

Міністерство освіти і науки України  
Львівський національний університет імені Івана Франка

**Збірник типових конкурсних  
тестових завдань з математики**

Тринадцяте видання

Львів  
Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка  
2007

**Цегелик Г.Г., Гуран І.Й., Дудзяний І.М., Бартіш М.Я.,  
Бокало Б.М., Тарасюк С.І., Бабенко В.В.**

Збірник типових конкурсних тестових завдань з математики. – 13-те вид. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 136 с.

Збірник типових тестових завдань призначений для самостійної підготовки до вступних випробувань з математики у Львівському національному університеті імені Івана Франка. Він містить усі типи задач, що є у банку даних “Тестові завдання з математики”, з якого формуються білети для перевірки рівня знань абітурієнтів з математики при вступі в університет.

Збірник тестових завдань містить усі типи задач, що є в банку даних “Тестові завдання з математики”. У цьому банку близько 15 тисяч задач, які охоплюють усі теми шкільного курсу математики. Задачі розбиті за розділами, а в межах кожного розділу – за типом складності (1 – найлегші, 2 – середньої складності, а 3 – найважчі).

Банк даних “Тестові завдання з математики” призначений для автоматичного формування з нього тестових завдань для перевірки рівня знань з математики під час вступних іспитів в університеті. Кожний тест складається з 30 задач (по 10 для кожного типу складності), які охоплюють майже всі розділи шкільного курсу математики. Оскільки для виконання тесту абітурієнту відводиться обмежений час, то тестові завдання складено так, щоб кожна задачу підготовлений абітурієнт міг виконати швидко.

Уперше формування білетів з банку даних “Тестові завдання з математики” для перевірки рівня знань абітурієнтів з математики при вступі до університету виконали у 1995 році. Після цього кожний рік банк даних доповнюється новими типами задач, що робить його більш повним. Ці доповнення відображаються у чергових випусках збірника.

Головна особливість збірника полягає в тому, що, по-перше, він охоплює всі розділи шкільного курсу математики; по-друге, він містить багато оригінальних (складених авторами) завдань, які потребують для розв’язання нестандартного мислення (не виходячи за шкільну програму); по-третє, окремі традиційні задачі відрізняються своєю оригінальною постановкою. Тому цей збірник може широко використовуватися для поглибленого вивчення математики у школах, ліцеях, гімназіях; для розвитку в учнів логічного мислення і нестандартних підходів до розв’язання задач.

Цей випуск збірника відрізняється від виданого у 2006 році незначними виправленнями.

**РОЗДІЛ 1. ПЕРЕТВОРЕННЯ АЛГЕБРАЇЧНИХ ВИРАЗІВ****Група 1****Обчислити:**

1.  $\frac{3+\sqrt{5}}{3-\sqrt{5}} - \frac{3\sqrt{5}}{2}$ .

2.  $\frac{\sqrt{10}+\sqrt{6}}{\sqrt{10}-\sqrt{6}} - \sqrt{15}$ .

3.  $\left(\sqrt{(0,5-\sqrt{2})^2} - \sqrt[3]{(1+\sqrt{2})^3}\right)^2$ .

4.  $8 \cdot \left(\sqrt{(\sqrt{5}-2,5)^2} - \sqrt[3]{(1-\sqrt{5})^3}\right)^2$ .

5.  $\left(\sqrt{(0,5-\sqrt{2})^2} - \sqrt[3]{(-1+\sqrt{2})^3}\right)^3$ .

6.  $1 + \frac{1+2^{1/2}}{3+2^{1/2}} : \frac{1}{2^{3/2}-1}$ .

7.  $1 + \frac{1+3^{1/2}}{4+3^{1/2}} : \frac{1}{3^{3/2}-1}$ .

8.  $1 + \frac{1+30^{1/2}}{31+30^{1/2}} : \frac{1}{30^{3/2}-1}$ .

9. При якому значенні параметра  $a$  вираз  $25x^2+30x+a$  можна записати у вигляді повного квадрата суми двох одночленів?10. При якому значенні параметра  $a$  вираз  $36x^2-12x+a$  можна записати у вигляді повного квадрата різниці двох одночленів?11. Дано вираз  $\left(\frac{1}{\sqrt{a}+\sqrt{a+1}} + \frac{1}{\sqrt{a}-\sqrt{a-1}}\right) \cdot \frac{\sqrt{a-1}}{\sqrt{a+1}+\sqrt{a-1}}$ . При якому значенні  $a$  цей вираз набуває найменшого значення?12. Дано вираз  $\frac{\sqrt[4]{(x+1)^3} - 1,2^3}{\sqrt[4]{x+1,1} - 1,2} - 1,2 \cdot \sqrt[4]{x+1,1}$ . Яке його найменше значення?13. Дано вираз  $\frac{\sqrt[4]{(x-2)^3} - 64}{16-4 \cdot \sqrt[4]{x-2}} + \frac{\sqrt{x-2}}{4}$ . Яке його найбільше значення?14. Обчислити  $\frac{x^5+64x^{-1}}{x^3-4x+16x^{-1}} : \frac{x^2+4}{2}$ .**Група 2****Обчислити:**

1.  $\sqrt{27+10\sqrt{2}} + \sqrt{27-10\sqrt{2}}$ .

2.  $\sqrt{29-12\sqrt{5}} - \sqrt{29+12\sqrt{5}}$ .

3.  $\sqrt{10} \cdot (\sqrt{6-\sqrt{35}} - \sqrt{6+\sqrt{35}})$ .

4.  $(\sqrt[6]{3+2\sqrt{2}} + \sqrt[3]{1+\sqrt{2}}) \cdot \sqrt[3]{1-\sqrt{2}}$ .

5.  $\sqrt[3]{2+\sqrt{5}} + \sqrt[3]{2-\sqrt{5}}$ .
6.  $\sqrt[3]{20+14\sqrt{2}} + \sqrt[3]{20-14\sqrt{2}}$ .
7.  $\frac{\sqrt{8-2\sqrt{15}}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}$ .
8.  $\frac{\sqrt{48-8\sqrt{35}}}{\sqrt{20}-\sqrt{28}}$ .
9.  $\frac{\sqrt{(b+2)^2-8b}}{\sqrt{b}-\frac{2}{\sqrt{b}}}$ , якщо  $b=0,25$ .
10.  $\frac{\sqrt[3]{25b^{\frac{2}{3}}}-4}{\sqrt[3]{5b^{\frac{1}{3}}}+2} - \sqrt[3]{5b^{\frac{1}{3}}}$ .
11.  $\sqrt{3(\sqrt{11}-\sqrt{8})} \cdot \sqrt[4]{19+4\sqrt{22}}$ .
12.  $\sqrt{18(\sqrt{5}-\sqrt{2})} \cdot \sqrt[4]{36(7+2\sqrt{10})}$ .
13.  $(\sqrt{7}-\sqrt{8})\sqrt{15+4\sqrt{14}}$ .
14.  $(3\sqrt{2}+\sqrt{10})\sqrt{4(7-3\sqrt{5})}$ .
15.  $\frac{a^2+1}{a \cdot \sqrt{\left(\frac{a^2-1}{2a}\right)^2+1}}$ , якщо  $a=-5$ .
16.  $\left(\frac{3}{\sqrt{1+a}}+\sqrt{1-a}\right) : \left(\frac{3}{\sqrt{1-a^2}}+1\right)$ ,  
якщо  $a=0,36$ .
17.  $\frac{\sqrt{x}+2}{x\sqrt{x}+2x+4\sqrt{x}} : \frac{1}{x^2-8\sqrt{x}}$ , якщо  $x=4,1$ .
18.  $-36 + \frac{6-\sqrt{x}}{36+x-6\sqrt{x}} : \frac{1}{x\sqrt{x}+216}$ , якщо  $x=8,1$ .
19.  $\left(\frac{x^{3/2}+8}{x^{1/2}+2}-2x^{1/2}\right) : \frac{x-4}{12} + \frac{48}{x^{1/2}+2}$ , якщо  $x=2,1634$ .
20.  $\left(\frac{a\sqrt{a}+b\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\sqrt{ab}\right) : (a-b) + \frac{2\sqrt{b}}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}$ .
21.  $\sqrt{4+\sqrt{x-2}} + \sqrt{x+2+\sqrt{2-x}}$ .
22.  $\sqrt{x-3\sqrt{x-4}} - \sqrt{9+\sqrt{4-x}}$ .
23. Спростити вираз  $\left(\frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}} + \frac{x-1}{\sqrt{x^2-1-x+1}}\right) : \sqrt{x^2-1}$ .

## РОЗДІЛ 2. ПЕРЕТВОРЕННЯ ВИРАЗІВ З ПОКАЗНИКАМИ І ЛОГАРИФМАМИ

### Група 1

**Обчислити:**

1.  $3 \log_{\sqrt{8}} 2 + 2^{-2 \log_{1/2} 2}$ .
2.  $3 \log_{\sqrt{64}} 4 + 4^{-2 \log_{1/4} 3}$ .
3.  $4 \log_{\sqrt{4096}} 8 + 8^{-2 \log_{1/8} 16}$ .
4.  $4 \log_{\sqrt{6561}} 9 + 9^{-2 \log_{1/9} 17}$ .
5.  $5 \log_{\sqrt{16807}} 7 + 7^{-2 \log_{1/7} 23}$ .
6.  $5 \log_{\sqrt{32768}} 8 + 8^{-2 \log_{1/8} 24}$ .
7.  $3 \log_{\sqrt{27}} 3 + 3^{-3 \log_{1/3} 4}$ .
8.  $3 \log_{\sqrt{343}} 7 + 7^{-3 \log_{1/7} 8}$ .
9.  $(\log_4 11 + \log_4 23) / \log_8 253$ .
10.  $(\log_4 13 + \log_4 25) / \log_{64} 325$ .
11.  $(\log_{25} 53 + \log_{25} 13) / \log_{78125} 689$ .
12.  $\log_4 a$ , якщо  $a = \sin(\pi/6)$ .
13.  $3 \log_{1/3} a$ , якщо  $a = 2 \cos(\pi/6)$ .
14.  $-5 \log_3 a$ , якщо  $a = \operatorname{tg}(\pi/6)$ .
15.  $5 \log_{1/3} a$ , якщо  $a = \operatorname{ctg}(\pi/6)$ .
16.  $3 \log_4 a$ , якщо  $a = \sin(\pi/4)$ .
17.  $4 \log_{1/2} a$ , якщо  $a = \cos(\pi/4)$ .
18.  $\log_a \frac{1}{3}$ , якщо  $a = -2 \cos(5\pi/6)$ .
19.  $\log_a \frac{1}{9}$ , якщо  $a = -\operatorname{ctg}(5\pi/6)$ .
20.  $\log_a 9\sqrt{3}$ , якщо  $a = 2 \sin(2\pi/3)$ .
21.  $a^{\log_4 25}$ , якщо  $a = \sin(\pi/6)$ .
22.  $a^{\log_9 16}$ , якщо  $a = 2 \cos(\pi/6)$ .
23.  $a^{\log_3 0,25}$ , якщо  $a = \operatorname{tg}(\pi/6)$ .
24.  $\frac{1}{\log_8 12} + \frac{1}{\log_{18} 12}$ .
25.  $-\log_2 (\log_{\sqrt{2}} \sqrt[4]{2})$ .
26.  $\log_{\sqrt{2}} 4 + \log_{1/3} 9$ .
27.  $9^{\log_{27} 8} + 4^{\log_2 3}$ .
28.  $\log_{0,2} 25 + \log_{0,5} 4$ .
29.  $(\log_{\sqrt{2}} 3)(\log_3 8)$ .
30.  $\log_4 32$ .
31.  $\log_4 128$ .
32.  $\log_{16} 8$ .

33.  $\log_{16} 128.$

35.  $\log_{81} 243.$

37.  $3 \log_{64} 128.$

39.  $7 \log_{25} 3125.$

41.  $49^{\log_7 3}.$

43.  $121^{\log_{11} 12}.$

45.  $49^{\log_{343} 27}.$

47.  $16^{\log_4 2} + 4^{1-2 \log_4 2}.$

49.  $512^{\log_8 2} + 8^{1-2 \log_8 2}.$

51.  $3^{\frac{1}{\log_8 27}}.$

53.  $6^{\frac{2}{\log_5 6}}.$

55.  $3^{\frac{3}{\log_7 3}}.$

34.  $\log_9 243.$

36.  $\log_{81} 2187.$

38.  $9 \log_{125} 3125.$

40.  $81^{\log_3 5}.$

42.  $27^{\log_3 4}.$

44.  $216^{\log_{36} 49}.$

46.  $9^{\log_3 2} + 3^{1-2 \log_3 2}.$

48.  $49^{\log_7 2} + 7^{1-2 \log_7 2}.$

50.  $216^{\log_6 2} + 6^{2-2 \log_6 2}.$

52.  $\log_4^2 \log_3 \sqrt{81}.$

54.  $\log_3^2 \log_{\frac{1}{5}} \frac{1}{125}.$

56.  $\log_9^2 \log_{0,2} \frac{1}{125}.$

**Група 2****Обчислити:**

1.  $\log_3 \log_2 (\sqrt[3]{2^k})^{1/3}$ , якщо  $\log_3 k = 10$ .

3.  $\log_3 \log_4 (\sqrt[3]{4^k})^{1/3}$ , якщо  $\log_3 k = 16$ .

5.  $\log_3 \log_5 (5^k)^{3^5}$ , якщо  $\log_3 k = 11$ .

7.  $\log_3 \log_7 (\sqrt[3]{7^k})^{1/3}$ , якщо  $\log_3 k = 21$ .

9.  $(\log_8 343)(\log_6 8)(\log_{49} 6).$

11.  $(2^{\log_4 (\sqrt{3}-2)^2} + 3^{\log_3 (\sqrt{3}+2)})^2.$

13.  $8 + \frac{1}{2} \log_{2/3} (6 - \sqrt{20}) + \frac{1}{2} \log_{2/3} (6 + \sqrt{20}) - \log_{2/3} 9.$

14.  $13 + \frac{1}{2} \log_{2/5} (11 - \sqrt{57}) + \frac{1}{2} \log_{2/5} (11 + \sqrt{57}) - \log_{2/5} 125.$

15.  $8 + \frac{1}{2} \log_{2/7} (6 - \sqrt{20}) + \frac{1}{2} \log_{2/7} (6 + \sqrt{20}) - \log_{2/7} 49.$

2.  $3^{\log_3 8 - 2 \log_3 2 + \log_3 (9/2)}.$

4.  $7^{-\log_7 32 + \log_7 256 + 2 \log_7 14}.$

6.  $3^{\log_3 63 - \log_3 (14/27) + \log_3 18}.$

8.  $(\log_3 8)(\log_{17} 3)(\log_4 17).$

10.  $(\log_5 512)(\log_7 5)(\log_{1/2} 7).$

12.  $(5^{\log_5 (\sqrt{3}+8)} - 3^{\log_3 (\sqrt{3}-8)^2})^2.$

16.  $\frac{\log_2^2 14 + (\log_2 14)(\log_2 7) - 2\log_2^2 7}{\log_2 14 + 2\log_2 7}$ .
17.  $\frac{2\log_3 12 - 4\log_3^2 2 + \log_3^2 12 + 4\log_3 2}{3\log_3 12 + 6\log_3 2}$ .
18.  $\frac{\log_2^2 28 + (\log_2 28)(\log_2 7) - 2\log_2^2 7}{\log_2 28 + 2\log_2 7}$ .
19.  $\frac{\log_2^2 12 - 2\log_2 12 + 2\log_2^2 3 - 3(\log_2 3)(\log_2 12) + 4\log_2 3}{\log_2 12 - 2\log_2 3}$ .
20.  $\frac{\log_{35}^2 7 - 2(\log_{35} 7)(\log_{35} 5) - 3\log_{35}^2 5}{2(\log_{35} 7 - 3\log_{35} 5)}$ .

### Група 3

**Обчислити:**

1.  $\log_{ab} x$ , якщо  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 3$ .      2.  $\log_{5/a} 25$ , якщо  $\log_a 5 = 2$ .
3.  $\log_{a/b} x$ , якщо  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 3$ .      4.  $\log_{5a} 25$ , якщо  $\log_a 5 = 3$ .
5.  $\log_{a/b} x$ , якщо  $\log_a x = 2$ ,  $\log_b x = 4$ .      6.  $\log_{b/a} x$ , якщо  $\log_a x = 1$ ,  $\log_b x = 3$ .
7.  $\log_{ab} \frac{\sqrt{b}}{a} + \log_{\sqrt{ab}} b + \log_a \sqrt[3]{b}$ , якщо  $\log_a b = 2$ .
8.  $\log_{\sqrt{a}} b^4 \sqrt{a} + \log_{\sqrt{b}} a + \log_a \sqrt{ab}$ , якщо  $\log_a b = 2$ .
9.  $\log_{\sqrt[3]{a}} \frac{b}{a} + \log_{\sqrt{b}} a^3 \sqrt{b}$ , якщо  $\log_b a = 9$ .
10.  $(\log_3 2 + \log_2 81 + 4)(\log_3 2 - 2\log_{18} 2)\log_2 3 - \log_3 2$ .
11.  $(\log_5 2 + \log_2 5 + 2)(\log_5 2 - \lg 2)\log_2 5 - \log_5 2$ .
12.  $(\log_2 7 + \log_7 16 + 4)(\log_2 7 - 2\log_{28} 7)\log_7 2 - \log_2 7$ .
13.  $27^{\log_{\sqrt{3}} \sqrt[6]{3}} + 4 \cdot 5^{\log_5^2 2} - 2^{\log_5 2} \cdot \log_2 16$ .
14.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_{0,5} 3} \cdot 7^{\log_7^2 2} - 9 \cdot 2^{\log_7 2} + 3^{\log_9 4}$ .



## РОЗДІЛ 3. ПЕРЕТВОРЕННЯ ТРИГОНОМЕТРИЧНИХ ВИРАЗІВ

### Група 1

**Обчислити:**

1.  $\sin 15^\circ \cdot \cos 15^\circ$ .
2.  $6 \cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ$ .
3.  $12 \sin 15^\circ \cdot \sin 105^\circ$ .
4.  $15 \sin 165^\circ \cdot \cos 15^\circ$ .
5.  $3 \sin^2 30^\circ + 8 \cos^2 30^\circ$ .
6.  $5 \sin^2 60^\circ - 4 \cos^2 60^\circ$ .
7.  $2 \cos^2 45^\circ + 6 \sin^2 45^\circ$ .
8.  $9 \cdot \sin 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ$ .
9.  $15 \cdot \cos 120^\circ \cdot \operatorname{tg} 315^\circ$ .
10.  $10 \cdot \operatorname{tg} 35^\circ \cdot \operatorname{ctg} 215^\circ$ .
11.  $15 \cdot \operatorname{tg} 157^\circ \cdot \operatorname{tg} 427^\circ$ .
12.  $\sin 15^\circ \cdot \cos 75^\circ + \cos 15^\circ \cdot \sin 75^\circ$ .
13.  $\cos 75^\circ \cdot \cos 15^\circ - \sin 75^\circ \cdot \sin 15^\circ$ .
14.  $(\sin 25^\circ \cdot \cos 20^\circ + \cos 25^\circ \cdot \sin 20^\circ)^2$ .
15.  $12(\sin 43^\circ \cos 107^\circ + \sin 107^\circ \cos 43^\circ)^3$ .
16.  $\sin 309^\circ \cdot \cos 39^\circ - \cos 309^\circ \cdot \sin 39^\circ$ .
17.  $\sin 825^\circ \cos(-15^\circ) + \cos 75^\circ \sin(-555^\circ)$ .
18.  $\frac{(\sin x - \cos x)^2 - 1}{\sin 2x}$ .
19.  $\sin 194^\circ \cdot \sin 254^\circ - \sin 104^\circ \cdot \cos 466^\circ$ .
20.  $\frac{(\sin x + \cos x)^2 - 1}{\sin 2x}$ .
21.  $27 \operatorname{tg}(120^\circ + x)$ , якщо  $\operatorname{tg}(30^\circ + x) = 3$ .
22.  $\operatorname{tg}^2 x - \sin^2 x - \sin^2 x \cdot \operatorname{tg}^2 x$ .
23.  $3 + \frac{\operatorname{tg} 15^\circ - \operatorname{tg} 60^\circ}{1 + \operatorname{tg} 15^\circ \operatorname{tg} 60^\circ}$ .
24.  $\sin^2 x + \cos(60^\circ - x) \cdot \cos(60^\circ + x)$ .
25.  $\cos 99^\circ + \cos 81^\circ$ .
26.  $\sin^2 x$ , якщо  $\cos 2x = 0,25$ .
27.  $\frac{2 \sin x - 4 \cos x}{5 \sin x - 2 \cos x}$ , якщо  $\operatorname{tg} x = 2$ .
28.  $\frac{3 \sin x - 5 \cos x}{2(\sin x - 6 \cos x)}$ , якщо  $\operatorname{tg} x = 4$ .
29.  $\frac{3 \sin x + 24 \cos x}{\sin x - 3 \cos x}$ , якщо  $\operatorname{ctg} x = 2$ .
30.  $19,75 \frac{2 \sin^2 x + 4 \cos^2 x}{5 \sin^2 x - \cos^2 x}$ , де  $\operatorname{tg} x = 4$ .
31.  $5,25 \frac{5 \sin^2 x + 2 \cos^2 x}{4 \sin^2 x - \cos^2 x}$ , де  $\operatorname{ctg} x = 5$ .
32.  $\frac{14 \sin a - 10 \sin 2a}{14 \sin a + 10 \sin 2a}$ , де  $\cos a = 0,3$ .
33.  $\frac{5 \sin 4a}{\cos^4 a - \sin^4 a}$ , якщо  $\sin 2a = 0,7$ .
34.  $\frac{2 \cos 2a}{\operatorname{ctg} a - \operatorname{tg} a}$ , якщо  $\sin 2a = 0,257$ .
35.  $\operatorname{tg} \frac{a}{2} + \operatorname{ctg} \frac{a}{2}$ , якщо  $\sin a = 0,4$ .
36.  $\frac{1 + \cos a + \cos 2a}{\sin a + \sin 2a}$ , якщо  $\operatorname{tg} a = 5$ .
37.  $\frac{1 - \sin a - \cos 2a}{\sin 2a - \cos a}$ , якщо  $\operatorname{ctg} a = 1/3$ .
38.  $\frac{12 \sin a - 10 \sin 2a}{12 \sin a + 10 \sin 2a}$ , де  $\cos a = 0,4$ .

$$39. \frac{\sin 4a + \sin 8a + \sin 12a}{\cos 4a + \cos 8a + \cos 12a},$$

якщо  $\operatorname{ctg} 8a = 1/101$ .

$$41. \frac{\sin 11a - \sin 12a + \sin 13a}{\cos 11a - \cos 12a + \cos 13a},$$

якщо  $\operatorname{ctg} 12a = -1/11$ .

$$43. \frac{\cos 3a - \cos 9a}{\sin 9a - \sin 3a},$$

якщо  $\operatorname{ctg} 6a = 1/12$ .

$$45. \frac{\sin 5a + \sin 10a + \sin 15a}{\cos 5a + \cos 10a + \cos 15a},$$

якщо  $\operatorname{ctg} 10a = 0,04$ .

$$47. 5\cos\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = 4/5,$$

$0 < \alpha < \pi/2$ .

$$49. 18\sqrt{77} \sin\alpha, \text{ якщо } \cos\alpha = 2/9,$$

$0 < \alpha < \pi/2$ .

$$51. 8\sqrt{33} \operatorname{ctg}\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = 4/7,$$

$0 < \alpha < \pi/2$ .

$$53. 15\cos\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = -\sqrt{3}/2,$$

$\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

$$55. \sqrt{15} \operatorname{tg}\alpha, \text{ якщо } \cos\alpha = -1/4,$$

$\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

$$57. \sqrt{3} \sin 2\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = 1/2,$$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

$$59. 9\sqrt{5} \sin 2\alpha, \text{ якщо } \cos\alpha = -2/3,$$

$\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

$$40. \frac{\sin 4a - 2\cos 12a - \sin 20a}{\cos 4a + 2\sin 12a - \cos 20a},$$

якщо  $\operatorname{tg} 12a = 1/23$ .

$$42. \frac{\sin 11a + \cos 12a - \sin 13a}{\cos 13a + \sin 12a - \cos 11a},$$

якщо  $\operatorname{tg} 12a = 1/91$ .

$$44. \frac{\sin 9a + \sin 3a}{\cos 3a + \cos 9a},$$

якщо  $\operatorname{ctg} 6a = -1/45$ .

$$46. \frac{\sin 5a - 2\cos 15a - \sin 25a}{\cos 5a + 2\sin 15a - \cos 25a},$$

якщо  $\operatorname{tg} 15a = -1/12$ .

$$48. \sqrt{21} \sin\alpha, \text{ якщо } \cos\alpha = 2/5,$$

$0 < \alpha < \pi/2$ .

$$50. 10\sqrt{119} \operatorname{tg}\alpha, \text{ якщо } \cos\alpha = 5/12,$$

$0 < \alpha < \pi/2$ .

$$52. 26\cos\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = -5/13,$$

$\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

$$54. 4\cos\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = \sqrt{7}/4,$$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

$$56. 21\operatorname{ctg}\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = 3/5,$$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

$$58. 9\sqrt{2} \sin 2\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = 1/3,$$

$\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .

$$60. \sqrt{6} \sin 2\alpha, \text{ якщо } \sin\alpha = -1/5,$$

$\pi < \alpha < \frac{3}{2}\pi$ .

## Група 2

Обчислити:

1.  $2\cos(4a)+2\sin(4a)\operatorname{tg}(2a)$ .
2.  $\frac{1+\sin 2a}{1+\cos 2a} \cdot \frac{2}{(1+\operatorname{tg} a)^2}$ .
3.  $\frac{\sin 2a-1}{1+\cos 2a} \cdot \frac{2}{(1-\operatorname{tg} a)^2}$ .
4.  $\frac{1-\sin 2a}{2\cos 2a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}+a\right)$ .
5.  $\frac{1+\sin 2a}{2\cos 2a} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4}-a\right)$ .
6.  $3 \frac{\sin^4 a + \cos^4 a - 1}{\cos^6 a + \sin^6 a - 1}$ .
7.  $\cos^6 a + \sin^6 a$ , якщо  $\cos 4a = 2/3$ .
8.  $12 \frac{\cos^8 a - \sin^8 a - \cos 2a}{\cos^6 a - \sin^6 a - \cos 2a}$ .
9.  $6 \frac{\sin^4 a + \cos^4 a}{\sin^6 a + \cos^6 a}$ ,  
якщо  $\cos 4a = 1$ .
10.  $42 \frac{\cos^8 6a - \sin^8 6a - \cos 12a}{\cos^6 6a - \sin^6 6a - \cos 12a}$ .
11.  $\frac{\cos^8 6a - \sin^8 6a}{\cos^6 6a - \sin^6 6a}$ ,  
якщо  $\cos 24a = 1$ .
12.  $\frac{\cos^3 \alpha + \sin^3 \alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ ,  
якщо  $\sin(\pi/4-\alpha) = 0,1$ .
13.  $\frac{\cos 3\alpha - \sin 3\alpha}{\cos \alpha + \sin \alpha}$ ,  
якщо  $\sin(\pi/4-\alpha) = 0,1$ .
14.  $\frac{\cos 3\alpha + \sin 3\alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$ ,  
якщо  $\cos(\pi/4-\alpha) = 0,1$ .
15.  $\frac{\sin^3 \alpha + \sin 3\alpha}{2\sin \alpha} + \frac{\cos^3 \alpha - \cos 3\alpha}{2\cos \alpha}$ .
16.  $\frac{\cos^3 2\alpha - \sin^3 2\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$ ,  
якщо  $\cos(\pi/4-2\alpha) = 0,2$ .
17.  $\frac{\cos 6\alpha + \sin 6\alpha}{\cos 2\alpha - \sin 2\alpha}$ ,  
якщо  $\cos(\pi/4-2\alpha) = 0,2$ .
18.  $\frac{\cos^3 5\alpha + \sin^3 5\alpha}{\cos 5\alpha + \sin 5\alpha}$ ,  
якщо  $\sin(\pi/4-5\alpha) = 0,5$ .
19.  $\frac{\cos^3 7\alpha + \sin^3 7\alpha}{\cos 7\alpha + \sin 7\alpha}$ ,  
якщо  $\sin(\pi/4-7\alpha) = 0,7$ .
20.  $\frac{\cos 21\alpha - \sin 21\alpha}{\cos 7\alpha + \sin 7\alpha}$ ,  
якщо  $\sin(\pi/4-7\alpha) = 0,7$ .
21.  $\frac{\sin^3 5\alpha + \sin 15\alpha}{5\sin 5\alpha} + \frac{\cos^3 5\alpha - \cos 15\alpha}{5\cos 5\alpha}$ .
22.  $\frac{\sqrt{2} - \cos \alpha - \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/8) = 2$ .

23.  $\frac{2 - \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha}{\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/6) = 2$ .
24.  $\frac{2 - \sqrt{3} \cos \alpha - \sin \alpha}{\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/12) = 2$ .
25.  $\frac{2 + \cos \alpha - \sqrt{3} \sin \alpha}{\sin \alpha + \sqrt{3} \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/3) = 2$ .
26.  $\frac{\sqrt{2} + \cos \alpha + \sin \alpha}{\sin \alpha - \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/8) = 2$ .
27.  $\frac{2 + \cos \alpha + \sqrt{3} \sin \alpha}{\sin \alpha - \sqrt{3} \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/6) = 2$ .
28.  $\frac{2 + \sqrt{3} \cos \alpha + \sin \alpha}{\sqrt{3} \sin \alpha - \cos \alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha/2 - \pi/12) = 2$ .
29.  $\frac{\sqrt{2} - \cos 2\alpha - \sin 2\alpha}{\sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha - \pi/8) = 3$ .
30.  $\frac{2 + \sqrt{3} \cos 2\alpha + \sin 2\alpha}{\sqrt{3} \sin 2\alpha - \cos 2\alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(\alpha - \pi/12) = 4$ .
31.  $\frac{2 + \sqrt{3} \cos 5\alpha + \sin 5\alpha}{\sqrt{3} \sin 5\alpha - \cos 5\alpha}$ ,  
якщо  $\operatorname{tg}(5\alpha/2 - \pi/12) = 8$ .
32.  $\sqrt{3} (\sin(10\pi/3) + \cos(41\pi/6))$ .
33.  $\sqrt{2} (\sin(27\pi/4) - \cos(13\pi/4))$ .
34.  $2(\cos(16\pi/3) - \sin(29\pi/6))$ .
35.  $-\sqrt{2} (\sin(21\pi/4) + \cos(19\pi/4))$ .
36.  $-4(\cos(10\pi/3) - \sin(29\pi/6))$ .
37.  $\sqrt{2} (\cos(11\pi/4) + \sin(21\pi/4))$ .
38.  $5(\cos(22\pi/3) - \sin(29\pi/6))$ .
39.  $\sqrt{2} (\sin(13\pi/4) + \cos(27\pi/4))$ .
40.  $0,5 \cos \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{3}$ ,  
 $\pi < \alpha < 3\pi/2$ .
41.  $-10 \cos \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{15}$ ,  
 $\pi < \alpha < 3\pi/2$ .
42.  $6\sqrt{3} \cos \alpha$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = \sqrt{2}/2$ ,  
 $\pi < \alpha < 3\pi/2$ .
43.  $3\sqrt{5} \cos \alpha$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = 1/2$ ,  
 $\pi < \alpha < 3\pi/2$ .
44.  $-9\sqrt{13} \sin \alpha$ , якщо  $\operatorname{ctg} \alpha = 2\sqrt{3}$ ,  
 $\pi < \alpha < 3\pi/2$ .
45.  $-8\sqrt{3} \sin \alpha$ , якщо  $\operatorname{tg} \alpha = \sqrt{2}/2$ ,  
 $\pi < \alpha < 3\pi/2$ .
46.  $3 \sin(\alpha/2)$ , якщо  $\cos \alpha = 7/9$ ,  
 $2\pi < \alpha < 3\pi$ .
47.  $14 \sin(\alpha/2)$ , якщо  $\cos \alpha = -23/49$ ,  
 $2\pi < \alpha < 3\pi$ .
48.  $5 \sin(\alpha/2)$ , якщо  $\sin \alpha = 0,96$ ,  
 $\pi/2 < \alpha < \pi$ .
49.  $4 \cos(\alpha/2)$ , якщо  $\cos \alpha = 1/8$ ,  
 $2\pi < \alpha < 3\pi$ .
50.  $-5 \cos(\alpha/2)$ , якщо  $\cos \alpha = -1/2$ ,  
 $\pi < \alpha < 2\pi$ .

51.  $4\sqrt{5} \cos(\alpha/2)$ , якщо  $\sin\alpha = 4/5$ ,  $\pi/2 < \alpha < \pi$ .  
 52.  $5\cos(\alpha/2)$ , якщо  $\sin\alpha = 0,96$ ,  $\pi/2 < \alpha < \pi$ .
53.  $(3\sqrt{2})\sin(\arccos(1/3))$ .  
 54.  $\sqrt{6} \sin(\arccos(1/5))$ .
55.  $(\sqrt{21}/2)\sin(\arccos(2/5))$ .  
 56.  $3\sqrt{2} \cos(\arcsin(1/3))$ .
57.  $\sqrt{6} \cos(\arcsin(1/5))$ .  
 58.  $\sqrt{5} \cos(\arctg 2)$ .
59.  $3\sqrt{3} \cos(\arctg \sqrt{2})$ .  
 60.  $\sqrt{5} \sin(\arctg 2)$ .
61.  $\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha$ , якщо  $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{8}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ .
62.  $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha$ , якщо  $\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha = -\sqrt{5}$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ .
63.  $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha$ , якщо  $\operatorname{tg}\alpha - \operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{12}$ ,  $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ .
64.  $\operatorname{ctg}\alpha - \operatorname{tg}\alpha$ , якщо  $\operatorname{tg}\alpha + \operatorname{ctg}\alpha = \sqrt{125}$ ,  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
65.  $\sin\alpha - \cos\alpha$ , якщо  $\sin(2\alpha) = 0,96$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ .
66.  $\sin\alpha + \cos\alpha$ , якщо  $\sin(2\alpha) = -0,84$ ,  $\frac{3\pi}{4} < \alpha < \pi$ .
67.  $\cos\alpha - \sin\alpha$ , якщо  $\sin(2\alpha) = 0,91$ ,  $\frac{\pi}{4} < \alpha < \frac{\pi}{2}$ .
68.  $\cos\alpha - \sin\alpha$ , якщо  $\sin(2\alpha) = -0,21$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \frac{3\pi}{4}$ .

### Група 3

**Обчислити:**

- $\left(\frac{\cos 3a}{\sin 2a} - \frac{\sin 3a}{\cos 2a}\right) \cdot \frac{1}{\cos a + \cos 9a}$ , де  $a = \pi/48$ .
- $\frac{\cos^2(a/2) \cdot (\cos a - \cos 3a)}{\sin a + 2 \sin 2a + \sin 3a}$ , де  $a = \arcsin(0,1)$ .
- $\left(\frac{\sin 6a}{\sin a} - \frac{\cos 6a}{\cos a}\right) \cdot \frac{1}{\sin 3a + \sin 7a}$ , де  $a = \pi/8$ .
- $\left(\frac{\sin 6a}{\cos a} + \frac{\cos 6a}{\sin a}\right) \cdot \frac{1}{\cos 3a + \cos 7a}$ , де  $a = \pi/8$ .
- $\frac{\sin(a/2) + \sin(3a/2)}{\cos(a/2) + \cos(3a/2)} \cdot (1 + \cos 2a)$ , де  $a = \pi/12$ .

6.  $(\frac{1}{\sin 2a} - \frac{1}{\sin 6a}) \cdot \frac{\sin 2a + \sin 10a}{2}$ , де  $a = \pi/24$ .
7.  $(\frac{1}{\cos 2a} + \frac{1}{\cos 6a}) \cdot \frac{\cos 2a + \cos 10a}{2}$ , де  $a = \pi/24$ .
8.  $(\frac{1}{\cos 6a} + \frac{1}{\cos 2a}) \cdot (\frac{\cos 4a}{\sin 2a} - \frac{\sin 4a}{\cos 2a})$ , де  $a = \pi/16$ .
9.  $(\frac{1}{\sin 6a} + \frac{1}{\sin 2a}) \cdot (\frac{\cos 4a}{\cos 2a} + \frac{\sin 4a}{\sin 2a})$ , де  $a = \pi/8$ .
10.  $2(\frac{\cos a}{\cos 7a} - 1) \cdot \frac{\cos 3a + \cos 11a}{\sin 3a}$ , де  $a = \pi/48$ .
11.  $3(\frac{\cos a}{\cos 7a} + 1) \cdot \frac{\sin 11a - \sin 3a}{\cos 3a}$ , де  $a = \pi/48$ .
12.  $(\frac{\cos 5a}{\cos a} + \frac{\sin 5a}{\sin a}) \cdot \frac{1 - \cos^2 2a}{\cos 4a - \cos 8a}$ , де  $a = \pi/35$ .
13.  $(\frac{\sin 4a}{\sin a} - \frac{\cos 4a}{\cos a}) \cdot \frac{1 - \cos^2 2a}{\cos a - \cos 5a}$ , де  $a = \pi/18$ .
14.  $(\frac{1}{\cos 3a} + \frac{1}{\cos a}) \cdot (\frac{\cos 2a}{\sin a} - \frac{\sin 2a}{\cos a})$ , де  $a = \pi/8$ .
15.  $(\frac{1}{\sin 4a} + \frac{1}{\sin 12a}) \cdot (\frac{\cos 8a}{\cos 4a} + \frac{\sin 8a}{\sin 4a})$ , де  $a = 3\pi/16$ .
16.  $2(\frac{\cos a}{\cos 7a} - 1) \cdot \frac{\cos 3a + \cos 11a}{\sin 3a}$ , де  $a = 7\pi/48$ .
17.  $3(\frac{\cos a}{\cos 7a} + 1) \cdot \frac{\sin 11a - \sin 3a}{\cos 3a}$ , де  $a = 7\pi/48$ .
18.  $(\frac{1}{\sin a} - \frac{1}{\sin 3a} - \frac{2\sin 2a}{\cos 3a}) \cdot \frac{1}{\cos 5a}$ , де  $a = \frac{1}{6} \arcsin(0,2)$ .
19.  $(\frac{1}{\cos a} + \frac{1}{\cos 3a} + \frac{2\sin 2a}{\sin 3a}) \cdot \sin 6a$ , де  $a = \frac{1}{5} \arcsin(0,25)$ .
20.  $(\frac{1}{\cos a} + \frac{1}{\cos 3a} - \frac{2\sin 2a}{\sin 3a}) \cdot \frac{1}{\sin a}$ , де  $a = \frac{1}{6} \arcsin \frac{1}{3}$ .
21.  $\operatorname{tg}(\alpha + 15^\circ) \operatorname{ctg} 165^\circ$ , якщо  $\sin 75^\circ \sin(\alpha + 15^\circ) = 2 \sin \alpha$ .
22.  $\operatorname{tg}(\alpha + 75^\circ) \operatorname{tg} 105^\circ$ , якщо  $2 \sin 15^\circ \cos(\alpha + 75^\circ) = \cos \alpha$ .
23.  $3 \operatorname{ctg}(\alpha + 165^\circ) \operatorname{ctg} 165^\circ$ , якщо  $2 \sin 75^\circ \cos(\alpha + 165^\circ) = \cos \alpha$ .
24.  $\operatorname{ctg}(\alpha + 105^\circ) \operatorname{tg} 105^\circ$ , якщо  $\sin 15^\circ \sin(\alpha + 105^\circ) = 2 \sin \alpha$ .

