних завдань. Така перевірка допустима, хоча є не дуже якісною;
- 5) можна запропонувати на початку уроку учням усні обчислювальні вправи, де відповіді домашніх завдань будуть вихідними даними

### **Види усного опитування:**



## ТЕМА 7. РІВНЕВА І ПРОФІЛЬНА ДИФЕРЕНЦІАЦІЯ



**Рівнева диференціація навчання математики** означає, що навчаючись в одному класі, за однією програмою та підручником учні можуть засвоювати навчальний матеріал на різних рівнях вимог до математичної підготовки

## Принципи здійснення рівневої диференціації навчання математики:

- планування результатів навчання: явне виділення середнього рівня вимог до математичної підготовки, що є опорним (обов'язковим) для подальшого успішного вивчення предмету і формуванні на цій основі достатнього та високого рівнів засвоєння;
- відкритості вимог: рівні вимог до математичної підготовки учнів, з зразками конкретних завдань, по кожній темі повинні бути відкриті і представлені учням усього класу на початку вивчення теми;
- «ножиці» між рівнями вимог і навчання: рівень навчання має бути вищим за рівень навчальних досягнень, тобто рівень викладання повинен бути однаково високим для всіх учнів класу;
- обов'язкової сформованості у всіх учнів класу опорних знань та вмінь, без яких не можливе подальше вивчення математики та суміжних предметів;
- послідовність просування по рівням: не/слід пред'являти більш високі вимоги тим учням, які не оволоділи опорними знаннями та вміннями;
- добровільність у виборі учнем рівня засвоєння навчального матеріалу: кожен учень добровільно обирає рівень засвоєння навчального матеріалу;
- оптимальної своєчасної допомоги вчителя, що визначатиме рівень діяльності учнів

## Умови реалізації рівневої диференціації навчання математики:

- вивчення індивідуальних особливостей учнів та об'єднання їх у групи за певними критеріями;
- виділення по кожній темі середнього, достатнього та високого рівнів вимог до математичної підготовки;
- використання в системі уроків диференційованих завдань для фронтальної, групової та індивідуальної роботи, тобто завдань, які учні зможуть розв'язати самостійно і задач, які вони зможуть розв'язати за допомогою вчителя, або працюючи в групах;
- здійснення у процесі розв'язування диференційованих завдань поступового переходу від колективних форм роботи учнів до частково самостійних і повністю самостійних у межах уроку або системи уроків, що дасть можливість учням брати участь у виконанні завдань, складність яких зростає;
- оволодіння вчителем навичками організації групової та самостійної роботи учнів на уроці математики та формування у учнів навичок групової та самостійної роботи;
- раціональне поєднання фронтальних, групових та індивідуальних форми навчальної роботи, враховування індивідуального темпу просування в навчанні;
- систематичне й об'єктивне оцінювання роботи всіх учнів класу та використання засобів заохочення.

Під **профільною диференціацією** розуміють таку організаційну форму занять, при якій навчальні класи, групи формуються за певною спільною ознакою і навчання проводиться за різними навчальними планами і програмами з максимальним урахуванням вікових та індивідуальних можливостей учнів і потреб профільного навчання.

**Мета  
профільного  
навчання:**

- забезпечення можливостей для рівного доступу учнівської молоді до здобуття загальноосвітньої профільної та початкової допрофесійної підготовки, неперервної освіти впродовж усього життя

**Основними завданнями профільного навчання є:**

- створення умов для врахування й розвитку навчально-пізнавальних і професійних інтересів, нахилів, здібностей і потреб учнів старшої школи в процесі їхньої загальноосвітньої підготовки;
- виховання в учнів любові до праці, забезпечення умов для їхнього життєвого і професійного самовизначення, формування готовності до свідомого вибору й оволодіння майбутньою професією;
- формування соціальної, комунікативної, інформаційної, технічної, технологічної компетенцій учнів на допрофільному рівні, спрямування підлітків щодо майбутньої професійної діяльності;
- забезпечення наступно-перспективних зв'язків між загальною середньою і професійною освітою відповідно до обраного профілю



**Профільна диференціація навчання математики ґрунтується на таких принципах:**

- діагностико-прогностичної реалізованості (виявлення здібностей учнів для їх обґрунтованої орієнтації на профіль навчання);
- розподіл учнів за рівнем освітньої підготовки, інтересами, потребами, здібностями і нахилами;
- варіативності й альтернативності (освітніх програм, технологій навчання навчально-методичного забезпечення);
- гнучкості (змісту і форм організації профільного навчання, у тому числі дистанційного);
- наступності та неперервності (між допрофільною підготовкою і профільним навчанням, професійною підготовкою);
- забезпечення можливості зміни профілю

## Форми організації профільного навчання математики:

### Внутрішньошкільні:

- профільні математичні або фізико-математичні класи (класи з поглибленим вивченням математики) в загальноосвітніх навчальних закладах I—III ступенів з поглибленим вивченням окремих предметів та курсів;
- профільне навчання математики за індивідуальними навчальними планами і програмами

### Зовнішні:

- профільні математичні та фізико-математичні школи;
- профільні фізико-математичні школи інтернатного типу – загальноосвітній навчальний заклад I-III ступенів з поглибленим вивченням окремих предметів та курсів;
- міжшкільні навчально-виробничі комбінати (МНВК);
- ліцеї - загальноосвітній навчальний заклад III ступеня з профільним навчанням і допрофесійною підготовкою;
- гімназії - загальноосвітній навчальний заклад II—III ступенів з поглибленим вивченням окремих предметів відповідно до профілю;
- опорні школи з пришкільним інтернатом, у тому числі в поєднанні зпочатковою професійною підготовкою;
- загальноосвітні навчальні заклади на базі вищих навчальних закладів

## ТЕМА 8. МАТЕМАТИЧНІ ПОНЯТТЯ В ШКІЛЬНОМУ КУРСІ МАТЕМАТИКИ

**Поняття** - це форма мислення, в якій відображаються загальні істотні та відмінні (специфічні) властивості й особливості певних предметів або явищ дійсності

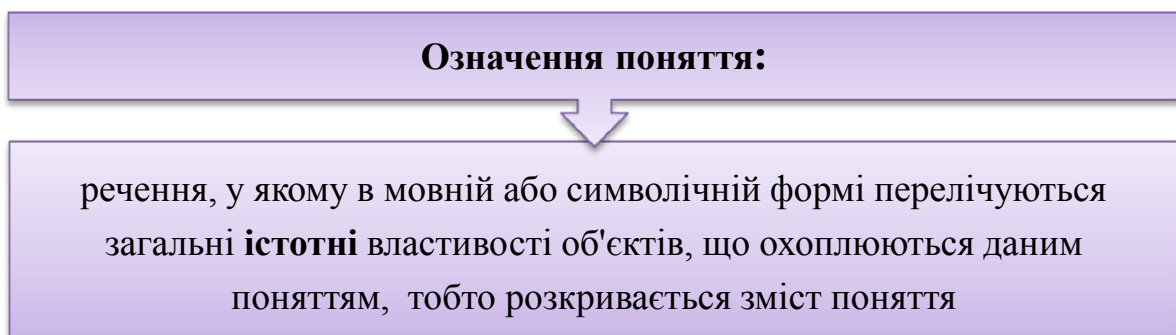
**Уявлення** – це відтворення в пам'яті зовнішності тих предметів, які раніше сприймалися

**Математичне поняття** – це форма мислення, яка виникає в процесі відображення у мозку людини загальних та істотних властивостей певних математичних об'єктів



**Сформувані математичне поняття** означає розкрити істотні властивості математичного об'єкта в їх цілісній сукупності.

Під **істотними** ознаками розуміють такі незалежні між собою ознаки, кожна з яких необхідна, але всі разом достатні, щоб відрізнити об'єкти даного роду від інших



- Якщо обсяг одного поняття становить певну частину обсягу другого, то перше поняття називають **видовим**, а друге – **родовим**



### Операції, що розкривають дію означення об'єктів:

1. Обирається найближчий родовий об'єкт .
2. На цей об'єкт накладаються певні обмеження, тобто видові характеристики, які і визначають новий об'єкт.
3. Новому об'єкту присвоюється нове ім'я (термін)

### Способи означення понять:

#### через найближчий рід і видову ознаку

( ромб - це паралелограм, у якого всі сторони рівні)

#### **конструктивні** означення, в яких зазначається спосіб утворення поняття

(трикутник – фігура, складена з трьох точок, що не лежать на одній прямій, і трьох відрізків, які попарно з'єднують ці точки)

#### означення через перелік

(раціональні та ірраціональні числа разом називають дійсними числами)

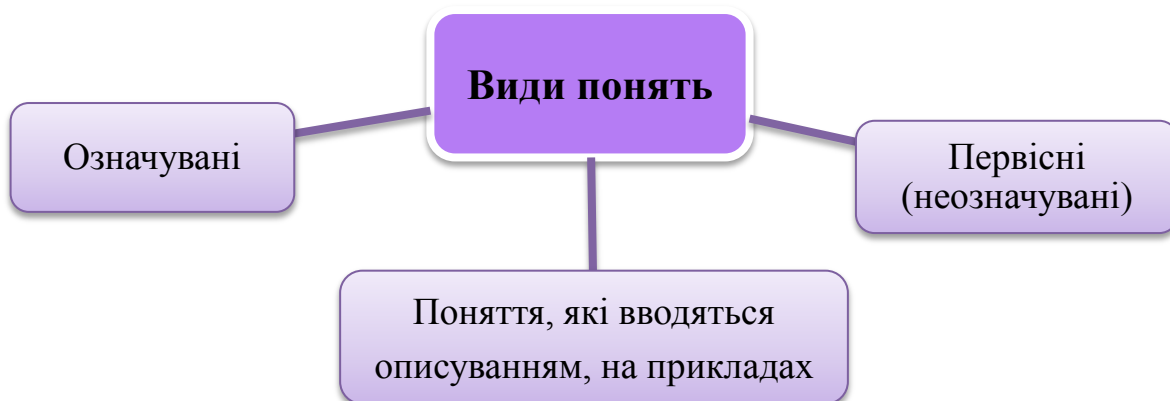
#### означення через аксіоми

(істотні властивості понять розкриваються системою аксіом)

У залежності від природи зв'язків, в яких перебувають властивості, задіяні в формулюванні, означення поділяють на **кон'юнктивні та диз'юнктивні**

**Кон'юнктивні означення:** всі істотні властивості, які задіяні в означенні пов'язані сполучником «і», або перелічуються комою. Для однозначного віднесення поняття необхідно, щоб всі істотні властивості одночасно належали його змісту

**Диз'юнктивні означення:** всі істотні властивості, які задіяні в означенні пов'язані логічною операцією «диз'юнкція», тобто сполучником «або». Тому для однозначного встановлення поняття достатньо, щоб в зміст входила хоча б одна істотна ознака



Значна кількість математичних понять, що вивчається в курсах математики початкової школи та **5-6 класів, вводиться описово.**

**У 5 класів** вводять описово поняття:

- ✓ числового й буквеного виразів,
- ✓ відрізка,
- ✓ кута,
- ✓ трикутника,
- ✓ площі,
- ✓ звичайного дроби та десяткового дроби тощо



**Основні етапи розкриття змісту  
математичного об'єкта:**

1. Логічний аналіз структури означення об'єкта (виділення терміна, роду, видових відмінностей і логічних зв'язків властивостей)

2. Виконання дії підведення під поняття (наведення прикладів)

3. Виконання дії по виведенню наслідків з факту належності даного об'єкта до певного поняття, що охарактеризовано в означенні

4. Якщо потребує педагогічна ситуація, заміна означення йому еквівалентним

**Сприймання** – це психічний процес відображення людиною предметів і явищ у цілому, в сукупності всіх їхніх якостей і властивостей при безпосередньому їх впливі на органи чуттів