**Обчислити (у градусах):**

25.  $\arccos(\sin \frac{50\pi}{3}) - 3 \arctg(\tg \frac{50\pi}{3})$ .      26.  $\arcsin(\cos \frac{50\pi}{3}) + 5 \text{arcctg}(\text{ctg} \frac{50\pi}{3})$ .
27.  $\arctg(\text{ctg} \frac{50\pi}{3}) + \arccos(\cos \frac{50\pi}{3})$ .      28.  $\text{arcctg}(\tg \frac{50\pi}{3}) - 4 \arcsin(\sin \frac{50\pi}{3})$ .
29.  $\arccos(\sin \frac{40\pi}{6}) - 3 \arctg(\tg \frac{40\pi}{6})$ .      30.  $\arcsin(\cos \frac{40\pi}{6}) + 5 \text{arcctg}(\text{ctg} \frac{40\pi}{6})$ .
31.  $\arctg(\text{ctg} \frac{40\pi}{6}) + 2 \arccos(\cos \frac{40\pi}{6})$ .      32.  $\text{arcctg}(\tg \frac{40\pi}{6}) - 4 \arcsin(\sin \frac{40\pi}{6})$ .
33.  $\arcsin(\cos \frac{80\pi}{9}) + 5 \text{arcctg}(\text{ctg} \frac{80\pi}{9})$ .      34.  $\arcsin(\cos \frac{35\pi}{9}) + 5 \text{arcctg}(\text{ctg} \frac{35\pi}{9})$ .
35.  $\arctg(\text{ctg} \frac{35\pi}{9}) + 2 \arccos(\cos \frac{35\pi}{9})$ .      36.  $\text{arcctg}(\tg \frac{35\pi}{9}) - 4 \arcsin(\sin \frac{35\pi}{9})$ .
37.  $\arccos(\sin \frac{85\pi}{18}) - 3 \arctg(\tg \frac{85\pi}{18})$ .      38.  $\arcsin(\cos \frac{85\pi}{18}) + 5 \text{arcctg}(\text{ctg} \frac{85\pi}{18})$ .
39.  $\arctg(\text{ctg} \frac{85\pi}{18}) + 2 \arccos(\cos \frac{85\pi}{18})$ .      40.  $\text{arcctg}(\tg \frac{85\pi}{18}) - 4 \arcsin(\sin \frac{85\pi}{18})$ .

**Обчислити:**

41.  $\tg \frac{3\pi}{32} + 2 \tg \frac{3\pi}{16} + 4 \tg \frac{3\pi}{8} - \text{ctg} \frac{3\pi}{32}$ .      42.  $\cos \frac{\pi}{5} - \cos \frac{2\pi}{5}$ .
43.  $8 \cos \frac{2\pi}{15} \cos \frac{4\pi}{15} \cos \frac{8\pi}{15} \cos \frac{16\pi}{15}$ .      44.  $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{2\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7}$ .
45.  $\cos \frac{\pi}{7} \cdot \cos \frac{4\pi}{7} \cdot \cos \frac{5\pi}{7}$ .      46.  $\cos \frac{2\pi}{7} + \cos \frac{4\pi}{7} + \cos \frac{6\pi}{7}$ .
47.  $\cos \frac{\pi}{11} + \cos \frac{3\pi}{11} + \cos \frac{5\pi}{11} + \cos \frac{7\pi}{11} + \cos \frac{9\pi}{11}$ .      48.  $\cos \frac{2\pi}{5} + \cos \frac{4\pi}{5}$ .
49.  $\sin^4(\frac{\pi}{8}) + \sin^4(\frac{3\pi}{8}) + \sin^4(\frac{5\pi}{8}) + \sin^4(\frac{7\pi}{8})$ .      50.  $4 \sin(\frac{\pi}{10}) \sin(\frac{3\pi}{10})$ .
51.  $\tg(\arccos \frac{3}{5} - \arcsin \frac{1}{\sqrt{5}})$ .      52.  $3 \text{tg}(2 \arcsin \frac{3}{5} + \text{arcctg}(-1))$ .
53.  $\sqrt{10} \sin(0,5 \text{arcctg} \frac{3}{4} - 2 \arccos \frac{1}{\sqrt{5}})$ .      54.  $\cos(0,5 \arccos(-\frac{7}{25}) - 2 \text{arctg} 0,5)$ .
55.  $5 \sin(\arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{12}{13})$ .      56.  $\tg(\text{arctg} \frac{32}{43} - 2 \text{arctg} \frac{1}{5})$ .

57.  $17\text{tg}(\text{arctg}\frac{1}{7} + \text{arctg}\frac{3}{4})$ .
58.  $\cos(2 \cdot \text{arctg} 2 - \text{arctg}\frac{3}{4})$ .
59.  $15\sin(2\text{arctg}\frac{1}{4} + \text{arcsin}\frac{15}{17})$ .
60.  $\text{tg}\frac{\pi}{32} + 2\text{tg}\frac{\pi}{16} + 4\text{tg}\frac{\pi}{8} - \text{ctg}\frac{\pi}{32}$ .
61.  $\cos\frac{2\pi}{11} + \cos\frac{4\pi}{11} + \cos\frac{6\pi}{11} + \cos\frac{8\pi}{11} + \cos\frac{10\pi}{11}$ .
62.  $\cos\frac{\pi}{7} \cdot \cos\frac{3\pi}{7} \cdot \cos\frac{5\pi}{7}$ .
63.  $\cos^4\frac{\pi}{8} + \cos^4\frac{3\pi}{8} + \cos^4\frac{5\pi}{8} + \cos^4\frac{7\pi}{8}$ .
64.  $\cos\frac{5\pi}{7} + \cos\frac{3\pi}{7} + \cos\frac{\pi}{7}$ .
65.  $\cos\frac{2\pi}{15} \cos\frac{4\pi}{15} \cos\frac{7\pi}{15} \cos\frac{\pi}{15}$ .
66.  $16\cos\frac{6\pi}{7} \cdot \cos\frac{5\pi}{7} \cdot \cos\frac{4\pi}{7}$ .
67.  $\sin^3 \alpha - \cos^3 \alpha$ , якщо  $\sin \alpha - \cos \alpha = 0,1$ .
68.  $6 \cos 80^\circ - \frac{3\sqrt{3}}{2 \cos 50^\circ}$ .
69.  $\sin^3 \alpha + \cos^3 \alpha$ , якщо  $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,1$ .
70.  $\cos^3 \alpha - \sin^3 \alpha$ , якщо  $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,4$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ .
71.  $\text{tg}^3 \alpha + \text{ctg}^3 \alpha$ , якщо  $\text{tg} \alpha + \text{ctg} \alpha = 5$ .
72.  $\text{tg}^3 \alpha - \text{ctg}^3 \alpha$ , якщо  $\text{tg} \alpha - \text{ctg} \alpha = 3$ .
73.  $\text{tg}^3 \alpha + \text{ctg}^3 \alpha$ , якщо  $\text{tg} \alpha - \text{ctg} \alpha = -\sqrt{5}$ ,  $0 < \alpha < \frac{\pi}{4}$ .
74.  $\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha$ , якщо  $\sin \alpha + \cos \alpha = 1,2$ .
75.  $\sin^4\frac{\pi}{16} + \sin^4\frac{3\pi}{16} + \sin^4\frac{5\pi}{16} + \sin^4\frac{7\pi}{16}$ .
76.  $\frac{1}{\pi} \left( \text{arctg}\frac{1}{2} + \text{arctg}\frac{1}{3} \right)$ .
77.  $\frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta + \sin 2\gamma}{\sin \alpha \sin \beta \sin \gamma}$ , якщо  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .
78.  $\frac{\text{tg}(\alpha + \beta)}{\text{tg} \alpha}$ , якщо  $\sin \alpha \cos(\alpha + \beta) = \sin \beta$ .
79.  $\frac{\text{tg} \alpha + \text{tg} \beta + \text{tg} \gamma}{\text{tg} \alpha \text{tg} \beta \text{tg} \gamma}$ , якщо  $\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$ .
80.  $\frac{\sin 2\alpha + \sin 4\alpha - \sin 6\alpha}{\sin \alpha \sin 2\alpha \sin 3\alpha}$ .



## РОЗДІЛ 4. АЛГЕБРАЇЧНІ ТА РАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ

### Група 1

**Обчислити значення  $x$  з пропорції:**

1.  $(3x+1):(2x-1) = 4:3$ .

2.  $(x-1):3 = (2x+2):5$ .

**Знайти  $m$ , при якому рівняння має розв'язок  $x = 2$ :**

3.  $2x^2+mx-1 = 0$ .

4.  $x^2+(m-2)x-11 = 0$ .

**Знайти  $m$ , при якому сума коренів рівняння дорівнює 1:**

5.  $(m+1)x^2+mx-1 = 0$ .

6.  $(2m+1)x^2+2mx-1=0$ .

**Знайти  $m$ , при якому добуток коренів рівняння дорівнює 3:**

7.  $(m-1)x^2+5x+m = 0$ .

8.  $(m+1)x^2+3x-m = 0$ .

**Знайти абсцису точки перетину прямих:**

9.  $x+7y-5 = 0, 3x-7y-7 = 0$ .

10.  $2x+3y+5 = 0, x+2y+4 = 0$ .

**Знайти ординату точки перетину прямих:**

11.  $3x+2y-3=0, 2x+3y+8 = 0$ .

12.  $2x+3y+5=0, x+2y+4 = 0$ .

**Знайти  $m$ , при якому система не має розв'язку:**

13. 
$$\begin{cases} 3x - my = 8 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$$

14. 
$$\begin{cases} 2x + my = 1 \\ 3x - 6y = 3 \end{cases}$$

**Знайти  $m$ , при якому система має безліч розв'язків:**

15. 
$$\begin{cases} mx - 2y = -6 \\ 3x + 4y = 12 \end{cases}$$

16. 
$$\begin{cases} 2x + my = -2 \\ 5x - 2y = -5 \end{cases}$$

**Знайти найбільший корінь рівняння:**

17.  $\frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 3x + 2} = 0$ .

18.  $\frac{x}{x+1} - \frac{x+2}{x-2} = 1$ .

**Знайти найменший корінь рівняння:**

19.  $x^2 - 2 \cdot 3^{\log_3 x} = 3$ .

20.  $x^2 + 3 \cdot 4^{\log_4 x} = 10$ .

**Обчислити  $x+y$ , якщо:**

21.  $x^2+y^2-4x-6y+13 = 0$ .

22.  $4x^2+y^2-12x-6y+18 = 0$ .

**Знайти найбільший корінь рівняння:**

23.  $2x^2-17x-9 = 0$ .

24.  $x^2-3x-40 = 0$ .

## Група 2

**Визначити найбільший корінь рівняння:**

1.  $\frac{x^3-8}{x-2}=12.$

2.  $\frac{x^3-27}{x-3}=27.$

3.  $x^3+x^2-x-1=0.$

**Визначити найменший корінь рівняння:**

4.  $\frac{x^4-1}{x^2-1}-\frac{x^2-1}{x+1}=4.$

5.  $x^3-3x^2-x+3=0.$

**Визначити суму коренів рівняння:**

6.  $\frac{x^3-8}{x-2}=6x+1.$

7.  $(x+3)^3-(x+1)^3=56.$

**Визначити найбільший цілий розв'язок рівняння:**

8.  $(x^2+x+1)^2-3x^2-3x-1=0.$

9.  $(x^2-x+1)^2-2x^2+2x-1=0.$

**Визначити суму параметрів  $m$  і  $n$ , при яких система рівнянь**

має безліч розв'язків: 10.  $\begin{cases} 3x-my=n, \\ 2x+3y=5 \end{cases}$

11.  $\begin{cases} mx+y=n, \\ 4x+2y=6 \end{cases}$

**Визначити  $m$ , при якому система рівнянь не має розв'язку:**

12.  $\begin{cases} 2x+my=-6, \\ mx+8y=12 \end{cases}$

13.  $\begin{cases} mx+5y=-10, \\ 5x+my=10 \end{cases}$

**Визначити  $m$ , при якому система рівнянь має безліч розв'язків:**

14.  $\begin{cases} 2x+my=-6, \\ mx+8y=12 \end{cases}$

15.  $\begin{cases} 4x+my=8, \\ mx+9y=12 \end{cases}$

**Визначити квадрат відстані від точки (1; 2) до точки перетину прямих:** 16.  $2x-y-2=0$ ,  $x+2y-16=0$ . 17.  $2x+3y+4=0$ ,  $x-y-13=0$ .

18. Визначити суму параметрів  $a$  і  $b$ , при яких пряма  $ax+by+1=0$  проходить через точки  $A(1; -2)$  і  $B(-1; 1)$ .

19. Визначити суму параметрів  $a$  і  $b$ , при яких пряма  $2x+ay+b=0$  проходить через точки  $A(2; -2)$  і  $B(-4; 1)$ .

20. Визначити суму параметрів  $a$  і  $b$ , при яких пряма  $ax+3y+b=0$  проходить через точки  $A(3; -6)$  і  $B(-3; 2)$ .

21. Визначити суму параметрів  $a$  і  $b$ , при яких пряма  $ax+by+2=0$  проходить через точку  $A(-1; 1)$  і є паралельною до прямої  $y=1-0,5x$ .

22. Визначити суму параметрів  $a$  і  $b$ , при яких пряма  $ax+by+6=0$  проходить через точку  $A(-2; 2)$  і є перпендикулярною до прямої  $y=1-0,5x$ .

Знайти  $|x+y|$ , якщо: 23.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 3, \\ 2xy = 1. \end{cases}$  24.  $\begin{cases} x^2 + xy = 8, \\ y^2 + xy = 1. \end{cases}$  25.  $\begin{cases} x^3 y^2 = 4, \\ x^2 y^3 = 8. \end{cases}$

Знайти  $|x-y|$ , якщо: 26.  $\begin{cases} x^2 + y^2 = 26, \\ xy = 0,5. \end{cases}$  27.  $\begin{cases} x^2 - xy = 79, \\ y^2 - xy = 2. \end{cases}$  28.  $\begin{cases} x^3 y^4 = 27, \\ x^4 y^3 = 81. \end{cases}$

29. Знайти  $\frac{y}{x}$ , якщо  $\begin{cases} \frac{7}{x} + \frac{y}{5} = 28, \\ \frac{x}{7} + \frac{5}{y} = 5. \end{cases}$  30. Знайти  $\frac{x}{y}$ , якщо  $\begin{cases} \frac{3}{x} + \frac{y}{2} = 6, \\ \frac{x}{3} + \frac{2}{y} = 2. \end{cases}$

31. Обчислити  $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$ , якщо  $x_1$  і  $x_2$  – корені рівняння  $x^2+8x-1=0$ .

32. Обчислити  $x_1^2 + x_2^2$ , якщо  $x_1$  і  $x_2$  – корені рівняння  $x^2+8x-4=0$ .

33. Обчислити  $x_1^2 + x_2^2$ , якщо  $x_1$  і  $x_2$  – корені рівняння  $10x^2+3x-4=0$ .

34. При скількох цілих значеннях  $m$  сума коренів рівняння  $2x^2-(m/2-1)x-3=0$  є в проміжку  $(1; 2)$ ?

35. При скількох цілих значеннях  $m$  сума коренів рівняння  $3x^2+(m/2-1)x-4=0$  є в проміжку  $(-2; -1)$ ?

36. При скількох цілих значеннях  $m$  добуток коренів рівняння  $2x^2+9x+m/2-1=0$  є в проміжку  $(3; 4)$ ?

37. При скількох цілих значеннях  $m$  добуток коренів рівняння  $4x^2+15x-m/2-1=0$  є в проміжку  $(-2; -1)$ ?

38. При якому значенні параметра  $a$  рівняння  $ax^2+(a^2-1)x+5=0$  має корені рівні за абсолютною величиною і протилежні за знаком?

39. При якому значенні параметра  $a$  рівняння  $(a-2)x^2+(a^2-9)x+7=0$  має корені однакові за абсолютною величиною і протилежні за знаком?

40. При якому значенні  $a$  рівняння  $(a+2)x^2+(a^2-25)x-5=0$  має корені однакові за абсолютною величиною і протилежні за знаком?

41. При якому значенні параметра  $a$  сума обернених величин коренів рівняння  $x^2+x-a=0$  буде дорівнювати 2?
42. При якому значенні параметра  $a$  сума квадратів коренів рівняння  $x^2+3x-2a=0$  буде дорівнювати 12?
43. При якому значенні параметра  $a$  сума коренів рівняння  $x^2-(a^2-17a+83)x-21=0$  буде найменшою?
44. При якому значенні параметра  $a$  добуток коренів рівняння  $x^2+21x-(a^2-16a+77)=0$  буде найбільшим?
45. Обчислити відстань від початку координат до вершини параболи  $y = x^2 - 6x + 13$ .
46. Обчислити відстань від початку координат до вершини параболи  $y = -x^2 + 10x - 13$ .

### Група 3

**Визначити найменший цілий розв'язок рівняння:**

1.  $(x^2+2x)^2-4(x+1)^2+7=0$ .      2.  $x(x+1)(x+2)(x+3)=24$ .

**Визначити натуральний корінь рівняння:**

3.  $x^2 + \frac{1}{x^2} + x + \frac{1}{x} - 4 = 0$ .      4.  $2(x^2 + \frac{4}{x^2}) + 3(x - \frac{2}{x}) - 13 = 0$ .

5.  $\frac{1}{x^2+4} + \frac{1}{x^2+5} = \frac{11}{30}$       6.  $(x-1)x(x-2)(x-3) = 24$ .

**Визначити найбільший цілий розв'язок рівняння:**

7.  $\frac{x^2-3x}{x-2} + \frac{x-2}{x^2-3x} = 2,5$ .      8.  $\frac{x^2+4x+9}{x-3} + \frac{x-3}{x^2+4x+9} = -2$ .

**Визначити квадрат відстані між точками перетину кривих:**

9.  $x+xy+y=7$  і  $x^2+y^2+xy=13$ .      10.  $y^2-xy=-12$  і  $x^2-xy=28$ .

11.  $xy(x+y)=30$  і  $x^3+y^3=35$ .      12.  $x-y=1$  і  $x^3-y^3=7$ .

13.  $2x^2+5xy-18y^2=0$  і  $xy+y^2=12$ .      14.  $(x-y)(x^2+y^2)=40$  і  $(x+y)(x^2-y^2)=16$ .

15.  $y^2+xy=12$  і  $2x^2-23y^2=-60$ .      16.  $x^4-y^4=15$  і  $yx^3-xy^3=6$ .

17. Знайти  $x, y$ , якщо 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 8, \\ x + y = 5. \end{cases}$$

18. Знайти  $|x+y|$ , якщо 
$$\begin{cases} \frac{x}{y} + \frac{y}{x} = 8, \\ xy = 10. \end{cases}$$

19. Обчислити  $x_1^3 + x_2^3$ , якщо  $x_1$  і  $x_2$  - корені рівняння  $x^2 + 8x - 4 = 0$ .
20. Обчислити  $x_1^3 + x_2^3$ , якщо  $x_1$  і  $x_2$  - корені рівняння  $10x^2 + 3x - 4 = 0$ .
21. У рівнянні  $2x^2 - 12x + a = 0$  визначити  $a$ , при якому відношення коренів цього рівняння дорівнює  $-1/7$ .
22. У рівнянні  $4x^2 + ax - 24 = 0$  визначити найменше значення  $a$ , при якому відношення коренів цього рівняння дорівнює  $-2/3$ .
23. Визначити суму значень параметра  $a$ , при якому корені  $x_1$  і  $x_2$  квадратного рівняння  $x^2 - 3ax - 18 = 0$  задовольняють умову  $2x_1 + x_2 = 6$ .
24. Визначити добуток значень параметра  $a$ , при якому корені  $x_1$  і  $x_2$  квадратного рівняння  $x^2 - ax + 4 = 0$  задовольняють умову  $x_1 + 2x_2 = 6$ .
25. При якому значенні параметра  $a < 0$  модуль різниці коренів квадратного рівняння  $x^2 - ax + 2 = 0$  дорівнює 1?
26. При якому значенні параметра  $a > 0$  модуль різниці коренів квадратного рівняння  $x^2 + ax + 1 = 0$  дорівнює  $\sqrt{12}$ ?
27. Визначити найменше додатне значення  $\alpha + \beta$ , якщо  $\operatorname{tg} \frac{\pi\alpha}{3}$  і  $\operatorname{tg} \frac{\pi\beta}{3}$  є різними коренями рівняння  $x^2 + (1 - \sqrt{3})x + \sqrt{3} = 2$ .
28. Визначити найменше додатне значення  $\alpha + \beta$ , якщо  $\operatorname{tg} \frac{\pi\alpha}{12}$  і  $\operatorname{tg} \frac{\pi\beta}{12}$  є різними коренями рівняння  $x^2 + (\sqrt{3} - 3)x + 2 = \sqrt{3}$ .

29. Визначити найменше додатне значення  $\alpha + \beta$ , якщо  $\operatorname{tg} \frac{\pi\alpha}{6}$  і  $\operatorname{tg} \frac{\pi\beta}{6}$  є різними коренями рівняння  $x^2 + 5x + 6 = 0$ .
30. Обчислити  $\sqrt{13}(x_1^3 - x_2^3)$ , якщо  $x_1, x_2$  ( $x_1 < x_2$ ) – корені квадратного рівняння  $x^2 - 7x + 9 = 0$ .
31. Обчислити  $\sqrt{5}(x_1^3 - x_2^3)$ , якщо  $x_1, x_2$  ( $x_1 > x_2$ ) – корені квадратного рівняння  $x^2 - 5x + 5 = 0$ .
32. Визначити найменший цілий розв'язок рівняння  

$$x^4 + 2x^2(x - 6) - 3(x - 6)^2 = 0.$$
33. Визначити натуральний розв'язок рівняння  $x^3 - 4x^2 + 8 = 0$ .
34. Визначити найбільший цілий розв'язок рівняння  

$$(x + 3)^4 + (x + 5)^4 = 16.$$
35. Визначити добуток дійсних коренів рівняння  

$$x^4 - 2x^3 - x^2 - 2x + 1 = 0.$$
36. Визначити найбільший цілий розв'язок рівняння  

$$\frac{x^2 - 6x - 9}{x} = \frac{x^2 - 4x - 9}{x^2 - 6x - 9}.$$
37. Знайти цілий розв'язок рівняння  $\frac{x-8}{x-4} + \frac{x-2}{x+2} = \frac{x+2}{x+1} + \frac{x+2}{x-2}$ .
38. Знайти найбільший цілий розв'язок рівняння  $\frac{x(x-1)}{(x^2-x+1)^2} = \frac{2}{9}$ .
39. Обчислити суму розв'язків рівняння  $\frac{2x}{x^2-2x+5} + \frac{3x}{x^2+2x+5} = \frac{7}{8}$ .

**РОЗДІЛ 5. ІРРАЦІОНАЛЬНІ РІВНЯННЯ****Група 1****Розв'язати рівняння:**

1.  $\sqrt{x^2+16}=8-x$ .

2.  $\sqrt{x^2+12}=6-x$ .

3.  $\sqrt{x^2+45}=5+x$ .

4.  $\sqrt{4x^2+17}=10-2x$ .

5.  $\sqrt{x^2-25}=x-4$ .

6.  $\sqrt{x^2+9}=1-x$ .

7.  $\sqrt{2x-3}+4x^2-12x+9=0$ .

8.  $\sqrt{x-3}+|x^2-9|=0$ .

9.  $\sqrt{2x-3}+|4x^2-9|=0$ .

10.  $\sqrt{x-1}+x^2-2x+1=0$ .

**Визначити суму дійсних розв'язків рівняння:**

11.  $(x-6)(x+1)\sqrt{x-7}=0$ .

12.  $(x-5)(x+3)\sqrt{x-8}=0$ .

13.  $(x+5)(x-6)\sqrt{4-x}=0$ .

14.  $(x^2-9)\sqrt{2-x}=0$ .

15.  $(x^2-64)\sqrt{3-x}=0$ .

16.  $(x^2-16)\sqrt{x-2}=0$ .

17.  $\sqrt{x+1}\sqrt{x+2}\sqrt{x+3}=0$ .

18.  $\sqrt{x+1}\sqrt{x-2}\sqrt{x-5}=0$ .

19.  $\sqrt{x-8}\sqrt{x+5}\sqrt{x-4}=0$ .

20.  $\sqrt{x-1}\sqrt{x^2-4}=0$ .

21.  $\sqrt{2-x}\sqrt{x^2-16}=0$ .

22.  $(x^2-25)\sqrt{7-x}=0$ .

23. При якому найбільшому значенні параметра  $a$  рівняння

$$\sqrt{2x^2-1}=1-2a$$
 має розв'язок?

24. При якому найменшому значенні параметра  $a$  рівняння

$$\sqrt{3x^2-5}=5a-1$$
 має розв'язок?

**Визначити кількість розв'язків рівняння:**

25.  $\sqrt{2-x}+\sqrt[4]{x-3}=4$ .

26.  $\sqrt{2+x}-\sqrt{x+4}=3$ .

27.  $|x^5-2x|+\sqrt{x-2}=0$ .

28.  $\sqrt{2-x}\cdot(x-3)+9-3x=0$ .

29. Розв'язати рівняння  $\sqrt{11x+3}-\sqrt{2-x}=\sqrt{9x+7}-\sqrt{x-2}$ .**Група 2****Визначити найменший розв'язок рівняння:**

1.  $\sqrt{2x-1}+2=x$ . 2.  $\sqrt{x^2+3x-3}=2x-3$ . 3.  $x-1=\sqrt{x^4-x^3-x^2-2x+1}$ .

**Визначити найбільший розв'язок рівняння:**

4.  $\sqrt{28+x}+x=2$ .

5.  $\sqrt{28+3x}+x=4$ .

6.  $\sqrt{14-x}+x=2$ .

**Розв'язати рівняння:**

7.  $\sqrt{x-1} - \sqrt[4]{x-1} - 2 = 0.$

8.  $2\sqrt[3]{x} + 5\sqrt[6]{x} - 18 = 0.$

9.  $2\sqrt{17-x^3} - 5\sqrt[4]{17-x^3} - 3 = 0.$

10.  $3\sqrt{10-2x} - 4\sqrt[4]{10-2x} - 4 = 0.$

11.  $\sqrt{8x+5} - \sqrt{8x-3} = 2$

12.  $\sqrt{2x-3} - \sqrt{2x-15} = 2.$

13.  $\frac{x-1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x} = 7.$

14.  $\frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{\sqrt[3]{x-1}} + \sqrt[3]{x} = 5.$

15.  $\left(\frac{x+4}{x}\right)^{\frac{1}{2}} - 3\left(\frac{x}{x+4}\right)^{\frac{1}{2}} = 2.$

16.  $\frac{\sqrt{x+1}}{x-1} + \frac{4}{\sqrt{x-1}} = 2,5.$

17.  $\frac{\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x^2-1}} + \frac{2}{\sqrt[3]{x-1}} = 1,5.$

18.  $\frac{x-1}{\sqrt[3]{x-1}} - 5\sqrt[3]{x} + 3 = 0.$

19.  $\frac{\sqrt[3]{x^2-4}}{\sqrt[3]{x+2}} + \sqrt[3]{x} = -8.$

20.  $\frac{x}{\sqrt{x+1}} - \frac{x}{\sqrt{x-1}} = -\frac{8}{3}.$

21.  $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+2}} + \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-2}} = 3.$

22.  $\sqrt{\frac{2x}{x-1}} - 2\sqrt{\frac{x-1}{2x}} = 1.$

23.  $\sqrt{40x+5} - \sqrt{40x-3} = 2.$

24.  $\sqrt{2x-5} + \sqrt{3x-3} = \sqrt{x+2}.$

25.  $\sqrt{2x+7} + \sqrt{3x+11} = \sqrt{x+4}.$

26.  $\sqrt{x-1,2} - \sqrt{2x-3} = \sqrt{x-1,8}.$

**Визначити найбільший розв'язок рівняння:**

27.  $\sqrt{1+x\sqrt{x^2-24}} = x-1.$

28.  $\sqrt{4-x\sqrt{x^2-8}} = x-2.$

29.  $\sqrt{1+x\sqrt{x^2+12}} = 1+x.$

30.  $\sqrt{1-x\sqrt{x^2+16}} = 1-x.$

31. Визначити найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $\sqrt{x^2+5} = a-1$  має розв'язок.

32. Визначити найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $\sqrt{x^2+11} = 2-a$  має розв'язок.

**Визначити суму розв'язків рівняння:**

33.  $\sqrt{4-x} + 1 = |2x-9|.$

34.  $\sqrt{(x-1)^2(x-5)} = |x-1| \cdot \sqrt{25-x^2}.$



35. Знайти добуток розв'язків рівняння  $\sqrt{3x^2 + 1} + \sqrt{x^2 + 3} = \sqrt{6x^2 + 10}$ .

36. Визначити суму розв'язків рівняння  $(x - 3)\sqrt{x^2 - 5x + 4} = 2x - 6$ .

37. Розв'язати рівняння  $\sqrt{x} + \sqrt{x - \sqrt{1 - x}} = 1$ .

38. Визначити найменший розв'язок рівняння  $4x\sqrt[3]{x} + 3\sqrt[3]{x^2} - 1 = 0$ .

**Визначити цілий розв'язок рівняння:**

39.  $\sqrt{3x^2 + 5x + 8} - \sqrt{3x^2 + 5x + 1} = 1$ .      40.  $\sqrt{3x^2 - 2x + 15} + \sqrt{3x^2 - 2x + 8} = 7$ .

**Розв'язати рівняння:**

41.  $\sqrt{x^2 - 6x - 40} \ln(5x) + \sqrt{120 + 18x - 3x^2} = 0$ .

42.  $\sqrt{x^2 - 12x - 28} + \sqrt{56 + 24x - 2x^2} \lg x = 0$ .

43.  $\sqrt{x^2 - 18x - 40} + \sqrt{120 + 54x - 3x^2} \lg(x - 2) = 0$ .

**Визначити найменший розв'язок рівняння:**

44.  $\sqrt{x^2 - 5x - 24} + \sqrt{72 + 15x - 3x^2} \ln(x + 3) = 0$ .

45.  $\sqrt{x^2 - 3x - 88} + \sqrt{176 + 6x - 2x^2} \arccos(x - 10) = 0$ .

46.  $\sqrt{x^2 - 7x - 60} \ln x + \sqrt{120 + 14x - 2x^2} = 0$ .

**Визначити кількість розв'язків рівняння:**

47.  $\sqrt{x^2 - 5x - 36} \ln x + \sqrt{72 + 10x - 2x^2} = 0$ .

48.  $\sqrt{x^2 - 5x - 14} + \sqrt{28 + 10x - 2x^2} \arccos x = 0$ .

**Визначити найбільший розв'язок рівняння:**

49.  $\sqrt{x^2 - 5x - 50} + \sqrt{100 + 10x - 2x^2} \arcsin(x + 5,2) = 0$ .

50.  $\sqrt{x^2 - 17x - 60} \sqrt{5 - x} - \sqrt{120 + 34x - 2x^2} = 0$ .

51.  $\sqrt{x^2 - 10x - 56} \arccos(x + 4,5) - \sqrt{112 + 20x - 2x^2} = 0$ .

52.  $\frac{\sqrt{x^2 - 16x - 36}}{x^2 - 324} - \sqrt{72 + 32x - 2x^2} = 0$ .

53.  $\sqrt{x^2 - 6,5x + 3} - \sqrt{13x - 6 - 2x^2} \operatorname{ctg} \pi x = 0$ .

Для якого найменшого цілого значення  $x$  із заданого проміжку виконується рівність:

$$54. \sqrt{\left[\frac{(x+2)(x-8)}{(x+1)(x-3)}\right]^2} = \frac{x^2 - 6x - 16}{x^2 - 2x - 3}, \quad x \in (4; +\infty).$$

$$55. \sqrt{\left[\frac{(x+3)(x-8)}{(x+1)(x-1)}\right]^2} = \frac{x^2 - 5x - 24}{x^2 - 1}, \quad x \in (5; +\infty).$$

$$56. \sqrt{\left[\frac{(x-7)(x+2)}{(x-3)(x+1)}\right]^2} = \frac{x^2 - 5x - 14}{x^2 - 2x - 3}, \quad x \in (-2; 6).$$

Визначити найменший розв'язок рівняння:

$$57. \sqrt{-x} = x - |x|.$$

$$58. \sqrt{-x} = |x - |x||.$$

Визначити суму цілих розв'язків рівняння у проміжку  $(-5; 5)$ :

$$59. \sqrt{x(x+1)} = \sqrt{x} \cdot \sqrt{x+1}.$$

$$60. x\sqrt{1-x} = x-1.$$

$$61. \sqrt{(x-1)(x-2)} = \sqrt{1-x} \cdot \sqrt{2-x} \cdot \sqrt{x}.$$

$$62. x\sqrt{1-x} = 1-x.$$

### Група 3

Розв'язати рівняння:

$$1. \frac{x}{\sqrt{1-x} + \sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{1-x} - \sqrt{x}} = \frac{2}{\sqrt{x}}. \quad 2. \sqrt{x+\sqrt{x}} - \sqrt{x-\sqrt{x}} = \frac{3}{2} \sqrt{\frac{x}{x+\sqrt{x}}}.$$

$$3. \frac{x-2}{\sqrt{2x-5}} - \sqrt{x-3} = \sqrt{2x-5}. \quad 4. \sqrt{x+5-4\sqrt{x+1}} + \sqrt{x+2+2\sqrt{x+1}} = 5.$$

$$5. \frac{7}{\sqrt{x-24}} = \sqrt{x} - \sqrt{x-24}. \quad 6. \sqrt{x-2\sqrt{x-1}} + 2,2 = \sqrt{x+3+4\sqrt{x-1}}.$$

Визначити суму розв'язків рівняння:

$$7. \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} = \sqrt[3]{2x-3}. \quad 8. \sqrt[3]{x-2} + \sqrt[3]{x-3} = \sqrt[3]{2x-5}.$$

$$9. \sqrt[3]{x-5} - \sqrt[3]{6-x} = \sqrt[3]{2x-11}. \quad 10. \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{x-8} = \sqrt[3]{x-4}.$$

$$11. \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{3x-4} = \sqrt[3]{4(x+2)}. \quad 12. \sqrt{2x^2-9x+10} + \sqrt{3x^2-9x+6} = \sqrt{x^2-4}.$$

13.  $\sqrt{x^2 - 1} - \sqrt{3x^2 - 5x + 2} = \sqrt{2x^2 - 5x + 3}$ .

14.  $\sqrt{x^2 - 3x + 2} + \sqrt{2x^2 - 3x + 1} = \sqrt{x^2 - 1}$ .

15.  $\sqrt{x^2 + 9x - 10} - \sqrt{x^2 - 15x + 14} = \sqrt{x^2 - 1}$ .

16.  $\sqrt{x^2 + 5x - 6} - \sqrt{x^2 - 3x + 2} = \sqrt{x^2 - 1}$ .

**Визначити добуток розв'язків рівняння:**

17.  $\sqrt[3]{x+3} - \sqrt[3]{x-4} = 1$ .

18.  $\sqrt[3]{x+2} - \sqrt[3]{x-5} = 1$ .

19.  $\sqrt[3]{3x-1} - \sqrt[3]{3x-8} = 1$ .

20.  $\sqrt[3]{2x} - \sqrt[3]{2x-7} = 1$ .

21.  $x^2 - 4x - 6 = \sqrt{2x^2 - 8x + 12}$ .

22.  $(x+4)(x+1) = 6 + 3\sqrt{x^2 + 5x + 2}$ .

23.  $x^2 + 3x - 8 = 10 - 4\sqrt{x^2 + 3x - 6}$ .

24.  $\frac{\sqrt{21+x} + \sqrt{21-x}}{\sqrt{21+x} - \sqrt{21-x}} = \frac{21}{x}$ .

25.  $\frac{\sqrt{5+x} - \sqrt{5-x}}{\sqrt{5+x} + \sqrt{5-x}} = \frac{5}{x}$ .

26.  $\frac{\sqrt{13+x} - \sqrt{13-x}}{\sqrt{13+x} + \sqrt{13-x}} = \frac{13}{x}$ .

**Визначити найбільший розв'язок рівняння:**

27.  $\sqrt[3]{(6x+7)^2} - \sqrt[3]{36x^2 - 49} = 2\sqrt[3]{(6x-7)^2}$ .

28.  $\sqrt[3]{9x^2 - 49} + 2\sqrt[3]{(3x+7)^2} = \sqrt[3]{(3x-7)^2}$ .

29.  $2 \cdot \sqrt[10]{x^{12}\sqrt{x}} - 5 \cdot \sqrt[10]{x^7\sqrt{x}} - 3 \cdot \sqrt[10]{x^2\sqrt{x}} = 0$ .

30.  $5 \cdot \sqrt[15]{x^{22}} + \sqrt[15]{x^{14}\sqrt{x}} - 22 \cdot \sqrt[15]{x^7} = 0$ .

**Визначити найменший розв'язок рівняння:**

31.  $\sqrt[3]{2x+3} + \sqrt[3]{x+1} = 1$ .

32.  $\sqrt[3]{4x+2} + \sqrt[3]{2x-3} = 2$ .

**Розв'язати рівняння:**

33.  $\frac{x\sqrt[5]{x} - 1}{\sqrt[5]{x^3} - 1} + \frac{\sqrt[5]{x^3} - 1}{\sqrt[5]{x} - 1} = 16$ .

34.  $\frac{x\sqrt[5]{x} - 1}{\sqrt[5]{x^3} - 1} - \frac{\sqrt[5]{x^3} - 1}{\sqrt[5]{x} - 1} + 33 = 0$ .

35.  $\sqrt{5 + \sqrt[3]{x}} + \sqrt{5 - \sqrt[3]{x}} = \sqrt[3]{x}$ .

36.  $\sqrt{x\sqrt[5]{x}} - \sqrt[5]{x\sqrt{x}} = 56$ .

$$37. \sqrt{x+2} - \sqrt[3]{3x+2} = 0. \quad 38. \sqrt{x+1} - \sqrt[3]{x+5} = 0.$$

$$39. \left(x + \sqrt{x^2 - 3}\right)^3 \cdot \left(x - \sqrt{x^2 - 3}\right)^2 = 18. \quad 40. x + \sqrt{1+x^2} = \frac{17}{2\sqrt{1+x^2}}.$$

$$41. \left(x - \sqrt{x^2 - 10}\right)^3 \left(x + \sqrt{x^2 - 10}\right)^2 = 100. \quad 42. x + \sqrt{1+x^2} = \frac{29}{8\sqrt{1+x^2}}.$$

**Визначити суму розв'язків рівняння:**

$$43. \frac{\sqrt[3]{1-x} - \sqrt[3]{x-3}}{\sqrt[3]{1-x} + \sqrt[3]{x-3}} = x - 2. \quad 44. \frac{\sqrt[3]{5-x} - \sqrt[3]{x-3}}{\sqrt[3]{5-x} + \sqrt[3]{x-3}} = 4 - x.$$

**Визначити найменший цілий розв'язок рівняння:**

$$45. \sqrt{2x^2 + 3x + 5} + \sqrt{2x^2 - 3x + 5} = 3x.$$

$$46. \sqrt[3]{4-4x+x^2} + \sqrt[3]{49+14x+x^2} = 3 + \sqrt[3]{14-5x-x^2}.$$

**Визначити найменше значення параметра  $a$ , при якому рівняння має розв'язок:**

$$47. \sqrt{x^2 + x + 6,5} = a - 3. \quad 48. \sqrt{x^2 + x + 1,25} = a + 2.$$

**Визначити найбільше значення параметра  $a$ , при якому рівняння має розв'язок:**

$$49. \sqrt{x^2 + x + 2,5} = 2 - a. \quad 50. \sqrt{x^2 + x + 6,5} = 3 - a.$$

51. Обчислити  $x^2 + y^2$ , якщо  $x, y$  – розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} 2\sqrt{xy} + x\sqrt{\frac{y}{x}} = 6, \\ x + y = -13. \end{cases}$$

52. Обчислити  $xу$ , якщо  $x, y$  – розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} \sqrt{\frac{x}{y}} + \frac{y}{\sqrt{xy}} = 1,5, \\ x + y = -10. \end{cases}$$

## РОЗДІЛ 6. ПОКАЗНИКОВІ РІВНЯННЯ

### Група 1

**Розв'язати рівняння:**

1.  $(0,5)^x = 2\sqrt{8}$ .
2.  $(2/3)^x (9/8)^x = 27/64$ .
3.  $(0,2)^{x-1} = 5\sqrt{5}$ .
4.  $(0,4)^{x+2} = 6,25$ .
5.  $(0,6)^{x+2} = 2\frac{7}{9}$ .
6.  $(0,25)^{x-1} = 2\sqrt{2}$ .
7.  $(0,49)^{x+2} = 1\frac{3}{7}$ .
8.  $(1,21)^{x-5} = 10/11$ .
9.  $(2,25)^{x+1} = 4/9$ .
10.  $(2\sqrt{2})^x = 0,125$ .
11.  $(1/2)^{x-2} = 16\sqrt{2}$ .
12.  $(1/9)^{-x+3} = 3\sqrt{27}$ .
13.  $(7\sqrt{7})^{x-3} = 49^3$ .
14.  $(0,3)^{x-3} = (10/3)^{-2}$ .
15.  $(1,44)^{x-4} = 1\frac{1}{5}$ .
16.  $(6,25)^{x-3} = 0,4$ .
17.  $2 \cdot 3^{x+1} + 3^{x-1} = 57$ .
18.  $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} = 13$ .
19.  $2^{2x+1} + 2^{2x+2} + 2^{2x} = 28$ .
20.  $5 \cdot 3^{x+1} + 3^x - 12 \cdot 3^{x-1} = 324$ .

### Група 2

**Розв'язати рівняння:**

1.  $3^x - 3^{2-x} - 8 = 0$ .
2.  $(2/3)^{x-2} + 5/4 = (3/2)^x$ .
3.  $(1/2)^{x-2} + 3 = 2^x$ .
4.  $2 \cdot 4^{2x-2} + 4^{x-1} = 10$ .
5.  $2^{2x-2} + 10 \cdot 2^{x-2} = 36$ .
6.  $25^{\sqrt{x}} - 124 \cdot 5^{\sqrt{x}} = 125$ .
7.  $2^{6-2x} + 3 \cdot 2^{2-x} - 1 = 0$ .
8.  $3^{(2x/3)+1} + 5 \cdot 3^{x/3} = 2$ .
9.  $3^{x-1} = 36 \cdot 2^{1-x}$ .
10.  $5^x - 1 = \sqrt{6 + 2 \cdot 5^x}$ .
11.  $2^{2-x} + 1 = \sqrt{1 + 17 \cdot 2^{-x-1}}$ .
12.  $0,6 \cdot (\sqrt{3})^{4x-2} = 27 \cdot 5^{-x+0,5}$ .
13.  $0,16 \cdot 2^{2x+6} = 5^{x+2}$ .
14.  $4^{x-2} = 20 \cdot 5^{2-x}$ .
15.  $0,25 \cdot 2^{x-1} = 25 \cdot (0,2)^{x-1}$ .
16.  $(\sqrt{2})^{2x+1} \cdot (\sqrt{5})^{-2x-1} = (\sqrt{2,5})^3$ .
17.  $5,4 \cdot 3^{2x+1} = 5^{1+x}$ .
18.  $(\sqrt{2})^{2x-5} \cdot (\sqrt{3})^{x-7} = \sqrt{\frac{8}{27}}$ .

**Розв'язати рівняння:**

19.  $5^x + 5 - |5 - 5^x| = 10 \log_5(9 - x)$ .
20.  $9^x + 9 - |9 - 9^x| = 18 \log_3(30 - x)$ .

## Група 3

**Визначити добуток розв'язків рівняння:**

1.  $(\sqrt[7]{6 - \sqrt{35}})^x + (\sqrt[7]{6 + \sqrt{35}})^x = 12$ .
2.  $(\sqrt[8]{8 - \sqrt{63}})^x + (\sqrt[8]{8 + \sqrt{63}})^x = 16$ .
3.  $20^{1/x} - 15 \cdot 10^{1/x} = 16 \cdot 5^{1/x}$ .
4.  $100^{1/x} - 6 \cdot 50^{1/x} + 8 \cdot 25^{1/x} = 0$ .
5.  $4 \cdot 2^{2x} - 6^x = 18 \cdot 3^{2x}$ .
6.  $8^x - 8 = 8 \cdot 2^{2x} - 2^x$ .

**Визначити найбільший корінь рівняння:**

7.  $64^{\frac{1}{x}} - 2^{\frac{3x+3}{x}} + 12 = 0$ .
8.  $3^{\frac{x}{5}} + 3^{\frac{x-10}{10}} = 84$ .
9.  $5^2 \cdot 5^4 \cdot 5^6 \cdot \dots \cdot 5^{2x} = (0,04)^{-28}$ .
10.  $3^2 \cdot 3^4 \cdot 3^6 \cdot \dots \cdot 3^{2x} = (1/9)^{-15}$ .
11.  $2 \cdot 81^{\frac{1}{x}} + 3 \cdot 36^{\frac{1}{x}} = 9 \cdot 16^{\frac{1}{x}}$ .
12.  $6 \cdot 9^x + 6 \cdot 4^x = 13 \cdot 6^x$ .
13.  $4^x - 3^{x-1/2} = 3^{x+1/2} - 2^{2x-1}$ .
14.  $9^x - 2^{x+1/2} = 2^{x+7/2} - 3^{2x-1}$ .
15.  $3^{x-5} + 3^{x-7} + 3^{x-9} = 45,5 + 22,75 + 11,375 + \dots$
16.  $2^{x-3} + 2^{x-5} + 2^{x-7} = 10,5 + 5,25 + 2,625 + \dots$
17. Визначити  $x, y$ , якщо  $\begin{cases} 2^x \cdot 3^y = 108, \\ 3^x \cdot 2^y = 72. \end{cases}$
18. Визначити  $x, y$ , якщо  $\begin{cases} (x+y)^{\frac{1}{x-y}} = 2\sqrt{3}, \\ (x+y) \cdot 2^{y-x} = 3. \end{cases}$
19. Визначити  $x+y$ , якщо  $\begin{cases} 2 \cdot 4^x + 3 \cdot 5^y = 17, \\ 5 \cdot 4^x + 4 \cdot 5^y = 25. \end{cases}$
20. Обчислити суму цілих значень параметра  $a$ , при яких рівняння  $9^{-|x-2|} - 4 \cdot 3^{-|x-2|} - a = 0$  має розв'язок.
21. При якому найбільшому значенні параметра  $a$  рівняння  $25^{x^2} + 4 \cdot 5^{x^2} + a = 0$  має розв'язок?
22. При якому найменшому значенні параметра  $a$  рівняння  $4^{|x-2|} - 2a \cdot 2^{|x-2|} - 5 = 0$  має розв'язок?
23. Розв'язати рівняння  $8 - x \cdot 2^x + 2^{3-x} - x = 0$ .

## РОЗДІЛ 7. ЛОГАРИФМІЧНІ РІВНЯННЯ

## Група 1

Розв'язати рівняння:

1.  $\log_6(x+5) = 2$ .
2.  $5\log_{32}(x-4) = 4$ .
3.  $\log_3(x/3-1) = -1$ .
4.  $\log_{\sqrt{2}}(x-2) = 10$ .
5.  $\lg(x-7)+3\lg 2 = \lg(3x-1)$ .
6.  $\log_9(x+2)-\log_9 8 = \log_9(x+3)-1$ .
7.  $\log_5(3-\log_3(x+3)) = 0$ .
8.  $\log_{\pi}(3-\log_3(x-3)) = 0$ .
9.  $2\log_3(x+2) = \log_3(x^2+24)$ .
10.  $2\log_2(x-1)-\log_2(x-3)^2 = 0$ .
11.  $2\log_7(x-2)-\log_7(x-4)=\log_7(x+4)$ .
12.  $\log_{16} \log_2 \log_5 x = 0,25$ .
13.  $\log_4 \log_2 \log_3 x = 0,5$ .
14.  $\log_{0,5} \log_{16} \log_3 x = 2$ .
15.  $\log_4(x^2+3)-\log_2 x = 1$ .
16.  $\log_2(2+\log_3(x-1)) = 2$ .

## Група 2

Розв'язати рівняння:

1.  $3\log_3 x - 5 = \log_9 x$ .
2.  $\log_{27} x + 2 = \log_3 x$ .
3.  $3 - \log_{0,25} x = \log_{0,5} x$ .
4.  $3\log_{1/3} x + 5 = \log_{1/9} x$ .
5.  $2\log_{\sqrt{2}} x - 3 = \log_2 x$ .
6.  $6 - \log_3 x = \log_{\sqrt{3}} x$ .
7.  $\log_{0,25} x + 5 = \log_{\sqrt{2}} x$ .
8.  $\log_{0,2} x + 3 = \log_{\sqrt{5}} x$ .
9.  $\log_{\sqrt{3}} x - 5 = \log_{27} x$ .
10.  $7\log_2(x-2) - \log_2(2-x)^2 = -10$ .
11.  $\log_{0,5}(x/2-2) - 2\log_{0,5}(2-x/2)^2 = -6$ .
12.  $2\log_5(x-6) - 3\log_5(6-x)^2 = 4$ .
13.  $3\lg x^2 - \lg^2(-x) = 9$ .
14.  $\log_2^2(-x) - 2\log_2 x^2 + 4 = 0$ .
15.  $\log_2^2(-x) - 5\log_2 x^2 + 25 = 0$ .
16.  $\log_{13} x^2 - \log_{13}^2(-x) = 1$ .
17.  $\log_2(28 + 2^x) = x + 3$ .
18.  $\log_{\sqrt{2}}(48 + 2^x) = 2x + 4$ .
19.  $\sqrt{-\log_2(x/8-2)} = 1 - \log_2(x-16)$ .
20.  $\log_{25} 5^{-2x} = -5 - 3x$ .
21.  $\sqrt{\log_2(64x-8)} = \log_2(x-1/8)$ .
22.  $\log_{64} 4^{3x} = 17 - x$ .

Визначити найменший розв'язок рівняння:

23.  $\log_{x-1}(3x-5) = 2$ .
24.  $\log_{x-2}(3x-8) = 2$ .
25.  $\log_{x+2}(4x+5) = 2$ .
26.  $\frac{1}{32} \log_{0,1}(3x-2)^{32} = \frac{1}{5} \log_{0,1}(1-x)^5$ .
27.  $\frac{1}{238} \log_{3,(6)}(3x+1)^{238} = \log_{3,(6)}(17+6x)$ .
28.  $2 + \lg(x^2+4x+4) - \lg(x^2+19) = 2\lg(x+2)$ .

29.  $3 + \log_3(x^2 + 6x + 9) - \log_3(x^2 + 11) = 2\log_3(x + 3)$ .
30.  $\frac{1}{2} \lg x^2 + \frac{1}{4} \lg x^4 + \frac{1}{6} \lg x^6 + \dots + \frac{1}{102} \lg x^{102} = 102$ .
31.  $\frac{1}{2} \lg x^2 + \frac{1}{6} \lg x^6 + \frac{1}{10} \lg x^{10} + \dots + \frac{1}{130} \lg x^{130} = 33$ .

### Група 3

**Розв'язати рівняння:**

1.  $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$ .    2.  $\log_9 \log_3 \sqrt{x} + \log_3 \log_9 x = 1,5$ .
3.  $\sqrt{\log_x \sqrt{2x}} \log_2 x = -1$ .    4.  $\sqrt{\log_x \sqrt{4x}} \log_4 x = -1$ .

**Визначити найбільший розв'язок рівняння:**

5.  $\log_x(9x^2) \log_3^2 x = 4$ .    6.  $\sqrt{\log_3 x^9} - 4 \log_9 \sqrt{3x} = 1$ .
7.  $\log_x(4x^2) \log_2^2 x = 12$ .    8.  $\sqrt{\log_2 x^9} - 3 \log_4 \sqrt[3]{4x^2} = 1$ .
9.  $\log_x \sqrt{5} + \log_x 5x - 2 \frac{1}{4} = (\log_x \sqrt{5})^2$ .    10.  $x^{\lg x} = 100x$ .
11.  $\log_x 7 + \log_x 7x - 2 \frac{3}{4} = (\log_x \sqrt{7})^2$ .    12.  $x^{\log_2 x} = 256x^2$ .
13.  $\log_3 x \log_9 x \log_{27} x \log_{81} x = \frac{2}{3}$ .    14.  $3^{\log_3^2 x} + x^{\log_3 x} = 162$ .
15.  $\log_{\sqrt{3}} x \log_3 x \log_{\sqrt{27}} x \log_9 x = 54$ .    16.  $5^{\log_5^2 x} + x^{\log_5 x} = 1250$ .
17.  $\log_5^2 x + \log_5 7 \cdot \log_7 x = 2$ .    18.  $\log_7^2 x + \log_{\sqrt{7}} 6 \cdot \log_6 x = 3$ .

**Розв'язати рівняння:**

19.  $\log_{12}(4^{3x} + 3x - 9) = 3x - x \log_{12} 27$ .    20.  $x(\lg 5 - 1) = \lg(2^x + 1) - \lg 6$ .
21.  $5^{\lg x + 1} + 3 \cdot x^{\lg 5} = 200$ .    22.  $2^{\log_3 x + 3} - 5 \cdot x^{\log_3 2} = 24$ .
23.  $2^{\log_3 x + 2} - 3 \cdot x^{\log_3 2} = 32$ .    24.  $|1 - \log_3(x + 1)| = \log_3(x - 2)$ .
25.  $|\log_2(x - 1)| - \log_{0,5}(2 - x) = 2$ .    26.  $\sqrt{\log_{\frac{1}{3}}^2(x - 1) + \log_{\frac{1}{3}}(x - 2)} = 1$ .



$$27. |\log_4(4-x)| - |\log_4(x-3)| = -1. \quad 28. \sqrt{\log_2^2(2-x)} - \sqrt{\log_2^2(x-1)} = 2.$$

$$29. |\log_3(x-2) + \log_{1/3}(x-1)| = 1. \quad 30. \log_2(x-1)^4 - 4\log_2(x+2) = 8.$$

$$31. \log_{1/3}(x+1)^6 + 6\log_3(x+3) = -6. \quad 32. 3^{\log_3 x + \log_3 x^2 + \log_3 x^3 + \dots + \log_3 x^8} = 25 \cdot x^{34}.$$

**Визначити найменший розв'язок рівняння:**

$$33. 4\log_2(x+5) - \log_2(x-1)^4 = 4. \quad 34. 6\log_8(2x+5) - 6 = \log_8(x-2)^6.$$

**Обчислити  $3x^2$ , якщо  $x$  – найменший розв'язок рівняння:**

$$35. \log_{3x} 3 + \log_{5x} 5 = 2. \quad 36. \log_{2x} 2 + \log_{3x} 3 = 2.$$

37. Обчислити суму розв'язків рівняння:

$$2\log_9^2 x = \log_3 x \cdot \log_3(\sqrt{2x+1}-1).$$

38. Знайти найбільший розв'язок рівняння:

$$\log_2(2^x - 8) \cdot \log_2(2^{x+1} - 16) = 12.$$

$$39. \text{Визначити } xy, \text{ якщо } \begin{cases} 2^y \cdot 3^{-x} = 1152, \\ \log_{\sqrt{5}}(x+y) = 2. \end{cases}$$

$$40. \text{Визначити } x+y, \text{ якщо } \begin{cases} 2^y \cdot 3^x = 972, \\ \log_{\sqrt{3}}(x-y) = 2. \end{cases}$$

$$41. \text{Визначити } x+y, \text{ якщо } \begin{cases} xy = 40, \\ x^{\lg y} = 4. \end{cases}$$

$$42. \text{Визначити } x+y, \text{ якщо } \begin{cases} \log_x y + \log_y x = 2, \\ x^2 + y = 42. \end{cases}$$

$$43. \text{Визначити } xy, \text{ якщо } \begin{cases} \log_2(x+y) - \log_5(x-y) = 1, \\ x^2 - y^2 = 2. \end{cases}$$

$$44. \text{Визначити } xy, \text{ якщо } \begin{cases} 4^{x+y} + 2^{x+y} - 6 = 0, \\ \log_{\sqrt{2}}(x+2y) = 4. \end{cases}$$

$$45. \text{Визначити } x+y, \text{ якщо } \begin{cases} x^y = 243, \\ 1024^y = \left(\frac{2}{3}x\right)^2. \end{cases}$$

**РОЗДІЛ 8. РІВНЯННЯ З МОДУЛЯМИ****Група 1****Визначити суму розв'язків рівняння:**

1.  $|x+5| = 7$ .

2.  $|2x-1| = 5$ .

3.  $|x+7| = 2$ .

4.  $|4x-8| + |2-x| = 4$ .

5.  $2|x-3| - |3-x| = 5$ .

6.  $5|x-4| - 2|4-x| = 4$ .

**Визначити  $x+y$ , якщо:** 7.  $|x-y| + |4-x| = 0$ . 8.  $|2x-y| + 2|2-x| = 0$ .**Визначити  $xy$ , якщо:** 9.  $|x-2| + 4x^2 - 4xy + y^2 = 0$ .

10.  $|y-1| + x^2 - 2xy + y^2 = 0$ .

**Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому рівняння має розв'язок:** 11.  $|2x-1| = 1-4a$ . 12.  $|3x+2| = 3-4a$ .**Знайти найменше значення параметра  $a$ , при якому рівняння має розв'язок:** 13.  $|2x-1| = 4a+1$ . 14.  $|3x+3| = 5a-7$ .**Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння має розв'язок:** 15.  $2|x-3| - a|3-x| = 5$ . 16.  $3|x-2| + a|2-x| = -4$ .**Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння має розв'язок:** 17.  $8|x-3| + a|3-x| = 5$ . 18.  $3|x-2| - a|2-x| = -6$ .**Група 2****Визначити найбільший розв'язок рівняння:**

1.  $|2-3x| = x+3$ .

2.  $|4-2x| + x = 2,6$ .

3.  $|1-2x| = x+0,3$ .

4.  $|2-5x| - x = 1,2$ .

5.  $|4-3x| + 0,2 = x$ .

6.  $|3-2x| = x-0,9$ .

**Визначити розв'язок рівняння у заданому проміжку:**

7.  $|x-1| - |x+2| = 1$ ,  $x \in (-2; 1)$ .

8.  $|x-3| - |1-x| = 1$ ,  $x \in (1; 3)$ .

9.  $|1-x| + |3+x| = 6,2$ ;  $x \in (-\infty; -3)$ .

10.  $|4-x| + |2+x| = 8,6$ ;  $x \in (4; \infty)$ .

11.  $|x-3| - |2-x| = -0,4$ ;  $x \in (2; 3)$ .

12.  $|x-4| - |2-x| = -1$ ,  $x \in (2; 4)$ .

**Визначити суму розв'язків рівняння:**

13.  $||x+2|-1| = 4$ .

14.  $||x-1|-3| = 2$ .

15.  $||x-3|-5| = 2$ .

16.  $||x-7|+3| = 5$ .

17. При якому значенні  $a$  рівняння  $||x-9|+a| = 17$  має один розв'язок?

18. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  рівняння  $||x-4|-a| = 11$  має два розв'язки?
19. При скількох цілих значеннях  $a$  рівняння  $||x-2|-a| = 3$  має два розв'язки?
20. При якому значенні параметра  $a$  рівняння  $||x+1|+a| = 4$  має три розв'язки?
21. При якому найбільшому цілому  $m$  рівняння  $||x-2|-m| = 3$  не має розв'язків?

**Знайти кількість цілих розв'язків рівняння у проміжку  $(-5; 5)$ :**

22.  $|2x-5| = |x-1| + |x-4|$ .      23.  $|3x-8| = |2x+1| + |x-9|$ .
24.  $|5x-6| = |2x+5| + |3x-11|$ .      25.  $|6x-8| - |5x+1| = |x-9|$ .
26.  $|4x-8| = |2x+2| + |10-2x|$ .      27.  $|9-3x| = |2x+1| + |x-10|$ .

### Група 3

**Визначити кількість розв'язків рівняння:**

1.  $|x^2-5| = 0,01x+5$ .      2.  $|x^2-6| = 0,01x+4$ .
3.  $|x^2-x-5| = 2x+4$ .      4.  $|x^2+2x-8| = |0,5x^2-x-1,5|$ .
5.  $|x^2-13x+15| = x^2-13x+35$ .      6.  $|x^2-13x+35| = x^2-13x+15$ .
7.  $x^2 = \frac{x}{|x|}$ .      8.  $x^2 - 2x + 1 = \frac{x}{|x|}$ .
9.  $x^2 + 2x - 5 = \frac{|x|}{x}$ .      10.  $|x^2 + 2x - 5| = \frac{|x|}{x}$ .

**Обчислити суму цілих розв'язків рівняння:**

11.  $\sqrt{x^2+10x+25} + \sqrt{x^2-6x+9} = 8$ .      12.  $\sqrt{x^2-8x+16} + \sqrt{x^2+2x+1} = 5$ .

**Обчислити суму розв'язків рівняння:**

13.  $|x-1| - \frac{x-2}{|x-2|} = 2$ .      14.  $|x+2| - \frac{x-3}{|x-3|} = 4$ .      15.  $x^2 - |x| - 2 = 0$ .
16.  $2x^2 - |5x-2| = 0$ .      17.  $\frac{4}{|x+1|-2} = |x+1|$ .      18.  $\frac{3}{|x+3|-1} = |x+3|$ .
19. При якому  $m$  рівняння  $|x^2-2x-5| + m = 0$  має три розв'язки?

20. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  ( $m \neq 0$ ) рівняння  $|x^2 - 2x - 9| + m = 0$  має два розв'язки?

21. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$  рівняння  $|x^2 - 2x - 14| + m = 0$  має чотири розв'язки?

**Знайти найбільший, відмінний від нуля, цілий розв'язок рівняння:** 22.  $(x^2 + 3x + 1) \cdot \cos x = |\cos x|$ . 23.  $(x^2 - 12x + 31) \cdot \sin x = |\sin x|$ .

**Знайти найменший цілий розв'язок рівняння:**

24.  $(x^2 - 4x + 2) \cdot \cos x = |\cos x|$ . 25.  $\left| \frac{x^2 - 10x + 21}{x^2 - 12x + 32} \right| = \frac{x^2 - 10x + 21}{12x - 32 - x^2}$ .

26. При якому найменшому натуральному значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |12x - 24| = m$  має два розв'язки?

27. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |14x - 28| = m$  має два розв'язки?

28. При якому найбільшому значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |8x - 12| = m$  має три розв'язки?

29. При якому найменшому значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |12x - 24| = m$  має три розв'язки?

30. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |10x - 15| = m$  має чотири розв'язки?

31. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |16x - 48| = m$  має чотири розв'язки?

32. При якому значенні параметра  $m$  рівняння  $x^2 - |14x - 28| = m$  має один розв'язок?

**Визначити значення параметра  $m$ , при якому рівняння має чотири розв'язки:**

33.  $|x(|x| - 5)| = m$ . 34.  $|(x+1)(|x+1| - 3)| = m$ . 35.  $|2(5 - |x|)x| = m$ .

## РОЗДІЛ 9. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ РІВНЯННЯ

### Група 1

**Знайти (у градусах) найбільший розв'язок рівняння у проміжку  $(0^0; 160^0)$ :**

- |                     |   |  |
|---------------------|---|--|
| 1. $\sin x = 1/2$ . | 2. $2\cos x = \sqrt{2}$ .               | 3. $\sin(2x) = -\sqrt{3}/2$ .          |
| 4. $\cos 2x = -1$ . | 5. $\operatorname{tg} x = \sqrt{3}/3$ . | 6. $\operatorname{ctg} x = \sqrt{3}$ . |

**Визначити кількість додатних розв'язків рівняння, що не перевищують числа  $a$ :**

- |                                   |   |
|-----------------------------------|---|
| 7. $-2\sin x = 1, a = 6$ .        | 8. $\cos(2x) = -1, a = 9$ .                     |
| 9. $-2\sin x = \sqrt{3}, a = 7$ . | 10. $\operatorname{tg}(2x) = \sqrt{3}, a = 3$ . |

**Знайти (у градусах) найменший додатний розв'язок рівняння:**

- |                                |                                 |  |
|--------------------------------|---------------------------------|--|
| 11. $2\sin(2x - \pi/3) = 1$ .  | 12. $2\cos(x/2 - \pi/6) = 1$ .  | 13. $\operatorname{tg}(2x - \pi/6) = -1$ . |
| 14. $2\sin(2x - \pi/3) = -1$ . | 15. $2\cos(2x + 5\pi/6) = -1$ . | 16. $\cos(x + \pi/12) = -1$ .              |

**Визначити кількість цілих значень параметра  $a$  при яких рівняння має розв'язки:**

- |                           |                           |                         |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| 17. $\cos(2x) = a - 1$ .  | 18. $\sin(5x) = a + 1$ .  | 19. $\cos x = a + 2$ .  |
| 20. $3\sin(2x) = a + 5$ . | 21. $2\cos(4x) = a - 5$ . | 22. $4\cos x = a + 1$ . |

### Група 2

**Визначити кількість розв'язків рівняння у проміжку  $(1; 8)$ :**

- |  |                                  |
|--|----------------------------------|
| 1. $2(\cos x \cos 2x + \sin x \sin 2x) = -1$ . | 2. $\cos^2 x - \sin^2 x = 0,5$ . |
| 3. $\cos(\pi/2 + x) = \sin(\pi/2 - x)$ .       | 4. $6\cos x = \sqrt{18}$ .       |

**Визначити кількість розв'язків рівняння у проміжку  $(0, 1)$ :**

- |  |   |
|--|---|
| 5. $(\cos^4 \pi x + 1) \cdot \sin(3x - \pi/3) = 0$ .     | 6. $(\operatorname{tg} 2\pi x - 1) \cdot \sin 2\pi x = 0$ .             |
| 7. $(2\cos 3x + 1) \cdot \operatorname{tg} 4\pi x = 0$ . | 8. $(3\operatorname{tg}(x - \pi/3) + \sqrt{3}) \cdot \cos 3\pi x = 0$ . |

**Знайти найменший розв'язок рівняння, що задовольняє умову:**

- |  |  |
|--|--|
| 9. $\cos(\pi(x-1)/30) = -0,5; -22 < x < 2$ .                   | 10. $\cos(\pi(x-1)/15) = 0,5; -1 < x < 10$ .           |
| 11. $\sqrt{3} + 2\sin(\pi x/18) = 0; 20 < x < 60$ .            | 12. $\sin(\pi(x-2)/6) = 0,5; 1 < x < 8$ .              |
| 13. $\operatorname{tg}(\pi(x-6)/6) = 1/\sqrt{3}; 6 < x < 14$ . | 14. $\operatorname{ctg}(\pi(x-5)/2) = -1; 1 < x < 5$ . |

**Знайти (у градусах) розв'язок рівняння, що задовольняє умову:**

- |   |   |
|---|---|
| 15. $2\sin^2 x + 8\cos^2 x = 5; 0^0 < x < 60^0$ . | 16. $\sin 15x + \cos 15x = 0; 0^0 < x < 20^0$ . |
|---|---|

$$17. \sin(4,5x)\cos(4,5x) = 0,5; \quad 18. \cos(15x)\cos(90^\circ - 15x) = -0,25;$$

$$30^\circ < x < 90^\circ. \quad 1^\circ < x < 10^\circ.$$

**Знайти (у градусах) найменший додатний розв'язок рівняння:**

$$19. 3\cos 3x - \cos 6x = 1. \quad 20. \sin(\pi/4 - x) = 0,5\cos(\pi/4 + x).$$

$$21. 1 - \operatorname{tg} 3x = \cos 6x. \quad 22. 2\sin^2 x = \sqrt{3} \sin 2x.$$

$$23. \cos 4x = 3(\cos 2x - \sin 2x). \quad 24. \sin^4 x - \cos^4 x = \sin 2x.$$

$$25. \sin^3 x \cos x - \sin x \cos^3 x = 1/4. \quad 26. \cos 6x = 3(\sin 3x - \cos 3x).$$

$$27. \sin 5x = \sin 3x. \quad 28. \cos 5x = \cos x.$$

$$29. \sin x + \sin 4x = 0. \quad 30. \cos 5x + \cos 3x = 0.$$

$$31. \sin 2x = \cos 3x. \quad 32. \sin 15x + \cos 15x = 0.$$

$$33. \sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2}. \quad 34. \sin 3x = \sin 2x + \sin x.$$

$$35. \sin(\pi/4 - x) + \cos(\pi/4 - x) = 1. \quad 36. \sin x + \sin 2x + \sin 3x = 0.$$

$$37. \sin(15^\circ + x) + \sin(45^\circ - x) = 1. \quad 38. \sin 3x = \sin x \cos 2x.$$

$$39. \sin 3x - \cos 3x = 1. \quad 40. \sin 5x - \cos 5x = \sqrt{2}.$$

**Визначити кількість розв'язків рівняння у проміжку  $[0, \pi)$ :**

$$41. \sin 8x - \frac{1}{\cos^2 2x} + \operatorname{tg}^2 2x = -1. \quad 42. \cos 2x + \operatorname{ctg} x \operatorname{tg} x = 2.$$

$$43. \sin 2x - \frac{1}{\sin^2 2x} + \operatorname{ctg}^2 2x = -1. \quad 44. \sin 2x + \operatorname{ctg} x \operatorname{tg} x = 1.$$

### Група 3

**Знайти (у градусах) найменший додатний розв'язок рівняння:**

$$1. 6\sin^2 x - \sin 2x = 2. \quad 2. \cos^2 x + \cos^2 2x + \cos^2 3x = 1,5.$$

$$3. \sin^2 x \sin^2 2x = \sin^2 3x. \quad 4. \cos 3x - \sin x = \sqrt{3}(\cos x - \sin 3x).$$

$$5. \lg(\sin x) = \lg(-\cos x). \quad 6. \log_{\cos x}(\sin x) + \log_{\sin x}(\cos x) - 2 = 0.$$

7. Знайти (у градусах) найбільший від'ємний розв'язок рівняння  
 $\sin x + \sqrt{3} \cos x = 1.$

8. Знайти (у градусах) найменший додатний розв'язок рівняння  
 $3\sin x - 2\cos^2 x = 0$ , що задовольняє умову  $\cos x < -\frac{\sqrt{2}}{2}.$

9. Знайти (у градусах) найменший додатний розв'язок рівняння  
 $\sin^2 x - \cos^2 x = 1$ , що задовольняє умову  $\sin x > 0,5.$

**Визначити кількість розв'язків рівняння у проміжку:**

10.  $2\sin^2x\cos x - \cos 2x\sin x = 0$ ;  $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

11.  $\sin^2x + \sin^2 2x = 1$ ;  $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \pi\right]$ .

12.  $3\sin^2x - 4\cos x\sin x + 5\cos^2x = 2$ ;  $x \in [-\pi; \pi]$ .

13.  $(\sin^3 x \cos x + \cos^3 x \sin x - 0,25) / \cos 6x = 0$ ;  $x \in \left[-\pi; \frac{5\pi}{4}\right]$ .

14.  $(2\sin^2 x \cos x - \cos 2x \sin x) / \sin 2x = 0$ ;  $x \in \left[-\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .

15.  $(3\sin x \cos x + 4\cos^2 x) / (1 - \sin x) = 0$ ;  $x \in \left[-\frac{\pi}{12}; \pi\right]$ .

16.  $(5\sin^2 x + 3\sin x \cos x - 2\cos^2 x - 3) / \cos 2x = 0$ ;  $x \in \left[-\frac{\pi}{2}; \pi\right]$ .

**Визначити кількість розв'язків рівняння:**

17.  $\sqrt{5-x^2} \sin \pi x = 0$ .      18.  $\log_{22} x = \sin x$ .      19.  $\log_{1/2} x = 4\sin x$ .

20.  $\sqrt{10-x^2} \cos \frac{\pi x}{2} = 0$ .      21.  $\log_{14} x = \cos x$ .      22.  $\log_{1/3} x = 2\cos x$ .

**Визначити найменше ціле значення параметра  $a$  ( $a > 1$ ), при якому рівняння має три розв'язки:** 23.  $\log_a x = \sin\left(x + \frac{3\pi}{4}\right)$ .

24.  $\log_a x = \sin\left(x - \frac{5\pi}{6}\right)$ .      25.  $\log_a x = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .      26.  $\log_a x = \cos\left(x - \frac{2\pi}{3}\right)$ .

**Визначити кількість цілих значень параметра  $a$  ( $a > 1$ ), при яких рівняння має один розв'язок:**

27.  $\log_a x = \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ .      28.  $\log_a x = \sin\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .      29.  $\log_a x = \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ .

30.  $\log_a x = \cos\left(x + \frac{\pi}{6}\right)$ .      31.  $\log_{\frac{1}{a}} x = \sin\left(x - \frac{\pi}{3}\right)$ .      32.  $\log_{\frac{1}{a}} x = \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$ .

**Знайти (у градусах) суму розв'язків рівняння у проміжку  $[0^\circ; 360^\circ]$ :**

33.  $\sin^4 x - \cos^4 x = 0,5$ .      34.  $\sin^6 x + \cos^6 x = 0,25$ .

**Визначити кількість коренів рівняння на проміжку  $[0; 2\pi]$ :**

35.  $\sin^4 x + \cos^4 x = 0,5$ .

36.  $\cos^6 x - \sin^6 x = \cos 2x$ .

37.  $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} 5x$

38.  $\sin 3x + \operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x = 1$

39.  $\sqrt{2} \sin x = \sqrt{2 + \cos x}$ .

40.  $|\sin x| = \cos 2x$ .

41.  $\sqrt{1 - \cos x} = \sin x$ .

42.  $\sqrt{\sin x - \frac{1}{2}} \cos 2\pi x = 0$ .

**Обчислити суму розв'язків рівняння:**

43.  $\sqrt{-2x^2 - 5x} \operatorname{tg} \pi x = 0$ .

44.  $\sqrt{13x - 4x^2 - 9} \operatorname{ctg} \pi x = 0$ .

45. Скільки розв'язків рівняння  $\operatorname{tg} \pi x \operatorname{tg} 2\pi x = 1 \in y$  проміжку  $(0; 1)$ ?

**Знайти (у градусах) найменший розв'язок рівняння у проміжку:**

46.  $\cos x + \operatorname{tg}(x - 30^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(x - 30^\circ) = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$ ;  $x \in [0; 2\pi]$ :

47.  $\cos 2x + \operatorname{tg}(2x - 60^\circ) \cdot \operatorname{ctg}(2x - 60^\circ) = \frac{3}{2}$ ;  $x \in [0; 2\pi]$ :

48. 
$$\frac{\left(\sin x + \frac{1}{2}\right) \cdot (1 - \sin^2 x) + \cos x}{\cos x} = 1$$
;  $x \in [89^\circ; 270^\circ]$ .

49. Знайти найбільше (у градусах) значення виразу  $3x + 2y$ , якщо  $0^\circ \leq x \leq 360^\circ$ ,  $0^\circ \leq y \leq 360^\circ$  і  $x, y$  – розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} x + y = \frac{\pi}{3}, \\ \sin x \sin y = 0,25. \end{cases}$$

50. Знайти найбільше (у градусах) значення виразу  $\frac{1}{2}x + \frac{1}{3}y$ , якщо  $0^\circ \leq x \leq 180^\circ$ ,  $0^\circ \leq y \leq 180^\circ$  і  $x, y$  – розв'язок системи рівнянь

$$\begin{cases} x + y = \frac{2\pi}{3}, \\ \cos x + \cos y = 1. \end{cases}$$



## РОЗДІЛ 10. ВЛАСТИВОСТІ ФУНКЦІЙ

### Група 1

1. Функція  $y = f(x)$  визначена на множині  $D = \{-5, 0, 1, 2\}$  і  $f(-5)=8$ ,  $f(0) = -7$ ,  $f(1) = -3$ ,  $f(2)=1$ . Чому дорівнює добуток найменшого і найбільшого значення оберненої до даної функції?
  2. Функція  $y=f(x)$  визначена на множині  $D=\{-7, -3, 2, 5\}$  і  $f(-7)=9$ ,  $f(-3) = -7$ ,  $f(2) = -11$ ,  $f(5) = 4$ . Чому дорівнює добуток найменшого і найбільшого значення оберненої до даної функції?
  3. Функція  $y=f(x)$  визначена на множині  $D = \{-4, 0, 1, 3\}$  і  $f(-4)=9$ ,  $f(0) = -2$ ,  $f(1) = -6$ ,  $f(3) = 2$ . Чому дорівнює сума найменшого і найбільшого значення оберненої до даної функції?
  4. Функція  $y=f(x)$  визначена на множині  $D = \{-5, 0, 1, 2\}$  і  $f(-5)=8$ ,  $f(0) = -7$ ,  $f(1) = -3$ ,  $f(2) = 1$ . Чому дорівнює найменше число в області визначення оберненої до даної функції?
  5. Функція  $y=f(x)$  визначена на множині  $D = \{-7, -3, 2, 5\}$  і  $f(-7)=9$ ,  $f(-3) = -7$ ,  $f(2) = -11$ ,  $f(5) = 4$ . Чому дорівнює найбільше число в області визначення оберненої до даної функції?
  6. Функції  $f(x)$ ,  $g(x)$  – парні і  $f(2) = 5$ ,  $g(-5) = -2$ .  
Обчислити  $-2f(-2)+3g(5)$ .
  7. Функції  $f(x)$ ,  $g(x)$  – непарні і  $f(-5) = 2$ ,  $g(2) = -5$ .  
Обчислити  $-2f(5)+3g(-2)$ .
  8. Функція  $f(x)$  – непарна, а  $g(x)$  – парна і  $f(2) = -5$ ,  $g(-5) = 2$ .  
Обчислити  $f(-12+5g(5))$ .
  9. Функція  $f(x)$  – парна, а  $g(x)$  – непарна і  $f(-7) = -11$ ,  $g(5) = -2$ .  
Обчислити  $f(13-3g(-5))$ .
  10. При якому значенні параметра  $a$  функція  $f(x) = (a+2)x^2 + (5a-4)x + 2a$  буде парною?
  11. При якому значенні параметра  $a$  функція  $f(x) = (a-1)x^2 + (a-2)x + a^2 - 1$  буде непарною?
  12. Нехай  $f(x) = 5x + 5$ . Розв'язати рівняння  $f(f(x)) = 55$ .
  13. Нехай  $f(x) = 10x + 5$ . Розв'язати рівняння  $f(f(x)) = 209$ .
- Визначити найменший додатний період функції:**
14.  $f(x) = \sin(2\pi x - 1/2) + \pi$ .
  15.  $f(x) = \sin(\pi x/2 - \pi/6) - 1$ .
  16.  $f(x) = \cos(4\pi x - \pi/3) + \pi/2$ .
  17.  $f(x) = \operatorname{tg}(4\pi x) - \pi$ .

18.  $f(x) = \operatorname{ctg}(2-5\pi x/3)+8$ .      19.  $y = \sin(\pi x)\cos(\pi x)$ .  
 20.  $y = 2\cos(\pi x/3)\sin(\pi x/3)$ .      21.  $y = \sin^2(\pi x)-\cos^2(\pi x)$ .  
 22.  $y = 2(\sin^2(\pi x/3)-\cos^2(\pi x/3))$ .      23.  $y = (\cos^2 2x+\sin^2 2x)\operatorname{ctg}(\pi x/11)$ .  
 24. При якому значенні параметра  $a>0$  графік функції  $y=x^2+(a+2)x+25$  буде дотикатися до осі ОХ?  
 25. При якому значенні параметра  $a$  графік функції  $y = x^2+2x+21+a$  буде дотикатися до осі ОХ?  
 26. При якому значенні параметра  $a$  графік функції  $y = x^2+5x+a$  буде проходити через точку А(2, 1)?

**Обчислити найменше значення функції:**

27.  $y = x^2+5$ .      28.  $y = |x|+7$ .      29.  $y = \cos(3x)+2$ .  
 30.  $y = \sin(2x+1)-1$ .      31.  $y = 5+\sqrt{x-2}$ .      32.  $y = 5^{\sin x+1} - 1$ .

### Група 2

**Обчислити область визначення функції:**

1.  $y = \sqrt{12-x-x^2} + \sqrt{x-3}$ .      2.  $y = \sqrt{10x-24-x^2} + \sqrt{4-x}$ .