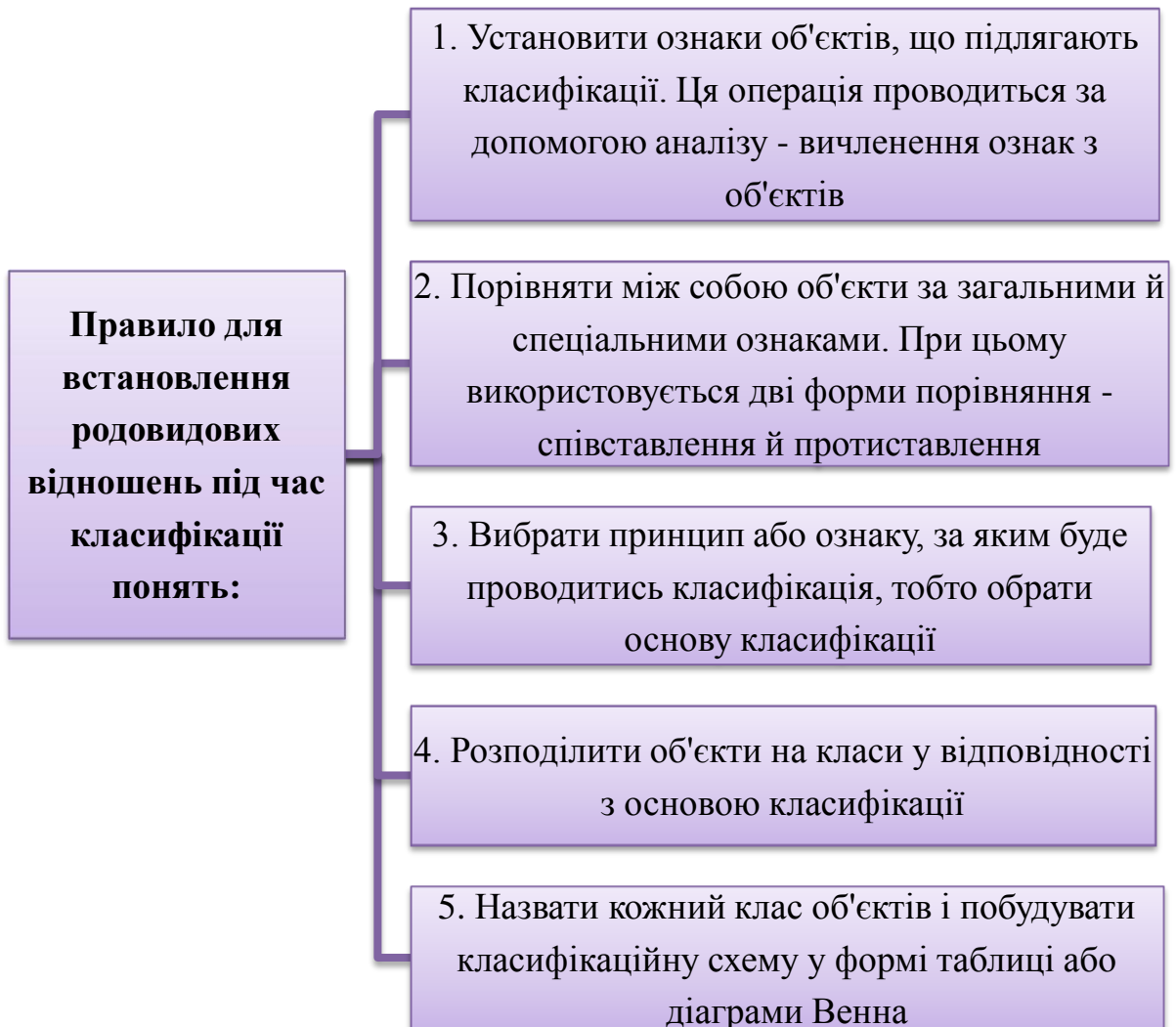
**Увага** – це особлива форма психічної діяльності, яка виявляється у спрямованості і зосередженості свідомості на вагомих для особистості предметах, явищах навколишньої дійсності або власних переживаннях

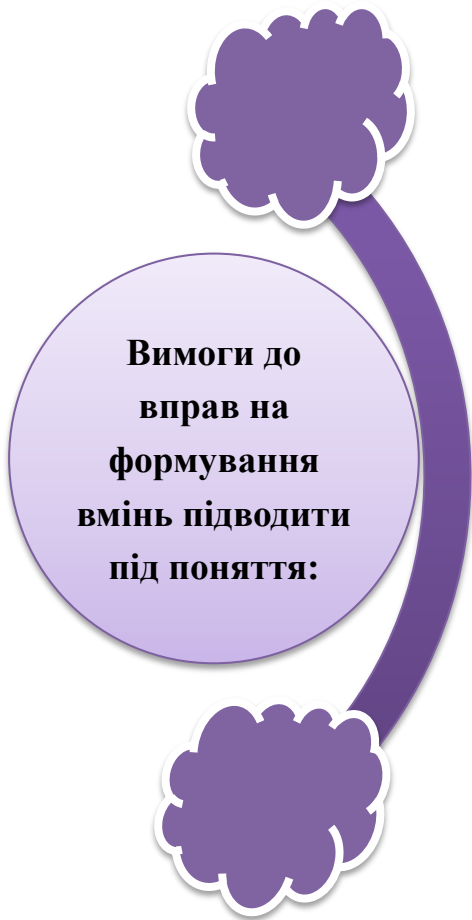


**Психологічні закономірності сприймання, мислення, уваги, які необхідно враховувати при створенні системи вправ для формування математичних понять:**

- 1.** Сприймання об'єктів, що розміщені хаотично, супроводжується значною витратою вольових зусиль
- 2.** Сприймання полегшується, якщо йому передує певна підготовча робота
- 3.** Пасивне сприймання не приводить до активізації розумової діяльності
- 4.** Мислення у процесі сприймання скоріше стимулюється відмінностями між об'єктами (ситуаціями) ніж їх подібністю
- 5.** Процеси сприймання та інтуїтивного мислення відзначаються великою швидкістю

- 6.** Якщо розумова діяльність супроводжується моторною діяльністю, або, якщо об'єкти, якими ми оперуємо, сприймаються наочно, це приводить до покращення уваги й до активізації розумової діяльності
- 7.** Розв'язування однотипних вправ приводить до швидкого утворення узагальнених зв'язків. На основі їх актуалізації проходить розв'язування наступних вправ
- 8.** Якщо усвідомлення певної властивості не є необхідною умовою отримання правильної відповіді при розв'язуванні однотипних вправ, хоча вона і незмінно повторюється, то степінь її усвідомленості учнями знижується

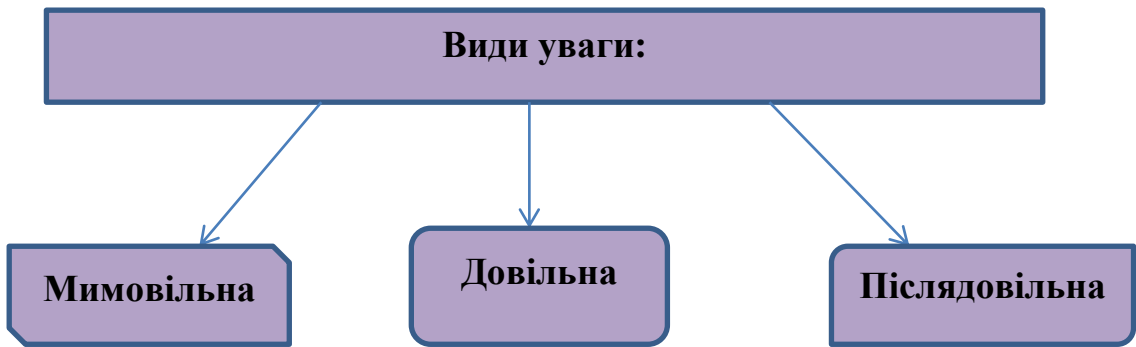




**1. Приклади об'єктів із різними варіаціями** несуттєвих ознак поняття, що формується (зовнішній вигляд, форма розташування малюнка, буквені позначення, тощо)

**2. Приклади об'єктів, що не належать до даного поняття**

- Скласти контрприкладі понять тут можна в такий спосіб: кожна істотна ознака поняття замінюється по черзі його запереченням і до зміненого таким чином речення підбираємо (складаємо) ілюстрацію, яка і буде прикладом об'єкта, який не належить до поняття, що вводиться



**Методична схема введення  
математичного поняття  
конкретно-індуктивним  
методом:**

- 1. Аналізуються конкретні приклади, серед яких повинні бути як об'єкти, що належать даному поняттю, так і ті, що не належать йому.
- 2. Вводиться термін.
- 3. Виявляються суттєві властивості поняття.
- 4. З'ясовуються несуттєві властивості поняття.
- 5. Формулюється означення.
- 6. Розглядаються вправи на підведення під поняття.

**Методична схема введення  
математичного поняття  
абстрактно-дедуктивним  
методом:**

- 1. Вчителем формулюється означення поняття, вводиться термін.
- 2. Розглядаються приклади різних об'єктів, які належать даному поняттю.
- 3. Аналізуючи означення, виявляються суттєві й несуттєві властивості даного поняття.
- 4. Розглядаються вправи на підведення під поняття.

**В шкільному курсі математики виділяють:**

правильне означення

неправильне означення

**Правильне означення:**

означення, згідно з яким зміст і обсяг означуваного поняття збігається із змістом і обсягом означуваного поняття в загальноприйнятому його трактуванні

**Неправильне означення:**

означення, згідно з яким зміст і обсяг означуваного поняття не збігається із змістом і обсягом означуваного поняття в загальноприйнятому його трактуванні

Роль і місце означень при формуванні понять залежить від змісту поняття, що вводиться, логічної структури його означення, вікових особливостей учнів, їхньої готовності до сприйняття означення

Істотні властивості об'єктів, які відображаються поняттями, - це орієнтовна основа дій із предметами, які входять в обсяг поняття

**Помилки в розумінні  
понять і в формулюваннях  
їх означень:**

- ***Відсутність в означенні деяких істотних ознак .***
  - Наприклад: «рівнянням першого степеня з однією змінною називається рівняння виду  $ax + b = 0$ »
- ***Наявність в означенні зайвих ознак чи умов.***
  - Наприклад: «паралелограмом називається чотирикутник, у якого протилежні сторони попарно паралельні і рівні, і протилежні кути рівні»
- ***Заміна потрібного родового поняття іншим .***
  - Наприклад: «паралелограмом називається багатокутник, в якого протилежні сторони попарно паралельні»
- ***Пропуск родового поняття .***
  - Наприклад: «правильний дріб – це коли чисельник менший від знаменника»



Логічна операція, за допомогою якої обсяг цього поняття ділять за якою-небудь ознакою на класи, а останні (вже за іншими ознаками) – на підкласи і т. д.

### Правила правильного поділу:

- **Поділ повинен бути повним.** Це означає, що сума обсягів членів поділу повинна дорівнювати обсягу діленого поняття.
- **Поділ повинен здійснюватись за однією основою.**
- **Члени поділу повинні виключати один одного.** Якщо ділять трикутники на різносторонні, рівнобедрені і рівносторонні, то роблять всупереч цьому правилу, бо кожний рівносторонній трикутник є водночас і рівнобедреним.
- **Поділ повинен бути неперервним.** Це треба розуміти так: якщо якийсь поняття  $A$  можна поділити за деякою основою на класи  $B, C, D, \dots$ » один з яких, нехай  $C$ , у свою чергу (за якоюсь іншою основою) можна поділити на  $K, P$ , то ділити  $A$  відразу на  $B, K, P, D, \dots$  не можна

Приклад класифікації трикутників  
(за основу поділу взято величини кутів)



З погляду застосування понять важливу роль відіграють такі розумові дії, як **«підведення під поняття»** («дія розпізнавання») та обернена їй дія – **відшукування наслідків**

З метою забезпечення передумов для формування умінь застосовувати поняття та їхні властивості до розв’язування задач і доведення теорем, доцільно після вивчення кожного з основних понять і відношень звести разом їхні істотні властивості, що містяться в означеннях і теоремах

У процесі застосування понять в учнів формується така важлива розумова дія, як **конкретизація**, оскільки використання знань у практичних ситуаціях пов’язане з переходом від абстрактного до конкретного



## Відповідність між етапами формування понять і вправами, що їх реалізують



## ТЕМА 9. ЗАДАЧІ У НАВЧАННІ МАТЕМАТИКИ

**Задача** – це сукупність вимог і умов,  
за яких ці вимоги мають бути виконані

**Математична задача** – це будь-яка *вимога* обчислити, побудувати, довести або дослідити що-небудь, що стосується просторових форм чи кількісних відношень, або запитання, рівносильне такій вимозі, умови при яких ця вимога виконується

**Вправа** – спеціальне завдання, що виконується для набуття певних навичок або закріплення наявних знань

### **Вимоги до вправ.**

- ❖ Необхідно точно знати мету вправ, знати яких результатів треба досягти.
- ❖ Необхідно спеціально слідкувати за точністю виконання, щоб не закріплювати помилки, які виникають. Усвідомлювати, які успіхи вже досягнуті і на яких недоліках треба фіксувати свою увагу, щоб позбутися їх.
- ❖ Кількість вправ залежить від індивідуальних особливостей школярів, і повинна бути достатньою для утворення навички.
- ❖ Вправи не повинні бути випадковим набором однотипних дій. В основі їх повинна лежати певна система, чітко спланована, з поступовим ускладненням.
- ❖ Вправи не повинні перериватись, інакше навички утворюються повільно, швидко слабшають і навіть взагалі

## Основні функції задач:

### Навчальна функція

- Полягає у формуванні в учнів системи математичних знань, навичок і умінь на різних етапах навчання

### Розвивальна функція

- Спрямована на розвиток мислення школярів, на формування в них розумових дій і прийомів розумової діяльності, просторових уявлень і уяви, алгоритмічного мислення, вміння математизувати ситуацію тощо

### Виховна функція

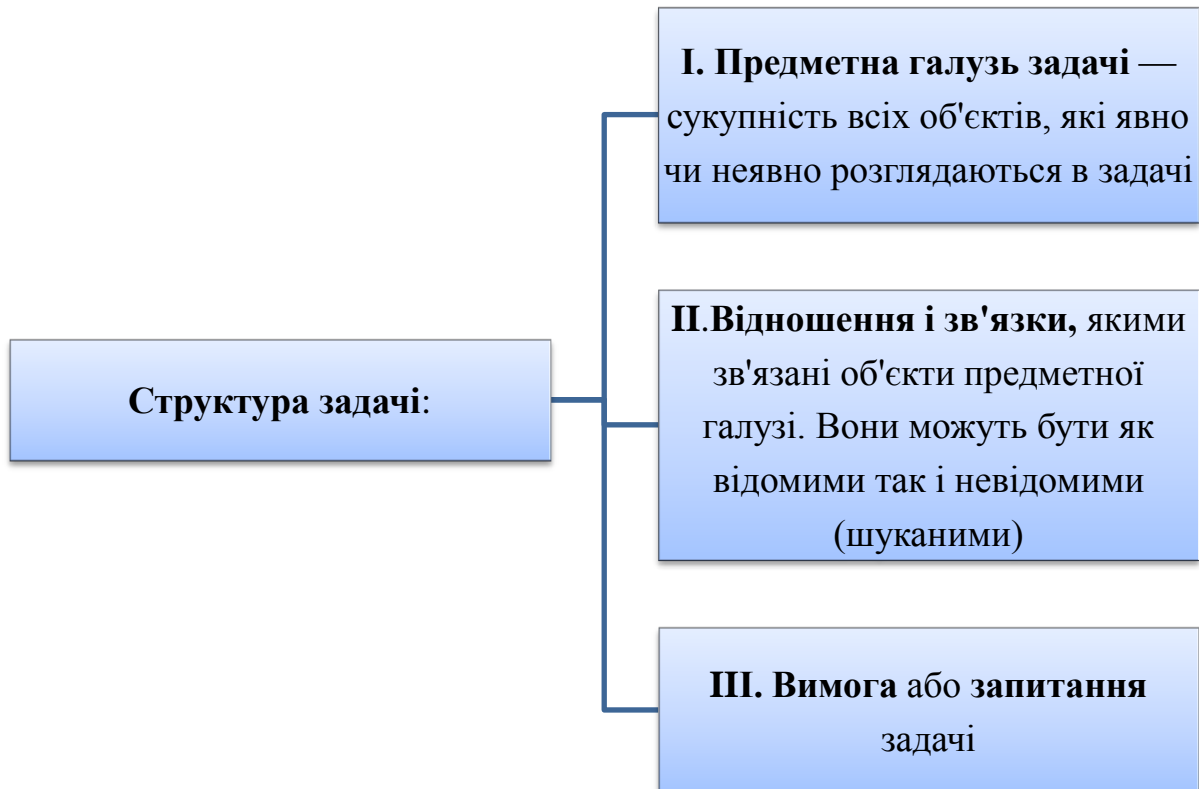
- Спрямовано на формування в учнів наукового світогляду, вона сприяє екологічному, економічному, естетичному вихованню, розвиває пізнавальний інтерес, позитивні риси особистості (наполегливість, волю, відповідальність за доручену справу та ін.)

### Контрольна функція

- Полягає у встановленні навченості, рівня загального і математичного розвитку, стану засвоєння навчального матеріалу окремими учнями і класом загалом

### Корегуюча функція

- Корекція (від латинського *correktid*) - виправлення, покращення. Під коригуючими функціями задач розуміють такі їх функції, які спрямовані перш за все на своєчасне виправлення помилок, що виникають, на усунення існуючих прогалин у знаннях



За характером об'єктів предметної галузі шкільні задачі поділяються на два класи.

1. Чисто **математичні** задачі, в яких всі об'єкти математичні (числа, фігури, функції тощо).
2. **Прикладні**, в яких деякі об'єкти нематематичні (речі, машини, люди різних професій тощо).

**Стандартна задача** - це задача, в якій чітко визначена умова, вона розв'язується безпосередньо з використанням правила або алгоритму чи відомим способом. Стандартні задачі, як правило, складають основу обов'язкових результатів навчання

До **нестандартних задач** відносяться задачі, для розв'язування яких немає алгоритму чи відомого учням методу чи способу. Розв'язування нестандартних задач зводиться до розв'язування декількох стандартних задач

## Методи розв'язування нестандартних задач

Розчленування на стандарті або більш прості задачі за допомогою поділу на частини:

1) умови задачі

2) об'єкти задачі

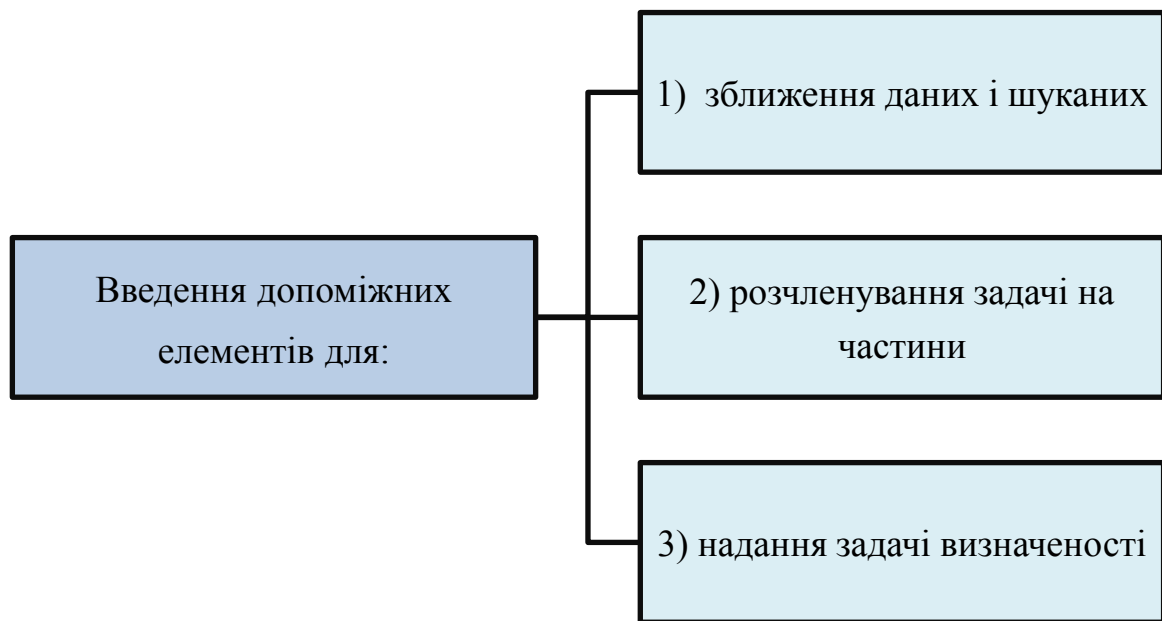
3) вимоги задачі

Заміна даної задачі, їй  
рівносильною за допомогою

1) перетворення  
умови

2) заміни змінних  
(невідомих)

3) заміни  
(кодування)  
об'єктів іншими



**Алгоритмічні задачі** – це задачі, які розв'язуються з допомогою алгоритму, що створений на основі правила, означення, теореми.  
**Напівалгоритмічна задача** – це задача, яку можна розбити на алгоритмічні задачі

**Евристичні задачі** – це задачі, для розв'язування яких необхідно виявити деякі приховані зв'язки між елементами умови і вимоги або знайти спосіб розв'язування

**Розв'язати задачу** – це означає виконати те, що вимагається в задачі

**Розв'язок** є кінцевим результатом процесу розв'язування задач.

**Розв'язання** – логічна конструкція, сукупність всіх міркувань, що приводять до потрібного висновку.

**Розв'язування** – процес міркувань.

**Розв'язок** задачі буває  
правильним і неправильним,  
точним і наближеним, загальним і  
частинним

**Розв'язування** буває усним і  
письмовим, самостійним і  
колективним і т.д.

**Розв'язання** кожної задачі  
повинно бути:

- ❖ безпомилковим;
- ❖ обґрунтованим;
- ❖ повним;
- ❖ раціональним

**Безпомилковим** вважають таке розв'язання, яке не містить ніяких помилок. Помилки в розв'язаннях математичних задач бувають алгоритмічні, логічні, графічні, термінологічні і ситуаційні

**Алгоритмічними** називають помилки, пов'язані з неправильним застосуванням алгоритмів при обчисленнях, перетвореннях виразів тощо.

**Логічні** помилки виникають в результаті спотворення законів логіки

**Графічні** помилки – помилки в рисунках. Коли, наприклад, синусоїду учень рисує як об'єднання кількох півдуг кола тощо

**Ситуаційними** називають помилки, що виникають в результаті неправильного розуміння ситуацій

Залежно від ступеня важливості в школі прийнято розрізняти **грубі** помилки, **не грубі**

**Грубими** називають ті помилки, які свідчать, що учень не засвоїв основ теорії, не знає найважливіших правил, теорем, формул

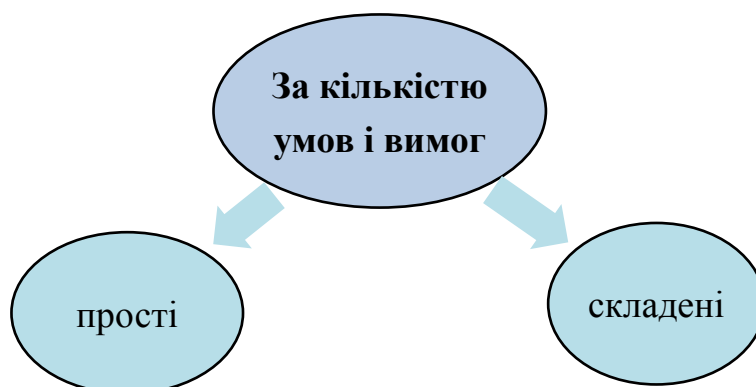
**Не грубими** вважають, наприклад, помилки в обчисленнях чи перетвореннях, допущені внаслідок неуважності, неправильне вживання символів, зображення суцільними невидимих ліній у стереометричних рисунках тощо

До **недоліків** звичайно відносять:

- а) записи відповідей у вигляді, що допускають спрощення;
- б) порушення вимог у рисунках до геометричних задач і т. ін.



## КЛАСИФІКАЦІЯ МАТЕМАТИЧНИХ ЗАДАЧ



У методиці математики **методом розв'язування задач** називають сукупність прийомів розумової діяльності або логічних математичних дій та операцій, за допомогою яких розв'язується великий клас задач

**Спосіб розв'язування задачі** – це сукупність прийомів розумової діяльності або логічних і математичних дій та операцій, які використовують для розв'язування окремої задачі або невеликої сукупності задач певного виду

### **Види задач з математики.**

Залежно від того, яку вимогу поставлено в задачі, розрізняють задачі на обчислення, доведення, побудову і дослідження

**У задачах на обчислення** потрібно знайти число (або множину чисел) за даними числами і умовами, якими вони пов'язані між собою та з невідомими числами. До таких задач належать текстові задачі й різні приклади (задачі на розв'язування рівнянь, нерівностей, їхніх систем тощо).