**Визначити суму цілих значень  $x$ , що входять в область визначення функції:**

3.  $y = \lg(3x-x^2)$ .      4.  $y = \sqrt{5x-x^2}$ .      5.  $y = \lg\left(\frac{2x+1}{3-x}-1\right)$ .  
 6.  $y = \lg\left(\frac{3}{x-1}-1\right)$ .      7.  $y = \sqrt{\frac{1-x}{x+5}}-1$ .      8.  $y = \sqrt{1-\frac{2x+7}{x+2}}$ .  
 9.  $y = \frac{1}{x-2} + \arcsin(x-2)$ .      10.  $y = \frac{1}{x+3} - \arccos(x+3)$ .      11.  $y = \lg(7x-2x^2)$ .

**Знайти суму цілих значень  $x$ , що не входять в область визначення функції:**

12.  $y = \lg(x^2+3x)$ .      13.  $y = \sqrt{x^2+3x}$ .      14.  $y = \sqrt{2x^2+10x}$ .

**Визначити найменший додатний період функції:**

15.  $y = 2\cos^2(\pi x)$ .      16.  $y = \cos^2(2\pi x/3)$ .  
 17.  $y = 3\sin^2(4\pi x/5)$ .      18.  $y = 2-\sin^2(2\pi x/5)$ .  
 19.  $y = 2\operatorname{tg}\pi x/(1-\operatorname{tg}^2\pi x)$ .      20.  $y = (\cos^2(\pi x)-\sin^2(\pi x))\sin(2\pi x)$ .

21.  $f(x) = |\sin(2\pi x - 1/2)|$ .

22.  $f(x) = |\operatorname{tg}(10\pi x/11)|$ .

23.  $f(x) = |\sin(5\pi x/2 - \pi/7) + 0,5|$ .

24.  $f(x) = |\sin(1 - 5\pi x) - 0,5|$ .

25.  $f(x) = |\sin(5\pi x)|$ .

26.  $f(x) = |\sin(4\pi x - 5/2) + 2|$ .

**Група 3**

**Обчислити з точністю до 0,1 найменший додатний період функції:**

1.  $f(x) = \sin 2x + \sin 4x + \cos 6x$ .

2.  $f(x) = \cos(3\pi x) + \cos(6\pi x) + \sin(9\pi x)$ .

3.  $f(x) = \cos x + \sin(x/3)$ .

4.  $f(x) = \cos(5\pi x/6) + \sin(6\pi x/5)$ .

5.  $f(x) = \operatorname{tg}(4\pi x) + \operatorname{ctg}(5\pi x)$ .

6.  $f(x) = 5\sin(2\sqrt{2}x) + \cos(4\sqrt{2}x)$ .

7.  $f(x) = \sin(\sqrt{2}x) + \sin(2\sqrt{2}x) + \sin(4\sqrt{2}x)$ .

8.  $f(x) = \operatorname{tg}(2\pi x/7) + \operatorname{ctg}(3\pi x/5)$ .

**Скільки різних цілих значень набуває функція:**

9.  $f(x) = (3\ln e)/(0,5 + 0,25x^2)$ .

10.  $f(x) = \sqrt[3]{39}/(0,25 + 0,5x^2)$ .

11.  $f(x) = (\log_4 15) \cdot (0,3 + 3x^2)^{-1}$ .

12.  $f(x) = 5\sin^2(\pi/2 - x)/(0,6 + x^2)$ .

13.  $f(x) = 7\sin^2(5\pi/2 - x)/(6 + |x|)$ .

14.  $f(x) = 18\cos^2 x/(18|x| + 6)$ .

15.  $y = (\sqrt{2})^{\frac{4}{(|x|+2)}}$ .

16.  $y = (\sqrt{2})^{\frac{6}{1+\sin^2 x}}$ .

17.  $f(x) = 7|\cos x|/(1 + \operatorname{tg}^2 x)$ .

18.  $f(x) = (6 + \sin x + \cos x)/\sqrt{2}$ .

19.  $y = \sqrt{10 + 3x - x^2}$ .

20.  $f(x) = \lg(1 + \sqrt{2500 - x^2})$ .

21.  $y = 3\sin x \operatorname{ctg} x$ .

22.  $y = \sqrt{8(\sin^2 2x + \cos^2 2x - 2\sin 2x \cos 2x)}$ .

## РОЗДІЛ 11. ПОХІДНА ФУНКЦІЇ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ

### Група 1

**Обчислити значення похідної від функції  $y(x)$  у точці  $x = a$ :**

1.  $y = (2x+1)^3; a = 5.$

2.  $y = (x+3)^2+1; a = 3.$

3.  $y = 2x^2+1; a = 2.$

4.  $y = \frac{1}{18}x^3 - \frac{1}{81}x^5+51; a = 3.$

5.  $y = \frac{2}{27}x^4 + \frac{1}{9}x^3 - 17x; a = -3.$

6.  $y = x + \frac{1}{x^2} - \frac{1}{5x^5}; a = 1/2.$

7.  $y = \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{3x^3}; a = -1/2.$

8.  $y = (3x-1)^4/8; a = 1.$

9.  $y = \frac{2}{3x-1}; a = 1.$

10.  $y = \frac{x}{1-4x}; a = 0,5.$

11.  $y = \frac{1}{3x+2}; a = 0.$

12.  $y = \frac{x-2}{x+1}; a = 9.$

13.  $y = \frac{5-2\sqrt{x}}{2\sqrt{x}-1}; a = 1.$

14.  $y = \frac{\cos x}{1-x}; a = 0.$

15.  $y = 2\sqrt{2} \sin 2x; a = 3\pi/8.$

16.  $y = 2\cos 5x; a = \pi/6.$

17.  $y = 3\sin(2x+3\pi)+x+3; a = \pi/6.$

18.  $y = 4\cos(-5x/2)-7x+3; a = -\pi/3.$

19.  $y = 24\sin(x/6+\pi)-5x+2; a = -2\pi.$

20.  $y = -4+\operatorname{tg}(x-2)+12x; a = 2.$

21.  $y = 5-\operatorname{tg}(x-1)+17x; a = 1.$

22.  $y = 2\sqrt{3x+1}; a = 1.$

23.  $y = 6\sqrt{1-4x}; a = -2.$

24.  $y = 5e^{-2x+1}; a = 1/2.$

25.  $y = 5e^{3-2x}; a = 3/2.$

26.  $y = 4+\ln(x+5)+13x; a = -4.$

27.  $y = 5+2\ln(x+4); a = -2.$

28.  $y = 5\ln(3x-1); a = 2.$

29. До параболи  $y = x^2+mx-9$  проведена дотична під кутом  $45^\circ$ . При якому значенні параметра  $m$  абсциса точки дотику дорівнює  $-5$ ?

30. До параболи  $y = x^2-mx+7$  проведена дотична під кутом  $45^\circ$ . При якому значенні параметра  $m$  абсциса точки дотику дорівнює  $4$ ?

31. Визначити абсцису точки на параболі  $y = x^2-2x+3$ , у якій кутовий коефіцієнт дотичної до кривої дорівнює  $4$ ?

32. Визначити абсцису точки на параболі  $y = -x^2 + 8x - 3$ , у якій кутівий коефіцієнт дотичної до кривої дорівнює  $-6$ ?

**Обчислити найбільше значення функції у проміжку:**

33.  $y = -x^3 + 3x^2 - 5$ ;  $x \in [-3; 0]$ .

34.  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$ ;  $x \in [0; 2]$ .

**Обчислити найменше значення функції у проміжку:**

35.  $y = 2x^3 - 9x^2 + 4$ ;  $x \in [-3; 0]$ .

36.  $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x$ ;  $x \in [-2; 2]$ .

37. Рівняння дотичної до кривої  $y = 2x^2 - 4x - 1$  має вигляд  $y = 8x - 19$ .  
Визначити абсцису точки дотику.

38. Рівняння дотичної до кривої  $y = -x^2 - 8x + 17$  має вигляд  $y = -4x + 21$ .  
Визначити абсцису точки дотику.

39. Рівняння дотичної до кривої  $y = -x^2 + 5x + 4$  має вигляд  $y = 3x + 5$ .  
Визначити ординату точки дотику.

40. Рівняння дотичної до кривої  $y = x^2 + 8x - 17$  має вигляд  $y = 4x - 21$ .  
Визначити ординату точки дотику.

**Визначити точку екстремуму функції:**

41.  $y = 2x^2 - x + 7$ .

42.  $y = 2x^2 + 13x + 3$ .

## Група 2

**Обчислити значення похідної від функції  $y(x)$  у точці  $x = a$ :**

1.  $y = (3x^2 - 7x + 2)(1 - 2x - 5x^2)$ ,  $a = 1$ .

2.  $y = \frac{1}{(2x - 2)^2}$ ,  $a = 2$ .

3.  $y = x\sqrt{x+2}$ ,  $a = 2$ .

4.  $y = \sqrt{3x^2 + 1}$ ,  $a = 1$ .

5.  $y = -7\sqrt{3-2x}$ ,  $a = 1$ .

6.  $y = \sqrt{x^2 + 3} + \frac{2x}{x+1}$ ,  $a = 1$ .

7.  $y = \sqrt{x^2 + 1} + \frac{2x}{x+1}$ ,  $a = 0$ .

8.  $y = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} + \frac{1}{x+1}$ ,  $a = 1$ .

9.  $y = x \cos 2x$ ,  $a = \pi/2$ .

10.  $y = x \sin 2x$ ,  $a = \pi/4$ .

11.  $y = 3 \sin^2(2x - \pi/6)$ ,  $a = \pi/8$ .

12.  $y = 5 \cos^2(2x - \pi/6)$ ,  $a = \pi/8$ .

13.  $y = \sqrt{8 - 8 \sin^2 x}$ ,  $a = \frac{5\pi}{4}$ .

14.  $y = \frac{3 \cos x}{1 + \sin x}$ ,  $a = -\pi/6$ .

15.  $y = \frac{5}{2} \sin x \cdot \operatorname{tg} 2x$ ,  $a = \pi/2$ .

16.  $y = 3 \cos \frac{x+7}{6} + (x - \pi + 7)^2$ ,  $a = \pi - 7$ .

17.  $y = 6\sin(x/3) - 2,75x + 5, a = \pi.$

18.  $y = xe^{-x}, a = 1.$

19.  $y = \ln(2x^2 - 1), a = -1.$

20.  $y = x \ln x, a = e.$

21.  $y = 12 \operatorname{tg}(x/3) + \frac{3^{x+\pi}}{\ln 3} + 4x, a = -\pi.$

22.  $y = \frac{\sin 2x - 2 \sin x}{\cos x - 1} + 4x, a = \pi/3.$

23.  $y = \frac{1}{\ln 5} 5^{x^2-2x} + \cos(2x-2), a = 1.$

24.  $y = \frac{1}{3 \ln 3} 3^{x^2-3x} + \sin(2x+2), a = -1.$

25.  $y = \frac{2 \cos 2x}{1 - \operatorname{tg}^2 x} + 11x, a = \pi/12.$

26.  $y = \frac{\sin 2x}{1 + \cos 2x} - 5x, a = \pi/4.$

27.  $y = 3(\operatorname{ctg} x - \frac{\cos x - 1}{\sin x}), a = \pi/3.$

28.  $y = (\operatorname{ctg} x + \operatorname{tg} x) \sin 2x + 6x^2, a = 7.$

29.  $y = 1 + \frac{\sin 2x}{2 \sin x} - \cos x - 4x^2, a = 5.$

30.  $y = \frac{\sin 3x + \sin x}{2 \sin x \cos x} - 10x, a = -\pi/6.$

31.  $y = \frac{\cos 3x + \cos x}{\cos^2 x - \sin^2 x} - 7x, a = -\pi/6.$

32.  $y = \frac{\cos(\frac{3\pi}{2} + 2x)}{2 \sin(\pi + x)} - 3x, a = \pi/6.$

33.  $y = \frac{3 \sin 2x}{2 \cos^2(\pi - x)} - 10, a = -\pi/6.$

34.  $y = \operatorname{ctg}(\pi + x) \cos(\pi/2 + x) - 2x, a = \pi/6.$

35.  $y = \operatorname{ctg}(2\pi - x) \cos(3\pi/2 + x) - 7x, a = \pi/6.$

36.  $y = \frac{\sin(4\pi - 2x)}{2 \cos(\pi/2 - x)} + \cos x - 4x^2, a = 5.$

37.  $y = 3 \cos^2 5x + (x - \pi/2)^4 + 15x - 19, a = \pi/2.$

38.  $y = 6\sqrt{3} \sin^2 5x + \frac{2}{\pi} (x - \frac{\pi}{3})^3 + 2, a = \pi/3.$

39.  $y = 3 \sin^3(x-2) + (x^2-3)^{100} + 3x - 11, a = 2.$

40.  $y = (3x+1)^3 \cos^3(x^2+2x+1), a = -1.$

41.  $y = (3x+1)^3 \cos^3(x^2+2x+1) + 28x^3 - 28x^2, a = -1.$

42.  $y = \sin(x^2 - x) + \frac{2^x}{\ln 2} - \sqrt{2} x, a = 1/2.$

**Визначити найменшу критичну точку функції:**

43.  $y = \sqrt[3]{x^2 + 3x + 2}.$

44.  $y = \sqrt[3]{x^2 + 9x - 10}.$

**Визначити найбільшу критичну точку функції:**

45.  $y = \pi \sqrt[3]{x^2 - 8x}.$

46.  $y = \sqrt[5]{\pi x^2 - 0,8\pi x}.$

47. Визначити суму найбільшої і найменшої критичних точок функції  $y = \sqrt[7]{x^2 - 6x + 5}$ .

48. Визначити суму критичних точок функції  $y = 10\sqrt[3]{x^2 + x - 20}$ .

49. Знайти середнє арифметичне критичних точок функції

$$y = 5\sqrt[5]{x} + \frac{x^4}{4}.$$

50. Скільки критичних точок має функція  $y = \sqrt[3]{\cos x}$  на проміжку  $[0, 2\pi]$ ?

**Визначити кількість критичних точок функції:**

51.  $y = \sqrt[3]{x^2 + 1}$ .

52.  $y = \sqrt[9]{x^2 + \pi x}$ .

53.  $y = \sqrt[5]{x^2 - \cos^2 \frac{\pi}{10}}$ .

54.  $y = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ .

**Визначити кількість точок екстремуму функції:**

55.  $y = 3x^4 - 4x^3 + 5$ .

56.  $y = 3x^5 + 5x^3 - 3$ .

57.  $y = (x^3 + x)^3$ .

58.  $y = (x^3 - 3x)^5$ .

59.  $y = (2x^3 - 16)^6$ .

60.  $y = (x^2 - 4)^3$ .

**Визначити найменше значення функції у проміжку:**

61.  $y = \frac{x^2}{x-1}$ ;  $x \in [-3; 1/2]$ .

62.  $y = \frac{x^2 + 4}{x}$ ;  $x \in [1; 4]$ .

63.  $y = 2^{-x^2}$ ;  $x \in [-1; 1]$ .

64.  $y = 2^{-x^2}$ ;  $x \in [0; 2]$ .

**Визначити найбільше значення функції у проміжку:**

65.  $y = -\frac{x^2}{x-1}$ ;  $x \in [-1; 0,5]$ .

66.  $y = 2^{-x^2}$ ;  $x \in [1; 3]$ .

67.  $y = |x^2 - 3x|$ ;  $x \in [0; 3]$ .

68.  $y = |-2x^2 - 8x|$ ;  $x \in [-4; 0]$ .

69.  $y = |9x^2 - 18x|$ ;  $x \in [0; 2]$ .

70.  $y = |7x^2 + 14x|$ ;  $x \in [-2; 0]$ .

71.  $y = |x^2 - 2x - 4|$ ;  $x \in [0; 2]$ .

72.  $y = |3x^2 - 3x - 2|$ ;  $x \in [0; 1]$ .

73.  $y = \sqrt{2}(\sin x + \cos x)$ ;  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ .

74.  $y = \sqrt{2} \sin x - x + \frac{\pi}{4}$ ;  $x \in [0; \frac{\pi}{2}]$ .

**Визначити найменше значення функції:**

75.  $y = e\sqrt{x} \ln x$ .

76.  $y = 2xe^{5x+1}$ .

77. Визначити ординату точки на параболі  $y=x^2+4x-7$ , в якій кутовий коефіцієнт дотичної до параболи дорівнює 6.

78. Визначити ординату точки на параболі  $y=x^2+2x-1$ , в якій кутовий коефіцієнт дотичної до параболи дорівнює 4.

79. Визначити ординату точки на параболі  $y=x^2-7x+3$ , в якій кутовий коефіцієнт дотичної до параболи дорівнює  $-9$ .

80. Знайти суму параметрів  $a$  і  $b$ , при яких параболи  $y=x^2-4x-a$  і  $y=-x^2+2x+b$  мають спільну дотичну, паралельну до осі абсцис?

81. Знайти різницю параметрів  $a$  і  $b$  ( $a-b$ ), при яких параболи  $y=x^2+2x+a$  і  $y=-x^2+4x+b$  мають спільну дотичну, паралельну до осі абсцис?

**Група 3****Визначити з точністю до 0,1 абсцису точки перетину осі ОХ з дотичною до графіка функції  $y=f(x)$  у точці  $x=a$ :**

1.  $f(x) = \ln x + x$ ,  $a=1$ .

2.  $f(x) = (1-x)^2 + x$ ,  $a=2$ .

3.  $f(x) = e^{-1+x}$ ,  $a=0$ .

4.  $f(x) = \sqrt[4]{2-x}$ ,  $a=1$ .

5.  $f(x) = \frac{1}{2-x}$ ,  $a=1$ .

6.  $f(x) = x^2 - 3x + 5$ ,  $a=2$ .

7. Визначити абсцису точки перетину осі ОХ з дотичною до кривої  $y^2 = 2x-3$  у точці  $M(6; -3)$ .

8. Визначити ординату точки перетину осі ОУ з дотичною до кривої  $y^2 = 5x-4$  у точці  $M(4; -4)$ .

9. Визначити абсцису точки перетину осі ОХ з дотичною до графіка функції  $y = 0,5x^2+1$ , якщо дотична проходить через точку  $M(-1; -3)$  і має додатний кутовий коефіцієнт.

10. Визначити ординату точки перетину осі ОУ з дотичною до графіка функції  $y = x^2-3$ , якщо дотична проходить через точку  $M(1; -6)$  і має від'ємний кутовий коефіцієнт.



11. При якому значенні параметра  $a > 0$  параболи  $y = -2x^2 - 4x + 1$  і  $y = 3x^2 - 12x + a$  мають спільну дотичну, паралельну до осі абсцис?
12. При якому значенні параметра  $a > 0$  параболи  $y = 3x^2 - 12x + 15$  і  $y = -2x^2 - 8ax + 1$  мають спільну дотичну, паралельну до осі абсцис?
13. При якому значенні параметра  $a$  відстань між вершинами парабол  $y = x^2 + 8x + 15$  і  $y = 2x^2 - 8x + a + 2$  є найменшою?
14. При якому значенні параметра  $a$  відстань між вершинами парабол  $y = 2x^2 + 8x + 3$  і  $y = -x^2 + 2ax + 1 - a^2$  є найменшою?
15. Визначити абсцису точки перетину з віссю абсцис дотичної до кривої  $y = x^2 - 2x + 5$ , яка паралельна до прямої  $8x - 2y - 3 = 0$ .
16. Визначити ординату точки перетину з віссю ординат дотичної до кривої  $y = x^2 + 2x - 2$ , яка паралельна до прямої  $4x - y - 7 = 0$ .
17. Визначити абсцису точки перетину з віссю абсцис дотичної до кривої  $y = 3x^2 - 3x + 9$ , яка перпендикулярна до прямої  $x + 3y - 6 = 0$ .
18. При якому значенні параметра  $a$  пряма  $y = a(x - 2) + 11$  є дотичною до параболи  $y = 2x^2 + 2x - 1$ ?
19. При якому значенні параметра  $a$  пряма  $y = a(x - 1) - 2$  є дотичною до кривої  $y^2 = 5x - 1$ ?
20. Знайти квадрат відстані між точками графіка функції  $y = \frac{x^2}{x - 2}$ ,

в яких дотичні до цього графіка є паралельні осі абсцис.

**Визначити точку мінімуму функції:**

$$21. f(x) = \frac{(3x - 5)(-25 - x)}{(x + 5)^2} \quad 22. f(x) = \frac{(3x - 11)(-7 - x)}{(x - 1)^2}$$

23. Обчислити найменше ціле значення  $a$ , при якому функція  $y = x^3 + ax^2 + x + 1$  зростає на всій числовій осі.
24. Обчислити найбільше ціле значення  $a$ , при якому функція  $y = ax^3 + 2x^2 - x + 10$  спадає на всій числовій осі.
25. Обчислити найменше ціле значення  $a$ , при якому функція  $y = e^{ax} + ax$  зростає на всій числовій осі.
26. Обчислити найбільше ціле значення  $a$ , при якому функція  $y = 5^x + (-a + 7,6)x$  зростає на всій числовій осі.

## РОЗДІЛ 12. ПЕРВІСНА ТА ІНТЕГРАЛ

## Група 2

Обчислити:

1.  $\pi \int_{10}^{15} 6 \sin\left(\frac{\pi}{5}x + \frac{4\pi}{3}\right) dx$

2.  $\pi \int_{14}^{21} 8 \sin\left(\frac{\pi}{7}x + \frac{5\pi}{3}\right) dx$

3.  $\pi \int_{18}^{27} 12 \sin\left(\frac{\pi}{9}x + 3\pi\right) dx$

4.  $\pi \int_{18}^{27} 2 \sin\left(\frac{\pi}{9}x + \frac{18\pi}{3}\right) dx$

5.  $\pi \int_{14}^{21} 7 \cos\left(\frac{\pi}{7}x + \frac{\pi}{6}\right) dx.$

6.  $\pi \sqrt{3} \int_{18}^{27} 9 \cos\left(\frac{\pi}{9}x + \frac{\pi}{3}\right) dx.$

7.  $\frac{\pi}{\sqrt{3}} \int_{10}^{15} 7 \cos\left(\frac{\pi}{5}x + \frac{2\pi}{3}\right) dx.$

8.  $\pi \int_{18}^{27} 6 \cos\left(\frac{\pi}{9}x + \frac{3\pi}{2}\right) dx.$

9.  $10(\sqrt{3} + 1) \int_{\pi/10}^{\pi/5} 12 \sin\left(5x + \frac{\pi}{6}\right) dx.$

10.  $\int_3^7 |20 - 10x| dx.$

11.  $80(\sqrt{3} + 1) \int_{\pi/20}^{\pi/10} \sin\left(10x + \frac{\pi}{3}\right) dx.$

12.  $\int_{12}^{13} |60 - 6x| dx .$

13.  $\int_6^8 \left| 3 - \frac{3}{5}x \right| dx$

14.  $\int_{-1}^1 |x|^{1/3} dx .$

15.  $\int_{-\pi}^{\pi} \sin 2x \sin 4x dx .$

16.  $\int_7^8 \left| 12 - \frac{12}{5}x \right| dx .$

17.  $\frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sin^2 \frac{x}{2} dx .$

18.  $\int_0^{\pi/2} \cos^2 \frac{x}{2} dx - \frac{\pi}{4} .$

19. Знайти загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \cos^2(x/4)$  тавказати номер правильної відповіді. 1.  $\frac{1}{2}x + \sin \frac{x}{2} + C$ ;2.  $\cos^3 \frac{x}{2} + C$ ; 3.  $\frac{2}{3} \cos^3 \frac{x}{2} + C$ ; 4.  $2 \cos \frac{x}{2} \sin \frac{x}{2} + C$ ; 5.  $2 \operatorname{tg}^{-1} \frac{x}{2} + C$ .

20. Знайти загальний вигляд первісної для функції

 $f(x) = \sin^2 x + \cos^2 x$  та вказати номер правильної відповіді.

1.  $-\operatorname{tg}x + \operatorname{ctg}x + C$ ; 2.  $-(1/3)\sin^{-3}x\cos^{-3}x + C$ ; 3.  $\operatorname{tg}x - \operatorname{ctg}x + C$ ;  
 4.  $-\sin x \cos x + C$ ; 5.  $\sin x \cos x + C$ .
21. Визначити загальний вигляд первісної для функції  $f(x)=(1-x)(1-2x)$  та вказати номер правильної відповіді.
1.  $\frac{2}{3}x^3 - \frac{2}{3}x^2 + x + C$ ; 2.  $3x^3 - 2x^2 - x + C$ ; 3.  $2x^3 - 3x^2 - x + C$ ;  
 4.  $\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + x + C$ ; 5.  $-\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 - x + C$ .
22. Визначити загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \frac{\sin^2 x - 4 \cos^2 x}{\sin x - 2 \cos x}$  та вказати номер правильної відповіді.
1.  $-\cos x + 2 \sin x + C$ ; 2.  $\cos^2 x - \frac{1}{4} \cos x \sin x + C$ ; 3.  $2x - \frac{1}{2} \sin x + C$ ;  
 4.  $2 \sin^3 \frac{x}{2} + C$ ; 5.  $2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + C$ .
23. Визначити загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{2}$  та вказати номер правильної відповіді.
1.  $-\frac{1}{2}x + \frac{\sin x}{2} + C$ ; 2.  $\frac{1}{2}x - \frac{\sin x}{2} + C$ ; 3.  $2x - \frac{1}{2} \sin x + C$ ;  
 4.  $2 \sin^3 \frac{x}{2} + C$ ; 5.  $2 \sin \frac{x}{2} \cos \frac{x}{2} + C$ .
24. Визначити загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cos^2 x}$  та вказати номер правильної відповіді.
1.  $-\operatorname{ctg}x + \operatorname{tg}x + C$ ; 2.  $\operatorname{ctg}x - \operatorname{tg}x + C$ ; 3.  $2 \cos 3x \sin x + C$ ;  
 4.  $-\operatorname{ctg}x - \operatorname{tg}x + C$ ; 5.  $\sin x \cos^2 x + \sin^2 x \cos x + C$ .
25. Визначити загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = \sin^2 \frac{x}{4}$  та вказати номер правильної відповіді.
1.  $2 \sin(x/4) + C$ ; 2.  $2 \cos^2(x/4) + C$ ; 3.  $(1/2) \sin(x/4) \cos(x/4) + C$ ;  
 4.  $(1/2)x - \sin(x/2) + C$ ; 5.  $(1/2)x + \cos(x/2) + C$ .

26. Визначити загальний вигляд первісної для функції  $f(x) = xe^{-x^2}$  та вказати номер правильної відповіді. 1.  $-x^2e^{-x} + C$ ;  
2.  $2xe^{-x^2} + C$ ; 3.  $x^2e^{-x/2} + C$ ; 4.  $-\frac{1}{2}e^{-x^2} + C$ ; 5.  $e^{-x} + C$ .
27. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 3(x^2 + 1)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 1$ .
28. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^2 - 2x + 2$ ,  $y = 2 + 4x - x^2$ .
29. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^3$ ,  $y = x^{1/3}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
30. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = x^4$ ,  $y = x^{1/4}$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
31. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 2\sqrt{x}$ ,  $y = 6$ ,  $x = 0$ ,  $x = 9$ .
32. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 3^x \ln 27$ ,  $y = 0$ ,  $x = -1$ ,  $x = 3$ .
33. Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = \sin(x/3)$ ,  $y = 0$ ,  $x = -\pi$ ,  $x = 2\pi$ .
34. Обчислити збільшену на  $\ln 2$  площу фігури, обмежену графіками функцій:  $y = 1/x$ ,  $y = x$ ,  $x = 2$ ,  $x = 1$ .
35. Знайти значення параметра  $a$  ( $a > 0$ ), при якому площа, обмежена лініями  $y = ax + 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x + y = 4$ , буде дорівнювати 7,5.
36. Визначити найменше ціле значення параметра  $a$  ( $a > 0$ ), при якому площа, обмежена лініями  $y = a(x - 1)$ ,  $x + y = 3$ ,  $y = 0$ , буде більша, ніж 1.
37. Визначити найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому площа, обмежена лініями  $y = \frac{3}{x - 3}$ ,  $x = 4$ ,  $x = a$  ( $a > 4$ ),  $y = 0$ , буде більша ніж 3.
38. Визначити найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому площа, обмежена лініями  $y = 0,8e^{0,8x}$ ,  $x = 0$ ,  $x = a$  ( $a > 0$ ),  $y = 0$ , буде більша ніж  $e^3 - 1$ .

39. Визначити найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому площа, обмежена лініями  $y = 4x^3$ ,  $x = 2$ ,  $x = a$  ( $a > 2$ ),  $y = 0$ , буде менша ніж 240.
40. Визначити найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому площа, обмежена лініями  $y = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$ ,  $x = 0$ ,  $x = a$  ( $a > 0$ ),  $y = 0$ , буде менша ніж 2.

### Група 3

**Обчислити:**

1.  $\int_1^2 \left( 2x - \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2} \right) dx + \ln 2$ .
2.  $3 \int_0^{1/2} \sqrt{1-2x} dx$ .
3.  $\int_{-4\pi}^{-3\pi} \cos\left(\frac{3}{4}x\right) \cos\left(\frac{1}{4}x\right) dx$ .
4.  $(\sqrt{3}+1) \int_{-4\pi}^{-\pi} \cos\left(\frac{7}{12}x\right) \cos\left(\frac{5}{12}x\right) dx$ .
5.  $\int_{-4\pi}^{4\pi} \cos\left(\frac{5}{8}x\right) \cos\left(\frac{3}{8}x\right) dx$ .
6.  $(5+5\sqrt{2}) \int_{-4\pi}^{5\pi} \cos\left(\frac{3}{8}x\right) \cos\left(\frac{1}{8}x\right) dx$ .

**Обчислити площу фігури, обмеженої графіками функцій:**

7.  $y = 3x + 18 - x^2$ ,  $y = 0$ .
8.  $y = x^2$ ,  $y = 2 - x$ .
9.  $y = x^3$ ,  $y = 8$ ,  $x = 0$ .
10.  $y = 3(4x - x^2)$ ,  $y = 0$ ,  $x = 2$ .
11.  $y = x^2 - 2x + 3$ ,  $y = 3x - 1$ .
12.  $y = \frac{1}{3}x^2 - 2x + 4$ ,  $y = 10 - x$ .
13.  $y = 3x^2 + 3x - 18$ ,  $y = 9x + 18 - 3x^2$ .
14.  $y = 2x^2 - 5x + 2$ ,  $y = 4x + 14 - x^2$ .
15.  $y = -\frac{2}{3}x^2 + 5x$ ,  $y = \frac{1}{3}x^2 + 4$ .
16.  $y = -7x + 12$ ,  $y = 11x - 12 - 3x^2$ .
17. Обчислити зменшену на  $9\ln 3$  площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 9/x$ ,  $y = x$ ,  $x = 9$ ,  $y = 0$ .
18. Обчислити зменшену на  $\pi/2$  площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = (\sin(x/2) + \cos(x/2))^2$ ,  $y = 0$ ,  $x = 0$ ,  $x = \pi/2$ .
19. Обчислити збільшену на  $4\ln 2$  площу фігури, обмеженої графіками функцій  $y = 2/x$ ,  $y = -x/2 - 5/2$ .

## РОЗДІЛ 13. АЛГЕБРАЇЧНІ ТА РАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ

### Група 1

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

1.  $2x+3 < 5x-2$ .

2.  $5-3x \leq x+1$ .

**Визначити кількість цілих розв'язків системи нерівностей, що задовольняють умову  $x \leq 5$ :**

3. 
$$\begin{cases} 3x - 2 \geq 2x + 1, \\ 5x + 7 \geq 3 - 2x. \end{cases}$$

4. 
$$\begin{cases} 2x + 1 \geq -3 + 2x, \\ x - 3 < 2x + 2. \end{cases}$$

5. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності  $2x+3 > 5x-2$ .

**Визначити найбільший від'ємний цілий розв'язок нерівності:**

6.  $x^2 \geq 9 - 2,5x$ .

7.  $x^2 \geq -5x + 4$ .

8.  $x^2 + 10x + 9 \leq 0$ .

**Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності:**

9.  $x^2 \leq 9x - 5$ .

10.  $x^2 - x - 2 \leq 0$ .

**Визначити цілий розв'язок нерівності:**

11.  $x^2 < 6x - 8$ .

12.  $x^2 + 10x + 24 < 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-5; 5)$ :**

13.  $x^2 - 6x + 5 \leq 0$ .

14.  $x^2 + x - 2 > 0$ .

15.  $x^2 - 10x + 25 > 0$ .

16.  $-x^2 + x + 2 \leq 0$ .

17.  $x^2 - 3x - 4 < 0$ .

18.  $x^2 + 7x + 6 \leq 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності:**

19.  $(x-1)(x+2) \leq 0$ .

20.  $(x-2)(x+4) < 0$ .

21.  $(x-2)(x+5) < 0$ .

22.  $\frac{x+8}{3x-1} \leq 0$

23.  $(5-x)(x+6) > 0$ .

24.  $(1-x)(x+4) \geq 0$ .

25.  $\frac{x+9}{x-1} \leq 0$ .

26.  $\frac{x+5}{2-x} \geq 0$ .

27.  $\frac{x+1}{4-x} \geq 0$ .

28.  $\frac{x-9}{x+8} < 0$ .

29.  $\frac{7-x}{x+5} > 0$ .

30.  $\frac{x}{5-x} \geq 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-5; 5)$ :**

31.  $4^{\log_4(4-9x)} < 16$ .

32.  $3^{\log_3(2x+3)} < 6$ .

33.  $5^{\log_5(2x+6)} \leq 10$ .

**Група 2****Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

1.  $\frac{3}{x+2} \geq 1$ .

2.  $\frac{6}{x-4} \leq -1$ .

3.  $\frac{2x+11}{3x+1} \geq 2$ .

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності:**

4.  $\frac{5}{1-x} \leq -2$ .

5.  $\frac{2x}{x-1} \leq \frac{7}{1-x}$ .

6.  $\frac{x}{2+x} \leq \frac{x-5}{x-3}$ .

7.  $\frac{x}{1+x^2} \geq \frac{1}{x-3}$ .

8.  $\frac{3(x+4)}{(1+x)(x+4)} \leq -1$ .

9.  $\frac{2x-1}{x-2} \leq \frac{x+2}{x}$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

10.  $\frac{2x-1}{x-2} \leq \frac{x+2}{x}$ .

11.  $\frac{6(\sqrt{x})^2 - 15}{x^2 + 4x + 15} > \frac{5}{x+5}$ .

12.  $\frac{3(\sqrt{x})^2 - 11}{x^2 + x + 11} > \frac{2}{x+2}$ .

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

13.  $\frac{x-2-x^2}{x-9} \geq 0$ .

14.  $\frac{x^2 - 3x + 3}{x+8} \leq 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-9; 8)$ :**

15.  $(x-2)(x+3)^2 \geq 0$ .

16.  $(x-3)^2(2-x) \geq 0$ .

17.  $(x+1)(x+3)^2 < 0$ .

18.  $(x-2)^2(-x-4) < 0$ .

19.  $(x+1)(x-3)^2 \leq 0$ .

20.  $(x+2)^2(3-x) \leq 0$ .

21.  $(x-3)^2(x-1) > 0$ .

22.  $(x+4)^2(2-x) > 0$ .

23.  $(x-3)^2/(2x-1) > 0$ .

24.  $(x+1)^2/(2x+3) \leq 0$ .

25.  $(x-1)^2/(2x-3) \geq 0$ .

26.  $(x-4)^2/(2-x) \geq 0$ .

27.  $(x+2)^2(x-1) \geq 2(x+2)^2$ .

28.  $(3-x)^2 x^2 \geq (x-3)^2$ .

**Група 3****Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

1.  $(x-5)^2(x+2)(x-4)^3 \leq 0$ .

2.  $(x-4)^2(3-x)(x-1)^3 \geq 0$ .

3.  $(x+2)^2(x-3)(2-x)^3 \geq 0$ .

4.  $(x-2)^2(3-x)(x+4)^3 > 0$ .

5.  $(x+2)^2(x+5)(4-x)^3 > 0$ .

6.  $(x-4)^2(7-x)(5+x)^3 > 0$ .

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $[-10; 10]$ :**

7.  $(x+1)^2(x-2)(x+3)^3 \geq 0$ .

8.  $(x+3)^2(7-x)(x+5)^3 \leq 0$ .

9.  $(x+2)^2(x+6)(9-x)^3 \leq 0$ .

10.  $(x-3)^2(x-2)(x+1)^3 > 0$ .

11.  $(x-4)^2(1-x)(x+3)^3 < 0$ .

12.  $(x+5)^2(x+3)(2-x)^3 < 0$ .

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $[-8; 8]$ :**

13.  $x^4 - 10x^2 + 9 \leq 0$ .

14.  $x^4 - 2x^2 + 1 > 0$ .

15.  $x^4 - 13x^2 + 36 \geq 0$ .

16.  $x^4 + 8x^2 - 9 < 0$ .

17.  $x^4 + 5x^2 - 36 > 0$ .

18.  $(x^2 + 2x)^2 - 2(x+1)^2 - 1 \geq 0$ .

19.  $2x^3 - 3x^2 - 2x + 3 \leq 0$ .

20.  $x^3 + 4x^2 - 3x - 18 \geq 0$ .

21.  $(x+1)(x+2)(x+3)(x+4) - 24 \geq 0$ .

22.  $x - \frac{2}{x} \leq 1$ .

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності у проміжку  $[-5; 5]$ :**

23.  $\frac{x-1}{x+2} < \frac{1}{x}$ .

24.  $(x+1)^3(x-2)(x-3)^2 > 0$ .

**Визначити середнє арифметичне цілих розв'язків нерівності:**

25.  $\frac{(x-2)(x+12)^2}{-x-2} \geq 0$ .

26.  $\frac{(x-10)(x+199)^2}{-x-10} \geq 0$ .

27.  $\frac{(x-20)(x+307)^2}{-x-20} \geq 0$ .

28.  $\frac{(x-7)(x+97)^2}{-x-7} \geq 0$ .



## РОЗДІЛ 14. ІРРАЦІОНАЛЬНІ НЕРІВНОСТІ

### Група 1

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

- |  |                                       |
|--|---------------------------------------|
| 1. $\sqrt{11-2x}\sqrt{x+1} > -1$ .     | 2. $\sqrt{8-2x}\sqrt{x-2} \geq -2$ .  |
| 3. $\sqrt{14-2x}\sqrt{x-6,5} > -0,5$ . | 4. $\sqrt{21-2x} - \sqrt{x-6} < -2$ . |
| 5. $\sqrt{16-2x} - \sqrt{x+1} < -1$ .  | 6. $\sqrt{13-2x}\sqrt{x-2,5} < 3$ .   |
| 7. $\sqrt{15-2x} + \sqrt{x+1} > 1$ .   | 8. $\sqrt{17-2x} - \sqrt{x+2} < 1$ .  |
| 9. $\sqrt{19-2x} + \sqrt{x-8,5} < 2$ . | 10. $\sqrt{10-2x}\sqrt{x-1} \leq 2$ . |
| 11. $\sqrt{7-2x} + \sqrt{x+1} > 2$ .   | 12. $\sqrt{24-2x}\sqrt{x-8,5} > -5$ . |

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

- |   |   |
|---|---|
| 13. $\sqrt{7-2x} + \sqrt{x+1} > 2$ .    | 14. $\sqrt{x+2}\sqrt{x-1}(x-9) < 0$ .             |
| 15. $\sqrt{x-2}\sqrt{x-4}(2x-19) < 0$ . | 16. $\sqrt{x+2}\sqrt{x-3}(2x-19) < 0$ .           |
| 17. $\sqrt{x} + \sqrt{x-1} > 2$ .       | 18. $\frac{\sqrt{x^2 - 30x + 225}}{x+5,1} \geq 0$ |

**Визначити найменший розв'язок нерівності:**

- |                                     |   |
|-------------------------------------|---|
| 19. $(x^2 - 9)\sqrt{x-2} \geq 0$ .  | 20. $\sqrt{x} + \sqrt{x-3} > 1,4$ .           |
| 21. $(x-2)\sqrt{x-1} \geq 0$ .      | 22. $\sqrt{x-7} > 4-x$ .                      |
| 23. $\sqrt{x+7} > 4+x$ .            | 24. $\sqrt{x+8} > \sqrt{x-8}$ .               |
| 25. $\sqrt{x+4} > \sqrt{x-18}$ .    | 26. $\frac{\sqrt{x+2}-1}{\sqrt{x+3}-2} > 0$ . |
| 27. $\frac{\sqrt{x-32}-1}{x} < 0$ . | 28. $\sqrt{x+2} > \sqrt{2x-15}$ .             |

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

- |   |                                      |
|---|--------------------------------------|
| 29. $\sqrt{7,1-2,3x} \leq 2$ .          | 30. $\sqrt{5,7-2,3x} > -3$ .         |
| 31. $\sqrt{9,2-2,2x} \leq \sqrt{x+3}$ . | 32. $\sqrt{x+2} > \sqrt{6,7-4,1x}$ . |

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності:**

- |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|
| 33. $\sqrt{4x-x^2} > -1$ . | 34. $\sqrt{5x-x^2} > -2$ . |
|----------------------------|----------------------------|

35.  $\sqrt{-x^2 + 6x - 8} > -1$ .

36.  $\sqrt{(x+3) \cdot (7-x)} > -3$ .

37. Визначити найменший розв'язок нерівності  $\sqrt{16-x^2} > x$ .

38. Визначити найбільший розв'язок нерівності  $\sqrt{81-x^2} < 4x$ .

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності:**

39.  $\sqrt{x-2} < 2$ .

40.  $\sqrt{x+5} > \sqrt{2x-1}$ .

41.  $\sqrt{4-x} < \sqrt{x-1}$ .

42.  $\sqrt{2x+1} \geq \sqrt{2-x}$ .

43.  $\sqrt{x-3} \leq 1$ .

44.  $\sqrt{9x-x^2} > 3\sqrt{2}$ .

45.  $\sqrt{11x-x^2} > 2\sqrt{7}$ .

46.  $\sqrt{2x-7} \leq 3$ .

**Група 2****Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

1.  $\sqrt{9-x} < x-3$ .

2.  $\sqrt{x^2+5x+7} < 3+x$ .

3. Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності

$$\sqrt{(x+2)(x-5)} < 8-x$$

4. Визначити найменший натуральний розв'язок нерівності

$$\sqrt{(2x-11)^2} > 13$$

5. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$\sqrt{(2x+7)^2} \geq 21$$

6. Визначити суму цілих розв'язків нерівності  $\sqrt{(2x-3)^2} \leq 5$ .**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

7.  $(x+11)\sqrt{x^2-x-2} < 0$ .

8.  $(5-x)\sqrt{x^2-4x+3} > 0$ .

9.  $\frac{\sqrt{x^2-2x-3}}{6-x} \geq 0$ .

10.  $\frac{\sqrt{x^2-7x+12}}{x-12} \leq 0$ .

11.  $(2-x)\sqrt{x^2+4x+3} > 0$ .

12.  $\sqrt{x^2-17} > -\sqrt{-x-5}$ .

13.  $\sqrt{x^2-138} > -\sqrt{-x}$ .

14.  $\sqrt{x^2-156} > -\sqrt{-x-8}$ .

15.  $\sqrt{x^2-156} > -\sqrt{-x}$ .

16.  $\sqrt{128-x^2} > -\sqrt{-8,3-x}$ .

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

17.  $(x^2 - 4x - 8)\sqrt{x-1} < 0.$

18.  $(3 - x^2)\sqrt{x+5} \geq 0.$

19.  $(x^2 - 10)\sqrt{x-2} \leq 0.$

20.  $(x^2 - 5)\sqrt{x+6} \leq 0.$

21.  $(x-5)\sqrt{9-x^2} \geq 0.$

22.  $\sqrt{10x-x^2} \geq -(x-10)^2.$

23.  $\sqrt{5x-x^2} \leq \lg(\cos x).$

24.  $\sqrt{18x-x^2} > \lg(\sin x).$

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-6; 6)$ :**

25.  $(x^2 - 9)\sqrt{x-1} \geq 0.$

26.  $(3-x^2)\sqrt{1-x} \leq 0.$

**Знайти найбільше ціле число, що не задовольняє нерівність:**

27.  $\frac{\sqrt{x^2 - 30x + 225}}{x+5} > 0.$

28.  $\frac{\sqrt{x^2 - 36x + 324}}{x-8} > 0.$

**Знайти найбільший цілий розв'язок нерівності:**

29.  $\sqrt{-3-x} \geq (x-2) \frac{1}{\sqrt{(x-2)^2}}.$

30.  $\sqrt{-2-x} > \frac{1}{x-3} \sqrt{(x-3)^2}.$

**Знайти суму найбільшого і найменшого розв'язку нерівності:**

31.  $\sqrt{2x+4} - \sqrt{2x-4} \geq 2.$

32.  $\sqrt{10x+5} - \sqrt{10x-3} \geq 2.$

33.  $\sqrt{5x+5} - \sqrt{5x-3} \geq 2.$

34.  $\sqrt{2x+5} - \sqrt{2x-3} \geq 2.$

### Група 3

**Визначити середнє арифметичне цілих розв'язків нерівності:**

1.  $\left(\frac{1}{4} - x^2\right)\sqrt{4x-x^2} \geq 0.$

2.  $(9+7x-2x^2)\sqrt{6+x-x^2} \geq 0.$

3.  $\frac{\sqrt{(x+12)^2(5-x^2+4x)}}{169-x^2} \leq 0.$

4.  $\frac{\sqrt{(x+82)^2(x-7)}}{-x-7} \geq 0.$

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності:**

$$5. \frac{(x-36)^2 \sqrt{x^2 - 26x + 168}}{361 - x^2} \geq 0. \quad 6. \frac{(x-40)^2 \sqrt{x^2 - 30x + 224}}{441 - x^2} \geq 0.$$

$$7. \frac{(x-34)^2 \sqrt{x^2 - 24x + 143}}{324 - x^2} \geq 0. \quad 8. \frac{(x-30)^2 \sqrt{x^2 - 20x + 99}}{256 - x^2} \geq 0.$$

$$9. \frac{(x-46)^2 \sqrt{x^2 - 36x + 323}}{576 - x^2} \geq 0. \quad 10. \frac{(x-75)^2 \sqrt{x^2 - 10x + 24}}{256 - x^2} \geq 0.$$

$$11. \sqrt{14 - 5x - x^2} > -\sqrt{2 - x}.$$

$$12. \sqrt{30 - 7x - x^2} > -\sqrt{3 - x}.$$

$$13. \sqrt{52 - 9x - x^2} > -\sqrt{4 - x}.$$

$$14. \sqrt{102 - 11x - x^2} > -\sqrt{6 - x}.$$

$$15. \sqrt{4 - x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0.$$

$$16. \sqrt{10 - x^2} + \frac{|x|}{x} \geq 0.$$

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності:**

$$17. \sqrt{x+18} < 2 - x.$$

$$18. \sqrt{x-2} > x - 3.$$

$$19. \sqrt{6-x} < 3x - 4.$$

$$20. \sqrt{2x-3} > x - 4.$$

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-9; 9)$ :**

$$21. \sqrt[3]{x-1} + \sqrt[3]{x-2} \geq \sqrt[3]{2x-3}. \quad 22. \sqrt[3]{x-6} - \sqrt[3]{4-x} \geq \sqrt[3]{2x-10}.$$

$$23. \sqrt[3]{x-4} - \sqrt[3]{5-x} \leq \sqrt[3]{2x-9}. \quad 24. \sqrt[3]{x-6} + \sqrt[3]{x-3} \leq \sqrt[3]{2x-9}.$$

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

$$25. \sqrt[3]{x-1} - \sqrt[3]{7-x} > \sqrt[3]{2x-8}.$$

$$26. \sqrt[3]{x+1} - \sqrt[3]{9-x} > \sqrt[3]{2x-8}.$$

## РОЗДІЛ 15. ПОКАЗНИКОВІ НЕРІВНОСТІ

### Група 1

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

1.  $(1/3)^{x+1} \geq 3$ .      2.  $4^{2+x} \leq 8^{-4/3}$ .      3.  $(3/4)^{x-4} \geq (4/3)^2$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

4.  $\left(\frac{2}{3}\right)^x < 3\frac{3}{8}$ .      5.  $(0,01)^{x/3} < 10\sqrt[3]{10}$ .      6.  $\left(\frac{2}{3}\right)^x \left(\frac{9}{8}\right)^x < \frac{27}{64}$ .

7.  $4^{x+1} + 4^x > 320$ .

8.  $5^x + 3 \cdot 5^{x-2} > 140$ .

9.  $2^{2x+1} + 2^{2x+2} + 2^{2x} > 28$ .

10.  $3^{x-1} + 3^{x-2} + 3^{x-3} > 13$ .

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

11.  $\left(\frac{4}{9}\right)^x \left(\frac{27}{8}\right)^{x-1} < \frac{2}{3}$ .

12.  $(0,7)^{x+2} > 2\frac{2}{49}$ .

13.  $(0,4)^{x-3} > 6\frac{1}{4}$ .

14.  $\left(\frac{2}{3}\right)^{x-1} > \frac{81}{16}$ .

15.  $2^{x+2} - 2^{x-1} < 14$ .

16.  $5^{x+1} - 5^{x-1} < 24$ .

### Група 2

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

1.  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+2} > 4,8$ .

2.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{x-1} > 15,5$ .

3.  $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+2} > 8,4$ .

4.  $(0,2)^{x+4} > 20,7$ .

5.  $(0,3)^{x-2} > 3,1$ .

6.  $(0,6)^{x+1} > 1,5$ .

7.  $(0,9)^{x+2} > 1,2$ .

8.  $5^{2x} + 5^x - 30 \leq 0$ .

9.  $3^{-2x} - 7 \cdot 3^{-x} - 18 > 0$ .

10.  $2^{-x} - 2^{1-x/2} - 8 > 0$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

11.  $2 \cdot 4^{2x-2} + 4^{x-1} - 10 > 0$ .

12.  $(0,3)^{x-6} < 12$ .

13.  $(0,4)^{x+1} < 6,5$ .

14.  $(0,5)^{x-9} < 8,1$ .

15.  $2^x - 2^{4-x} - 15 > 0$ .

16.  $25^{\sqrt{x}} - 124 \cdot 5^{\sqrt{x}} - 125 > 0$ .

17.  $(\sqrt[3]{3})^x + (\sqrt[10]{3})^{x-10} - 84 > 0$ .

18.  $4^x + 2^x - 20 > 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-5; 5)$ :**

19.  $(0,5)^x \leq (0,5)^{2x^2}$ .

20.  $(\frac{1}{7})^{5x-x^2} < 49^3$ .

21.  $(0,2)^{x^2+6x} \geq 5^9$ .

22.  $(\frac{1}{2})^{x^2-3x} > \frac{1}{16}$ .

23.  $4^{x^2+1} \leq (\frac{1}{16})^{-x}$ .

24.  $(0,2)^{x(4-x)} > 5^{-4}$ .

### Група 3

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

1.  $(\sqrt[3]{5+\sqrt{24}})^x + (\sqrt[3]{5-\sqrt{24}})^x \leq 10$ .

2.  $(\sqrt[9]{9-\sqrt{80}})^x + (\sqrt[9]{9+\sqrt{80}})^x \leq 18$

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

3.  $3 \cdot 81^{\frac{1}{x}} - 10 \cdot 9^{\frac{1}{x}} + 3 \geq 0$ .

4.  $100^{\frac{1}{x}} + 25^{\frac{1}{x}} - 4,25 \cdot 50^{\frac{1}{x}} \geq 0$ .

5.  $36^{\frac{1}{x}} - 8 \cdot 12^{\frac{1}{x}} - 9 \cdot 4^{\frac{1}{x}} \geq 0$ .

6.  $64^{\frac{1}{x}} - 2 \cdot \frac{3x+3}{x} + 12 \leq 0$ .

7.  $8 \cdot 16^x + 6 \cdot 12^x - 9 \cdot 9^x \leq 0$ .

8.  $2 \cdot 49^x - 5 \cdot 14^x - 7 \cdot 4^x \leq 0$ .

9.  $3^{2x+4} + 45 \cdot 6^x - 9 \cdot 2^{2x+2} \leq 0$ .

10.  $2 \cdot 81^{-x} - 36^{-x} - 3 \cdot 16^{-x} \geq 0$ .

11. Визначити найбільший від'ємний розв'язок нерівності

$$25 \cdot 25^{\frac{1}{x}} + 15 \cdot 15^{\frac{1}{x}} - 18 \cdot 9^{\frac{1}{x}} \geq 0$$

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-9; 9)$ :**

12.  $x \cdot 3^{|x-3|} \geq 3x$ .

13.  $(x-1) \cdot 2^{|x+1|} \geq 2(x-1)$ .

**Обчислити суму цілих розв'язків нерівності:**

14.  $(1 + \sin 3,2)^{-x^2+154} < (1 + \sin 3,2)^{3x}$ .

15.  $(1 + \sin 4,5)^{-x^2+88} < (1 + \sin 4,5)^{3x}$ .

## РОЗДІЛ 16. ЛОГАРИФМІЧНІ НЕРІВНОСТІ

### Група 1

**Визначити найменший розв'язок нерівності:**

1.  $\log_{1,9}(3-x) \leq 1$ .
2.  $\log_3(2-x) \leq 3$ .
3.  $\log_{0,5}(1+2x) \leq -1$ .
4.  $\log_{0,6}(x-2) \leq 2$ .
5.  $(\log_2^2(2-x) - 8\log_{\frac{1}{4}}(2-x) - 5)\sqrt{x+5} \geq 0$ .
6.  $(\log_2^2(8-x) - \log_{\frac{1}{4}}(8-x) - 5)\sqrt{x-5} \geq 0$ .

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

7.  $\log_3(x-5) \leq 2$ .
8.  $\log_{11}(x+2) \leq 1$ .
9.  $\log_{\frac{1}{2}}(7-2x) \leq -6$ .
10.  $\log_{\frac{1}{3}}(1-5x) \leq -3$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

11.  $\log_3(x-5) \leq 2$ .
12.  $\log_{11}(x+2) \leq 1$ .

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

13.  $\log_{1/2}(132-x) \geq -2$ .
14.  $\log_{0,3}(64-x) \geq -6$ .
15.  $\log_{0,02}(34-x) \geq -8$ .
16.  $\log_{0,98}(28-x) \geq -10$ .
17.  $\log_7 \frac{2x-5}{2x-1} > 0$
18.  $\log_3(2-x) \leq 3$

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

19.  $\log_3(2-x) \leq 3$ .
20.  $\log_3(x-5) \leq 2$ .

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності:**

21.  $\log_{0,5} \frac{x-1}{7-x} \leq -1$ .
22.  $\log_{\frac{1}{3}} \frac{2x-1}{8-x} \leq -1$ .
23.  $\log_{0,3}(3x+8) < \log_{0,3}(x^2+4)$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-5; 5)$ :**

24.  $\log_{1+\sin 4}(x-1) < 0$ .
25.  $\log_{1+\cos 2}(x+3) < 0$ .
26.  $\log_{1+\sin 6}(x-1) > 0$ .
27.  $1 + \log_{\frac{1}{3}}(2-x) < 0$ .
28.  $1 + \log_{\frac{1}{2}}(-x) < 0$ .
29.  $1 + \log_{\frac{1}{4}}(2-x) > 0$ .

**Група 2****Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

1.  $\log_{2/3} \frac{22-4x}{x} \leq -1.$

2.  $\log_{3/5} \frac{70-3x}{x} \leq -1.$

3.  $\log_{1/3} \frac{25-2x}{x} \leq -1.$

4.  $\log_{0,(6)} \frac{9-3x}{x} \leq -1.$

5.  $\log_{0,(3)} \frac{7-4x}{x} \leq -1.$

6.  $\log_{0,(09)} \frac{14-3x}{x} \leq -1.$

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

7.  $\log_{x-4} (x-2) \leq 2.$

8.  $\log_{x-12} (x-6) \leq 2.$

9.  $\log_{x-\frac{63}{2}} (x-\frac{63}{4}) \leq 2.$

10.  $\log_{x-\frac{35}{2}} (x-\frac{35}{4}) \leq 2.$

**Знайти суму найменшого і найбільшого розв'язку нерівності:**

11.  $(\log_{0,2} (x-1))^2 \leq 4.$

12.  $\log_2^2 (x-2) \leq 9.$

13.  $x^{\log_{0,5} x} \geq \frac{1}{16}.$

14.  $x^{\log_5 x} \leq 625.$

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

15.  $\log_{45}(x+3)+\log_{45}(x-1)\leq 1.$

16.  $\log_{66}(x-1)+\log_{66}(x+4)\leq 1.$

17.  $\log_{96}(x-1)+\log_{96}(x+3)\leq 1.$

18.  $\log_{28}(x-2)+\log_{28}(x+1)\leq 1.$

**Визначити суму цілих розв'язків нерівності:**

19.  $\log_{0,5} \frac{3x+1}{x+1} \geq -1.$

20.  $\log_{0,5} \frac{x-1}{9-x} > -1.$

**Група 3****Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

1.  $\log_{0,5} (\log_5 (x-3)) < 0.$

2.  $\log_{0,5} (\log_3 (x-1)) > 0.$

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

3.  $\log_2 (\log_{0,1} (\frac{x}{3}-1)) < 0.$

4.  $\log_9 (\log_{0,9} (\frac{x}{8}-1)) > 0.$

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**



5.  $\log_8(\log_{0,8}(\frac{x}{7}-1)) > 0$ .

6.  $\log_4(\log_{0,3}(\frac{x}{5}-1)) < 0$ .

7.  $\log_{0,5}\log_5(x-3) \geq 0$ .

8.  $\log_{0,3}(\log_2(x+4)) \geq 0$ .

**Знайти суму найменшого і найбільшого цілих розв'язків нерівності:**

9.  $\log_{0,5}(\log_2(\log_{\frac{1}{3}}(\frac{x}{9}-1))) \geq 0$ .

10.  $\log_{0,5}(\log_2(\log_{0,3}(\frac{x}{8}-1))) \geq 0$ .

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

11.  $2^{\log_3 x^2} - 2^{\log_3(-x)+2} + 4 \leq 0$ .

12.  $3^{\log_5 x^2} - 2 \cdot 3^{\log_5(-x)+1} + 9 \leq 0$ .

13.  $\log_2 x \leq \frac{2}{\log_2 x - 1}$ .

14.  $\log_{x-24}(x-12) \geq 2$ .

15.  $\log_{2x-10}(2x+20) \geq 2$ .

16.  $\log_{2x-32}(2x+24) \geq 2$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності:**

17.  $\log_{(3-\frac{x}{2})}(\frac{x-1}{2}) < 1$

18.  $\log_{(\frac{x}{2}-2)}(12-x) \leq 1$

19.  $\log_{\frac{5x}{2}+41}(\frac{x}{2}+7)^2 \leq 1$ .

20.  $\log_{x+71}(\frac{x}{7}+9)^2 \leq 1$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-\infty; 15)$ :**

21.  $\log_{\frac{x}{2}-1} 8 < 3$ .

22.  $\log_{\frac{2x}{3}-3} 81 < 4$ .

23.  $\log_{\frac{x}{2}-1}(x-2) \geq 0$ .

24. Визначити суму цілих розв'язків нерівності  $\log_{\frac{x}{2}-1}(6-x) \leq 0$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

25.  $\log_{\frac{1}{2}}(\frac{x}{3}-3)^8 > -4$ .

26.  $\log_{\frac{1}{3}}(x+5)^6 \geq -3$ .

27.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+8x+16)^{96} > -1$ .

28.  $\log_{\frac{1}{2}}(x^2+6x+9)^{126} > -1$ .

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

29.  $\log_{1,2}(\frac{x}{2}-2)^4 < \frac{4}{3}$ .

30.  $\log_{1,3}(\frac{x}{2}-10)^{18} < 9$ .

$$31. \log_{\frac{1}{2}}(x^2 + 10x + 25)^{102} > -1.$$

32. Визначити найбільше ціле число, що не є розв'язком нерівності  $5 \log_{0,5} x \leq 6 + \log_{0,5}^2 x$ .

**Знайти суму найменшого і найбільшого розв'язку нерівності:**

$$33. \log_{\frac{1}{2}}(x-5)^2 \geq -\frac{2}{\log_{0,4} 2}.$$

$$34. \log_{\frac{1}{2}}(x-21)^2 \geq -\frac{2}{\log_{0,7} 2}.$$

**Визначити кількість цілих розв'язків нерівності:**

$$35. \log_{\frac{1}{2}}(x-18)^2 \geq -\frac{2}{\log_3 2}.$$

$$36. \frac{\lg(x-6)^2}{\lg(x+24)} \leq 1.$$

$$37. \frac{\log_2(x-8)^2}{\log_2(2x+32)} \leq 1.$$

$$38. \frac{\log_3(x-5)^2}{\log_3(2x+5)} \leq 1.$$

39. Знайти суму натуральних розв'язків нерівності  $2 \log_3 x + \log_x 27 \leq 5$ .

40. Скільки цілих розв'язків має система нерівностей

$$\begin{cases} \log_x(x^2 + 7x - 7) \geq 1, \\ x - 10 \leq 10. \end{cases}$$

**Обчислити суму цілих розв'язків нерівності:**

$$41. (x^2 - 8x) \log_3(x-2) \leq 0.$$

$$42. (x^2 + 5x) \log_2(-2x-1) \leq 0.$$

$$43. \log_{\sin \frac{\pi x}{4}} \sin^{10} \left( \frac{\pi x}{4} \right) > x^2 - 39.$$

$$44. \log_{\sin \frac{\pi x}{6}} \sin^{50} \left( \frac{\pi x}{6} \right) > x^2 - 50.$$

45. Визначити найменший розв'язок нерівності  $\log_{x+1}(-x) \geq 1$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $[-5; 5]$ :**

$$46. (x-5)^2(x+1)\lg(x-2)^2 \leq 0.$$

$$47. (x-5)^2(3-x)\lg(x-2)^2 \geq 0.$$

$$48. (x-5)^2 \cdot \sqrt{x+2} \cdot \lg(x-2)^2 \leq 0.$$

**РОЗДІЛ 17. НЕРІВНОСТІ З МОДУЛЯМИ****Група 2****Знайти кількість цілих розв'язків нерівності:**

1.  $|x-1| \leq 2$ .      2.  $|x+2| \leq 4$ .      3.  $|x-3| \leq 6$ .      4.  $|x+4| < 5$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності в проміжку  $[-5; 5]$ :**

5.  $|x+2| \geq 3$ .      6.  $|x-1| \geq 4$ .      7.  $|x-2| \geq 3$ .      8.  $|2x-1| \geq 3$ .

**Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності:**

9.  $|3x-1| < 2x+2$ .      10.  $|2-3x| - x \leq 8$ .      11.  $|7-3x| - 2x \leq 2$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

12.  $|1-2x| - x \leq 10$ .      13.  $|3x-2| + 2x \leq 8$ .      14.  $|4x-4| + 4x \geq 5$ .

**Визначити найменший розв'язок нерівності:**

15.  $|3x+1| \leq x+7$ .      16.  $|2x+3| \leq x+12$ .      17.  $|4x+3| \leq x+21$ .

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

18.  $|2-3x| \leq x+7$ .      19.  $|1-6x| \leq x+1$ .      20.  $|5-7x| \leq 2x+6$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-5; 5)$ :**

21.  $|x+4|(-x-2) \leq 0$ .      22.  $(x-2)|x+1| < 0$ .      23.  $|x+4|(2x-3) \geq 0$ .

24.  $|x+3|(4-x) > 0$ .      25.  $|x-3|(2-x) \geq 0$ .      26.  $|x+1|/(x-1) \geq 0$ .

27.  $|x+4|/(x+3) \geq 0$ .      28.  $|x-4|/(2-x) \geq 0$ .      29.  $|x+2|/(x-2) \geq 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $(-9; 9)$ :**

30.  $(|x|-x)(x-3)^2 \leq 0$ .      31.  $(|x|-x)(x+3)^2 \geq 0$ .      32.  $\frac{(x+5)^2}{|x|-x} \geq 0$ .

33.  $\frac{(x-5)^2}{|x|+x} \leq 0$ .      34.  $\frac{x+3}{|x|+x} \geq 0$ .      35.  $\frac{5-x}{x-|x|} \leq 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності:**

36.  $(|x|-3)(x-5)^2 \leq 0$ .      37.  $(|x|-2)(x-7)^2 \leq 0$ .      38.  $\frac{(x+3)^2}{|x|-x} \leq 0$ .

39.  $(|x|-2)(|x|-3)^2 \leq 0$ .      40.  $(|x|-4)(|x|-6)^2 \leq 0$ .      41.  $\frac{(x+5)^2}{x-|x|} \geq 0$ .

**Група 3****Знайти кількість цілих розв'язків нерівності:**

1.  $|x-3|(x+1)(x-2) \leq 0$ .+      2.  $(x+4)(3-x)|x-4| \geq 0$ .      3.  $\frac{x^2 - 7|x| + 10}{(x+3)^2} \leq 0$ .
4.  $(x+4)(3-x)|x-2| > 0$ .      5.  $(x+5)|x-4|(7-x) > 0$ .      6.  $\frac{x^2 - 8|x| + 12}{(x+4)^2} \leq 0$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків нерівності у проміжку  $[-9; 9]$ :**

7.  $(x-3)|x-2|(x+1) \geq 0$ .      8.  $(7-x)(x+5)|x+3| \leq 0$ .      9.  $\frac{|x-3|(x-2)^2}{(x+2)(x-8)} \leq 0$
10.  $\frac{3x|x|}{x-|x|} \geq 0$ .      11.  $\frac{-5x|x|}{x+|x|} \leq 0$ .      12.  $\frac{|x-2|(x+5)^2}{(x+3)(x-7)^2} \leq 0$ .
13.  $(x-1)|x-3|(x+2) > 0$ .      14.  $|x| + x \geq -x^2$ .      15.  $|x| + x > -x^2$ .
16.  $(1-x)(x+3)|x-4| < 0$ .      17.  $|x| + x \leq -x^2$ .      18.  $|x| + x < -x^2$ .
19.  $|x-2| + x - 2 \geq (x-2)^2$ .      20.  $|x| + x \geq -x^2 + 4$ .      21.  $||x| - x| \leq x^2$ .

**Визначити найбільший розв'язок нерівності:**

22.  $|x^2 + 2x + 7| \leq 3x - 10 - x^2$ .      23.  $|x^2 + 3x + 10| \leq 2x - 9 - x^2$ .
24.  $|x+1| + |2-x| + |3-x| \leq 2x$ .      25.  $|x+2| + |8-x| + |4-x| \leq 2x$ .

**Визначити найменший цілий розв'язок нерівності:**

26.  $|5-x^2| > x^2 - 5$ .      27.  $|7-x^2| > x^2 - 7$ .      28.  $|x-1| > |2x+3|$ .      29.  $|x-5| > |2x-7|$ .

**Визначити кількість від'ємних цілих розв'язків нерівності:**

30.  $x^2 - 2|x| \leq -(3x+6)$ .      31.  $x^2 - 5|x| \leq -(7x+35)$ .
32.  $\frac{x^2 + 8|x| + 9}{(x+3)^2} \geq 8$ .      33.  $\frac{x^2 + 4|x| + 7}{(x+4)^2} \geq 2$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків системи нерівностей:**

34.  $\begin{cases} (x+2)|x^2 - 3x + 2| \leq 0, \\ x \geq -5. \end{cases}$       35.  $\begin{cases} (x-2)|x^2 + 3x + 2| \geq 0, \\ x \leq 4. \end{cases}$

## РОЗДІЛ 18. ТРИГОНОМЕТРИЧНІ НЕРІВНОСТІ

### Група 2

**Знайти (у градусах) найменший додатний розв'язок нерівності:**

1.  $\sin 3x \geq 1/2$ .
2.  $3 \operatorname{tg} 2x \geq \sqrt{3}$ .
3.  $\operatorname{ctg} 3x \leq 1$ .
4.  $2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \geq \sqrt{2}$ .
5.  $2 \sin(2x + \pi/3) \leq \sqrt{2}$ .
6.  $3 \operatorname{ctg} 2x \leq \sqrt{3}$ .
7.  $2 \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \geq -1$ .
8.  $\operatorname{ctg} 3x \leq -\sqrt{3}$ .
9.  $2 \cos(x - 5\pi/6) \geq -1$ .

**Знайти (у градусах) найбільший розв'язок нерівності для  $x < 90^\circ$ :**

10.  $2 \cos x \geq \sqrt{2}$ .
11.  $\operatorname{ctg} x \geq \sqrt{3}$ .

**Знайти (у градусах) найменший натуральний розв'язок нерівності:**

12.  $2 \sin x - 1 > 0$ .
13.  $2 \cos x - \sqrt{2} < 0$ .
14.  $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} > 0$ .
15.  $\operatorname{ctg} x - 1 < 0$ .
16.  $2 \sin x - \sqrt{2} > 0$ .
17.  $2 \sin x - \sqrt{3} > 0$ .

**Знайти (у градусах) найбільший цілий розв'язок для  $x < 90^\circ$ :**

18.  $2 \sin x - 1 < 0$ .
19.  $2 \sin x - \sqrt{3} < 0$ .
20.  $2 \cos x - \sqrt{2} > 0$ .
21.  $\operatorname{tg} x - \sqrt{3} < 0$ .
22.  $\operatorname{ctg} x - 1 > 0$ .
23.  $\operatorname{tg} x - 1 < 0$ .

### Група 3

**Знайти кількість розв'язків нерівності (у градусах), кратних  $\alpha$ , що є у проміжку  $(0^\circ; 360^\circ)$ :**

1.  $-1 < \sin 2x < 1/2, \alpha = 40^\circ$ .
2.  $-\sqrt{2}/2 < \cos(x - \pi/3) < 1/2, \alpha = 30^\circ$ .
3.  $-1 < \operatorname{tg}(x - \pi/3) \leq \sqrt{3}, \alpha = 60^\circ$ .
4.  $-1 < \cos(2x + \pi/3) \leq -1/2, \alpha = 60^\circ$ .
5.  $0 < \sin(2x - \pi/3) \leq 1/2, \alpha = 55^\circ$ .
6.  $-1 \leq \operatorname{tg}(x + \pi/12) \leq 1, \alpha = 30^\circ$ .

**Знайти кількість цілих розв'язків (у градусах) у проміжку:**

7.  $2 \sin^2 x - 3 \cos x < 0, x \in [-90^\circ, 90^\circ]$ .
8.  $1 - \sin x + \cos x < 0, x \in [0^\circ, 360^\circ]$ .
9.  $2 \cos^2 x - \sin x > 1, x \in [0^\circ, 180^\circ]$ .
10.  $\sin x + \sqrt{3} \cos x > \sqrt{3}, x \in [0^\circ, 180^\circ]$ .
11.  $\sin 3x > 4 \cos x - \sin x, x \in [0^\circ, 360^\circ]$ .
12.  $2 \cos 2x - \cos^2 2x > 0, x \in [-90^\circ, 90^\circ]$ .

## РОЗДІЛ 19. ВЕКТОРИ

### Група 1

**Обчислити скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$ , якщо:**

1.  $\vec{a} (5; 0; 1)$ ,  $\vec{c} (1; 2; 4)$ .
2.  $\vec{a} (6; 1; 0)$ ,  $\vec{c} (1; 2; 4)$ .
3.  $|\vec{a}| = 1$ ;  $|\vec{c}| = 4$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{c}) = 60^\circ$ .
4.  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ;  $|\vec{c}| = 5$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{c}) = 30^\circ$ .
5.  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ ;  $|\vec{c}| = 5$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{c}) = 45^\circ$ .
6.  $|\vec{a}| = 2$ ;  $|\vec{c}| = 3$ ,  $(\vec{a} \wedge \vec{c}) = 60^\circ$ .
7. Відомо, що скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$  дорівнює 3, а кут між цими векторами дорівнює  $60^\circ$ . Обчислити довжину вектора  $\vec{c}$ , якщо  $|\vec{a}| = 1$ .
8. Відомо, що скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$  дорівнює 1,5, а кут між цими векторами дорівнює  $30^\circ$ . Обчислити довжину вектора  $\vec{c}$ , якщо  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ .
9. Відомо, що скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$  дорівнює 1,5, а кут між цими векторами дорівнює  $45^\circ$ . Обчислити довжину вектора  $\vec{c}$ , якщо  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ .
10. Відомо, що  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{c}| = 5$  і  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 2,5$ . Обчислити кут (у градусах) між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$ .
11. Відомо, що  $|\vec{a}| = \sqrt{3}$ ,  $|\vec{c}| = 2$  і  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 3$ . Обчислити кут (у градусах) між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$ .
12. Відомо, що  $|\vec{a}| = \sqrt{2}$ ,  $|\vec{c}| = 6$  і  $\vec{a} \cdot \vec{c} = 6$ . Обчислити кут (у градусах) між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{c}$ .

**Обчислити довжину вектора  $\vec{a}$ , якщо:**

13.  $\vec{a} (5; 12)$ .
14.  $\vec{a} (\sqrt{2}; \sqrt{119})$ .
15.  $\vec{a} (1; 4; \sqrt{8})$ .
16.  $\vec{a} (3; 5; \sqrt{2})$ .
17.  $\vec{a} (2; 7; \sqrt{11})$ .
18.  $\vec{a} (8; 0; 15)$ .

**Обчислити довжину вектора  $\vec{a} + \vec{c}$ , якщо:**

19.  $\vec{a} (2; 1)$ ,  $\vec{c} (1; 3)$ .
20.  $\vec{a} (1; 6)$ ,  $\vec{c} (5; 2)$ .

**Обчислити довжину вектора  $\vec{a} - \vec{c}$ , якщо:**

21.  $\vec{a} (17; 10)$ ,  $\vec{c} (2; 2)$ .
22.  $\vec{a} (18; 12)$ ,  $\vec{c} (3; 4)$ .

**Обчислити кут (у градусах) між векторами  $\bar{a}$  і  $\bar{c}$ , якщо:**

23.  $\bar{a}(2; 3)$ ,  $\bar{c}(3; -2)$ .

24.  $\bar{a}(2; 2)$ ,  $\bar{c}(3; 3)$ .

25.  $\bar{a}(2; 2)$ ,  $\bar{c}(-3; -3)$ .

26.  $\bar{a}(-2; -2)$ ,  $\bar{c}(5; 5)$ .

**Визначити  $x$ , при якому вектори  $\bar{a}$  і  $\bar{c}$  є перпендикулярними:**

27.  $\bar{a}(x; 1)$ ,  $\bar{c}(1; 2)$ .

28.  $\bar{a}(x; 6)$ ,  $\bar{c}(1; 4)$ .

**Визначити  $x$ , при якому вектори  $\bar{a}$  і  $\bar{c}$  є колінеарними:**

29.  $\bar{a}(x; 2)$ ,  $\bar{c}(2; 1)$ .

30.  $\bar{a}(x; 5)$ ,  $\bar{c}(2; 1)$ .

31.  $\bar{a}(2; x)$ ,  $\bar{c}(1; 4)$ .

**Знайти суму тих  $x$ , при яких вектори  $\bar{a}$  і  $\bar{c}$  перпендикулярні:**

32.  $\bar{a}(x; 3; 4)$ ,  $\bar{c}(x; x; -1)$ .

33.  $\bar{a}(x; -2; 1)$ ,  $\bar{c}(x; x; -3)$ .

34. При якому від'ємному  $x$  вектори  $\bar{a}(x; 1; 3)$  і  $\bar{c}(x; x; -2)$  перпендикулярні?

35. При якому натуральному  $x$  вектори  $\bar{a}(x; 1; 3)$  і  $\bar{c}(x; -x; -2)$  перпендикулярні?

36. При якому найменшому  $x$  вектори  $\bar{a}(x; 1; 3)$  і  $\bar{c}(x; -x; -2)$  перпендикулярні?

## Група 2

1. Визначити першу координату вектора  $\bar{c}$ , колінеарного до вектора  $\bar{a}(1; 2; 3)$  і такого, що  $\bar{a} \bar{c} = 28$ .
2. Визначити другу координату вектора  $\bar{c}$ , колінеарного до вектора  $\bar{a}(2; 1; 3)$  і такого, що  $\bar{a} \bar{c} = 14$ .
3. Визначити першу координату вектора  $\bar{c}$ , колінеарного до вектора  $\bar{a}(1; 2; 2)$  і такого, що  $|\bar{c}| = 3$ . Відомо, що  $\bar{c}$  утворює з віссю OX гострий кут.
4. Визначити другу координату вектора  $\bar{c}$ , колінеарного до вектора  $\bar{a}(1; 2; 2)$  і такого, що  $|\bar{c}| = 9$ . Відомо, що  $\bar{c}$  утворює з віссю OY тупий кут.
5. Визначити третю координату вектора  $\bar{c}$ , колінеарного до вектора  $\bar{a}(1; 2; 2)$  і такого, що  $|\bar{c}| = 3$ . Відомо, що  $\bar{c}$  утворює з віссю OZ тупий кут.
6. Визначити третю координату вектора  $\bar{c}$ , колінеарного до вектора  $\bar{a}(1; 2; 3)$  і такого, що  $|\bar{c}| = 2\sqrt{14}$ . Відомо, що  $\bar{c}$  утворює з віссю OZ гострий кут.

7. Знайти кут (у градусах) між віссю  $OZ$  і вектором  $\vec{c}(1; 1; -\sqrt{2})$ .
8. Знайти кут (у градусах) між віссю  $OZ$  і вектором  $\vec{c}(-1; -1; \sqrt{2})$ .
9. Знайти кут (у градусах) між віссю  $OY$  і вектором  $\vec{c}(1; \sqrt{3}; 0)$ .
10. Знайти кут (у градусах) між віссю  $OY$  і вектором  $\vec{c}(0; -4; 4\sqrt{3})$ .
11. Трикутник має вершини  $A(0; 7)$ ,  $B(6; -1)$ ,  $C(2; 1)$ . Знайти величину внутрішнього кута трикутника (у градусах) при вершині  $C$ .
12. Трикутник має вершини  $A(3; 2)$ ,  $B(5; 1)$ ,  $C(1; -2)$ . Знайти величину внутрішнього кута трикутника (у градусах) при вершині  $A$ .
13. Трикутник має вершини  $A(0; 7)$ ,  $B(6; -1)$ ,  $C(2; 1)$ . Знайти величину зовнішнього кута трикутника (у градусах) при вершині  $C$ .
14. Трикутник має вершини  $A(3; 2)$ ,  $B(5; 1)$ ,  $C(1; -2)$ . Знайти величину зовнішнього кута трикутника (у градусах) при вершині  $A$ .
15. Дано три послідовні вершини паралелограма  $A(1; -2)$ ,  $B(3; 2)$ ,  $C(6; 4)$ . Визначити абсцису його четвертої вершини  $D$ .
16. Дано три послідовні вершини паралелограма  $A(3; -2)$ ,  $B(3; -3)$ ,  $C(5; 0)$ . Визначити ординату його четвертої вершини  $D$ .
17. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a}(1; 2)$  і  $\vec{c}(-4; 2)$ , що виходять з однієї точки.
18. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a}(1; 3)$  і  $\vec{c}(-3; 1)$ , що виходять з однієї точки.
19. Обчислити площу квадрата, стороною якого є більша діагональ паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a}(1; 2)$  і  $\vec{c}(-6; 3)$ , що виходять з однієї точки.
20. Обчислити площу квадрата, стороною якого є менша діагональ паралелограма, побудованого на векторах  $\vec{a}(1; 2)$  і  $\vec{c}(10; -5)$ , що виходять з однієї точки.
21. Чотирикутник  $ABCD$  заданий своїми вершинами  $A(1; 2)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(6; 3)$  і  $D(m; -3)$ . При якому значенні параметра  $m$  діагоналі чотирикутника будуть перпендикулярні?