**У задачах на доведення** потрібно довести сформульоване в них твердження. Цим вони не відрізняються від теорем. Тому не дивно, що те саме твердження подається в різних підручниках або під рубрикою теорем, або під рубрикою задач. Теоремами зазвичай вважають найважливіші твердження, які широко використовують під час розв'язування різних задач і доведення інших теорем.

До **задач на побудову** належать як геометричні задачі, в яких потрібно побудувати певну фігуру, що задовольняє умову задачі, так і задачі на побудову графіків функцій, діаграм, перерізів багатогранників та інших тіл.

**У задачах на дослідження** потрібно дослідити що-небудь. Наприклад.

1. Чи існує піраміда, в якій дві протилежні грані перпендикулярні до основи і взаємно перпендикулярні?
2. Чи може проекція паралелограма у разі паралельного проектування бути квадратом?

**Визначеними** називають задачі, які мають скінченну кількість розв'язків, а **невизначеними** – ті, які мають безліч розв'язків

За характером даних розрізняють задачі із **зайвими** і **суперечливими** даними

**Розв'язування задачі має складатися з таких етапів:**

- ❖ аналіз формулювання задачі, тобто відокремлення того, що в ній дано і що потрібно знайти, довести або дослідити
- ❖ пошук плану розв'язування
- ❖ здійснення плану, перевірка і дослідження знайденого розв'язку, тобто доведення того, що знайдений розв'язок задовольняє вимоги задачі;
- ❖ перевірка розв'язання та дослідження розв'язку задачі;
- ❖ обговорення (аналіз) знайденого способу розв'язування з метою з'ясування його раціональності, можливості розв'язування задачі іншим методом чи способом;
- ❖ відповідь

**Евристична схема розв'язування нестандартної задачі:**

- ❖ спробувати розбити задачу на стандартні задачі;
- ❖ за рахунок допустимих перетворень умови спростити її;
- ❖ шляхом переформулювання замінити задачу іншою, рівносильною їй;
- ❖ ввести в умову допоміжний елемент: параметр (букву), побудову

Приєм розбиття задачі на стандартні полягає в тому, що складну задачу розбивають на декілька найпростіших задач

**Методи розв'язування задач:**

аналітичний;  
синтетичний ;  
метод від супротивного;  
метод координат ;  
векторний метод ;  
метод математичної індукції;  
метод геометричних перетворень;  
метод геометричних місць

В алгебрі найпоширенішим методом розв'язування текстових (сюжетних) задач на обчислення є **метод рівнянь**

У геометрії задачі на побудову розв'язують кількома методами: **методом геометричних місць**, **методом геометричних перетворень** (симетрії центральної та осьової, повороту, паралельного перенесення, подібності або гомотетії)

## Основні компоненти векторного методу розв'язання задач:

1) переклад умови задачі на мову векторів, в тому числі:

- введення в розгляд векторів
- вибір системи координат (якщо це необхідно)
- вибір базисних векторів
- розклад введених векторів по базисним;

2) складання системи векторних рівностей (або однієї рівності);

3) спрощення векторних рівностей;

4) заміна векторних рівностей алгебраїчними рівняннями і їх розв'язання;

5) пояснення геометричного смислу одержаного розв'язку цієї системи (або одного рівняння)

**Використання координатного методу розв'язування задач передбачає виконання таких кроків:**

1) переклад задачі на мову координат;

2) перетворення аналітичного виразу;

3) зворотній перехід, тобто переклад координатної мови на мову, в термінах якої сформульована задача

Існують різні **організаційні форми** щодо розв'язування задач.

На уроці можливі колективне фронтальне розв'язування задач, колективна робота окремих груп і самостійне розв'язування

## ТЕМА 10. ФОРМИ ОРГАНІЗАЦІЇ НАВЧАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ



**Форми навчальної роботи** учнів на уроці поділяють на:  
*індивідуальні, групові, фронтальні, колективні*

**Форма організації навчання** – це обмежена рамками часу конструкція окремої ланки процесу навчання, яка охоплює систему елементів і стійких зв'язків між ними

До загальних структурних елементів цієї системи відносять навчально-виховну мету і завдання, зміст, методи, засоби роботи вчителя і учнів, кількість учнів, місце навчання, тощо. Форма організації навчання означає певний вид заняття.

В шкільній практиці застосовуються такі **форми організації навчання**:

- *лекції,*
- *практичні заняття,*
- *семінари,*
- *консультації,*
- *самопідготовка (домашня робота),*
- *заліки,*
- *співбесіди,*
- *екзамени,*
- *факультативні заняття,*
- *гуртки з математики,*
- *екскурсії,*
- *навчальні конференції,*
- *позакласні заняття тощо*

Основною колективною формою організації навчання в школі є **урок** математики – логічно завершений, цілісний, обмежений певними рамками часу відрізок навчально-виховного процесу

Урок математики, так само, як і будь-який урок, має **основні характеристики**:

- *мету*
- *завдання*
- *зміст*
- *методи і засоби навчання*
- *організаційні форми навчальної діяльності*



З погляду логіки процесу навчання в структурі уроку математики виділяють три компоненти:

1) актуалізація здобутих знань і способів діяльності

2) формування нових знань і способів діяльності

3) застосування – формування навичок і умінь.

За відносної незмінності зазначених компонентів форми їх реалізації можуть бути різноманітними

До **основних етапів уроку математики**, як правило, відносять такі:

1. Повідомлення теми, мети і постановка завдань.

2. Ознайомлення з новим матеріалом.

3. Закріплення нового матеріалу: а) на рівні відтворення інформації і способів діяльності; б) на рівні творчого застосування і здобуття нового.

4. Перевірка знань, навичок і умінь.

Залежно від мети уроку послідовність цих етапів може бути різною, навіть деякі можуть бути відсутніми. Проте для кожного уроку обов'язковий перший етап – постановка мети.

У дидактиці під **засвоєнням** розуміють навчально-пізнавальну діяльність, що спрямована на свідоме і міцне оволодіння поняттями, законами, аксіомами, теоремами, правилами, алгоритмами, способами виконання дій тощо, і перетворення їх в особисте надбання кожного учня

**Ознаками засвоєння математичних знань є:**

- здатність учня означити поняття, вказати його суттєві властивості;
- вміння виділяти умову і висновок у формулюванні теорем, аксіом;
- вміння пояснити закон, правило, алгоритм;
- здатність наводити приклади для конкретизації відповідних теоретичних положень тощо.

Процес засвоєння знань складається з таких основних дидактичних компонентів: *сприйняття і усвідомлення навчального матеріалу, запам'ятовування, узагальнення і систематизація, використання.*

У сучасній дидактиці і методиці математики найбільш поширеною є **класифікація уроків за основною дидактичною метою:**

- *урок засвоєння нових знань;*
- *урок формування навичок та вмінь;*
- *урок застосування вмінь, знань та навичок;*
- *комбінований урок;*
- *урок узагальнення і систематизації знань;*
- *урок перевірки та оцінювання знань.*

Основна дидактична мета і завдання уроку засвоєння нових знань – **засвоєння нових знань**

### Структура уроку засвоєння нових знань



**Основна дидактична мета уроку формування навичок та  
вмінь – *формування певних навичок та вмінь***

**Структура уроку формування навичок та вмінь:**



**Комбінований урок** має дві або декілька важливих освітніх цілей. Наприклад, перевірка раніше засвоєних знань і засвоєння нових, або перевірка знань, навичок і вмінь і застосування їх на практиці в нестандартних ситуаціях. Таких комбінацій може бути багато

### Структура комбінованого уроку (перевірка раніше засвоєних знань і засвоєння нових)

1. Перевірка раніше засвоєних знань і вмінь

2. Мотивація навчальної діяльності школярів

3. Повідомлення теми, мети і завдань уроку

4. Сприйняття і осмислення учнями нового навчального матеріалу

5. Первинне застосування знань в стандартних ситуаціях

6. Повідомлення домашнього завдання

7. Підбиття підсумків уроку

8. Оцінювання та мотивація

**Основна дидактична мета уроку застосування вмінь, знань і навичок – застосування вмінь, знань і навичок учнів до виконання творчих завдань**

**Структура уроку застосування вмінь, знань і навичок:**

1. Організаційна частина

2. Перевірка домашнього завдання

3. Повідомлення теми, мети, завдань уроку, мотивація навчальної діяльності учнів

4. Осмислення змісту та послідовності застосування практичних дій

5. Виконання учнями певного завдання під керівництвом та за допомогою вчителя

6. Систематизація та узагальнення учнями результатів роботи

7. Підсумок уроку

8. Домашнє завдання

9. Оцінювання та мотивація

Основна дидактична мета уроку узагальнення і систематизації –  
*узагальнити та систематизувати знання учнів з окремої теми або розділу*

### Структура уроку узагальнення і систематизації знань

1. Мотивація навчальної діяльності школярів

2. Повідомлення теми, мети і завдань уроку

3. Відтворення і корекція опорних знань

4. Узагальнення і систематизація основних понять, властивостей, способів дій

5. Повідомлення домашнього завдання

6. Підсумок уроку

7. Оцінювання та мотивація

В психології **вправами** називають багаторазове виконання певної дії з метою її засвоєння, яке спирається на розуміння і супроводжується свідомим контролем і корекцією

### Вимоги до вправ:

1. Необхідно точно знати мету вправ, знати яких результатів треба досягти;
2. Необхідно спеціально слідкувати за точністю виконання, щоб не закріплювати помилки, які виникають. Усвідомлювати, які успіхи вже досягнуті і на яких недоліках треба фіксувати свою увагу, щоб позбутися їх;
3. Кількість вправ, залежить від індивідуальних особливостей школярів, і повинна бути достатньою для утворення навички;
4. Вправи не повинні бути випадковим набором однотипних дій. В основі їх повинна лежати певна система, чітко спланована, з поступовим ускладненням;
5. Вправи не повинні перериватись, інакше навички утворюються повільно, швидко слабшають і навіть взагалі втрачаються.

**Тренувальні вправи** направлені на засвоєння учнями навичок у стандартних умовах

**Продуктивні вправи** направлені на засвоєння учнями умінь та навичок у змінених умовах, що наближаються до реальних життєвих ситуацій



### **Підготовку вчителя до уроку:**

1. Переглянути календарний або тематичний план, план чи конспект попереднього уроку;
2. Уважно вивчити відповідний матеріал підручника, ознайомитися з методичними посібниками, продумати, які використати наочні, технічні, обчислювальні засоби навчання, персональні комп'ютери;
3. Правильно визначити дидактичну мету і завдання уроку, продумати структуру уроку;
4. Підібрати зміст навчального матеріалу з урахуванням потреби рівневої диференціації, вибрати доцільні методи і прийоми досягнення мети і завдань уроку, організаційні форми, засоби навчання;
5. Визначитися щодо форм проведення контролю успішності учнів. Якщо проводити самостійну роботу, математичний диктант, короткочасну контрольну роботу, то слід розробити їх різнорівневий зміст;
6. Обов'язково слід продумати, які записи і в який спосіб розмістити на дошці, що учні писатимуть на уроці в зошита.
7. Слід ретельно підготувати зміст домашнього завдання, передбачити час і форму подання його учням

**Правильними з дидактичного погляду є, наприклад, такі цілі уроку:** *формуванню уявлення про функцію; домогтися усвідомлення учнями зв'язку між діями додавання і множення натуральних чисел; формуванню навички й уміння зводити подібні члени багаточлена; узагальнити та систематизувати знання про квадратичну функцію; перевірити й оцінити знання і уміння диференціювати дроби та ін.*

## Аналіз уроку:

❖ **загальний аналіз** уроку передбачає оцінку організаційного, дидактичного, виховного, психологічного, санітарно-гігієнічного аспектів уроку та його результативності

❖ **аспектний аналіз** уроку передбачає диференційований вибір для спостереження і оцінки одного з основних об'єктів навчально-виховного процесу, наприклад, використання на уроці методів та засобів навчання, наукова організація праці вчителя і учнів, реалізація розвиваючої функції навчання математики, тощо)

❖ **фрагментний аналіз** уроку передбачає спостереження і оцінку того чи іншого фрагменту уроку, наприклад, індивідуальна робота з учнями, самостійна робота учнів, окремі види діяльності вчителя (організаційна, навчальна, стимулююча, контролююча), окремі види діяльності учнів, тощо)

## Аналіз уроку можна робити за такою схемою

1. Загальні відомості про урок ( тема, мета уроку, його місце в системі уроків, тип уроку);
2. Дотримання дидактичних принципів навчання;
3. Оцінка застосованих методів навчання, діяльності вчителя і учнів;
4. Використання форм навчальної роботи;
5. Використання засобів навчання;
6. Психологічна обстановка на уроці (активність учнів, ставлення вчителя до учнів, дисципліна на уроці);
7. Оцінювання знань і вмінь учнів;
8. Підготовленість вчителя до уроку (загальна математична культура, мова, підготовленість до даного уроку, зовнішній вигляд).