### Група 3

1. Дано три послідовні вершини паралелограма  $A(-9; 1)$ ,  $B(3; 5)$ ,  $C(7; 1)$ . Визначити кут (у градусах) між векторами  $\overline{AC}$  і  $\overline{BD}$ , де  $D$  – четверта вершина паралелограма.



2. Дано три послідовні вершини паралелограма  $A(-9; \sqrt{3})$ ,  $B(1; 3\sqrt{3})$  і  $C(7, \sqrt{3})$ . Визначити кут між векторами  $\overline{BD}$  і  $\overline{BC}$ , де  $D$  – четверта вершина паралелограма.
3. Обчислити площу трикутника, побудованого на векторах  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$ , що виходять з однієї точки, якщо кут між ними дорівнює  $45^\circ$  і скалярний добуток  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 2$ .
4. Обчислити площу паралелограма, побудованого на векторах  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$ , що виходять з однієї точки, якщо кут між ними дорівнює  $45^\circ$  і скалярний добуток  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 18$ .
5. Обчислити площу трикутника, побудованого на векторах  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$ , що виходять з однієї точки, якщо кут між ними дорівнює  $30^\circ$  і скалярний добуток  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 4\sqrt{3}$ .
6. Вектори  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$  утворюють кут  $120^\circ$  і  $|\mathbf{a}|=9$ ,  $|\mathbf{c}|=5$ . Обчислити  $|\mathbf{a}-\mathbf{c}|^2$ .
7. Вектори  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$  утворюють кут  $60^\circ$  і  $|\mathbf{a}|=9$ ,  $|\mathbf{c}|=1$ . Обчислити  $|\mathbf{a}-\mathbf{c}|^2$ .
8. Вектори  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$  утворюють кут  $60^\circ$  і  $|\mathbf{a}|=9$ ,  $|\mathbf{c}|=2$ . Обчислити  $|\mathbf{a}+\mathbf{c}|^2$ .
9. Вектори  $\mathbf{a}$  і  $\mathbf{c}$  утворюють кут  $120^\circ$  і  $|\mathbf{a}|=9$ ,  $|\mathbf{c}|=5$ . Обчислити  $|\mathbf{a}+\mathbf{c}|^2$ .
10. При якому найменшому натуральному значенні параметра  $m$  довжина вектора  $\mathbf{a}(4; 2; m)$  буде більша від числа 6?
11. При якому найбільшому натуральному значенні параметра  $m$  довжина вектора  $\mathbf{a}(m; 3; -1)$  буде менша від числа 5?
12. Знайти квадрат довжини вектора  $\mathbf{a}$ , якщо відомо, що вектор  $\mathbf{a}$  колінеарний до вектора  $\mathbf{c}(2; -2; 3)$  і скалярний добуток  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 34$ .
13. Знайти квадрат довжини вектора  $\mathbf{a}$ , якщо відомо, що вектор  $\mathbf{a}$  колінеарний до вектора  $\mathbf{c}(4; -2; 2)$  і скалярний добуток  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{c} = 12$ .
14. Третя координата вектора  $\mathbf{a}$  дорівнює 2 і він перпендикулярний до векторів  $\mathbf{c}(4; -1; -5)$  і  $\mathbf{r}(2; 1; -4)$ . Знайти  $|\mathbf{a}|^2$ .
15. Третя координата вектора  $\mathbf{a}$  дорівнює 2 і він перпендикулярний до векторів  $\mathbf{c}(1; 3; 1)$  і  $\mathbf{r}(1; -1; 3)$ . Знайти  $|\mathbf{a}|^2$ .
16. Перша координата вектора  $\mathbf{a}$  дорівнює  $-2$  і він перпендикулярний до вектора  $\mathbf{c}(2; -1; 3)$ . Скалярний добуток  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} = 8$ , де  $\mathbf{r}(3; 1; -2)$ . Знайти  $|\mathbf{a}|^2$ .

**РОЗДІЛ 20. ПЛАНІМЕТРІЯ-1 (ТРИКУТНИК)****Група 1**

1. Довжини катетів прямокутного трикутника дорівнюють 5 і 12. Обчислити довжину гіпотенузи трикутника.
2. Довжина гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює 13, а одного з катетів – 5. Обчислити довжину другого катета.
3. Медіана, опущена на гіпотенузу прямокутного трикутника, дорівнює 5, а один з катетів – 6. Знайти довжину другого катета.
4. Довжини катетів прямокутного трикутника дорівнюють 9 і 12. Обчислити діаметр кола, описаного навколо трикутника.
5. Діаметр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, дорівнює 17, а довжина одного з катетів – 8. Знайти другий катет.
6. Довжини катетів прямокутного трикутника дорівнюють 5 і 12. Визначити радіус кола, описаного навколо трикутника.
7. Довжини катетів прямокутного трикутника дорівнюють 9 і 12. Обчислити радіус кола, описаного навколо трикутника.
8. Площа прямокутного трикутника дорівнює 6, а довжина одного з катетів – 4. Обчислити довжину другого катета.
9. Довжина гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює  $2/\pi$ . Обчислити довжину кола, описаного навколо трикутника.
10. Довжина гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює  $4/\pi$ . Обчислити довжину кола, описаного навколо трикутника.
11. Медіана, опущена на гіпотенузу прямокутного трикутника, дорівнює  $7/\pi$ . Знайти довжину кола, описаного навколо трикутника.
12. Довжина гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює  $2/\sqrt{\pi}$ . Обчислити площу круга, описаного навколо трикутника.
13. Довжина гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює  $7/\sqrt{\pi}$ . Обчислити площу круга, описаного навколо трикутника.
14. Медіана, опущена на гіпотенузу прямокутного трикутника, дорівнює  $2/\sqrt{\pi}$ . Знайти площу круга, описаного навколо трикутника.
15. Довжини сторін трикутника дорівнюють 10, 10 і 16. Обчислити довжину висоти трикутника, опущеної на більшу сторону.
16. Довжини сторін трикутника дорівнюють 17, 17 і 30. Знайти медіану трикутника, опущеної на більшу сторону.

17. Довжини сторін трикутника дорівнюють 15, 15 і 18. Знайти бісектрису трикутника, опущеної на більшу сторону.
18. Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 12, а довжина його основи – 6. Знайти висоту, опущеної на основу трикутника.
19. Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 48, а довжина його основи – 12. Знайти медіану, опущеної на основу трикутника.
20. Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 48, а довжина його основи – 16. Знайти бісектрису, опущеної на основу трикутника.
21. Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 12, а довжина його висоти, опущеної на основу, – 4. Знайти основу трикутника.
22. Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 120, а довжина медіани, опущеної на основу, – 8. Знайти основу трикутника.
23. Площа рівнобедреного трикутника дорівнює 108, а довжина бісектриси, опущеної на основу, – 9. Знайти основу трикутника.
24. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 15, а довжина медіани, опущеної на основу, – 9. Знайти основу трикутника.
25. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 13, а довжина бісектриси, опущеної на основу, – 12. Знайти основу трикутника.
26. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 5, а довжина висоти, опущеної на основу, – 4. Знайти основу трикутника.
27. Знайти висоту рівностороннього трикутника зі стороною  $6/\sqrt{3}$ .
28. Знайти медіану рівностороннього трикутника зі стороною  $2\sqrt{3}$ .
29. Знайти бісектрису рівностороннього трикутника зі стороною  $\sqrt{3}$ .
30. У рівносторонньому трикутнику висота дорівнює  $2\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
31. У рівносторонньому трикутнику довжина бісектриси дорівнює  $3/\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
32. У рівносторонньому трикутнику довжина медіани дорівнює  $2\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
33. Площа рівностороннього трикутника дорівнює  $4\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
34. Площа рівностороннього трикутника дорівнює  $64\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.

35. Обчислити радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника зі стороною  $\sqrt{3}$ .
36. Обчислити радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника зі стороною  $4\sqrt{3}$ .
37. Радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника, дорівнює  $3/\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
38. Радіус кола, описаного навколо рівностороннього трикутника, дорівнює  $7/\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
39. Радіус кола, вписаного у рівносторонній трикутник, дорівнює  $1/\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
40. Радіус кола, вписаного у рівносторонній трикутник, дорівнює  $5/\sqrt{3}$ . Обчислити довжину сторони трикутника.
41. Довжина сторони рівностороннього трикутника дорівнює  $3\sqrt{3}$ . Обчислити радіус кола, вписаного у цей трикутник.
42. Довжина середньої лінії рівнобедреного трикутника, паралельної до основи, дорівнює 2. Обчислити довжину бічної сторони трикутника, якщо його периметр дорівнює 22.
43. Сторони трикутника дорівнюють 5, 7 і 10. Обчислити периметр трикутника, вершинами якого є середини сторін даного трикутника.
44. У трикутнику з периметром 23 середини сторін сполучено відрізками. Обчислити периметр утвореного трикутника.
45. Обчислити периметр трикутника, якщо його площа дорівнює 39, а радіус кола, вписаного у цей трикутник, дорівнює 3.
46. Обчислити площу трикутника, якщо його периметр дорівнює 20, а радіус кола, вписаного у цей трикутник, дорівнює 1,8.
47. Периметр трикутника дорівнює 20, а його площа дорівнює 9. Обчислити радіус кола, вписаного у цей трикутник.

### Група 2

1. У прямокутному трикутнику  $ABC$   $\angle A=90^\circ$ ,  $AC=2$ ,  $\sin \angle C=3/5$ . Обчислити площу трикутника.
2. У прямокутному трикутнику  $ABC$   $\angle A=90^\circ$ ,  $AC=2$ ,  $\cos \angle B=15/17$ . Обчислити площу трикутника.
3. У прямокутному трикутнику катети відносяться, як 1:2. Знайти площу трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 5.

4. У прямокутному трикутнику катети відносяться, як 8:15. Знайти площу трикутника, якщо його периметр дорівнює 80.
5. У прямокутному трикутнику катети відносяться, як 4:3. Знайти косинус меншого кута трикутника.
6. У прямокутному трикутнику катети відносяться, як 12:5, а довжина гіпотенузи дорівнює 26. Знайти радіус кола, вписаного у трикутник.
7. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки довжиною 5 і 12. Обчислити довжину більшого катета трикутника.
8. У прямокутному трикутнику точка дотику вписаного кола ділить гіпотенузу на відрізки довжиною 3 і 10. Обчислити довжину меншого катета трикутника.
9. Медіана, опущена на гіпотенузу прямокутного трикутника, дорівнює 5, а один з катетів – 6. Знайти радіус вписаного кола.
10. У прямокутний трикутник з катетами 3 і 7 вписано квадрат, що має з трикутником спільний прямий кут. Обчислити периметр квадрата.
11. У прямокутний трикутник з катетом 2 і гіпотенузою  $\sqrt{13}$  вписано квадрат, що має з трикутником спільний прямий кут. Обчислити периметр квадрата.
12. У рівнобедрений прямокутний трикутник вписано квадрат таким чином, що дві його вершини лежать на гіпотенузі, а дві інші – на катетах. Сторона квадрата дорівнює 5. Знайти гіпотенузу трикутника.
13. У рівнобедрений прямокутний трикутник вписано прямокутник таким чином, що він має з трикутником спільний прямий кут. Периметр цього прямокутника дорівнює 25. Знайти катет.
14. У прямокутному трикутнику довжини катетів дорівнюють 15 і 20. Обчислити радіус кола, вписаного у трикутник.
15. У прямокутному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 25, а катета – 20. Обчислити радіус кола, вписаного у трикутник.
16. У прямокутному трикутнику довжини проєкцій катетів на гіпотенузу дорівнюють 3 і 12. Обчислити площу трикутника.
17. У прямокутному трикутнику довжина гіпотенузи дорівнює 15, а катета – 6. Обчислити проєкцію другого катета на гіпотенузу.

18. Площа рівностороннього трикутника дорівнює  $12\sqrt{3}$ . Обчислити радіус кола, описаного навколо цього трикутника.
19. Площа рівностороннього трикутника дорівнює  $27\sqrt{3}$ . Обчислити радіус кола, вписаного у цей трикутник.
20. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 6, а висота, опущена на основу, – 4. Знайти радіус кола, описаного навколо трикутника.
21. Довжина бічної сторони рівнобедреного трикутника дорівнює 5, а основи – 6. Обчислити радіус кола, вписаного у трикутник.
22. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 6, а висота, опущена на основу, – 4. Знайти радіус кола, вписаного у трикутник.
23. Довжини сторін трикутника дорівнюють 2, 4 і 5. Знайти косинус кута трикутника, що лежить навпроти найменшої сторони.
24. Довжини сторін трикутника дорівнюють 2, 3 і 4. Знайти косинус кута трикутника, що лежить навпроти найбільшої сторони.
25. Знайти висоту рівнобедреного трикутника, у якого бічна сторона дорівнює 5, а косинус кута при вершині трикутника дорівнює  $-0,28$ .
26. У трикутнику  $ABC$   $AC=2\sqrt{3}$ ,  $BC=2\sqrt{2}$  і кут  $ABC$  дорівнює  $60^\circ$ . Обчислити (у градусах) значення кута  $ACB$ .
27. У трикутнику  $ABC$   $AC=2\sqrt{3}$ ,  $BC=2\sqrt{2}$  і кут  $BAC$  дорівнює  $45^\circ$ . Обчислити (у градусах) значення кута  $ABC$ , якщо він гострий.
28. У трикутнику  $ABC$   $AC=2\sqrt{3}$ , кут  $ABC$  дорівнює  $60^\circ$ , а кут  $BAC$  дорівнює  $45^\circ$ . Обчислити  $\sqrt{2}BC$ .
29. Коло радіуса 5 описане навколо трикутника  $ABC$  з  $\angle BAC=30^\circ$ . Обчислити довжину сторони  $BC$ .
30. Коло радіуса  $3\sqrt{2}$  описане навколо трикутника  $ABC$  з  $\angle BAC=45^\circ$ . Обчислити довжину сторони  $BC$ .
31. Коло радіуса 7 описане навколо трикутника  $ABC$ , у якого довжина сторони  $BC$  дорівнює  $7\sqrt{3}$ . Обчислити (у градусах) значення кута  $BAC$ , якщо він гострий.
32. У трикутнику  $ABC$   $BC=2\sqrt{3}$  і  $\angle BAC=60^\circ$ . Обчислити радіус кола, описаного навколо трикутника.

33. У рівнобедреному трикутнику основа і бічна сторона відповідно дорівнюють 5 і 20. Знайти бісектрису кута при основі трикутника.
34. Довжини сторін трикутника дорівнюють 8, 12 і 14. Знайти площу квадрата, стороною якого є бісектриса, опущена на більшу сторону.
35. Довжини сторін трикутника дорівнюють 6, 5 і 4. Знайти площу квадрата, стороною якого є бісектриса, опущена на середню сторону.
36. Бісектриса гострого кута у прямокутному трикутнику ділить протилежний катет на відрізки 6 і 10. Обчислити площу трикутника.
37. Бісектриса гострого кута у прямокутному трикутнику ділить протилежний катет на відрізки 17 і 15. Знайти площу трикутника.
38. Бісектриса прямого кута у прямокутному трикутнику ділить гіпотенузу на відрізки 4 і 3. Знайти площу квадрата, стороною якого є ця бісектриса.
39. Бісектриса прямого кута у прямокутному трикутнику ділить гіпотенузу на відрізки 8 і 24. Знайти площу квадрата, стороною якого є ця бісектриса.
40. У трикутнику  $ABC$   $AB=3$ ,  $AC=4$  і  $BC=2$ . Обчислити  $3\sqrt{46}AO$ , де  $O$  – точка перетину медіан трикутника.
41. У трикутнику  $ABC$   $AB=4$ ,  $AC=8$  і  $BC=10$ . Обчислити  $3\sqrt{42}BO$ , де  $O$  – точка перетину медіан трикутника.
42. У трикутнику  $ABC$   $AB=3$ ,  $AC=4$  і  $BC=2$ . Обчислити  $3\sqrt{31}CO$ , де  $O$  – точка перетину медіан трикутника.
43. У трикутнику  $ABC$   $AB=4$ ,  $AC=8$  і  $BC=10$ . Обчислити  $3\sqrt{15}EO$ , де  $O$  – точка перетину медіан трикутника і  $BE=EC$ . Відомо, що точка  $E$  лежить на стороні  $BC$ .
44. У трикутнику  $ABC$   $AB=3$ ,  $AC=4$  і  $BC=2$ . Обчислити  $3\sqrt{10}FO$ , де  $O$  – точка перетину медіан трикутника і  $AF=FC$ . Відомо, що точка  $F$  лежить на стороні  $AC$ .

45. Довжини двох сторін трикутника дорівнюють 6 і 8. Обчислити довжину третьої сторони трикутника, якщо довжина медіани, опущеної на неї, дорівнює  $\sqrt{46}$ .
46. Довжини двох сторін трикутника дорівнюють 2 і 4. Обчислити довжину третьої сторони трикутника, якщо довжина медіани, опущеної на неї, дорівнює  $\sqrt{15}/2$ .
47. Довжини сторін трикутника дорівнюють 2, 3 і 4. Знайти квадрат довжини медіани, опущеної на сторону з найменшою довжиною.
48. Довжини сторін трикутника дорівнюють 2, 5 і 4. Знайти квадрат довжини медіани, опущеної на сторону з найбільшою довжиною.
49. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 30, а висота, опущена на бічну сторону, – 24. Знайти бічну сторону трикутника.
50. У трикутнику  $ABC$   $AB=5$ ,  $BC=7$  і  $AC=8$ . У даний трикутник вписано коло і  $K$  – точка дотику кола і сторони  $AB$ . Знайти відрізок  $AK$ .
51. У трикутнику  $ABC$   $AB=5$ ,  $BC=7$  і  $AC=8$ . У даний трикутник вписано коло і  $K$  – точка дотику кола і сторони  $AC$ . Знайти відрізок  $CK$ .
52. Периметр трикутника  $ABC$  дорівнює 20, а сторона  $AB$  – 5. У даний трикутник вписано коло і  $K$  – точка дотику цього кола і сторони  $CB$ . Знайти відрізок  $CK$ .
53. Бісектриси кутів  $A$  і  $C$  трикутника  $ABC$  перетинаються у точці  $O$ . Знайти кут  $B$  (у градусах), якщо  $\angle AOC=130^\circ$ .
54. З вершин  $B$  і  $C$  трикутника  $ABC$  проведені відрізки  $BE$  і  $CD$  (точки  $E$  і  $D$  лежать на сторонах  $AC$  і  $AB$  відповідно), які перетинаються у точці  $O$ . Відомо, що  $\angle ACD=20^\circ$ ,  $\angle ABE=30^\circ$ . Знайти кут  $A$  (у градусах), якщо  $\angle EOD=70^\circ$ .
55. Точка  $P$  належить стороні  $AB$ , а точка  $E$  – стороні  $AC$  трикутника  $ABC$ . Відрізки  $CP$  і  $BE$  перетинаються у точці  $K$ . Знайти  $\angle EKC$  (у градусах), якщо  $\angle BAC=100^\circ$ ,  $\angle PCA=20^\circ$ ,  $\angle ABE=30^\circ$ .



**Група 3**

1. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 40, а катети відносяться, як 1:3. Знайти висоту, опущену на гіпотенузу.
2. Периметр прямокутного трикутника дорівнює 60, а висота, опущена на гіпотенузу, – 12. Знайти гіпотенузу прямокутного трикутника.
3. Периметр прямокутного трикутника дорівнює 60, а висота, опущена на гіпотенузу, – 12. Обчислити площу прямокутного трикутника.
4. Периметр прямокутного трикутника дорівнює 36, а гіпотенуза – 15. Обчислити площу прямокутного трикутника.
5. Гіпотенуза прямокутного трикутника дорівнює 10, а проекція меншого катета на гіпотенузу дорівнює 3,6. Обчислити радіус кола, вписаного у цей трикутник.
6. Сторона правильного трикутника дорівнює  $4\sqrt{3}$ . Обчислити суму відстаней від будь-якої точки на стороні трикутника до двох інших його сторін.
7. В середині правильного трикутника взято точку, яка віддалена від його сторін на 12, 17 і 10. Обчислити висоту трикутника.
8. Дано трикутник зі сторонами 26, 28 і 30. Обчислити добуток радіусів вписаного та описаного кіл.
9. З вершини С трикутника АВС до основи АВ=60 проведені медіана СМ=13 і висота СК=12. Обчислити довжину більшої бічної сторони трикутника.
10. Медіана прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, розбиває його на два трикутники з периметрами 16 і 18. Знайти гіпотенузу трикутника.
11. У трикутнику АВС АВ=24, АС=ВС=13. Знайти площу трикутника ВОА, де О – точка перетину медіан трикутника АВС.
12. У трикутнику АВС АС=4, ВС=3 і  $\angle АСВ=90^\circ$ . Знайти площу трикутника ВОА, де О – точка перетину медіан трикутника АВС.
13. У трикутнику АВС АС=6, ВС=7 і  $\angle АСВ=90^\circ$ . Знайти площу трикутника ВОС, де О – точка перетину медіан трикутника АВС.

**РОЗДІЛ 21. ПЛАНІМЕТРІЯ – 2****Група 1**

1. У чотирикутнику діагоналі дорівнюють 8 і 5. Обчислити периметр чотирикутника, вершинами якого є середини сторін даного чотирикутника.
2. У чотирикутнику діагоналі дорівнюють 9 і 5. Обчислити довжину меншої сторони чотирикутника, вершинами якого є середини сторін даного чотирикутника.
3. У чотирикутнику ABCD діагоналі  $AC=5$  і  $BD=8$  є взаємно перпендикулярними. Обчислити площу чотирикутника ABCD.
4. У чотирикутнику ABCD діагоналі AC і BD є взаємно перпендикулярними. Обчислити довжину діагоналі AC, якщо площа чотирикутника ABCD дорівнює 40, а довжина діагоналі BD – 5.
5. У паралелограмі ABCD через точку перетину діагоналей проведено пряму, яка відтинає на сторонах BC і AD відрізки  $BE=5$  і  $AF=7$ . Обчислити сторону BC.
6. У паралелограмі ABCD через точку перетину діагоналей проведено пряму, яка відтинає на сторонах BC і AD відрізки BE і AF. Обчислити довжину відрізка BE, якщо  $AF=6$  і  $AD=11$ .
7. У паралелограмі ABCD проведено бісектрису кута A, яка перетинає сторону BC у точці E. Обчислити довжину відрізка BE, якщо  $AB=6$ .
8. У паралелограмі ABCD проведено бісектрису кута A, яка перетинає сторону BC у точці E. Обчислити довжину сторони AB, якщо  $BE=8$ .
9. У паралелограмі ABCD проведено бісектрису кута A, яка перетинає сторону BC у точці E. Обчислити довжину відрізка EC, якщо  $AB=7$  і  $AD=9$ .
10. Довжини діагоналей паралелограма дорівнюють 2 і 4, а кут між ними –  $30^\circ$ . Обчислити площу паралелограма.
11. Довжини діагоналей паралелограма дорівнюють  $4\sqrt{3}$  і 7, а кут між ними –  $60^\circ$ . Обчислити площу паралелограма.
12. Довжини сторін паралелограма дорівнюють  $\sqrt{3}$  і  $2\sqrt{3}$ . Обчислити суму квадратів довжин діагоналей паралелограма.

13. Довжини діагоналей паралелограма дорівнюють 17 і 19. Одна зі сторін паралелограма дорівнює 10. Обчислити другу сторону.
14. Довжини діагоналей паралелограма дорівнюють  $\sqrt{3}$  і  $5\sqrt{3}$ . Обчислити суму квадратів довжин усіх сторін паралелограма.
15. Периметр прямокутника дорівнює 36. Обчислити суму відстаней від будь-якої точки всередині прямокутника до всіх сторін.
16. Бісектриса одного з кутів прямокутника ділить протилежну сторону навпіл. Знайти периметр прямокутника, якщо його менша сторона дорівнює 5.
17. Бісектриса одного з кутів прямокутника ділить протилежну сторону навпіл. Знайти площу прямокутника, якщо його більша сторона дорівнює 12.
18. Бісектриса одного з кутів прямокутника ділить його сторону навпіл. Знайти більшу сторону прямокутника, якщо його периметр дорівнює 54.
19. Бісектриса одного з кутів прямокутника ділить його сторону навпіл. Знайти меншу сторону прямокутника, якщо його площа дорівнює 50.
20. Довжина сторони ромба дорівнює 17, а однієї з діагоналей – 30. Обчислити довжину другої діагоналі.
21. Довжини діагоналей ромба дорівнюють 16 і 12. Обчислити довжину сторони ромба.
22. Площа ромба дорівнює 11, а одна з діагоналей – 4. Обчислити довжину другої діагоналі.
23. Довжина сторони ромба дорівнює 5, а гострий кут –  $30^\circ$ . Обчислити площу ромба.
24. У рівнобічній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні. Обчислити площу трапеції, якщо її середня лінія дорівнює 3.
25. У рівнобічній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні. Обчислити площу трапеції, якщо висота трапеції дорівнює 2.
26. У рівнобічній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні. Обчислити середню лінію трапеції, якщо її площа дорівнює 4.
27. Навколо кола описана рівнобічна трапеція, довжина середньої лінії якої дорівнює 3,7. Знайти бічну сторону трапеції.
28. Навколо кола описана трапеція, середня лінія якої дорівнює 1,2. Обчислити периметр трапеції.

29. З однієї точки кола проведені дві взаємно перпендикулярні хорди, віддалені від центра на 5 і 7. Обчислити довжину більшої хорди.
30. З однієї точки кола проведені дві взаємно перпендикулярні хорди, віддалені від центра на 3 і 4. Обчислити довжину радіуса кола.
31. З однієї точки кола проведені дві взаємно перпендикулярні хорди. Обчислити довжину більшої хорди, якщо відстань від центра кола до меншої хорди дорівнює 9.
32. Із зовнішньої точки проведено до кола дві взаємно перпендикулярні дотичні. Обчислити довжину однієї з дотичних, якщо радіус кола дорівнює 7.
33. В чотирикутник  $ABCD$  з периметром 24 см вписане коло. Визначити довжину сторони  $AD$ , якщо вона втричі більша за сторону  $BC$ .

### Група 2

1. Одна з діагоналей паралелограма, що дорівнює  $3\sqrt{6}$ , утворює з основою паралелограма кут  $60^\circ$ . Обчислити довжину другої діагоналі, якщо вона утворює з тією ж основою кут  $45^\circ$ .
2. Одна з діагоналей паралелограма, що дорівнює  $5\sqrt{6}$ , утворює з основою паралелограма кут  $45^\circ$ . Обчислити довжину другої діагоналі, якщо вона утворює з тією ж основою кут  $60^\circ$ .
3. У паралелограмі  $ABCD$  висота  $BE$  ділить сторону  $AD$  у точці  $E$  навпіл. Обчислити сторону  $AB$ , якщо периметр паралелограма дорівнює 7, а периметр трикутника  $ABD$  дорівнює 5.
4. У паралелограмі  $ABCD$  висота  $BE$  ділить сторону  $AD$  у точці  $E$  навпіл. Обчислити сторону  $BC$ , якщо периметр паралелограма дорівнює 14, а периметр трикутника  $ABD$  дорівнює 10.
5. Периметр паралелограма дорівнює 30. Знайти його більшу сторону, якщо висоти паралелограма відносяться як 1:2.
6. Сума суміжних сторін паралелограма дорівнює 20. Знайти меншу сторону паралелограма, якщо його висоти дорівнюють 1 і 3.
7. Дано квадрат, сторона якого дорівнює 6. Діагональ його дорівнює стороні іншого квадрата. Знайти діагональ іншого квадрата.
8. Дано квадрат, діагональ якого дорівнює 8. Сторона його дорівнює діагоналі іншого квадрата. Знайти сторону іншого квадрата.

9. У прямокутнику з периметром 28 точка перетину діагоналей знаходиться від меншої сторони на 3 далі, ніж від більшої сторони. Обчислити меншу сторону прямокутника.
10. У прямокутнику точка перетину діагоналей знаходиться від меншої сторони на 4 далі, ніж від більшої сторони. Знайти периметр прямокутника, якщо його більша сторона дорівнює 18.
11. У прямокутнику з площею 180 точка перетину діагоналей знаходиться від меншої сторони на 4 далі, ніж від більшої сторони. Обчислити більшу сторону прямокутника.
12. Сторона ромба дорівнює 4. Радіус кола, вписаного у цей ромб, дорівнює 1. Знайти величину гострого кута ромба (у градусах).
13. Ромб має гострий кут  $45^\circ$ . Радіус кола, вписаного у цей ромб, дорівнює  $\sqrt{2}$ . Знайти сторону ромба.
14. У трапеції, площа якої дорівнює 161, висота – 7, а різниця паралельних сторін – 11, обчислити довжину більшої основи.
15. Обчислити бічну сторону рівнобічної трапеції, описаної навколо кола, якщо гострий кут при основі трапеції дорівнює  $30^\circ$ , а площа трапеції – 50.
16. У рівнобічній трапеції діагональ ділить її гострий кут навпіл. Обчислити середню лінію трапеції, якщо її периметр дорівнює 27, а більша основа – 9.
17. У рівнобічній трапеції діагональ ділить її тупий кут навпіл. Обчислити середню лінію трапеції, якщо її периметр дорівнює 54, а менша основа – 9.
18. Навколо кола з діаметром 15 описана рівнобічна трапеція, бічна сторона якої дорівнює 17. Знайти більшу основу трапеції.
19. Відстань від центра кола до хорди дорівнює  $2,5\sqrt{3}$  і є у два рази меншою за радіус. Обчислити довжину хорди.
20. У рівнобічну трапецію вписане коло. Знайти висоту трапеції, якщо її основи дорівнюють 2 і 8.
21. У рівнобічну трапецію вписане коло діаметром 10. Знайти меншу основу трапеції, якщо її більша основа дорівнює 20.
22. Висоти, проведені із вершин тупих кутів ромба, при перетині діляться у відношенні 1:2. Визначити гострий кут ромба (у градусах).

**Група 3**

1. Дві вершини квадрата належать колу радіуса 5, а дві інші – дотичній до цього кола. Обчислити довжину сторони квадрата.
2. Дві вершини квадрата належать колу, а дві інші – дотичній до цього кола. Обчислити радіус кола, якщо довжина сторони квадрата дорівнює 8.
3. У трапеції  $ABCD$   $AD=5$ ,  $BC=4$  і  $AD\parallel BC$ . Точка  $E$  ділить сторону  $AB$  у відношенні  $AE:EB=3:1$ . Через точку  $E$  паралельно до основ проведена пряма, що перетинає сторону  $CD$  у точці  $F$ . Обчислити довжину відрізка  $EF$ .
4. У трапеції  $ABCD$   $AD=5$ ,  $BC=1$  і  $AD\parallel BC$ . Точка  $E$  ділить сторону  $AB$  у відношенні  $AE:EB=1:4$ . Через точку  $E$  паралельно до основ проведена пряма, що перетинає сторону  $CD$  у точці  $F$ . Обчислити довжину відрізка  $EF$ .
5. У трапеції  $ABCD$   $AD=5$  і  $AD\parallel BC$ . Точка  $E$  ділить сторону  $AB$  у відношенні  $AE:EB=1:3$ . Через точку  $E$  паралельно до основ проведена пряма, що перетинає сторону  $CD$  у точці  $F$ . Обчислити основу  $BC$ , якщо  $EF=4,75$ .
6. У трапеції  $ABCD$   $AD=6$  і  $AD\parallel BC$ . Точка  $E$  ділить сторону  $AB$  у відношенні  $AE:EB=4:1$ . Через точку  $E$  паралельно до основ проведена пряма, що перетинає сторону  $CD$  у точці  $F$ . Обчислити основу  $BC$ , якщо  $EF=2,8$ .
7. Два кола з радіусами 3 і 2 дотикаються ззовні. Обчислити відстань від точки дотику кіл до їхньої спільної дотичної.
8. Два кола дотикаються ззовні. Відстань від точки дотику кіл до їхньої спільної дотичної дорівнює 3,2. Обчислити радіус більшого кола, якщо радіус меншого – 2.
9. Пряма, паралельна до основ трапеції, проходить через точку перетину її діагоналей. Обчислити довжину відрізка прямої між сторонами трапеції, якщо довжини основ трапеції дорівнюють 3 і 1.
10. Пряма, паралельна до основ трапеції, проходить через точку перетину її діагоналей. Обчислити довжину відрізка прямої між сторонами трапеції, якщо довжини основ трапеції дорівнюють 13 і 7.

11. Довжина більшої основи трапеції дорівнює 24. Обчислити довжину меншої основи трапеції, якщо відстань між серединами її діагоналей дорівнює 4.
12. У прямокутній трапеції менша діагональ дорівнює 15 і є перпендикулярною до більшої бічної сторони. Менша основа трапеції дорівнює 12. Знайти довжину більшої основи трапеції.
13. Діагональ у прямокутній трапеції, що дорівнює  $\frac{2\sqrt{2}-1}{4}$ , ділить трапецію на два рівнобедрені прямокутні трикутники. Обчислити периметр трапеції.
14. У прямокутній трапеції, висота якої дорівнює 6, на бічній стороні (не перпендикулярній основам), як на діаметрі, побудовано коло так, що воно дотикається до протилежної сторони трапеції. Обчислити площу прямокутного трикутника, у якого катети дорівнюють основам трапеції.
15. У прямокутній трапеції на бічній стороні (не перпендикулярній основі), як на діаметрі, побудовано коло так, що воно дотикається до протилежної сторони трапеції. Площа прямокутного трикутника, у якого катети дорівнюють основам трапеції, дорівнює 4,5. Обчислити довжину висоти трапеції.
16. У рівнобічній трапеції діагональ ділить її тупий кут навпіл. Знайти площу трапеції, якщо її периметр дорівнює 42, а менша основа – 3.
17. Навколо трапеції описане коло, діаметром якого є більша основа. Обчислити площу трапеції, якщо її діагональ і висота відповідно дорівнюють 5 і 3.
18. Навколо трапеції описане коло, діаметром якого є більша основа. Обчислити довжину діагоналі трапеції, якщо її площа і висота відповідно дорівнюють 48 і 6.
19. Середня лінія рівнобічної трапеції, описаної навколо кола, дорівнює 68. Обчислити радіус цього кола, якщо нижня основа трапеції більша за верхню на 64.

**РОЗДІЛ 22. СТЕРЕОМЕТРІЯ – 1****Група 1**

1. Обчислити об'єм куба, довжина ребра якого дорівнює 4.
2. Знайти площу повної поверхні куба, ребро якого дорівнює 11.
3. Обчислити довжину діагоналі куба, ребро якого дорівнює  $2\sqrt{3}$ .
4. Обчислити довжину ребра куба, діагональ якого дорівнює  $3\sqrt{3}$ .
5. Довжина діагоналі куба дорівнює  $3\sqrt{3}$ . Обчислити суму довжин усіх ребер куба.
6. Довжина діагоналі куба дорівнює  $5\sqrt{3}$ . Обчислити об'єм куба.
7. Діагональ куба дорівнює  $6\sqrt{3}$ . Знайти площу поверхні куба.
8. Діаметр кулі, описаної навколо куба, дорівнює  $2\sqrt{3}$ . Обчислити суму довжин усіх ребер куба.
9. Знайти суму довжин усіх ребер куба, якщо його об'єм дорівнює 64.
10. Обчислити суму довжин усіх ребер куба, якщо площа його повної поверхні дорівнює 96.
11. Діаметр кулі, описаної навколо куба, дорівнює  $5\sqrt{3}$ . Обчислити площу повної поверхні куба.
12. Знайти площу повної поверхні куба, якщо його об'єм дорівнює 64.
13. Знайти об'єм куба, якщо площа його повної поверхні дорівнює 384.
14. Діаметр кулі, описаної навколо куба, дорівнює  $3\sqrt{3}$ . Обчислити об'єм куба.
15. Навколо куба описана куля радіусом  $3,5\sqrt{3}$ . Знайти об'єм куба.
16. Навколо куба описана куля радіусом  $2,5\sqrt{3}$ . Обчислити площу повної поверхні куба.
17. Навколо куба описана куля радіусом  $3\sqrt{3}$ . Обчислити суму довжин ребер куба.
18. У куб вписана куля радіусом 3,5. Обчислити об'єм куба.
19. У куб вписана куля радіусом 2. Знайти площу поверхні куба.
20. У куб вписана куля діаметром 7. Обчислити об'єм куба.
21. У куб вписана куля діаметром 2. Знайти площу поверхні куба.
22. У куб об'ємом 125 вписана куля. Обчислити радіус кулі.
23. У куб об'ємом 216 вписана куля. Обчислити діаметр кулі.



24. У куб з площею поверхні 24 вписана куля. Знайти радіус кулі.
25. Навколо куба з діагоналлю 3 описана куля. Знайти радіус кулі.
26. Навколо куба з діагоналлю 5 описана куля. Знайти діаметр кулі.

### Група 2

1. Площа перерізу куба площиною, яка проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи куба, дорівнює  $\sqrt{2}$ . Обчислити суму довжин всіх ребер куба.
2. Площа перерізу куба площиною, яка проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи куба, дорівнює  $4\sqrt{2}$ . Обчислити об'єм куба.
3. Площа перерізу куба площиною, яка проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи куба, дорівнює  $25\sqrt{2}$ . Обчислити площу поверхні куба.
4. Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо довжини сторін основи дорівнюють 2 і 3, а діагональ паралелепіпеда –  $\sqrt{38}$ .
5. Знайти об'єм прямокутного паралелепіпеда, якщо довжини сторін основи дорівнюють 2 і 5, а діагональ паралелепіпеда –  $\sqrt{33}$ .
6. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $\sqrt{38}$ , а сторона основи – 2. Обчислити довжину другої сторони основи, що не перевищує 4, якщо об'єм паралелепіпеда дорівнює 30.
7. Діагональ прямокутного паралелепіпеда дорівнює  $\sqrt{29}$ , а сторона основи – 2. Обчислити довжину другої сторони основи, що не перевищує 3,6, якщо об'єм паралелепіпеда дорівнює 24.
8. У прямокутному паралелепіпеді сторони основи відносяться, як 3:1, а діагональним перерізом, що проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи, є квадрат площею 25. Обчислити об'єм паралелепіпеда.
9. У прямокутному паралелепіпеді сторони основи відносяться, як 7:1, а діагональним перерізом, що проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи, є квадрат площею 36. Обчислити об'єм паралелепіпеда.
10. В основі прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами  $2\sqrt{2}$ ,  $3\sqrt{2}$  і гострим кутом  $45^\circ$ . Площа бічної поверхні у 4 рази більша від площі основи паралелепіпеда. Обчислити висоту паралелепіпеда.

11. В основі прямого паралелепіпеда є паралелограм зі сторонами 2, 3 і гострим кутом  $30^\circ$ . Площа бічної поверхні у 2 рази більша від площі основи паралелепіпеда. Обчислити висоту паралелепіпеда.
12. Основою прямого паралелепіпеда є ромб зі стороною 2. Кут між площинами бічних граней дорівнює  $60^\circ$ . Більша діагональ паралелепіпеда утворює з площиною основи кут  $45^\circ$ . Обчислити об'єм паралелепіпеда.
13. Основою призми є рівносторонній трикутник, площа якого дорівнює  $4\sqrt{3}$ . Обчислити об'єм призми, якщо її висота у  $\sqrt{3}$  разів більша за сторону основи.
14. Основою прямої призми є рівносторонній трикутник. Об'єм призми дорівнює 48. Обчислити сторону основи призми, якщо вона у  $\sqrt{3}$  разів менша за висоту призми.
15. Об'єм правильної трикутної призми дорівнює  $18\sqrt{3}$ . Радіус кола, описаного навколо основи призми дорівнює  $\sqrt{3}$ . Обчислити висоту призми.
16. Об'єм правильної трикутної призми дорівнює  $45\sqrt{3}$ . Радіус кола, описаного навколо основи призми дорівнює  $2\sqrt{3}$ . Обчислити висоту призми.