**Лекція** – форма організації навчання, де відбувається засвоєння нових знань. На лекції викладається, як правило, весь теоретичний матеріал теми великим блоком, розв'язуються типові вправи. Тут переважає монологічний спосіб викладу матеріалу (пояснювально-ілюстративний метод навчання)

**Практичне заняття** – це така форма організації навчання, де учні застосовують набуті ними знання в практичній діяльності, а вчитель проводить цілеспрямовану роботу по формуванню в учнів навичок та вмінь розв'язування основних типів задач

**Семинар** як форма організації навчання поєднує бесіду і дискусію учнів

**Консультація** як форма організації навчання виконує коригуючу функцію, допомагає учням зорієнтуватись у вимогах і визначити важливість і питому вагу окремих розділів в структурі програми

**Залік** як форма організації навчання проводиться для перевірки і оцінки якості засвоєння учнями окремих розділів навчальної програми, сформованості навичок та вмінь

## ТЕМА 11. ЗАСОБИ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

*До засобів навчання математики належать: підручник математики, дидактичні матеріали і довідкова математична література, навчальне обладнання з математики, до якого входять наочні посібники, моделі, рисунки, схеми, таблиці, предмети оточення, інструменти, прилади, екранні засоби навчання, персональні комп'ютери і відповідні педагогічні програмні засоби*

### **Вимоги до підручника математики:**

#### **Вимоги стосовно структури викладу :**

*навчального матеріалу, зокрема педагогічна доцільність теоретичної частини і системи задач підручника, точності, стислості і ясності мови, жвавості, цікавості викладу, якості ілюстративного матеріалу*

#### **Вимоги до наукової системи підручника :**

*математична коректність викладу теоретичного матеріалу, доцільність вибору наукової схеми викладу, відповідність трактовки понять, термінології і символіки традиціям, прийнятим у математичній науці і школі*

#### **Дидактичні вимоги:**

*забезпечення доступності, наочності, систематичності, ощадливості викладу матеріалу, наявності засобів мотивації учіння, розвитку мислення, пізнавальної активності й цікавості до предмета, диференціації навчання, спрямованості на формування загальнонавчальних умінь*

### **Вимоги до методичного апарату підручника:**

*забезпечення належного розвитку змістових ліній, методичної доцільності викладу теоретичного матеріалу і системи вправ та задач, рівня реалізації внутрішньопродметних і міжпредметних зв'язків, наявності можливостей для контролю і самоконтролю, застосування технічних засобів навчання та комп'ютерної підтримки, прикладної і практичної спрямованості, наявності умов для організації самостійної роботи учнів на уроці і в позаурочний час*

### **Важливим завданням навчання математики є:**

формування в учнів уміння працювати з підручником. Зміст, форми і місце роботи з підручником математики визначаються віком учнів, рівнем їх математичної підготовки і наявними вже вміннями працювати з книжкою

### **Форми роботи з підручником на уроці математики:**

Читання тексту підручника після пояснення вчителя

Розгляд прикладів підручника після пояснення їх учителем з метою закріплення, наведення власних прикладів

Читання тексту учнями, виділення в ньому головного і змістовних абзаців

Читання вголос учителем тексту підручника з метою навчання учнів виділенню головного в тексті, розбиття його на змістовні абзаци, складання плану

Самостійне читання тексту учнями, складання плану і відповідь на запитання вчителя або підручника

## Наочні посібники

**Наочними посібниками** називають усі предмети (речі, моделі, рисунки, схеми, таблиці, презентації), які показують учням у процесі навчання для того, щоб вони краще засвоїли програмний матеріал

### Наочні посібники використовують для:

формування нових  
понять

пов'язування  
навчання з  
життям

полегшення  
доведення теорем і  
розв'язування  
задач



Програмно-педагогічні засоби – сукупність комп'ютерних програм навчального призначення

Серед програмного забезпечення навчального призначення слід виділити: електронні навчальні курси, програмно-педагогічні засоби, електронний навчально-методичний комплекс, мережеві програми та контрольні-діагностичні системи.

На сьогодні розроблено значну кількість програмних засобів, що дозволяють розв'язувати за допомогою комп'ютера досить широке коло математичних задач різних рівнів складності. Це такі програми як «Системи лінійних рівнянь», GRAN1, GRAN2, GRAN3, Advanced Grapher, DG (динамічна геометрія), MathCad, Maple, тощо.

**Традиційні технічні засоби навчання (ТЗН)** включають: дидактичну техніку (кінопроектори, діапроектори, телевізори, відеомагнітофони, електрофони), аудіовізуальні засоби: екранні посібники статичної проєкції (діафільми, діапозитиви, транспаранти, дидактичні матеріали для епіпроєкції), окремі посібники динамічної проєкції (кінофільми, кінофрагменти, кінокільцівки), фонопосібники (грамзаписи і магнітофонні записи), відеозаписи, радіо-і телевізійні передачі.

**Інноваційні ТЗН:** мультимедійний проєктор, сенсорна дошка



## ТЕМА 12. КОНТРОЛЬ НАВЧАЛЬНО-ПІЗНАВАЛЬНОЇ ДІЯЛЬНОСТІ УЧНІВ У ПРОЦЕСІ НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ

**Контроль – це спостереження за процесом засвоєння знань, умінь, навичок**

### СКЛАДОВІ КОНТРОЛЮ:

**перевірка** – виявлення результатів навчання

**оцінювання** – вимірювання рівня отриманих результатів за критеріями

**облік** – фіксування результатів у вигляді оцінок у класному журналі, щоденнику учня, відомостях

**Відмітка (бал)** – умовне вираження кількісної оцінки знань, умінь, навичок

**Форми:** індивідуальні; групові; фронтальні; іспити; заліки

**За допомогою контролю в процесі навчання розв'язують завдання:**

виявлення готовності учнів до сприйняття, усвідомлення і засвоєння нових знань;

отримання інформації про характер самостійної роботи у процесі навчання;

визначення ефективності організаційних форм, методів і засобів навчання;

виявлення ступеня правильності, обсягу і глибини засвоєних учнями знань, умінь та навичок.

**Методи контролю і самоконтролю:** метод усного контролю, метод письмового контролю, метод тестового контролю, метод графічного контролю, метод програмованого контролю, метод практичної перевірки, метод самоконтролю, метод самооцінки

**Метод практичної перевірки.** Наприклад, під час формування навичок і вмінь з теми «Розв'язування трикутників» доцільно перевірити знання учнів, провівши практичне заняття, присвячене вимірюванням на місцевості (визначення висоти дерева, знаходження відстані до недоступного об'єкта тощо)

**Метод самоконтролю** – усвідомлене регулювання учнем своєї діяльності задля забезпечення таких її результатів, які б відповідали поставленим цілям, вимогам, нормам, правилам, зразкам

**Мета самоконтролю** – запобігання помилкам та їх виправлення

За місцем у навчальному процесі розрізняють: *попередній, поточний, періодичний* (тематичний), *підсумковий* види контролю

**Попередній контроль** здійснюють переважно з діагностичною метою перед вивченням нової теми або на початку уроку, семестру для з'ясування загального рівня підготовки учнів з предмета, щоб намітити організацію їх навчально-пізнавальної діяльності

- **Поточний контроль** використовують у повсякденній навчальній роботі. *Мета такого контролю* – отримання оперативних даних про рівень знань учнів і якість навчальної роботи на уроці та вирішення завдань управління навчальним процесом

**періодичний контроль** передбачає виявлення й оцінювання знань та умінь учнів, засвоєних на кількох попередніх уроках, з метою визначення, наскільки успішно вони володіють системою знань, чи відповідають ці знання програмі

**тематичний контроль** полягає у перевірці та оцінюванні знань учнів з кожної теми і спрямований на те, щоб кожний учень належно засвоїв тему

**підсумковий контроль** здійснюється наприкінці семестру або навчального року

## ЕФЕКТИВНІСТЬ КОНТРОЛЮ

ефективність контролю залежить від його організації :

часу проведення контрольних занять, їх частоти й послідовності

характеру та форм самостійної роботи учнів (індивідуальна, групова, фронтальна)

фіксування й оформлення даних контролю процесу навчання

використання дидактичних і технічних засобів навчання; поєднання методів контролю і самоконтролю (усна, письмова, графічна, практична, тестова, програмована перевірка)

**Ефективність контролю забезпечується дотриманням певних вимог:**

1. *Індивідуальний характер контролю успішності.*
2. *Систематичність контролю.*
3. *Достатня кількість даних для оцінки.*
4. *Дотримання об'єктивності під час оцінювання знань.*
5. *Єдиність вимог до оцінювання знань учнів.*
6. *Оптимізація контролю успішності учнів.*
7. *Гласність контролю.*
8. *Всебічність контролю.*
9. *Тематична спрямованість контролю.*
10. *Дотримання етичних норм.*

## ОЦІНЮВАННЯ

**Оцінювання знань** – визначення й вираження в умовних одиницях (балах), а також в оціночних судженнях учителя знань, умінь та навичок учнів відповідно до вимог шкільних програм

**Об'єктом оцінювання навчальних досягнень учнів є:** знання, вміння та навички, досвід творчої діяльності учнів, досвід емоційно-ціннісного ставлення до навколишньої дійсності

**Під оцінкою успішності учнів** розуміють систему певних показників, які відображають їх об'єктивні знання, вміння та навички. З метою забезпечення об'єктивного оцінювання рівня навчальних досягнень учнів уведено 12-бальну шкалу, побудовану за принципом урахування особистих досягнень учнів

**Під час визначення навчальних досягнень учнів аналізу підлягають:**

*характеристики відповіді учня: елементарна, фрагментарна, неповна, повна, логічна, доказова, обґрунтована, творча;*

*якість знань, правильність, повнота, осмисленість, глибина, гнучкість, дієвість, системність, узагальненість, міцність;*

*ступінь сформованості загально навчальних та предметних умінь і навичок;*

*рівень оволодіння розумовими операціями: вміння аналізувати, синтезувати, порівнювати, абстрагувати, узагальнювати, робити висновки тощо;*

*досвід творчої діяльності (вміння виявляти проблеми, формулювати гіпотези, розв'язувати проблеми);*

*самостійність суджень*

**До навчальних досягнень учнів які підлягають оцінюванню, належать:**

- ❖ *теоретичні знання, що стосуються математичних понять, тверджень, теорем, властивостей, ознак, методів та ідей математики;*
- ❖ *знання, що стосуються способів діяльності, які можна подати у вигляді системи дій (правила, алгоритми);*
- ❖ *здатність безпосередньо здійснювати уже відомі способи діяльності відповідно до засвоєних правил, алгоритмів*
- ❖ *здатність застосовувати набуті знання і вміння до розв'язування навчальних і практичних задач, коли шлях, спосіб такого розв'язування потрібно спочатку визначити (знайти) самому*

## Функції контролю

**Освітня** (навчальна). Слухаючи змістовну відповідь товариша, учні звіряють з нею свої знання, ставлять запитання, доповнюють її, що сприяє повторенню та систематизації знань; учень, який відповідає перед класом, повторює вивчений матеріал, виконує практичні завдання, закріплюючи знання, вміння і навички, краще усвідомлює навчальний матеріал.

**Виховна.** Очікування перевірки спонукає учня регулярно готувати уроки; перевірка і оцінювання знань допомагають учневі самому оцінити свої знання і здібності.

**Розвивальна.** В процесі навчання в учнів розвивається логічне мислення, зокрема вміння аналізу і синтезу, порівняння і узагальнення, абстрагування і конкретизації, класифікації та систематизації, розумова діяльність, мовлення, пам'ять, увага, увага.

**Діагностична.** У процесі контролю виявляють успіхи та недоліки в знаннях, уміннях і навичках учнів, встановлюють причини і шляхи їх усунення, визначають заходи, спрямовані на поліпшення успішності.

**Стимулююча.** Схвалення успіхів учня сприяє розвитку в нього спонукальних мотивів до навчання.

**Оцінювальна.** Об'єктивна оцінка знань, умінь і навичок учнів сприяє кращому навчанню.

**Управлінська.** На основі контролю визначається стан успішності учнів, що дає змогу запобігти неуспішності або подолати її. В цьому разі вчитель коригує і свою власну діяльність— змінює методику викладання, вдосконалює навчальну діяльність учнів.

**Прогностична** функція реалізується через зіставлення результатів навчальної діяльності учнів із наміченими дидактичними цілями



**Рівні навчальних  
досягнень школярів з  
математики:**

**I- початковий рівень**

- Коли в результаті вивчення навчального матеріалу учень: називає математичний об'єкт (вираз, формулу, геометричну фігуру, символ), але тільки в тому випадку, коли цей об'єкт (його зображення, опис, характеристика) запропоновано йому безпосередньо; за допомогою вчителя виконує елементарні завдання

**II - середній рівень**

- Коли учень повторює інформацію, операції, дії, засвоєні ним у процесі навчання; здатний розв'язувати завдання за зразком

**III - достатній рівень**

- Коли учень самостійно застосовує знання в стандартних ситуаціях; вміє виконувати математичні операції, загальна методика і послідовність (алгоритм) яких йому знайомі, але зміст та умови виконання змінені

**IV - високий рівень**

- Коли учень здатний самостійно орієнтуватися в нових для нього ситуаціях, скласти план дій і виконувати його; пропонувати нові невідомі йому раніше розв'язання, тобто його діяльність має дослідницький характер

## Типи і види тестів

Залежно від призначення розрізняють два типи тестів:

### **Тести досягнень:**

- 1. Тести інтелекту
- 2. Тести окремих здібностей
- 3. Тести шкільної успішності
- 4. Тести відбору
- 5. Тести для виявлення специфічних труднощів у навчанні
- 6. Тести для консультування щодо навчальних і професійних планів

### **Особистісні тести:**

- 1. Тести особистісних характеристик
- 2. Ситуаційні тести

Залежно від орієнтації у сучасній педагогічній діагностиці розрізняють три класи тестів:

- 1) нормативно-орієнтовані тести, показники виконання яких упорядковані і виконання яких окремим учнем оцінюється порівняно з виконанням їх всією групою
- 2) критеріально-орієнтовані тести, показники яких дають уявлення про ступінь опанування певних знань, навичок і умінь, тобто орієнтовані на певні цілі навчання
- 3) неформальні тести шкільної успішності, які складають учителі з метою максимально об'єктивно зафіксувати результати спланованого ними процесу навчання у своїх класах і використати їх у подальшій педагогічній діяльності

У системі тестування, результати вимірювання мають задовольняти три основні критерії: **об'єктивність, надійність, валідність**

- **Об'єктивність** означає, що результати вимірювання мають бути максимально незалежними від тих, хто вимірює, тобто потрібно максимально виключити суб'єктивізм
- Під **надійністю** вимірювання розуміють ступінь точності, з якого можна скласти кількісне уявлення про певну ознаку, наприклад рівень знань, навичок і умінь, розвитку індивіда
- **Валідність**, або **вірогідність**, тесту показує, що саме вимірює тест і як добре він це робить. Валідність означає, що завдання тесту охоплюють всі аспекти перевірки, причому в правильній пропорції

Залежно від наявності відповіді розрізняють три види тестових завдань:

- 1) **відкриті**, коли відповіді не надають ні тим, кого тестують, ні тим, хто обробляє результати тестування
- 2) **напівзакриті**, коли відповіді надають тим, хто тестує
- 3) **закриті**, коли відповіді надають і тим, кого тестують, і тим, хто обробляє результати тестування

Залежно від форми подання відповіді розрізняють *вільну форму відповідей* і *вибір відповідей* з кількох запропонованих. Якщо врахувати і форму завдань, то дістанемо таку досить поширену класифікацію тестів:

### Вільна форма відповіді

Тести з пропусками	Завдання на доповнення	Коротка відповідь	Форма мікротвору
--------------------	------------------------	-------------------	------------------

### Форма, яка передбачає вибір відповіді

Установлення зв'язку	Альтернативні форми	Вибір відповіді
----------------------	---------------------	-----------------

## ТЕМА 13. ТЕОРЕМИ ТА ЇХ ДОВЕДЕННЯ

### **Теорема**

- Твердження, правильність якого встановлюється за допомогою доведень

### **Наслідки**

- Теореми, що безпосередньо впливають з інших теорем

### **Лема**

- Теореми з порівняно коротким доведенням, які цікавлять нас тільки в зв'язку з доведенням інших теорем

У структурі теореми виділяють три складові:

*роз'яснювальну частину*

*умову (засновок)*

*вимогу (висновок)*

В роз'яснювальній частині даються назви об'єктів, які розглядаються в даній теоремі

**Умова теореми** – це зазначення тих властивостей об'єктів, які приймаються за істинні, які задані

**Вимога теореми** – зазначення тих властивостей, наявність яких потрібно довести

Приклад:  
«Якщо у трикутника два кути рівні, то він рівнобедрений»

Умову називають **необхідною**, якщо без її виконання висновок не може бути правильним

- Наприклад, у твердженні «якщо число закінчується нулем, то воно ділиться на 10» сформульовано необхідну умову, бо число не може ділитися на 10, якщо воно не закінчується нулем

Умову називають **достатньою**, якщо при її виконанні наслідок обов'язково правильний

- Так, у висловленні «якщо число закінчується цифрою 5, то воно ділиться на 5» сформульовано достатню умову подільності на 5, бо коли число закінчується цифрою 5, цього досить, щоб воно ділилося на 5.

Ця умова («якщо число закінчується цифрою 5») не є необхідною. Бо число може ділитись на 5 і тоді, коли воно закінчується не цифрою 5, а нулем

Умова називається **необхідною і достатньою**, якщо без її виконання висновок не може виконуватись і в разі її виконання висновок обов'язково виконується

## Формулювання теореми може бути декількох видів

### Види формулювань теорем

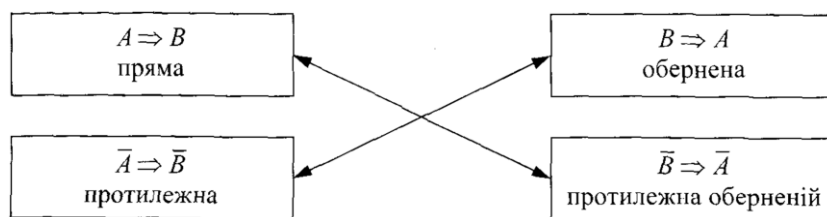
*категорична*

Сума кутів  
трикутника  
дорівнює 180  
градусів

*імплікативна*

**Якщо** фігури подібні, **то**  
відношення їх площ дорівнює  
квадрату коефіцієнта  
подібності.

Залежно від логічної структури теореми, розрізняють чотири її види: *прямі*, *обернені*, *протилежні*, *контрапозитивні* (протилежні оберненим, або обернені протилежним щодо прямої теореми).





Пряма теорема: «Якщо  $P$ , то  $Q$ ». *Обернена*: «Якщо  $Q$ , то  $P$ »

Пряма теорема: «Якщо  $P$ , то  $Q$ ». *Протилежна*: «Якщо  $\bar{P}$ , то  $\bar{Q}$ »

Пряма теорема: «Якщо  $P$ , то  $Q$ ». *Контрапозитивна*: «Якщо  $\bar{Q}$ , то  $\bar{P}$ »

**Довести теорему** – означає показати, що внаслідок логічних міркувань вона як необхідний логічний наслідок випливає з інших тверджень, справедливості яких уже встановлена

У кожному доведенні розрізняють *тезу* і *аргументи*.

**Теза** – це твердження, яке доводиться.

**Аргументи** – твердження, що використовують у доведенні і з яких випливає істинність тези.

**Демонстрація** – це міркування, при яких із аргументів виводять істинність (хибність) тези з використанням логічних правил виводу

## Методи доведення теорем

- 1) синтетичний;
- 2) аналітичний;
- 3) аналітико-синтетичний;
- 4) від супротивного;
- 5) математичної індукції;
- 6) геометричних перетворень;
- 7) алгебраїчний (координатний та векторний);
- 8) математичного аналізу.

## Навчання доведенню теорем

Під **навчанням доведень** розуміють навчання готових доведень, які пропонуються вчителем або підручником, і навчання учнів самостійному пошуку доведень

## Навчання доведенню

Формування потреб в логічних обґрунтуваннях.  
Формування умінь виконувати дедуктивні висновки.

V – VI класи

Навчання евристичним прийомам і їх використанню. Навчання виконанню ланцюга логічних кроків. Вчити висловлювати доказові міркування

VI – VII класи

Навчання самостійному аналізу готового доведення. Формування умінь визначати ідею доведення.

VII клас

Навчання використанню методів доведень.  
Самостійне доведення.

VII – VIII  
класи

Навчання вмінню спростовувати запропоновані доведення.

IX – XI класи

***Навчання учнів логічному, дедуктивному міркуванню відбувається під час:***

- ❖ формування понять, коли даються завдання на підведення об'єкта під поняття;
- ❖ виведення наслідків із належності об'єкта поняттю;
- ❖ вправ на обчислення чи порівняння з використанням правила чи алгоритму;
- ❖ розв'язання текстових задач

## Організація роботи над теоремою:



**Етап ознайомлення з теоремою** можна здійснювати різними шляхами:

- 1) розглядом наочних посібників та рисунків;
- 2) виконанням побудов;
- 3) проведенням вимірювань;
- 4) розв'язуванням задач на обчислення;
- 5) розв'язуванням задач на відшукування певних залежностей.

Перед вивченням теореми **в актуалізацію опорних знань** необхідно включати означення понять, формулювання аксіом і теорем, правила-орієнтири методів, які використовуються в формулюванні та доведенні теореми, що вивчається

**!** Під **контрприкладом** розуміють такий об'єкт, для якого умова твердження істинна, а висновок хибний. Щоб переконатися в хибності твердження, необхідно знайти хоча б один об'єкт, для якого умова буде істинною, а висновок - хибним

## ***Правило перевірки правильності доведення певного твердження***

1. Прочитайте формулювання теореми (задачі). Виділіть умову і висновок.
2. Перевірте виконання твердження для деяких окремих випадків.
3. Якщо хоча б в одному випадку твердження не виконується, то спробуйте спростувати тезу або наведенням контрприкладу, або виведенням із тези хибного наслідку, або доведіть твердження, що суперечить даному.
4. Якщо будь-яким чином теза спростовується, то вона або повністю відхиляється, або коректується і знову перевіряється.
5. Якщо теза підтверджується, то приступайте до перевірки аргументації.
6. Якщо аргументи (аргумент) спростовуються, то доведення відхиляється. Якщо ні, то переходьте до перевірки демонстрацією.
7. Якщо в проведеній демонстрації помилка не знаходиться, то робиться висновок про правильність проведеного доведення. Якщо знаходиться помилка, то доведення відхиляється.

## Евристична схема пошуку доведення:

1. Виділити те, що дано в умові, і вказати, що потрібно довести.
2. Ввести всі потрібні позначення. У геометричних теоремах (задачах) попередньо виконати рисунок.
3. Записати умову і висновок теореми (задачі) у символічній формі.
4. Назвати ознаки, потрібні для доведення.
5. Розгорнути умови, тобто з того, що дано, вивести можливі наслідки.
6. Порівняти з умовами та їхніми наслідками кожен з ознак, за якими можна довести те, що потрібно. Вибрати ознаку, зручну для доведення.
7. Якщо безпосередньо вибрати відповідну ознаку не вдається, подумати, які ще потрібні для доведення ознаки можуть бути задані в умові.
8. Постійно пам'ятати, що коли пошук доведення ускладнено, потрібно звертатися до даних і до того, що впливає з них.