### Група 3

1. Основою прямого паралелепіпеда є ромб. Площі діагональних перерізів дорівнюють 9 і 12. Обчислити площу бічної поверхні паралелепіпеда.
2. Основою прямого паралелепіпеда є ромб. Площі діагональних перерізів дорівнюють 16 і 30. Обчислити площу бічної поверхні паралелепіпеда.
3. Основою прямого паралелепіпеда є ромб. Площа бічної поверхні паралелепіпеда дорівнює 10. Площа одного з діагональних перерізів дорівнює 4. Обчислити площу другого діагонального перерізу паралелепіпеда.
4. Сторона основи правильної чотирикутної призми дорівнює  $\sqrt{2}$ , а її діагональ утворює з площиною бічної грані кут  $30^\circ$ . Обчислити об'єм призми.

5. Довжина ребра куба дорівнює  $6\sqrt[3]{2}$ . Обчислити об'єм многогранника, вершини якого є серединами ребер куба.
6. Довжина ребра куба дорівнює  $6\sqrt[3]{6}$ . Обчислити об'єм многогранника, вершини якого є серединами ребер куба.
7. Обчислити об'єм многогранника, вершини якого є центрами граней куба з ребром довжиною 12.
8. Обчислити об'єм многогранника, вершини якого є центрами граней куба з ребром довжиною  $6\sqrt[3]{3}$ .
9. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює 2, а плоский кут при вершині піраміди –  $60^\circ$ . Обчислити відстань від центра основи піраміди до її бічного ребра.
10. Плоский кут при вершині правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $60^\circ$ , а відстань від центра основи піраміди до її бічного ребра – 2. Обчислити довжину сторони основи піраміди.
11. Сторона основи правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $\sqrt{2}$ , а плоский кут при вершині піраміди –  $60^\circ$ . Обчислити висоту піраміди.
12. Висота правильної чотирикутної піраміди дорівнює  $2\sqrt{2}$ , а плоский кут при вершині піраміди –  $60^\circ$ . Обчислити сторону основи піраміди.
13. Основою похилої призми є правильний трикутник зі стороною 2. Довжина бічного ребра дорівнює 4, а одне з бічних ребер утворює з прилеглими сторонами основи кути по  $45^\circ$ . Обчислити об'єм призми.
14. Діагоналі граней прямокутного паралелепіпеда дорівнюють  $\sqrt{13}$ ,  $\sqrt{20}$ , 5. Визначити об'єм паралелепіпеда.
15. Площина, що проходить через сторону основи правильної трикутної призми і середину протилежного ребра, утворює з основою кут  $45^\circ$ . Сторона основи 2. Обчислити об'єм призми.
16. У похилій трикутній призмі дві бічні грані взаємно перпендикулярні, їх спільне ребро дорівнює 10 і віддалене від двох інших ребер на 9 і 12. Визначити бічну поверхню призми.

**РОЗДІЛ 23. СТЕРЕОМЕТРІЯ – 2****Група 1**

1. У прямому паралелепіпеді сторони основи довжиною 2 і 3 утворюють між собою кут  $30^\circ$ . Обчислити об'єм паралелепіпеда, якщо його висота дорівнює 4.
2. У прямому паралелепіпеді сторони основи довжиною 2 і 5 утворюють між собою кут  $30^\circ$ . Обчислити площу бічної поверхні паралелепіпеда, якщо його об'єм дорівнює 20.
3. Об'єм прямої призми, основа якої – рівносторонній трикутник, дорівнює  $4\sqrt{3}$ , а висота призми – 4. Знайти довжину сторони основи призми.
4. Об'єм прямої призми, основа якої – рівносторонній трикутник, дорівнює  $9\sqrt{3}$ , а довжина сторони основи призми – 3. Обчислити висоту призми.
5. При даній стороні основи 2 і висоті 3 знайти об'єм правильної чотирикутної піраміди.
6. Обчислити довжину сторони основи правильної чотирикутної піраміди з об'ємом 9 і висотою 3.
7. Обчислити довжину сторони основи правильної трикутної піраміди з об'ємом 2 і висотою  $2\sqrt{3}$ .
8. В основі прямокутного паралелепіпеда є квадрат зі стороною  $3/\sqrt{2}$ . Довжина діагоналі паралелепіпеда дорівнює 5. Обчислити його висоту.
9. В основі прямокутного паралелепіпеда є квадрат з діагоналлю 4. Знайти висоту паралелепіпеда, якщо його діагональ дорівнює 5.
10. Плоский кут при вершині правильної трикутної піраміди дорівнює  $30^\circ$ , а бічне ребро – 2. Знайти площу бічної поверхні піраміди.
11. Плоский кут при вершині правильної шестикутної піраміди дорівнює  $30^\circ$ , а довжина бічного ребра – 5. Знайти площу бічної поверхні піраміди.
12. Площа поверхні сфери дорівнює  $100\pi$ . Знайти діаметр сфери.
13. Площа поверхні сфери дорівнює  $144\pi$ . Знайти радіус сфери.

**Група 2**

1. У правильній чотирикутній піраміді висота дорівнює 12, а довжина бічного ребра – 13. Обчислити об'єм піраміди.
2. У правильній чотирикутній піраміді висота дорівнює 15, а довжина діагоналі основи – 16. Обчислити об'єм піраміди.
3. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 256, а висота піраміди – 6. Знайти діагональ основи піраміди.
4. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 200, а довжина діагоналі основи – 10. Обчислити висоту піраміди.
5. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 512, а висота піраміди – 6. Знайти площу бічної поверхні піраміди.
6. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 1728, а висота піраміди – 9. Знайти площу бічної поверхні піраміди.
7. Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює 80. Обчислити об'єм піраміди, якщо довжина сторони основи піраміди дорівнює 8.
8. Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює 260. Обчислити об'єм піраміди, якщо довжина сторони основи піраміди дорівнює 10.
9. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 64, а сторона основи – 8. Знайти площу бічної поверхні піраміди.
10. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 1280, а довжина сторони основи – 16. Обчислити площу бічної поверхні піраміди.
11. Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює 80. Знайти об'єм піраміди, якщо висота бічної грані піраміди дорівнює 5.
12. Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює 720. Знайти об'єм піраміди, якщо висота бічної грані піраміди дорівнює 15.
13. Об'єм правильної чотирикутної піраміди дорівнює 64, а висота піраміди – 3. Обчислити площу повної поверхні піраміди.
14. Бічна грань правильної трикутної піраміди утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Площа основи піраміди дорівнює 3. Обчислити площу бічної поверхні піраміди.

15. Бічна грань правильної п'ятикутної піраміди утворює з площиною основи кут  $60^\circ$ . Площа основи піраміди дорівнює 5. Обчислити площу бічної поверхні піраміди.
16. Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює 8, а площа основи – 4. Обчислити кут (у градусах) між бічною гранню й основою піраміди.
17. Площа бічної поверхні правильної шестикутної піраміди дорівнює  $4\sqrt{3}$ , а площа основи – 6. Обчислити кут (у градусах) між бічною гранню і основою піраміди.
18. Бічні ребра трикутної піраміди попарно перпендикулярні і дорівнюють відповідно 6, 3 і 4. Знайти об'єм піраміди.
19. Знайти об'єм правильної трикутної піраміди, сторона основи якої дорівнює  $\sqrt[6]{18}$ , а бічні ребра є попарно перпендикулярні.
20. Знайти площу бічної поверхні правильної трикутної піраміди, бічні ребра якої є попарно перпендикулярні, а висота бічної грані дорівнює 10.
21. У правильній чотирикутній піраміді площина перерізу, проведеного паралельно до основи, розділила висоту піраміди навпіл. Знайти площу основи піраміди, якщо площа перерізу дорівнює 64.
22. У правильній чотирикутній піраміді площина перерізу, проведеного паралельно до основи, розділила висоту піраміди навпіл. Знайти периметр основи піраміди, якщо периметр перерізу дорівнює 16.
23. У кулі на відстані 4 від центра зроблено переріз, площа якого становить  $9\pi$ . Обчислити радіус кулі.
24. Площа поверхні кулі дорівнює 20. На відстані  $2/\sqrt{\pi}$  від центра кулі проведена площина. Обчислити площу отриманого в перерізі круга.
25. На відстані  $2/\sqrt{\pi}$  від центра кулі проведена площина. Площа отриманого в перерізі круга дорівнює 2. Обчислити площу поверхні кулі.

**Група 3**

1. Площа основи піраміди дорівнює 512. На відстані 11 від основи піраміди проведено паралельну до основи площину. Знайти висоту піраміди, якщо площа утвореного перерізу дорівнює 50.
2. Паралельно до основи піраміди проведено площину. Обчислити площу утвореного перерізу, якщо площа основи піраміди дорівнює 512, висота піраміди – 16, а відстань між площиною основи і площиною перерізу дорівнює 11.
3. У кулю з радіусом  $2\sqrt{2}$  вписано конус, твірна якого нахилена під кутом  $45^\circ$  до площини основи. Обчислити твірну конуса.
4. У кулю з радіусом  $4\sqrt{3}$  вписано конус, твірна якого нахилена під кутом  $60^\circ$  до площини основи. Обчислити твірну конуса.
5. У кулю вписано конус, твірна якого нахилена під кутом  $45^\circ$  до площини основи. Твірна конуса дорівнює  $3\sqrt{2}$ . Обчислити радіус кулі.
6. У кулю вписано конус, твірна якого нахилена під кутом  $60^\circ$  до площини основи. Твірна конуса дорівнює  $2\sqrt{3}$ . Обчислити радіус кулі.
7. У кулю з радіусом 4 вписано конус, твірна якого дорівнює 2. Обчислити висоту конуса.
8. У кулю з радіусом 8 вписано конус, твірна якого дорівнює 5. Обчислити висоту конуса.
9. У кулю з радіусом 3 вписано конус, висота якого дорівнює 1,5. Обчислити твірну конуса.
10. У кулю з радіусом 5 вписано конус, висота якого дорівнює 1,6. Обчислити твірну конуса.
11. У кулю вписано конус, висота якого дорівнює 2,25, а твірна – 3. Обчислити радіус кулі.
12. Відношення висоти конуса до радіуса описаної навколо нього кулі дорівнює 0,8. Обчислити відношення об'єму конуса до об'єму кулі.
13. Радіус кулі, вписаної у многогранник, дорівнює 2, а об'єм многогранника дорівнює 40. Обчислити площу повної поверхні многогранника.

14. У многогранник з об'ємом 320 і площею повної поверхні 240 вписана куля. Обчислити радіус кулі.
15. Радіус кулі, вписаної у многогранник, дорівнює 2, а площа повної поверхні многогранника – 60. Обчислити об'єм многогранника.
16. Знайти радіус кулі, описаної навколо конуса з висотою 5 і твірною 7.
17. Конус вписаний в кулю, радіус якої дорівнює 13. Знайти висоту конуса, якщо кут при вершині його осьового перерізу дорівнює  $60^\circ$ .
18. Знайти площу поверхні кулі, описаної навколо конуса, в якого радіус основи дорівнює  $\frac{2}{\sqrt{\pi}}$ , а висота  $\frac{1}{\sqrt{\pi}}$ .
19. В основі піраміди лежить квадрат. Висота піраміди збігається з найменшим її бічним ребром і дорівнює 3. Найбільше ребро піраміди дорівнює  $3\sqrt{3}$ . Визначити об'єм піраміди.
20. Визначити висоту правильної чотирикутної піраміди, якщо її бічна поверхня дорівнює 80, а повна поверхня – 144.
21. В основі піраміди лежить ромб з гострим кутом  $60^\circ$  і більшою діагоналлю 6. Всі бічні грані піраміди нахилені до основи під кутом  $60^\circ$ . Обчислити об'єм піраміди.
22. В основі піраміди лежить прямокутний трикутник з гострим кутом  $30^\circ$  і катетом, що лежить проти нього, – 4. Всі ребра піраміди нахилені до площини основи під кутом  $60^\circ$ . Обчислити об'єм піраміди.
23. В основі піраміди лежить рівнобічна трапеція з бічною стороною  $2\sqrt{3}$  і гострим кутом  $60^\circ$ . Всі бічні грані піраміди нахилені під кутом  $60^\circ$  до площини основи. Обчислити об'єм піраміди.
24. Визначити сторону основи правильної чотирикутної піраміди, якщо вона утворює з бічним ребром піраміди кут  $60^\circ$ , а висота піраміди дорівнює  $3\sqrt{2}$ .



## РОЗДІЛ 24. РІВНЯННЯ З ПАРАМЕТРАМИ

## Група 1

Знайти значення параметра  $a$ , при якому рівняння має безліч

розв'язків: 1.  $(a^2 - 1)x = a^2 + 2a - 3$ .      2.  $(a^2 + 2a)x = a^2 + 3a + 3x$ .

3.  $a^2(x-1) + a(3x-1) + 2x = 0$ .      4.  $a(a+1)x = 2(a^2+x) + a - 3$ .

Знайти значення параметра  $a$ , при якому рівняння не має розв'язків:

5.  $(a-3)(a-4)x = a^2 - 16$ .      6.  $(a^2+2)x = a(2-3x) + 2$ .      7.  $\frac{9+11x}{16-x} = 2a$ .

8.  $(23+14x)/(5-x) = 2a$ .      9.  $(7+12x)/(3+x) = 3a$ .      10.  $\frac{11+13x}{2-x} = 2a$ .

Знайти кількість цілих значень параметра  $m$ , при яких рівняння не має коренів: 11.  $2x^2 + mx + 2m = 0$ .      12.  $3x^2 - 2mx + m = 0$ .

Знайти кількість цілих значень параметра  $m$ , що є в проміжку  $(-5; 5)$ , при яких рівняння має два різні корені:

13.  $x^2 - (m-1)x + 1 = 0$ .      14.  $2x^2 - (m+2)x + 2 = 0$ .

15. При скількох цілих значеннях  $m$ , що є в проміжку  $(-5; 5)$ , рівняння  $2x^2 - mx + 2 = 0$  має дійсні корені?

16. При якому значенні параметра  $m$  квадратне рівняння  $mx^2 - (1-2m)x + m - 2 = 0$  має один дійсний корінь?

## Група 2

Знайти значення параметра  $a$ , при якому рівняння має один розв'язок: 1.  $(x+a)^2 + 2x^2 + 20x + 50 = 0$ .      2.  $(x+a)^2 + 4x^2 - 4x + 1 = 0$ .

3.  $(x+a)^2 + 25x^2 + 20x + 4 = 0$ .      4.  $(x+5)^2 + 4x^2 + 4ax + a^2 = 0$ .

5. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  рівняння  $|x+10| + |x-30| = -x^2 + 16x + a$  не має розв'язку?

6. При якому найменшому цілому значенні параметра  $a$  рівняння  $|x| + |x-15| = -x^2 + 8x + a$  має два розв'язки?

7. При якому значенні  $a$  рівняння  $|x+5| + |x-35| = -x^2 + 16x + a$  має єдиний розв'язок?

## Група 3

**Знайти суму значень параметра  $c$ , при яких рівняння не має**

**розв'язку:** 1.  $\frac{x+1}{x+c} = 2c$ .                      2.  $\frac{x+5}{x+c} = 4c$

**Знайти добуток значень параметра  $c$ , при яких рівняння не**

**має розв'язку:** 3.  $\frac{x+4}{x+c} = 4c$ .                      4.  $\frac{x+3c}{x+24} = 2c$

5. Визначити найменше натуральне значення параметра  $a$ , при якому корені рівняння  $ax^2 - (1-2a)x + a - 2 = 0$  є раціональними?
6. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  корені рівняння  $(a+4)x^2 - 2ax + a + 2 = 0$  є раціональними?
7. При якому найменшому натуральному значенні параметра  $a$  корені рівняння  $(a-1)x^2 + 2ax + a - 4 = 0$  є ірраціональними?
8. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  корені рівняння  $(a+3)x^2 + 2ax + a + 3 = 0$  є ірраціональними?

**Обчислити середнє арифметичне цілих значень параметра  $a$ , при яких рівняння не має дійсних коренів:**

9.  $(a-3)x^2 + (2a-6)x + 4 = 0$ .                      10.  $(a-12)x^2 + (2a-24)x + 2 = 0$ .
11. Обчислити середнє арифметичне цілих значень  $a$ , при яких рівняння  $(a-1)x^2 + (2a-2)x + 2a = 0$  має хоча б один дійсний корінь.
12. Визначити найбільше ціле значення  $a$ , при якому рівняння  $(a-5)x^2 + (2a-10)x + 5a = 0$  має хоча б один дійсний корінь.
13. Визначити найменше значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $(a+2)x^2 + 2ax + 1 = 0$  не має двох різних дійсних коренів.
14. Визначити суму цілих значень параметра  $a$ , при яких рівняння  $(a+30)x^2 + 2ax + 1 = 0$  не має двох різних дійсних коренів.
15. Визначити найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $(a+1)x^2 + 2\sqrt{2}x + a = 0$  має два різні дійсні корені.
16. Обчислити суму цілих значень параметра  $a$ , при яких рівняння  $(a+1)x^2 + 2\sqrt{56}x + a = 0$  має два різні дійсні корені.
17. Визначити найменше значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $ax^2 + 2ax - 2x^2 + 1 = 0$  має лише один дійсний корінь.

18. Визначити найменше значення параметра  $a$ , при якому рівняння  $ax^2+2ax-11,1x^2+1=0$  має лише один дійсний корінь.
19. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  корені рівняння  $4x^2-(3m+1)x-m-2=0$  є в проміжку  $[-1; 2]$ ?
20. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$  корені рівняння  $4x^2-(3m-1)x-m-1=0$  є в проміжку  $[-3; 2]$ ?
21. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  корені рівняння  $2x^2+(4m-1)x-3m-4=0$  є по різні сторони ззовні проміжку  $[-1; 1]$ ?
22. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  корені рівняння  $3x^2+(2m+1)x-m-6=0$  є по різні сторони ззовні проміжку  $[-2; 1]$ ?
23. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  лише більший з коренів рівняння  $2x^2+(4m-1)x-3m-4=0$  є в проміжку  $(1; 2)$ ?
24. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $m$  лише менший з коренів рівняння  $4x^2-(3m-2)x-2m-2=0$  є в проміжку  $(-2; -1)$ ?

**Визначити найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння має два різні розв'язки:** 25.  $7^{2x}+a \cdot 7^x+4=0$ .

26.  $2^{2x}+(a+1) \cdot 2^x+1/4=0$ . 27.  $(x+a)\lg(x-5)=0$ . 28.  $(x+a)\lg(x-8)=0$ .

**Визначити найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому рівняння має два різні розв'язки:**

29.  $(x-a)\sqrt{x+8}=0$ .

30.  $(\sqrt{x})^2 + 2(7-a)\sqrt{x} + 49 = 0$ .

31.  $(x+a)\arccos(x+7)=0$ .

32.  $(\sqrt{x+1})^2 + 2(12-a)\sqrt{x+1} + 144 = 0$ .

**Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому рівняння має єдиний розв'язок:**

33.  $(\sqrt{x-2}-3)(x-a)=0$ .

34.  $(\sqrt{x-12}-13)(x-a)=0$

**Знайти найбільше ціле від'ємне значення параметра  $a$ , при якому рівняння має єдиний розв'язок:**

35.  $(\sqrt{x+7}-9)(x-a)=0$ .

36.  $(\sqrt{x+37}-40)(x-a)=0$ .

## РОЗДІЛ 25. СИСТЕМИ РІВНЯНЬ З ПАРАМЕТРАМИ

### Група 2

Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому система

має безліч розв'язків: 1.  $\begin{cases} y - |x| = 0, \\ y - ax = 0. \end{cases}$       2.  $\begin{cases} y - |x + 5| = 0, \\ y - x + a = 0. \end{cases}$

Знайти значення параметра  $a$ , при якому система має безліч розв'язків:

3.  $\begin{cases} y - |x| = 5, \\ y - x + a = 0. \end{cases}$       4.  $\begin{cases} y - |x - 15| = 1, \\ y + x + a = 0. \end{cases}$       5.  $\begin{cases} (a - 3)x + (a - 3)y = 0, \\ ax + 2y = 3. \end{cases}$

6.  $\begin{cases} ax + 3y = 9, \\ 12x + ay = 18. \end{cases}$       7.  $\begin{cases} ax + 8y = 24, \\ 2x + ay = 12. \end{cases}$       8.  $\begin{cases} (a + 7)x + (a + 7)y = 0, \\ ax - 8y = 35. \end{cases}$

Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому система не має розв'язків:

9.  $\begin{cases} 3x + ay = 105, \\ (a - 12)x + (a - 12)y = 0. \end{cases}$       10.  $\begin{cases} 2ax + 6ay = 18, \\ 12x + ay = 18. \end{cases}$       11.  $\begin{cases} (a - 4)x + (a - 4)y = 0, \\ 3x + ay = 3,3. \end{cases}$

### Група 3

1. Обчислити добуток значень параметра  $a$ , при яких система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 16, \\ (x - a)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

2. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ (x - a)^2 + y^2 = 9 \end{cases} \text{ має тільки два різні розв'язки?}$$

3. При якому найменшому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 1, \\ y - x^2 = a \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

4. При якому найменшому цілому додатному значенні параметра

$$a \text{ система } \begin{cases} x^2 + y^2 = 49, \\ y - a^2 x^2 = a \end{cases} \text{ не має розв'язку?}$$

5. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 169, \\ y - x^2 = a \end{cases} \text{ має два розв'язки?}$$

6. Обчислити добуток значень параметра  $a$ , при яких система

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a^2, \\ (x-7)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

7. При якому найбільшому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ має тільки чотири розв'язки?}$$

8. При якому найменшому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ (x-a)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

9. При якому найбільшому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} |x| + |y| = 9, \\ y - x^2 = a \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

10. При якому найменшому цілому невід'ємному значенні пара-

$$\text{метра } a \text{ система } \begin{cases} |x| + |y| = 1, \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ не має розв'язків?}$$

11. При якому найменшому значенні параметра  $a$  система

$$\begin{cases} |x| + |y| = 5, \\ 5y - x^2 + a^2 = 0 \end{cases} \text{ має тільки три розв'язки?}$$

12. При якому найменшому значенні параметра  $a$ , система

$$\begin{cases} |x| + |y| = 7, \\ x^2 + (y-a)^2 = 49 \end{cases} \text{ має єдиний розв'язок?}$$

13. При якому значенні параметра  $a$  парабола  $y = x^2 - 2x - 0,5a + 1$  дотикається в двох точках кола з центром  $A(1,0)$  і радіусом 1?
14. При якому значенні параметра  $a$  парабола  $y = x^2 - 2x - 2,5a + 1$  має три спільні точки з колом з центром  $A(1,0)$  і радіусом 1?
15. При якому найменшому цілому значенні параметра  $a$  парабола  $y = x^2 - 2x - 0,1a + 1$  перетинається в чотирьох точках з колом з центром  $A(1,0)$  і радіусом 1?
16. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  парабола  $y = x^2 - 2x - 0,2a + 1$  перетинається в двох точках з колом з центром  $A(1,0)$  і радіусом 1?
17. При якому найменшому цілому додатному значенні параметра  $a$  система рівнянь  $\begin{cases} y = |x - 5| + |x + 6| \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$  має два розв'язки?
18. При якому найбільшому від'ємному цілому значенні параметра  $a$  система рівнянь  $\begin{cases} y = |x - 10| + |x + 15| \\ (x - 1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$  має два розв'язки?
19. При якому найменшому цілому додатному значенні параметра  $a$  система рівнянь  $\begin{cases} y = |x - 15| + |x - 1| \\ (x - 7)^2 + y^2 = a^2 \end{cases}$  має два розв'язки?
20. При якому найбільшому цілому значенні параметра  $a$  система рівнянь  $\begin{cases} y = |x - 5| + |x + 4| \\ x^2 + (y - 1)^2 = a^2 \end{cases}$  не має розв'язку?
21. При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь  $\begin{cases} x + 3|y| + 5 = 0 \\ (x - a)^2 + y^2 = 4 \end{cases}$  має три розв'язки?
22. При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь  $\begin{cases} y + 2|x| - 4 = 0 \\ x^2 + (y - a)^2 = 9 \end{cases}$  має три розв'язки?

23. При якому найменшому цілому додатному значенні параметра

$$a \text{ система рівнянь } \begin{cases} y + 2|x| - 4 = 0 \\ x^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ має два розв'язки?}$$

24. Обчислити добуток значень параметра  $a$ , при яких система

$$\text{рівнянь } \begin{cases} y = 2^{2-|x-1|}, \\ (x-1)^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ має три розв'язки.}$$

25. При якому найменшому додатньому цілому значенні параметра

$$a \text{ система рівнянь } \begin{cases} y = 5^{1-|x-2|}, \\ (x-2)^2 + y^2 = a^2 \end{cases} \text{ має два розв'язки?}$$

26. При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} y = 3^{2-|x-3|}, \\ (x-3)^2 + (y-a)^2 = 25 \end{cases} \text{ має один розв'язок?}$$

27. При якому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} y = 2^{2+|x-1|}, \\ (x-1)^2 + (y+a)^2 = 16 \end{cases} \text{ має три розв'язки?}$$

28. При якому додатньому значенні параметра  $a$  система рівнянь

$$\begin{cases} y = 2^{a-|x-2|}, \\ (x-2)^2 + y^2 = 64 \end{cases} \text{ має три розв'язки?}$$

**Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому система рівнянь має два розв'язки:**

$$29. \begin{cases} y = \log_{1/2} \cos x, \\ x^2 + (y-a)^2 = 4. \end{cases}$$

$$30. \begin{cases} y = \log_2 \cos x, \\ x^2 + (y+a)^2 = 9. \end{cases}$$

$$31. \begin{cases} y = \log_2 \sin x, \\ (x - \frac{\pi}{2})^2 + (y+a)^2 = 16. \end{cases}$$

$$32. \begin{cases} y = \log_{1/2} \sin x, \\ (x - \frac{\pi}{2})^2 + (y-a)^2 = 25. \end{cases}$$

## РОЗДІЛ 26. НЕРІВНОСТІ З ПАРАМЕТРАМИ

### Група 1

Знайти значення параметра  $a$ , при якому розв'язками нерівності є всі дійсні числа: 1.  $3x-1 < ax+5$ . 2.  $ax-3 > 5x-4$ . 3.  $5x+2 > 1-ax$ .

Знайти значення  $a$ , параметра при якому нерівність не має розв'язків: 4.  $2x-1 > ax+1$ . 5.  $ax+2 > -2x+4$ . 6.  $6x+4 > 5-ax$ .

Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому система нерівностей не має розв'язків: 7.  $\begin{cases} x > 3, \\ x \leq a-5. \end{cases}$  8.  $\begin{cases} x \geq 5, \\ x < a-3. \end{cases}$

Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому система нерівностей має розв'язки: 9.  $\begin{cases} x < 4, \\ x > 4-a. \end{cases}$  10.  $\begin{cases} x < 2,5; \\ x \geq 7-a. \end{cases}$

### Група 2

Знайти значення параметра  $a$ , при якому розв'язками нерівності є всі дійсні числа:

1.  $(a^2-4)x > a+1$ . 2.  $(a^2+a-2)x > a^2-2a$ . 3.  $2a^2x-2 > 3a(1-x)$ .

Знайти значення параметра  $a$ , при якому нерівність не має розв'язків:

4.  $(a^2-2)x < 2a+ax$ . 5.  $(a^2+a)(x-1) > 2x+a-3$ . 6.  $(2a^2-5a)x < a^2-4a+1$ .

Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому розв'язками нерівності є всі дійсні числа:

7.  $(a^2+3a-10)x < 2a$ . 8.  $(a^2-121)x < a+\sqrt{50}$ .

Знайти найменше значення параметра  $a$ , при якому розв'язками нерівності є всі дійсні числа:

9.  $(a^2-7a+10)x < 3-a$ . 10.  $(a^2-9a+20)x > a-\sqrt{20}$ .

11. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$ , нерівність  $x^2+5x+m+\sqrt{5} > 0$  виконується для всіх невід'ємних  $x$ ?

12. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$ , нерівність  $x^2+7x+3m+8 > 0$  виконується для всіх невід'ємних  $x$ ?



13. При якому найбільшому значенні параметра  $m$ , нерівність  $x^2+3,5x+7-m>0$  виконується для всіх додатних значень  $x$ ?
14. При якому найбільшому значенні параметра  $m$ , нерівність  $8x^2+21x+2-5m>0$  виконується для всіх додатних значень  $x$ ?
15. При якому найбільшому значенні параметра  $m$ , нерівність  $x^2+33x+5-2m>0$  виконується для всіх додатних значень  $x$ ?
16. При якому найменшому значенні параметра  $m$ , нерівність  $12x^2-8x+5m+4>0$  виконується для всіх від'ємних значень  $x$ ?
17. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$ , нерівність  $24x^2-30x+\sqrt{26}+m>0$  виконується для всіх недодатних  $x$ ?
18. При якому найменшому цілому значенні параметра  $m$ , нерівність  $x^2-40x+\sqrt{40}+m>0$  виконується для всіх недодатних  $x$ ?
19. Визначити найбільше ціле значення  $a$ , при якому нерівність  $9x^2+4(a-1)x+4>0$  виконується для всіх дійсних значень  $x$ .
20. Визначити найменше ціле значення  $a$ , при якому нерівність  $7x^2+2(a-2)x+7\geq 0$  виконується для всіх дійсних значень  $x$ .

**Знайти найбільше ціле значення параметра  $a$ , при якому нерівність має розв'язки:** 21.  $\sqrt{1-x^2} > a-2$ . 22.  $\sqrt{5-x^2} > a-3$ .

**Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому нерівність має розв'язки:** 23.  $(150-a)\cdot 7^x < a+1$ . 24.  $(121-a)\cdot 3^{2x} < a-59$ .

**Знайти найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому нерівність має  $k$  цілих розв'язки:** 25.  $x^2 < a; k=3$ . 26.  $x^2-2 < a; k=5$ .

### Група 3

**Обчислити середнє арифметичне цілих значень параметра  $a$ , при яких нерівність виконується для всіх від'ємних значень  $x$ :**

1.  $(a^2-25a+150)x > a-13$ .
2.  $(a^2+3a-54)x > a+5$ .
3.  $(a^2+2a-35)x > a+3$ .
4.  $(a^2-20a+91)x > a-10$ .

**Обчислити суму цілих значень параметра  $a$ , при яких нерівність виконується для всіх дійсних значень  $x$ :**

5.  $(a-3)x^2+(2a-6)x+7>0$ .

6.  $(a+2)x^2+(2a+4)x+7>0$ .

7.  $(a+9)x^2+(2a+18)x+2>0$ .

8.  $(a-5)x^2+(2a-10)x-5<0$ .

9. Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому всі розв'язки нерівності  $x^2-2ax+2a-1<0$  є в проміжку  $(1; 4)$ .

10. Знайти найменше значення параметра  $a$ , при якому всі розв'язки нерівності  $x^2-2ax-4a-4<0$  є в проміжку  $(-3; -2)$ .

11. Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому всі розв'язки нерівності  $x^2+2(a+1)x+4a>0$  є ззовні проміжка  $[-2; 9]$ .

12. Знайти найменше значення параметра  $a$ , при якому всі розв'язки нерівності  $x^2+2ax+4a-4>0$  є ззовні проміжка  $[-5; -2]$ .

13. Знайти найбільше значення параметра  $a$ , при якому всі розв'язки нерівності  $x^2-2ax-6a-9>0$  є ззовні проміжка  $[-8; -3]$ .

**Визначити найменше ціле значення параметра  $a$ , при якому функція визначена на всій дійсній прямій:**

14.  $f(x)=\sqrt{ax^2+10x+a}$ .

15.  $f(x)=\log_5(ax^2+4x+a)$ .

16.  $f(x)=\sqrt{(a-2)x^2+12x+a-2}$ .

17.  $f(x)=\log_3((a-2)x^2+2\sqrt{2}x+a+2)$ .

18.  $f(x)=\log_6((a-6)x^2+2\sqrt{6}x+a-1)$ .

19.  $f(x)=\sqrt{(a+1)x^2+24x+a+1}$ .

**Обчислити суму цілих значень параметра  $a$  з проміжку  $[-6; 6]$ , при яких нерівність виконується для всіх дійсних значень  $x$ :**

20.  $\frac{x^2-ax+1}{x^2+x+1} \leq 3$ .

21.  $\frac{3x^2+4x+a+2}{x^2+x+1} > 2$ .

**РОЗДІЛ 27. ПРОГРЕСІЇ****Група 1**

1. Обчислити 5-й член арифметичної прогресії 23,5; 24,82; ...
2. В арифметичній прогресії  $a_1 = 23,5$ ;  $a_5 = 28,78$ . Обчислити різницю прогресії.
3. В арифметичній прогресії  $a_1 = 1,35$ ;  $a_{12} = -25,05$ . Обчислити різницю прогресії.
4. В арифметичній прогресії  $a_1 = 1,35$ ;  $d = -2,4$ . Обчислити суму перших 12-ти членів прогресії.
5. В арифметичній прогресії  $a_1 = 23,5$ ;  $d = 1,32$ . Обчислити суму перших 5-ти членів.
6. В арифметичній прогресії  $a_{10} = 14,91$ ;  $a_{14} = 20,11$ . Знайти  $a_1$ .
7. В арифметичній прогресії  $a_{10} = 14,91$ ;  $a_{14} = 20,11$ . Обчислити різницю прогресії.
8. В арифметичній прогресії  $a_{10} = 14,91$ ;  $a_{14} = 20,11$ . Обчислити суму 9-ти перших членів прогресії.
9. В арифметичній прогресії  $a_{10} = 14,91$ ;  $a_{14} = 20,11$ . Знайти  $a_9$ .
10. В арифметичній прогресії  $a_5 = 3,7$ ;  $a_{11} = 8,75$ . Обчислити  $a_{17}$ .
11. В арифметичній прогресії  $a_1 = 1,35$ ;  $d = -2,4$ . Обчислити номер члена прогресії, що дорівнює  $-25,05$ .
12. Сума 18-го та 26-го членів арифметичної прогресії дорівнює 2,5. Чому дорівнює 22-й член прогресії?
13. 13-й член арифметичної прогресії дорівнює 14,5. Обчислити суму 12-го та 14-го членів.
14. В арифметичній прогресії  $a_{10} = 3,6$ ;  $a_{12} = 8$ . Обчислити  $a_{14}$ .
15. В арифметичній прогресії  $a_{12} = 8$ ;  $a_{14} = 12,4$ . Обчислити  $a_{10}$ .
16. При якому значенні  $x$  три послідовні числа  $2-x$ ,  $x+3$ ,  $x+4$  утворюють арифметичну прогресію?
17. При якому значенні  $x$  три послідовні числа  $2+x$ ,  $5x-3$ ,  $2x+6$  утворюють арифметичну прогресію?
18. Обчислити 5-й член геометричної прогресії 1,2; 2,4; ...

19. У геометричній прогресії  $b_1 = 1,5$ ;  $b_4 = 12$ . Обчислити знаменник прогресії.
20. У геометричній прогресії  $b_1 = 1,5$ ;  $q = 1,2$ . Обчислити суму перших 3-х членів.
21. Обчислити суму перших п'яти членів прогресії 12; 6; 3; ...
22. Обчислити номер члена прогресії 1,5; 3; 6; ... , що дорівнює 48?
23. Обчислити 4-й член прогресії 1,5; 1,8; 2,16;...
24. Обчислити суму перших 4-х членів прогресії 1,5; 1,8; 2,16;... .
25. У геометричній прогресії  $b_5 = 16$ ,  $b_8 = 2$ . Обчислити  $b_1$ .
26. У геометричній прогресії  $b_5 = 16$ ,  $b_8 = 2$ . Знайти знаменник прогресії.
27. У геометричній прогресії  $b_5 = 16$ ,  $b_8 = 2$ . Обчислити суму 7-ми перших членів прогресії.
28. У геометричній прогресії  $b_5 = 16$ ,  $b_8 = 2$ . Обчислити 7-й член прогресії.
29. У геометричній прогресії  $b_5 = 32$ ,  $b_7 = 8$ . Знайти модуль знаменника прогресії.
30. У геометричній прогресії  $b_8 \cdot b_{18} = 228,01$ . Знайти  $|b_{13}|$ .
31. У геометричній прогресії  $b_{18} \cdot b_{26} = 151,29$ . Знайти  $|b_{22}|$ .
32. У геометричній прогресії  $b_{10} = 32$ ,  $b_{12} = 8$ . Обчислити  $b_{14}$ .
33. У геометричній прогресії  $b_{12} = 8$ ,  $b_{14} = 2$ . Обчислити  $b_{10}$ .
34. При якому значенні  $x$  три послідовні числа  $6-2x$ , 7, 49 утворюють геометричну прогресію?
35. При якому значенні  $x$  три послідовні числа  $3-2x$ , 4, 32 утворюють геометричну прогресію?
36. Визначити  $x$ , якщо  $1+x+x^2+\dots = 4$ ,  $|x| < 1$ .
37. Визначити  $x$ , якщо  $1-x+x^2-x^3+\dots = 20$ ,  $|x| < 1$ .
38. Визначити  $x$ , якщо  $1+x+x^2+\dots = 10$ ,  $|x| < 1$ .
39. Визначити  $x$ , якщо  $1-x+x^2-x^3+\dots = 4$ ,  $|x| < 1$ .

## Група 2

1. В арифметичній прогресії  $a_{10} + a_{14} = 26,8$ . Обчислити  $a_{21}$ , якщо  $a_3 = 3,2$ .

2. Обчислити суму 12-го та 23-го членів арифметичної прогресії, якщо  $a_8 = 12,3$ ,  $a_{27} = 2,8$ .
3. Обчислити суму 22-го та 28-го членів арифметичної прогресії, якщо  $a_{18} = 12,3$ ;  $a_{32} = 2,8$ .
4. В арифметичній прогресії  $a_{m+n} = 3,7$ ;  $a_{m-n} = 13,8$ . Обчислити  $a_m$ .
5. В арифметичній прогресії  $a_{m-n} = 3,7$ ;  $a_m = 8,75$ . Обчислити  $a_{m+n}$ .
6. В арифметичній прогресії  $a_m = 8,75$ ;  $a_{m+n} = 13,8$ . Знайти  $a_{m-n}$ .
7. В арифметичній прогресії  $a_{m+n} = 1,4$ ;  $a_{m-n} = 92,8$ . Знайти  $a_m$ .
8. Сума  $n$  перших членів арифметичної прогресії виражається формулою  $S_n = 3n^2 + 8n$ . Обчислити різницю прогресії.
9. Сума  $n$  перших членів арифметичної прогресії виражається формулою  $S_n = 14n^2 + 11n$ . Обчислити різницю прогресії.
10. Сума  $n$  перших членів арифметичної прогресії виражається формулою  $S_n = n^2 + 63n$ . Обчислити різницю прогресії.
11. Сума  $n$  перших членів арифметичної прогресії виражається формулою  $S_n = 3n^2 + 8n$ . Обчислити  $a_7$ .
12. Сума  $n$  перших членів арифметичної прогресії виражається формулою  $S_n = 12n^2 + 7n$ . Обчислити  $a_{10}$ .
13. Сума  $n$  перших членів арифметичної прогресії виражається формулою  $S_n = 13n^2 + 5n$ . Обчислити  $a_{16}$ .
14. Скільки існує двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на 3 дають в остачі 2?
15. Скільки існує трицифрових натуральних чисел, які при діленні на 5 дають в остачі 1?
16. Скільки існує трицифрових натуральних чисел, які при діленні на 15 дають в остачі 7?
17. Обчислити суму всіх двоцифрових натуральних чисел, які при діленні на 3 дають в остачі 1.
18. Обчислити суму всіх трицифрових натуральних чисел, які при діленні на 5 дають в остачі 2.
19. Обчислити суму всіх трицифрових натуральних чисел, які при діленні на 16 дають в остачі 9.