## Деякі методи доведення теорем:

### Метод доведення від супротивного:

- ❖ заперечити те, що треба довести (припустити, що висновок теореми не виконується);
- ❖ шляхом логічних міркувань отримати наслідок, що суперечить або умові теореми, або відомому твердженню, або означенню тощо;
- ❖ зробити висновок, що припущене є неправильним, а правильне те, що треба було довести

### **Аналітичний метод доведення:**

- 1.** Запитати: з якого раніше відомого твердження необхідно впливає висновок доводжуваного твердження? Інакше кажучи, знайти доведене раніше твердження (або аксіому), якого достатньо, щоб зробити висновок доводжуваного твердження.
- 2.** Якщо такого раніше відомого твердження знайти не вдається, то потрібно шукати інше, поки ще не доведене твердження, з якого необхідно впливав би висновок доводжуваного.
- 3.** Потім потрібно шукати наступне твердження, з якого необхідно впливало б попереднє, і так далі, доки не буде отримано твердження, яке безпосередньо впливає з умови теореми.
- 4.** Зробити висновок, що дане твердження доведене, оскільки весь ланцюжок достатніх умов для виконання висновку задовольняється в силу умови доводжуваного твердження

**Синтетичний метод .** У синтетичному методі доведення міркування проводяться від умови або від уже відомого твердження до доводжуваного.

**Аналітико-синтетичний метод.** Цей метод полягає в тому, що пошук доведення починають аналітичним методом, але міркування не доводять до кінця, а, спиняючись на певному кроці, починають міркувати у зворотному напрямку, Тобто з розгортання умови. Отже, далі доведення виконують синтетичним методом



### **Метод геометричних перетворень:**

- 1) проаналізувати умову і визначити вид перетворення, який доцільно використати;
- 2) виконати обране перетворення;
- 3) використати властивості обраного перетворення для доведення

### **Векторний метод:**

- 1) ввести систему векторів і перекласти висновок теореми на векторну мову;
- 2) утворити векторні вирази або рівності; використовуючи апарат векторної алгебри, довести правильність висновку теореми;
- 3) кінцевий результат перекласти на мову геометрії

### **Координатний метод:**

- 1) ввести систему координат так, щоб було зручно перекласти висновок теореми на мову координат;
- 2) застосувати потрібні відомості з аналітичної геометрії, умову теореми для доведення висновку;
- 3) кінцевий результат перекласти на мову геометрії

### **Метод математичної індукції:**

- 1) перевірити правильність твердження  $T(n)$  для  $n = 1$  або  $n = n_0$ ;
- 2) зробити припущення про правильність твердження для  $n = k$ ,  $k > n_0$  і довести, використовуючи припущення, правильність твердження для  $n = k + 1$ ;
- 3) зробити висновок про правильність твердження  $T(n)$  для всіх  $n \in \mathbb{N}$

### Метод повної індукції

- 1) твердження, що доводиться, розбити на скінчену кількість тверджень;
- 2) довести кожне з окремих тверджень;
- 3) зробити висновок про правильність даного твердження в цілому

Навчання доведенню доцільно поділяти на кілька навчальних задач, які розв'язуються послідовно:

1) вивчення готових доведень, вміння відтворювати їх;	2) самостійна побудова доведення за зразком з вивченим;	3) пошук і виклад доведення за вказаним учителем методом (способом);	4) самостійний пошук і виклад доведення учнями
---	---	--	--

**Загальні та спеціальні евристики, які дають можливість здійснювати самостійний пошук доведення теорем (розв'язування задач):**

### Загальні евристики

1. Аналогія.
2. Узагальнення.
3. Прийом елементарних задач.
4. Розгляд граничного випадку.
5. Добудова (побудова допоміжної фігури).
6. Введення додаткового елемента.

### Спеціальні евристичні:

Для доведення рівності відрізків (кутів) необхідно:

- ❖ довести рівність трикутників, сторонами (кутами) яких є дані відрізки (кути);
- ❖ довести їх рівність в результаті якогось руху;
- ❖ включити відрізки (кути) в трикутник і довести рівність двох кутів (сторін), які утворюють ці відрізки (кути) з третьою стороною трикутника;
- ❖ включити відрізки (кути) в трикутник і довести, що він рівнобедрений або рівносторонній;
- ❖ довести, що вони є протилежними сторонами паралелограма, прямокутника, протилежними або сусідніми сторонами ромба, квадрата, діагоналями прямокутника, квадрата, рівнобічної трапеції тощо

**У процесі підготовки до пошуку складніших доведень можна скористатися правилами-орієнтирами:**

#### **Щоб довести рівність трикутників, досить:**

- підвести їх до однієї з ознак рівності або скористатися означенням рівних трикутників;
- довести, що один з трикутників можна дістати з другого, виконавши деякий рух (симетрія, поворот, паралельне перенесення).

#### **Для доведення рівності відрізків або кутів досить:**

- довести рівність трикутників або інших фігур, елементами яких є зазначені у вимозі відрізки (кути), а потім зробити висновок про рівність відповідних відрізків (кутів);
- довести, що один відрізок (кут) можна отримати з другого, виконавши деякий рух.
- після вивчення скалярного добутку двох векторів на площині й у просторі учнів ознайомлюють ще з одним способом доведення рівності відрізків і кутів - векторним.

## Психолого-педагогічні рекомендації засвоєння доведень:

- 1. Для створення психологічних передумов успішного засвоєння готових доведень важливо не пропускати проміжні ланки доведення. Психологи обґрунтовують це тим, що міркування, пов'язані з поновленням пропущених ланок, відвертають увагу учнів від основної лінії доведення.
- 2. Перш ніж проводити докладне доведення, потрібно спочатку назвати основні етапи і твердження, на яких воно ґрунтуватиметься. Це дає можливість звернути увагу учнів на структуру доведення в цілому, виявити основну його ідею, назвати метод.
- 3. Учні краще усвідомлюють і запам'ятовують структуру доведення, якщо записують у символічній формі його короткий виклад.
- 4. Учні швидше і свідоміше сприймають доведення, якщо в процесі пояснення вчителя не відриваються для складання конспекту. Цю думку підтверджують дослідження психологів, які експериментально довели, що одночасне виконання двох видів діяльності, кожний з яких потребує повного зосередження уваги, неможливе.

## ТЕМА 14. ПОЗАУРОЧНА РОБОТА З МАТЕМАТИКИ

**Позаурочна робота з математики** – це заняття або заходи, які проводяться у позаурочний час, ґрунтуються на принципі добровільної участі, мають на меті підвищення рівня математичного розвитку учнів і цікавості до предмета за рахунок поглиблення і розширення базового змісту програми

**Мета позаурочної роботи з математики** – створення умов для розширення і поглиблення розвитку розумових здібностей учнів; сприяння підвищенню рівня знань, набутих на уроках математики; розвиток математичного мислення, кмітливості, винахідливості; виховання волі, наполегливості, акуратності, критичного ставлення до себе

**Зміст позаурочної роботи з математики** визначається загальним змістом навчання і виховання та є логічним продовженням навчально-виховної роботи, яка здійснюється на уроках математики

## Завданнями позаурочної діяльності з математики є:

- формування стійкого інтересу школярів до математики;
- вивчення та розуміння важливих ідей математики;
- оволодіння основними методами математики;
- розвиток математичних здібностей учнів (логічного мислення, просторових уявлень і уяви, алгоритмічної культури, пам'яті тощо), прищеплення їм певних навичок науково-дослідного характеру;
- формування позитивних рис особистості (розумової активності, пізнавальних самостійності й інтересу, потреби в самоосвіті, здатності адаптуватися до умов, що змінюються, ініціативи, творчості та ін.), навичок самостійно і творчо працювати з навчальною та науково-популярною літературою з математики;
- ознайомлення з історією математики, біографіями видатних учених, зокрема українських математиків – М. Остроградського, В. Буняковського, Г. Вороного, М. Кравчука та ін.;
- ознайомлення з досягненнями сучасної математичної науки;
- вивчення застосування математики в різних галузях науки і техніки та її ролі у пізнанні навколишнього світу;
- формування наукового світогляду, загальнолюдських духовних цінностей, виховання, національної свідомості, поваги до культури і традицій України; формування позитивних рис характеру (чесності й правдивості, наполегливості й волі, культури думки й поведінки, обґрунтованості суджень, відповідальності за доручену справу тощо);
- виховання почуття колективізму;
- створення активу, здатного надати вчителю математики допомогу в організації ефективного навчання математики всього колективу.

## Принципи організації позаурочної роботи з математики

Позаурочна робота будується на загальних принципах навчання і виховання, а також на тих, що відображають її особливість:



- Принцип наукоємності*
- Принцип добровільності, інтересу, самодіяльності*
- Принцип зв'язку з життям*
- Принцип зацікавленості*
- Принцип регулярності*
- Принцип випереджувальної складності*
- Принцип зміни пріоритетів*
- Принцип варіативності*
- Принцип самоконтролю*
- Принцип швидкого повторення*
- Принцип роботи з текстом*

## Напрями позаурочної роботи з математики

Розрізняють *три напрями* позаурочної роботи з математики:

Робота зі школярами, які *не досягли* обов'язкового рівня у вивченні програмового матеріалу (*додаткові позаурочні заняття*)

Робота з тими учнями, які *бажають підвищити свій рівень* навчальних досягнень із певної теми

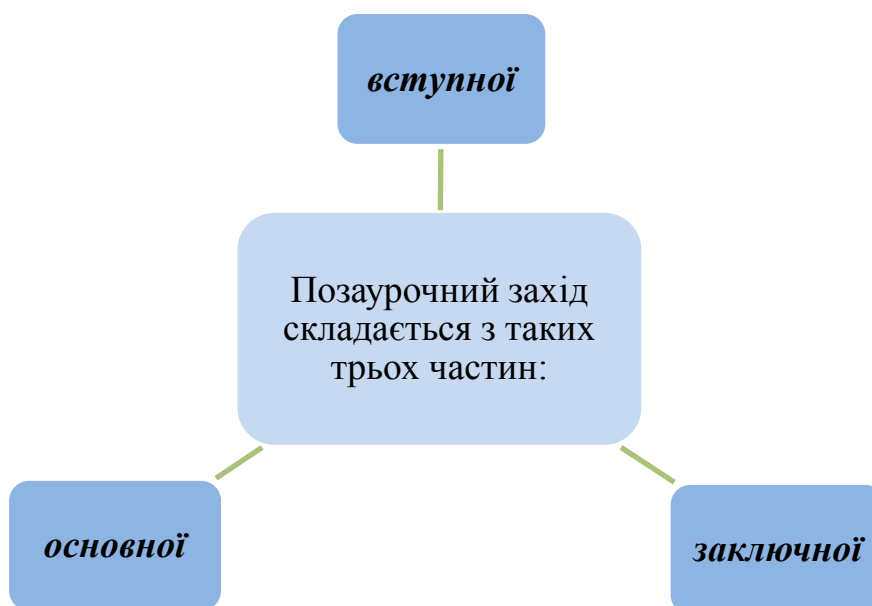
Робота з учнями, що проявили до вивчення математики підвищений *інтерес та здібності*. Це позаурочна робота у традиційному розумінні. Вона поділяється на *масову, групову та індивідуальну*

До **масових** належать : читацькі конференції, тематичні вечори, зустрічі з видатними людьми, виставки, конкурси, фестивалі, предметні тижні тощо, а показником їх ефективності є кількість та активність учнів

**Групові** форми охоплюють невелику кількість людей, об'єднаних спільними інтересами. До них належать гуртки, випуски стіннівок, робота з пресою, екскурсії, походи тощо



**До найбільш поширених форм позаурочної роботи з математики у школі відносять:** математичний гурток, математичний вечір, тиждень математики, математичний ранок, КВК, оформлення математичної газети, куточка математики та математичного бюлетеня, позакласні читання, написання домашніх творів, створення альбомів або альманахів, робота по збору «народної математики», перегляд презентацій, бесіди, лекції, доповіді вчителя або запрошених науковців чи студентів-практикантів, створення проектів та їх захист, виготовлення моделей, написання наукових робіт МАН, участь у різного рівня конкурсах, турнірах, олімпіадах та конференціях



**Всеукраїнська учнівська олімпіада з математики проводиться в чотири етапи**

**I етап. Шкільна олімпіада**

Проводиться у жовтні-листопаді поточного року

**II етап. Районна (міська) олімпіада**

Проводиться щороку у листопаді-грудні за завданнями обласних інститутів удосконалення вчителів

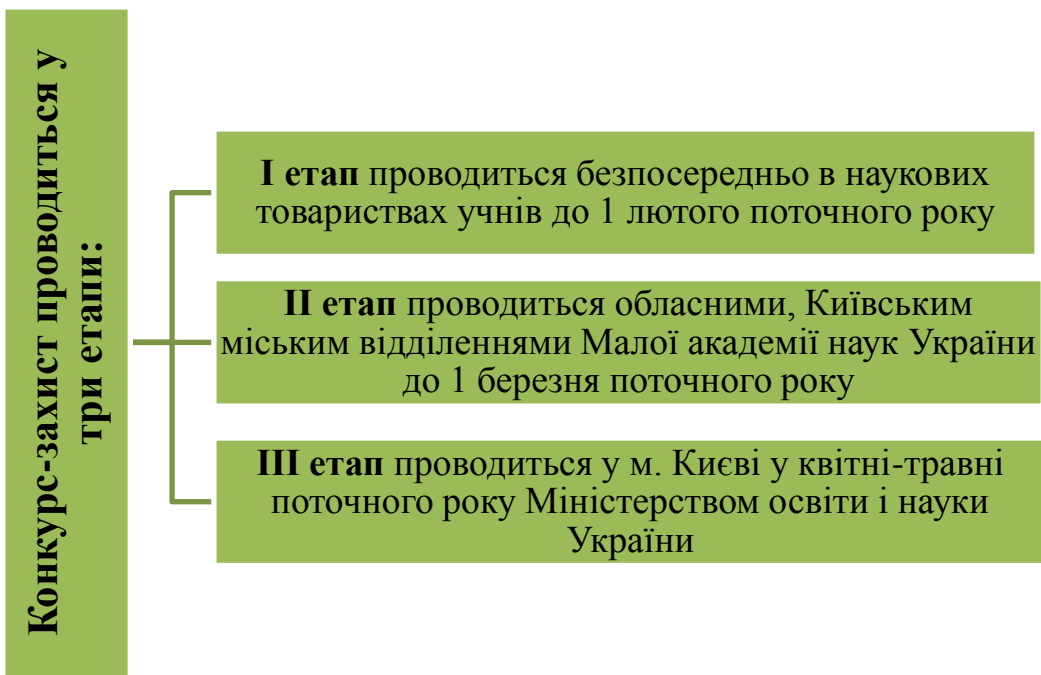
**III етап. Обласна олімпіада**

Проводиться щороку у січні-лютому за завданнями або за рекомендаціями Міністерства освіти України та, у разі необхідності, за безпосередньої участі його представника

**IV етап. Державна олімпіада**

Проводиться щороку у березні-квітні. Завдання для проведення олімпіади готує комісія, персональний склад якої затверджує Міністерство освіти України

**Мала академія наук** є творчим об'єднанням учнівської молоді, яке забезпечує її інтелектуальний та духовний розвиток, підготовку до активної діяльності в галузі науки та сприяє самовизначенню в майбутній професії



	<p><b>Факультативи з математики</b> – це одна з форм диференційованого навчання математики, <i>мета</i> якого - <i>поглиблення і розширення знань учнів, розвиток їхніх математичних здібностей і стійкого зацікавлення математикою.</i></p> <p>Факультативні заняття в 7 - 9 класах є важливим засобом допрофільного навчання і допомагають учням визначитися щодо вибору майбутньої професійної діяльності</p>



Ступінь залучення учнів до процесу навчання

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Бабанский Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса / Ю. К. Бабанский. – М.: Педагогика, 1982. – 192 с.
2. Бевз Г. П. Методика викладання математики. Навч. посібник / Г. П. Бевз. – К.: Вища школа, 1989. – 367 с.
3. Гнеденко Б. В. Развитие мышления и речи при изучении математики / Б. В. Гнеденко // Математика в школе. – 1991. – №4. – С. 3–9.
4. Горчакова І. А. Роль і місце моделювання та наочності у формуванні евристичної діяльності учнів / І. А. Горчакова // Математика в школі. – 2002. – №1. – С. 37–39.
5. Груденов Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: Книга для учителя / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1990. – 223 с.
6. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / Междунар. ассоц. "Развивающее обучение" / В. В. Давыдов. – М.: Интер, 1996. – 544 с.
7. Далингер В. А. Методика реализации внутрипредметных связей при обучении математики: кн. для учителя. / В. А. Далингер. – М.: Просвещение, 1991. – 60 с.
8. Епишева О. Б. Учить школьников учиться математике: формирование приемов учебной деятельности: кн. для учителя / О. Б. Епишева, В. И. Крунич. – М.: Просвещение, 1990. – 126 с.
9. Жалдак М. І. Комп'ютер на уроках математики: посіб. для вчителів / М. І. Жалдак. – К.: Техніка, 1997. – 303 с.
10. Иржавцева В. П. Систематизация и обобщение знаний учащихся в процессе изучения математики: пособие для учителя / Под ред. Н.Л. Коломенского / В. П. Иржавцева, Л. Я. Федченко. – К.: Рад. шк., 1989. – 208 с.
11. Калмыкова З. И. Психологические принципы развивающего обучения / З. И. Калмыкова. – М.: Знание, 1979. – 48 с.
12. Крутецкий В. А. Психология математических способностей школьников / В. А. Крутецкий. – М.: Просвещение, 1968. – 431 с.
13. Кужель О. В. Контрприкладі в математиці: для серед. та ст. шк. віку / О. В. Кужель. – К.: Рад. школа, 1988. – 96 с.
14. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики / Под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.
15. Лернер И. Я. Дидактические основы методов обучения / И. Я. Лернер. – М.: Педагогика, 1981. – 186 с.
16. Маркова А. К. Формирование мотивации учения / А. К. Маркова, Т. А. Матис, А. Б. Орлов. – М.: Просвещение, 1990. – 192 с.
17. Марнянський І. А. Про мотиваційний фактор на уроках математики / І. А. Марнянський // Математика в школі. – 2002. – №1. – С. 14–17.
18. Матюшкин А. М. Психологическая структура, динамика и развитие познавательной активности / А. М. Матюшкин // Вопросы психологии. – 1982. – № 4. – С. 5–17.

19. Метельский Н. В. Дидактика математики / Н. В. Метельский. – Минск: Изд-во Белорус. ун-та, 1982. – 256 с.
20. Методика викладання математики: практикум / за ред. Г. П. Бевз – К.: Вища школа. Головне вид-во, 1981. – 199 с.
21. Методика навчання математики. Загальна методика: практикум У 4-х ч.: ч.1. Методика формування понять шкільного курсу математики: навчально-методичний посібник для організації самостійної роботи студентів / Н. А. Тарасенкова, І. А. Акуленко, І. С. Біда, М. М. Журба; за ред. Н. А. Тарасенкової. – Черкаси: ЧДУ ім. Б. Хмельницького. 2002. – 120с.
22. Москаленко О. А. Практикум з методики навчання математики. Математика. Алгебра і початки аналізу: навчальний посібник для студентів спеціальності «Педагогіка і методика середньої освіти. Математика» / О. А. Москаленко. – Полтава: АСМІ, 2004. – 348 с.
23. Мышкис С. Д. О развитии математической интуиции учащихся / С. Д. Мышкис, П. Г. Сатьянов // Математика в школе. – 1987. – № 5. – С. 18–22.
24. Онищук В. А. Типы, структура и методика уроков в школе / В. А. Онищук. – К.: Рад. шк., 1976. – 184 с.
25. Орач Б. І. Необхідні і достатні умови / Б. І. Орач // Математика в школі. – 1999. – № 2. – С. 22.
26. Осинская В. Н. Активизация познавательной деятельности учащихся на уроках математики в 9–10 классах / В. Н. Осинская. – К.: Рад. шк., 1980. – 143 с.
27. Осинская В. Н. Формирование умственной культуры учащихся в процессе обучения математике / В. Н. Осинская. – К.: Рад. шк., 1989. – 188 с.
28. Офіційний сайт Міністерства освіти і науки України <http://www.mon.gov.ua>
29. Позакласні заходи з математики. 5–8 класи / Упоряд. В. Морачова, І. Соколовська. – К.: Ред. загальнопед. газ., 2004. – 128 с. – (Бібліотека «Шкільного світу»).
30. Практикум з методики навчання математики. Загальна методика: навчальний посібник для організації самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / З. І. Слепкань, А. В. Грохольська та ін.; за ред. З. І. Слепкань. – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. – 291с.
31. Практикум з методики навчання математики. Основна школа: навчальний посібник для організації практичних занять і самостійної роботи студентів математичних спеціальностей педагогічних університетів / за ред. В.О. Швеця – К.: НПУ імені М. П. Драгоманова, 2006. – 291с.

32. Прус А. В. Збірник задач з методики навчання математики / М-во освіти і науки, молоді та спорту України / А. В. Прус, В. О. Швець. – Житомир : Рута, 2011 – 388 с.
33. Прус А. Прикладна спрямованість стереометрії: 10–11 кл. / А. Прус, В. Швець. – К. : Шкільний світ, 2007. – 128 с.
34. Психологические проблемы неуспеваемости школьников / ред. Н. А. Менчинская. – М.: Педагогика, 1971. – 272 с.
35. Рогановский Н. М. Методика преподавания математики в средней школе: учеб. пособие для пед. ин-тов. / Н. М. Рогановский. – Минск: Высшейш. шк., 1990. – 226 с.
36. Селевко Г. К. Современные образовательные технологии: учеб. пособие / Г. К. Селевко. – М.: Нар. образование, 1998. – 256 с.
37. Скобелев Г. Н. Контроль на уроках математики: пособие для учителя / Г. Н. Скобелев. – Минск: Нар. асвета, 1986. – 104 с.
38. Слепкань З. І. Методика навчання математики: підруч. для студ. мат. спеціальностей пед. навч. закладів. – 2-ге вид., доп. і перероб. / З. І. Слепкань. – К.: Вища школа, 2006. – 582 с.
39. Слепкань З. І. Психолого-педагогические основы обучения математике: метод. пособие / З. И. Слепкань. – К.: Рад. шк., 1983. – 192 с.
40. Слепкань З. І. Ще раз про диференціацію навчання і роль в ній освітнього стандарту / З. І. Слепкань // Математика в школі. – 2002. – № 2. – С. 29–30.
41. Слепкань З. І. Формування творчої особистості учня в процесі навчання математики / З. І. Слепкань // Математика в школі. – 2003. – № 1. – С. 6–9.
42. Талызина Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Н. Ф. Талызина. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1975. – 343 с.
43. Тарасенкова Н. А. Використання знаково-символічних засобів у навчанні математики / Н. А. Тарасенкова. – Черкаси: Відлуння-Плюс, 2002. – 400 с.
44. Фіцула М. М. Педагогіка: навчальний посібник для студентів вищих педагогічних закладів освіти / М. М. Фіцула. – К.: Видавничий центр «Академія», 2002. – 528 с.
45. Швець В. О. Використання на заняттях з математики окремих видів самостійних робіт, що активізують формування практичних вмінь і навичок / В. О. Швець, Г. І. Білянін // Дидактика математики: проблеми і дослідження: міжнар. збірник наук. робіт / Донецьк : ТЕАН, 2006. – Вип. 25. – С. 60–65.
46. Швець В. О. Теорія та практика прикладної спрямованості шкільного курсу стереометрії : навчальний посібник / В. О. Швець, А. В. Прус; Житомирський державний університет ім. І. Франка. – Житомир : Вид-во ЖДУ ім. І. Франка, 2007. – 156 с.

Навчальне видання

Л. А. Благодир

**МЕТОДИКА НАВЧАННЯ МАТЕМАТИКИ  
В ПОНЯТТЯХ, СХЕМАХ І ТАБЛИЦЯХ**

Навчально-методичний посібник

*Видається в авторській редакції*

Підписано до друку 05.04.2018 р. Формат 60x84/16.

Папір офсетний. Ум. друк. арк. 8,37

Тираж 100 прим. Замовлення № 980

Видавничо-поліграфічний центр «Візаві»

20300, м. Умань, вул. Тищика, 18/19

Свідоцтво суб'єкта видавничої справи

ДК № 2521 від 08.06.2006.

тел. (04744) 4-64-88, 4-67-77, (067) 104-64-88

vizavi-print.jimdo.com

e-mail: vizavi008@gmail.com