20. Сума 2-го та 9-го членів арифметичної прогресії дорівнює 9, а сума 8-го та 4-го – 5. Обчислити різницю прогресії.
21. Сума 10-го та 12-го членів арифметичної прогресії дорівнює 11, а сума 5-го та 15-го – 10. Обчислити різницю прогресії.
22. Сума 2-го та 11-го членів арифметичної прогресії дорівнює 10, а сума 5-го та 6-го – 13. Обчислити різницю прогресії.
23. Знайти найбільший корінь рівняння
- $$2x + 1 + x^2 - x^3 + x^4 - x^5 + \dots = \frac{13}{6}, \quad |x| < 1.$$
24. У геометричній прогресії  $b_2 b_7 = 38,2$ . Обчислити  $b_4$ , якщо  $b_5 = 2$ .
25. Обчислити добуток 3-го та 29-го членів геометричної прогресії, якщо  $b_9 = 3$ ,  $b_{23} = 12,7$ .
26. У геометричній прогресії  $b_2 b_7 = 27$ . Обчислити  $b_{19}$ , якщо  $b_9 = 5$ .
27. У геометричній прогресії  $b_{m+n} = 2,8$ ;  $b_{m-n} = 6,3$ . Обчислити  $|b_m|$ .
28. У геометричній прогресії  $b_{m-n} = 2,8$ ;  $b_m = 4,2$ . Обчислити  $b_{m+n}$ .
29. У геометричній прогресії  $b_m = 4,2$ ;  $b_{m+n} = 6,3$ . Обчислити  $b_{m-n}$ .
30. У геометричній прогресії  $b_{m+n} = 7,2$ ;  $b_{m-n} = 12,8$ . Знайти  $|b_m|$ .

### Група 3

- В арифметичній прогресії  $a_3 + a_9 + a_{11} + a_{13} = 48$ . Знайти  $a_9$ .
- В арифметичній прогресії  $a_9 = 14$ . Знайти  $a_3 + a_9 + a_{11} + a_{13}$ .
- В арифметичній прогресії  $a_5 + a_{11} + a_{12} + a_{16} = 50$ . Знайти  $a_{11}$ .
- В арифметичній прогресії  $a_{11} = 24$ . Знайти  $a_5 + a_{11} + a_{12} + a_{16}$ .
- В арифметичній прогресії  $a_{4n} = 18$ ,  $a_{2n} = 12$ . Обчислити  $a_n$ .
- В арифметичній прогресії  $a_n = 9$ ,  $a_{2n} = 12$ . Обчислити  $a_{4n}$ .
- В арифметичній прогресії  $a_{4n} = 18$ ,  $a_n = 9$ . Обчислити  $a_{2n}$ .
- В арифметичній прогресії  $a_{5n} = 198$ ,  $a_{3n} = 255$ . Обчислити  $a_n$ .
- Обчислити суму перших 19-ти членів арифметичної прогресії, якщо  $a_4 + a_8 + a_{12} + a_{16} = 224$ .

10. Обчислити суму перших 25-ти членів арифметичної прогресії, якщо  $a_2 + a_{11} + a_{15} + a_{24} = 68$ .
11. Сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію. Обчислити площу трикутника, якщо більший його катет дорівнює 4.
12. Сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію. Обчислити площу трикутника, якщо його гіпотенуза дорівнює 5.
13. Сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію. Обчислити більший його катет, якщо його площа дорівнює 24.
14. Сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію. Обчислити менший його катет, якщо його площа дорівнює 54.
15. Сторони прямокутного трикутника утворюють арифметичну прогресію. Обчислити його гіпотенузу, якщо його площа дорівнює 96.
16. Сторони трикутника, один з кутів якого  $120^\circ$ , утворюють зростаючу арифметичну прогресію, перший член якої дорівнює 9. Обчислити величину  $S/\sqrt{3}$ , де  $S$  – площа трикутника.
17. Сторони трикутника, один з кутів якого  $120^\circ$ , утворюють зростаючу арифметичну прогресію, третій член якої дорівнює 14. Обчислити величину  $S\sqrt{3}$ , де  $S$  – площа трикутника.
18. Сторони трикутника, один з кутів якого  $120^\circ$ , утворюють арифметичну прогресію. Обчислити найменшу його сторону, якщо його площа дорівнює  $3,75\sqrt{3}$ .
19. Сторони трикутника, один з кутів якого  $120^\circ$ , утворюють арифметичну прогресію. Обчислити найбільшу його сторону, якщо його площа дорівнює  $3,75\sqrt{3}$ .
20. У геометричній прогресії  $b_3 b_9 b_{11} b_{13} = 625$ . Знайти  $|b_9|$ .
21. 9-й член геометричної прогресії дорівнює 4. Обчислити добуток 3-го, 9-го, 11-го та 13-го її членів.
22. У геометричній прогресії  $b_7 b_{11} b_{12} = 343$ . Знайти  $b_{10}$ .
23. У геометричній прогресії  $b_5 b_{11} b_{12} b_{16} = 256$ . Знайти  $|b_{11}|$ .

24. 11-й член геометричної прогресії дорівнює 5. Обчислити добуток 5-го, 11-го, 12-го та 16-го її членів.
25. У геометричній прогресії  $b_{10}b_{14}b_{21} = -1/8$ . Знайти  $b_{15}$ .
26. У геометричній прогресії з додатним знаменником  $b_{4n} = 4$ ,  $b_{2n} = 25$ . Обчислити  $b_n$ .
27. У геометричній прогресії з додатним знаменником  $b_{5n} = 4$ ,  $b_{3n} = 9$ . Обчислити  $b_n$ .
28. Обчислити куб знаменника нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо її сума удвічі більша від суми трьох її перших членів.
29. Обчислити знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо кожен її член дорівнює сумі всіх наступних членів.
30. У нескінченно спадній геометричній прогресії з додатними членами сума трьох її перших членів дорівнює сумі решти її членів. Обчислити куб її знаменника.
31. Обчислити модуль знаменника нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо сума перших 4-х її членів становить  $15/16$  суми всіх її членів.
32. Сума нескінченно спадної геометричної прогресії дорівнює 16, а сума квадратів її членів – 153,6. Знайти знаменник прогресії.
33. Обчислити куб знаменника нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо її сума у 4 рази більша від суми трьох її перших членів.
34. Обчислити знаменник нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо кожен її член утричі більший від суми всіх наступних членів.
35. У нескінченно спадній геометричній прогресії з додатними членами сума шести її перших членів утричі більша від суми решти її членів. Обчислити куб її знаменника.
36. Обчислити модуль знаменника нескінченно спадної геометричної прогресії, якщо сума перших чотирьох її членів становить  $255/256$  суми всіх її членів.
37. Сума нескінченно спадної геометричної прогресії дорівнює 8, а сума квадратів її членів – 16. Обчислити знаменник прогресії.



38. Сума нескінченної спадної геометричної прогресії дорівнює 4, а сума кубів її членів дорівнює 192. Обчислити перший член прогресії.
39. За ніч равлик піднімається по стеблу рослини на 7 см, а вдень опускається на 4 см вниз. На сьому ніч равлик досяг вершини стебла, почавши повзти від його основи. Яка висота (у см) рослини?
40. В арифметичній прогресії 11 членів. Перший, п'ятий і одинадцятий її члени утворюють геометричну прогресію. Обчислити третій член арифметичної прогресії, якщо її перший член дорівнює 24.
41. Сума трьох перших членів зростаючої арифметичної прогресії 12, а їхній добуток дорівнює 28. Обчислити перший член прогресії.
42. Три числа, третє з яких 12, утворюють зростаючу геометричну прогресію. Якщо третім числом взяти 9, то числа будуть утворювати арифметичну прогресію. Обчислити суму перших двох чисел.
43. Три числа, добуток яких дорівнює 64, а сума – 14, утворюють геометричну прогресію. Обчислити суму квадратів цих чисел.

**Визначити натуральний розв'язок рівняння:**

$$44. \frac{2x-1}{x} + \frac{2x-2}{x} + \dots + \frac{2}{x} + \frac{1}{x} = 7.$$

$$45. \frac{5x-1}{x} + \frac{5x-2}{x} + \dots + \frac{2}{x} + \frac{1}{x} = 35.$$

$$46. \frac{x-1}{x} + \frac{x-2}{x} + \dots + \frac{1}{x} = 3.$$

**РОЗДІЛ 28. ЗАДАЧІ НА СКЛАДАННЯ РІВНЯНЬ****Група 1**

1. Визначити число, якщо 22% його дорівнює 41,8.
2. Визначити число, якщо 65% його дорівнює 0,26
3. Обчислити 16% від числа 138.
4. Обчислити 26,25% від числа 480.
5. Порода містить 32% мінералу, у якому є 4,5% золота. Який відсоток золота в породі?
6. Порода містить 45% мінералу, у якому є 6,2% золота. Який відсоток золота в породі?
7. Скільки грамів золота міститься в злитку масою 2 кілограми, якщо його вміст становить 96% ?
8. Скільки грамів золота міститься в злитку масою 4,2 кілограми, якщо його вміст становить 95% ?
9. Маса куска сплаву свинцю з оловом становить 20 кг. Олова в сплаві є 20%. На скільки кілограм більше свинцю, ніж олова в сплаві?
10. Маса куска сплаву міді і цинку становить 20 кг. Міді в сплаві є  $\frac{1}{5}$ , решта цинк. На скільки кілограмів цинку більше, ніж міді в сплаві?
11. Маса куска сплаву міді і цинку становить 50 кг. Міді в сплаві є  $\frac{3}{10}$ , решта цинк. На скільки кілограмів цинку більше, ніж міді в сплаві?
12. Турист пройшов 20% усього шляху. Залишилось пройти на 36 км більше, ніж він пройшов. Яка довжина шляху (у км)?
13. Турист пройшов  $\frac{1}{5}$  усього шляху. Залишилося пройти на 18 км більше, ніж він пройшов. Яка довжина шляху (у км)?
14. Турист пройшов 0,3 шляху. Залишилося пройти на 30 км більше, ніж він пройшов. Яка довжина шляху (у км)?
15. Споживач використав електроенергію на суму 25 гривень. Попередньо він оплатив  $\frac{1}{5}$  всієї вартості. На скільки гривень залишок до оплати більший, ніж зроблена оплата?
16. Турист пройшов  $\frac{1}{3}$  шляху за 3 год. За скільки годин він пройде решта шляху?
17. Турист пройшов  $\frac{2}{5}$  шляху за 3 год. За скільки годин він пройде решта шляху?

18. Мати старша від сина у 4 рази. Разом їм 40 років. Скільки років синові?
19. Мати старша від дочки удвічі. Разом їм 48 років. Скільки років дочці?
20. Батько старший від сина в 5 разів. Скільки років синові, якщо батько старший на 20 років?
21. Першого дня на базу привезли 6,5 т яблук, що становить  $\frac{1}{5}$  від потреби бази. Скільки тонн яблук потрібно ще заготовити?
22. На базу привезли 5 т картоплі, що становить 20% від потреби бази. Яка потреба бази (у т)?
23. З 150 деталей 10% бракованих. Скільки кондиційних деталей?
24. З 450 деталей 4% бракованих. Скільки кондиційних деталей?
25. Турист пройшов 25% шляху за 4 год. За скільки годин він пройде весь шлях.
26. Турист пройшов 15% шляху за 3 год. За скільки годин він пройде весь шлях.
27. Скільки гривень коштує 10 зошитів, якщо 15 коштує 30 гривень?
28. Скільки гривень коштує 12 зошитів, якщо 30 коштує 90 гривень?
29. З двох сіл назустріч виїхали велосипедист і мотоцикліст. Через 1,5 год вони зустрілись. Швидкість мотоцикліста 45 км/год, а велосипедиста 15 км/год. Визначити відстань між селами (у км).
30. З двох сіл назустріч виїхали велосипедист і мотоцикліст. Через 1,25 год вони зустрілись. Швидкість мотоцикліста 35 км/год, а велосипедиста 15 км/год. Визначити відстань між селами (у км).
31. На базу привезли 120 т картоплі. 20% картоплі відправили до магазину. Скільки картоплі залишилося (у т)?
32. На базу привезли 150 т картоплі. 30% картоплі відправили до магазину. Скільки картоплі залишилося (у т)?
33. Тракторна бригада зорала 16 га землі, що становить 20% площі всього поля. Яка площа поля (у га)?
34. За два дні зорано 20% поля. За скільки днів при такій нормі виробітку можна зорати все поле?
35. На базу привезли 40 т муки 1-го та 2-го сортів. Муки 1-го сорту було в 3 рази більше. Скільки привезли муки 2-го сорту (у т)?
36. На базу привезли 300 т муки 1-го та 2-го сортів. Муки 1-го сорту було в 5 разів більше. Скільки привезли муки 2-го сорту (у т)?

37. Через годину після початку рівномірного спуску води у басейні її залишилося  $400 \text{ м}^3$ , а ще через 4 год –  $200 \text{ м}^3$ . Скільки було води у басейні ( $y \text{ м}^3$ )?
38. Через годину після початку рівномірного спуску води у басейні її залишилося  $400 \text{ м}^3$ , а ще через 7 год –  $50 \text{ м}^3$ . Скільки було води у басейні ( $y \text{ м}^3$ )?
39. Ціну муки збільшили на 110%. У скільки разів вона подорожчала?
40. Ціну хліба збільшили на 15%. У скільки разів він подорожчав?
41. Ціна на товар буде підвищена на 300%. На скільки відсотків треба тепер її знизити, щоб отримати початкову ціну товару?
42. М'ясо під час готування втрачає 36% своєї маси. Скільки можна отримати кілограмів вареного м'яса з  $37,5 \text{ кг}$  сирого?
43. М'ясо під час готування втрачає 20% своєї маси. Скільки треба кілограмів сирого м'яса для отримання  $16 \text{ кг}$  вареного?

### Група 2

1. Різниця квадратів двох послідовних натуральних чисел дорівнює 51. Визначити більше число.
2. Різниця квадратів двох послідовних натуральних чисел дорівнює 57. Визначити більше число.
3. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 8. Якщо до цього числа додати 18, то одержимо число, записане тими ж цифрами, але в зворотному порядку. Визначити початкове число.
4. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 12. Якщо до цього числа додати 54, то одержимо число, записане тими ж цифрами, але в зворотному порядку. Визначити початкове число.
5. Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 8. Якщо від цього числа відняти 18, то одержимо число, записане тими ж цифрами, але в зворотному порядку. Визначити початкове число.
6. Першого дня на базу привезли  $6,5 \text{ т}$  картоплі. Другого – удвічі менше, ніж першого, а третього – на  $12,5 \text{ ц}$  більше, ніж другого. Скільки центнерів картоплі привезли на базу за три дні?
7. На базу привезли  $150 \text{ ц}$  борошна 1-го та 2-го сортів. Борошна 2-го сорту привезли удвічі менше, ніж 1-го сорту. Скільки центнерів борошна 1-го сорту привезли на базу?

8. На базу привезли 320 ц борошна 1-го та 2-го сортів. Борошна 2-го сорту привезли в 4 рази менше, ніж 1-го сорту. Скільки центнерів борошна 1-го сорту привезли на базу?
9. Дорогу ремонтували дві бригади. Кожна з них відремонтувала по 12 км. Друга бригада працювала на 3 дні менше, ніж перша. Скільки км шляху ремонтувала перша бригада за день, якщо вони в сумі ремонтували за день 6 км.
10. Перший робітник у термін виконав деяке завдання. Другий робітник, виготовляючи кожен день на 25 деталей більше, виконав це ж завдання за 40 днів. Третій робітник, виготовляючи на 25 деталей менше щодня, ніж перший, виконав це ж завдання за 60 днів. Скільки деталей виготовляв перший робітник за один день?
11. Перший робітник у термін виконав деяке завдання. Другий робітник, виготовляючи кожен день на 10 деталей більше, виконав це ж завдання за 20 днів. 3-ій робітник, виготовляючи на 10 деталей менше щодня, ніж перший, виконав це ж завдання за 30 днів. Скільки деталей виготовив 1-ий робітник за один день?
12. Два робітники виготовили разом 168 деталей протягом семи днів. Скільки деталей за день виготовляв перший робітник, якщо другий виготовляв за день на 4 деталі менше?
13. Два робітники виготовили разом 180 деталей протягом п'яти днів. Скільки деталей за день виготовляв перший робітник, якщо другий виготовляв за день на 4 деталі менше?
14. Швидкість катера у стоячій воді становить 12,5 км/год. Шлях між двома пристанями катер проходить за течією за 4 год і проти течії за 6 год. Яка швидкість течії (у км/год)?
15. За два дні скошили 125 га пшениці, причому першого дня на 30 га більше, ніж другого. Скільки гектарів скошили другого дня?
16. За два дні скошили 301 га пшениці, причому першого дня на 45 га більше, ніж другого. Скільки гектарів скошили другого дня?
17. Яка собівартість продукції, якщо її продали з прибутком 7,5% за 311,75 гривень.
18. Яка собівартість продукції, якщо її продали з прибутком 15% за 483 гривні.

19. В ощадну касу покладено гроші під 10 % річний прибуток. Через рік сума вкладу дорівнювала 99 гривень. Який початковий вклад (у грн)?
20. У банк покладено гроші під 25% річний прибуток. Через рік сума вкладу дорівнювала 162,5 гривень. Який початковий вклад (у грн)?
21. У банк покладено 9000 гривень. Через рік сума вкладу дорівнювала 9945 гривень. Під який відсоток покладено вклади?
22. Собівартість товару становить 130 гривень. Відпускна ціна товару була збільшена на 15%. Після деякого періоду ціну зменшили на 6%. Яка кінцева ціна товару (у грн)?
23. Собівартість товару становить 150 гривень. Відпускна ціна товару була збільшена на 20%. Після деякого періоду ціну зменшили на 10%. Яка кінцева ціна товару (у грн)?
24. У 2000 році завод випустив 2100 автомашин. Згодом випуск автомашин збільшувався на 10% кожного року. Скільки машин випустив завод у 2002 році?
25. У 2000 році завод випустив 10000 автомашин. Згодом випуск автомашин збільшувався на 15% кожного року. Скільки машин випустив завод у 2002 році?
26. Робітник повинен виготовити 200 деталей. За перший день він виготовив  $\frac{1}{5}$  від плану, за другий 20% від плану. Скільки деталей залишилось виготовити?
27. Сплав з трьох металів містить 20% міді,  $\frac{1}{5}$  цинку, що становить разом 80 кг. Обчислити вагу всього куска (у кг)?
28. Сплав з трьох металів містить 20% міді,  $\frac{1}{5}$  цинку, що становить разом 100 кг. Обчислити масу всього куска (у кг)?
29. Сплав масою 320 кг містить 20% олова, 144 кг свинцю і решта домішки. Визначити процентний вміст домішок.
30. Спортсмен пройшов  $\frac{1}{3}$  шляху пішки,  $\frac{1}{6}$  проїхав велосипедом, а решта пробіг. Скільки кілометрів спортсмен пробіг, якщо весь шлях становить 120 км.
31. Спортсмен пройшов  $\frac{2}{5}$  шляху пішки, 15% проїхав велосипедом, а решта пробіг. Скільки кілометрів спортсмен пробіг, якщо весь шлях становить 200 км.

32. Вантаж обсягом 720 кг повинні роздати в три пункти: у 1-ий 25% вантажу, у 2-ий –  $\frac{1}{4}$ . Скільки кілограмів вантажу піде у третій пункт?
33. Тракторист за перший день зорав  $\frac{1}{5}$  поля, за другий –  $\frac{3}{10}$ . Незораними залишилося 30 га поля. Скільки гектарів поля тракторист зорав за перший день?
34. Тракторист за перший день зорав  $\frac{1}{8}$  поля, за другий –  $\frac{1}{4}$ . Незораними залишилося 65 га поля. Скільки гектарів поля тракторист зорав за перший день?
35. У куску сплаву з трьох металів міститься  $\frac{1}{5}$  металу А,  $\frac{3}{10}$  металу Б і 30 кг металу С. Обчислити вагу (у кг) металу А, що міститься у куску сплаву.
36. У куску сплаву з трьох металів міститься  $\frac{1}{8}$  металу А,  $\frac{1}{4}$  металу Б і 130 кг металу С. Обчислити вагу (у кг) металу А, що міститься у куску сплаву.
37. Турист за перший день пройшов  $\frac{1}{5}$  шляху, за другий –  $\frac{3}{10}$ . Після цього до фінішу залишилося 30 км. Скільки кілометрів пройшов турист за перший день?
38. Турист за перший день пройшов  $\frac{1}{4}$  шляху, за другий –  $\frac{3}{8}$ . Після цього до фінішу залишилося 39 км. Скільки кілометрів пройшов турист за перший день ?
39. Турист за перший день пройшов 30 км, що становить  $\frac{2}{5}$  всього шляху, за другий – 20 % шляху. Скільки кілометрів залишилось пройти туристу?
40. У скільки разів об'єм одного циліндра більший від об'єму 2-го циліндра, висота якого зменшена на 60%, а діаметр – на 50%?
41. Знайти відношення об'ємів двох куль, якщо відношення їх поверхонь дорівнює 9.
42. У скільки разів площа поверхні кулі більша від площі поверхні 2-ої кулі, радіус якої в 4 рази менший від радіуса першої кулі?
43. У скільки разів площа поверхні кулі більша від площі поверхні другої кулі, в якій радіус становить 40% радіуса першої кулі?
44. Ціну товару двічі збільшували на 30%. У скільки разів збільшилась ціна товару в порівнянні з початковою ціною?
45. Ціну товару двічі збільшували на 240%. У скільки разів збільшилась ціна товару в порівнянні з початковою ціною?

46. Задані два числа  $x$  і  $y$ . Якщо  $x$  збільшити на 90%, а  $y$  зменшити на 30%, то отримаємо відповідно числа  $x_1$  і  $y_1$ . Знайти  $(x_1 y_1)/(xy)$ .
47. Ціна товару становить 200 грн. Якою буде ціна товару, якщо її спочатку збільшити на 10%, а пізніше зменшити на 10%?

### Група 3

1. Поїзд затримався в дорозі на 12 хв, а потім на відстані 60 км надолужив згаяний час, збільшивши швидкість на 15 км/год. Визначити початкову швидкість поїзда ( $y$  км/год).
2. Поїзд одну половину дороги пройшов зі швидкістю 45 км/год, а другу – 55 км/год. Визначити середню швидкість ( $y$  км/год).
3. Байдарка та моторний човен відпливають одночасно назустріч один одному з пунктів А і В, відстань між якими 60 км і зустрічаються через 1 год 30 хв з моменту відплиття. Якщо вони продовжать подорож, то човен прибуде до А на 4 год швидше, ніж байдарка до В. Визначити швидкість байдарки ( $y$  км/год).
4. Мотоцикліст і велосипедист одночасно почали рухатися назустріч один одному зі сталими швидкостями 15 і 10 км/год із точок А і В. Через скільки годин вони зустрінуться, якщо відомо, що мотоцикліст прибуде в пункт В на 2,5 год раніше, ніж велосипедист у пункт А?
5. Поїзд одну половину дороги пройшов зі швидкістю 45 км/год, а весь шлях – з середньою швидкістю 49,5. З якою швидкістю ( $y$  км/год) проходив поїзд другу половину дороги?
6. Змішали 50% розчин соляної кислоти з 10% і одержали 500 г 20% розчину. Скільки грамів 10% розчину було взято?
7. Змішали 35% розчин соляної кислоти з 10% і одержали 300 г 20% розчину. Скільки грамів 10% розчину було взято?
8. У посудині є 20% розчин солі. Скільки кілограмів дистильованої води треба додати до 30 кг розчину, щоб концентрація солі зменшилась до 5%?
9. У посудині є 30% розчин солі. Скільки кілограмів дистильованої води треба додати до 20 кг розчину, щоб концентрація солі зменшилась до 10%?
10. Маса куска сплаву свинцю з оловом становить 24 кг і містить 45% свинцю. Скільки кг чистого олова треба додати до цього сплаву, щоб утворений новий сплав містив 40% свинцю?



11. Маса куска сплаву свинцю з оловом становить 12 кг і містить 25% свинцю. Скільки кг чистого олова треба додати до цього сплаву, щоб утворений новий сплав містив 20% свинцю?
12. Свіжі гриби за масою містять 90% води, а сухі 12%. Скільки кілограмів сухих грибів можна отримати з 66 кг свіжих?
13. Свіжі гриби за масою містять 90% води, а сухі 15%. Скільки кілограмів сухих грибів можна отримати з 51 кг свіжих?
14. За рахунок підвищення якості обсяг випуску продукції можна кожного року зменшувати на 5%. Яке зменшення ( $y$  %) можна очікувати через 2 роки?
15. За рахунок підвищення якості обсяг випуску продукції можна кожного року зменшувати на 7%. Яке зменшення ( $y$  %) можна очікувати через 2 роки?
16. Кожного року завод збільшував випуск продукції на 9%. Яке збільшення ( $y$  %) продукції буде через 2 роки ?
17. Кожного року завод збільшував випуск продукції на 16%. Яке збільшення ( $y$  %) продукції буде через 2 роки ?
18. Мінерал містить 10% золота. Скільки можна виділити кілограмів промислового золота, яке містить 88% чистого золота, з 66 кг мінералу?
19. Мінерал містить 15% золота. Скільки можна виділити кілограмів промислового золота, яке містить 85% чистого золота, з 34 кг мінералу?
20. Поїзд їде від станції А до станції В. На деякій ділянці шляху виконують ремонтні роботи. Швидкість на цій ділянці становить 25% від початкової, унаслідок чого поїзд запізнився на 4 год. Наступного дня частина шляху, який ремонтували, зменшилася на 40 км і за тих же умов поїзд запізнився на 1 год. Обчислити початкову швидкість поїзда ( $y$  км/год).
21. З міста А в місто В вийшли два пішоходи. Один з них першу половину шляху йшов зі швидкістю 5 км/год, а другу – зі швидкістю 4 км/год. Другий першу половину часу йшов зі швидкістю 5 км/год, а другу – зі швидкістю 4 км/год і прийшов у місто В на 1 хв раніше. Визначити час перебування в дорозі першого пішохода ( $y$  хв).
22. Турист проїхав велосипедом 90 км і пройшов пішки 10 км. На першу частину шляху витрачено на 4 год більше часу, ніж на

- другу. Якщо б турист йшов пішки стільки годин, скільки їхав велосипедом, а їхав велосипедом стільки годин, скільки йшов пішки, то відстані, які б він проїхав велосипедом і пройшов пішки, були б однакові. Скільки часу (у год) їхав турист велосипедом?
23. Катер відстань 45 км пройшов униз по річці за 2 год, а вверх – за 3 год. Визначити власну швидкість катера (у км/год).
24. Дві бригади можуть виконати всю роботу, працюючи разом, за 12 днів. Якщо перша бригада буде працювати сама 6 днів, а згодом приступить до роботи друга, то для закінчення роботи їм треба буде ще 8 днів. За скільки днів виконає роботу перша бригада, працюючи самостійно.
25. Через дві труби басейн можна заповнити за 18 год. Якщо труби будуть відкриті по чергово то басейн буде наповнений при роботі першої труби 30 год, а другої – 12 год. За скільки годин можна наповнити басейн, використовуючи першу трубу.
26. Два трактори можуть зорати ділянку поля за 18 год. Якщо перший трактор буде працювати окремо 21 год, то для завершення всієї роботи потрібно самостійно працювати другому трактору ще 12 год. За скільки годин цю ділянку можна самостійно зорати першим трактором.
27. Двома комбайнами можна зібрати врожай з ділянки за 24 год. Унаслідок несправності другого комбайна протягом 12 год працював лише перший комбайн, що призвело до запізнення виконання роботи на 4 год. За скільки годин можна зібрати врожай лише першим комбайном.

**РОЗДІЛ 29. ЕЛЕМЕНТИ КОМБІНАТОРИКИ ТА ТЕО-  
РІЇ ЙМОВІРНОСТЕЙ****Група 1**

**Розв'язати рівняння:** 1.  $C_{x-3}^2 = 21$ . 2.  $C_{x+2}^4 = x^2 - 1$ .

3.  $C_x^3 + C_x^2 = 15(x-1)$ . 4.  $C_{x+1}^{x-1} + C_x^{x-2} = 9x + 10$ .

5. У стандартному вигляді многочлена  $\left(x + \frac{2}{x}\right)^6$  знайти доданок, що не містить змінної  $x$ .

6. У стандартному вигляді многочлена  $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^5$  знайти коефіцієнт біля  $x$ .

- Скільки існує трицифрових чисел, що не містять у десятковому записі цифри 0?
- Скільки існує парних чотирицифрових чисел, що не містять у десятковому записі цифри 0?
- Скільки чотирицифрових чисел кратних 5, всі цифри яких різні, можна записати, використовуючи лише цифри 5, 6, 7, 8 і 9.
- Скільки парних чотирицифрових чисел, всі цифри яких різні, можна записати, використовуючи лише цифри 2, 3, 5, 7 і 8.
- У класі, в якому є 15 учнів, вибирають старосту та його заступника. Скількома способами це можна зробити?
- У класі, в якому є 18 учнів, вибирають трьох делегатів шкільної конференції. Скількома способами це можна зробити?
- В ящику є 14 червоних і 6 чорних кульок. Яка ймовірність того, що навмання витягнута кулька буде червоною?
- Зі слова “*математика*” навмання вибирають одну літеру. Яка ймовірність того, що виберуть літеру “*a*”.

**Група 2**

**Розв'язати рівняння:** 1.  $C_{x+1}^5 = \frac{3}{8} \cdot A_x^3$ . 2.  $C_{4x+9}^{4(x+1)} = 5 A_{4x+7}^3$ .

3.  $C_{x+8}^{x+3} = 5 \cdot A_{x+6}^3$ . 4.  $C_{x+1}^{x-4} = \frac{7}{15} \cdot A_{x+1}^3$ .

5. У стандартному вигляді многочлена  $\left(\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{14}$  знайти коефіцієнт біля  $x^2$ .
6. У стандартному вигляді многочлена  $\left(\sqrt[3]{a^2} - \frac{1}{a}\right)^5$  знайти доданок, що не містить змінної  $a$ .
7. Скільки існує п'ятицифрових натуральних чисел, які однаково читаються зліва направо і справа наліво?
8. У скількох точках перетинаються 11 прямих, якщо серед них лише дві паралельні, а жодні три з них не перетинаються в одній точці?
9. У скількох точках перетинаються 10 прямих, якщо серед них немає паралельних і жодні три з них не перетинаються в одній точці?
10. На шаховому турнірі зіграно 55 партій. При цьому кожен учасник зіграв з кожним з інших учасників одну партію. Скільки шахістів брало участь в турнірі?
11. У шаховому турнірі брало участь 10 гравців. При цьому кожен гравець зіграв з кожним з інших гравців одну партію. Скільки всього було зіграно партій у турнірі?
12. Підкидають три гральні кубики. Знайти ймовірність того, що добуток чисел, які випадуть, буде парним числом.
13. Підкидають два гральні кубики. Знайти ймовірність того, що добуток чисел, які випадуть, буде парним числом.
14. Набираючи номер телефону, абонент забув останні дві цифри і набрав їх навмання, пам'ятаючи лише те, що ці цифри парні і різні. Знайти ймовірність того, що номер телефону набрано правильно.
15. В ящику є 6 білих, 1 червона і 3 чорних кульки. Яка ймовірність того, що навмання витягнуті дві кульки будуть різного кольору?

**Група 3**

**Розв'язати рівняння:**

$$1. \frac{P_{x+2}}{A_x^n \cdot P_{x-n}} = 132. \quad 2. \frac{P_{x-n} \cdot A_{x+1}^{n+1}}{P_{x-1}} = 90.$$
$$3. \frac{P_{x-4} \cdot A_x^4}{P_{x-2}} = 42. \quad 4. \frac{P_{x-n} \cdot A_{x+2}^{n+2}}{P_x} = 110.$$

- Скільки трицифрових чисел, кратних трьом, можна записати, використовуючи лише цифри 1, 2, 3, 4, 5 і 6?
- Скількома способами можна 4 чорні і 8 білих кульок розташувати в ряд так, щоб жодні дві чорні не стояли поруч?
- Математична енциклопедія містить 5 томів. Скількома способами їх можна розмістити на полиці так, щоб томи не були розміщені один за одним у порядку зростання їхніх номерів?
- Учень має 6 різних підручників по одному з кожного предмету. Скількома способами їх можна розмістити на полиці так, щоб підручники з фізики та хімії не стояли поруч?
- Ймовірність того, що Оленка розв'яже задачу дорівнює 0,8; а ймовірність того, що Остап розв'яже задачу – 0,7. Знайти ймовірність того, що задачу не розв'яже жоден з них.
- Два стрільці стріляють в одну мішень. Ймовірність попадання в мішень першим стрільцем 0,6; а другим – 0,9. Знайти ймовірність того, що в мішень попаде лише один з них.
- Учень написав чотири вітальні листівки і навімання вклав їх у чотири заадресовані конверти. Знайти ймовірність того, що лише два адресати отримують свої вітання.
- Учень написав чотири вітальні листівки і навімання вклав їх у чотири заадресовані конверти. Знайти ймовірність того, що жоден адресат не отримає свого вітання.
- Для класу, в якому є 16 учнів, виділено путівки для відпочинку: 6 – у Криму, 6 – у Карпатах і 4 – у Шацьку. Знайти ймовірність того, що двоє друзів відпочиватимуть разом.

**РОЗДІЛ 30. ЗАДАЧІ НА ЕКСТРЕМУМ****Група 2**

1. Розкласти число 24 на суму двох доданків так, щоб їхній добуток був найбільший. Визначити цей добуток.
2. Розкласти число 18 на суму двох доданків так, щоб їхній добуток був найбільший. Визначити цей добуток.
3. Розкласти число 30 на два доданки так, щоб сума їхніх квадратів була найменшою. Визначити добуток цих доданків.
4. Розкласти число 16 на два доданки так, щоб сума їхніх квадратів була найменшою. Визначити добуток цих доданків.
5. Розкласти число 20 на два доданки так, щоб сума їхніх кубів була найменшою. Визначити добуток цих доданків.
6. Розкласти число 25 на два доданки так, щоб сума їхніх кубів була найменшою. Визначити добуток цих доданків.
7. Визначити додатне число, яке перевищує свій квадрат на максимально можливе значення.
8. Визначити додатне число, яке перевищує свій подвоєний квадрат на максимально можливе значення.
9. Визначити додатне число, для якого різниця куба і потроєного квадрата цього числа є найменшою.
10. Серед усіх рівнобедрених трикутників з бічною стороною 5 визначити трикутник з найбільшою площею. Обчислити площу цього трикутника.
11. Серед усіх рівнобедрених трикутників з бічною стороною 11 визначити трикутник з найбільшою площею. Обчислити квадрат довжини основи цього трикутника.
12. Прямокутну ділянку землі треба огородити сіткою так, щоб її площа дорівнювала  $400 \text{ м}^2$  і на огорожу пішло найменше погонних метрів сітки. Обчислити периметр такої ділянки ( $y \text{ м}$ ).
13. Прямокутну ділянку землі треба огородити сіткою довжиною 60 м так, щоб її площа була найбільшою. У відповіді записати значення найбільшої площі ( $y \text{ м}^2$ ).

14. Сума трьох сторін прямокутника дорівнює 60 см. Визначити розміри прямокутника, при яких його площа буде найбільшою. У відповіді записати значення найбільшої площі (у  $\text{см}^2$ ).
15. Визначити (у см) найменше значення півпериметра  $p$  прямокутника, що має площу  $25 \text{ см}^2$ .
16. З квадратного листа картону зі стороною 24 см вирізають по кутах однакові квадрати і роблять відкриту коробку. Яка має бути (у см) сторона вирізаних квадратів, щоб об'єм коробки був найбільшим?
17. Визначити від'ємне число, для якого сума куба і потроєного квадрата цього числа є найбільшою.
18. Розкласти число 30 на суму двох доданків так, щоб сума їхніх четвертих степенів була найменшою. Визначити добуток цих доданків.
19. Розкласти число 50 на суму двох доданків так, щоб сума їхніх п'ятих степенів була найменшою. Визначити добуток цих доданків.
20. Різниця двох чисел дорівнює 20. Визначити менше з них, якщо сума їхніх четвертих степенів є найменшою.
21. Різниця двох чисел дорівнює 30. Визначити більше з них, якщо сума їхніх десятих степенів є найменшою.

### Група 3

1. Треба виготовити ящик з кришкою, об'єм якого  $288 \text{ см}^3$ , а сторони основи відносяться як 1:3. Які мають бути розміри ящика, щоб його площа повної поверхні була найменшою? У відповіді записати значення найменшої площі повної поверхні (у  $\text{см}^2$ ).
2. Визначити три числа, добуток яких буде найбільшим, якщо сума цих чисел дорівнює 54 і перше число більше за друге у 8 разів. У відповіді записати найбільше з цих чисел.
3. Знайти суму координат точки, яка лежить на прямій  $y = -7x + 2$ , якщо різниця квадратів абсциси й ординати точки є найбільшою.

4. Визначити суму координат точки, яка лежить на прямій  $y = \frac{2}{3}x + 5$ , якщо різниця квадратів абсциси й ординати точки є найменшою.
5. Визначити абсцису точки на прямій  $y = 2x + 3$ , відстань до якої від заданої точки  $A(4; 2)$  є найменшою.
6. Визначити абсцису точки на прямій  $y = x - 5$ , відстань до якої від заданої точки  $A(0; 3)$  є найменшою.
7. Визначити значення параметра  $a$ , при якому сума квадратів коренів рівняння  $x^2 - 2ax - a - 2 = 0$  буде найменшою.
8. Визначити кут (у градусах) при вершині рівнобедреного трикутника заданої площі, щоб радіус вписаного у цей трикутник круга був найбільшим.
9. У трикутник з основою 5 і висотою 6 вписано прямокутник найбільшої площі. Обчислити площу цього прямокутника, якщо дві його вершини лежать на основі трикутника.
10. У півкруг радіуса  $4\sqrt{2}$  вписано прямокутник найбільшої площі. Обчислити площу цього прямокутника.
11. Знайти прямокутний трикутник найбільшої площі, якщо сума його катета і гіпотенузи дорівнює  $3\sqrt[4]{3}$ . Визначити цю площу.
12. Сума довжин сторони основи та висоти правильної чотирикутної піраміди дорівнює 24. Обчислити довжину сторони основи, при якій об'єм піраміди буде найбільшим.
13. Сума довжин сторони основи і висоти правильної трикутної піраміди дорівнює 42. Обчислити довжину сторони основи, при якій об'єм піраміди буде найбільшим.
14. З усіх циліндрів, що мають об'єм 16л, визначити циліндр з найменшою площею повної поверхні. У відповіді записати довжину радіуса основи такого циліндра.
15. Визначити висоту циліндра найбільшого об'єму, який можна вписати у кулю радіуса  $5\sqrt{3}$ .
16. Визначити висоту прямого кругового конуса найменшого об'єму, описаного навколо кулі радіуса 10.



17. Визначити висоту конуса найменшого об'єму, описаного навколо півкулі радіуса  $5\sqrt{3}$  так, що центр основи конуса лежить у центрі кулі.
18. У конус з радіусом основи 3 і висотою  $\frac{18}{\pi}$  вписано циліндр найбільшого об'єму. Визначити цей об'єм.
19. У кулю радіуса 12 вписано конус найбільшого об'єму. Визначити висоту цього конуса.
20. Відкритий бак з квадратною основою повинен мати об'єм  $32 \text{ м}^3$ . При яких розмірах на його виготовлення піде найменше матеріалу? У відповідь записати суму довжин сторони основи і висоти (у м).
21. Визначити косинус кута при вершині рівнобедреного трикутника з максимальною площею і постійною медіаною, проведеною до бічної сторони.
22. При якому значенні відношення радіуса кулі, описаної навколо конуса, до висоти конуса відношення об'єму конуса до об'єму кулі буде найбільшим?
23. Навколо кулі описано зрізаний конус. При якому відношенні радіуса нижньої основи до радіуса верхньої основи конуса відношення об'єму конуса до об'єму кулі буде найменшим?
24. Об'єм правильної трикутної призми дорівнює 16. Якою повинна бути сторона основи, щоб площа повної поверхні призми була найменшою?
25. Визначити значення аргументу  $x_1$ , при якому відстань між точками  $(x_1, y_1)$  і  $(x_1, y_2)$ , що лежать відповідно на кривих  $y = x^2 + 4x + 8$  і  $y = 16 \ln x$ , є найменшою.

**Додаток 1. Приклад екзаменаційного білета**

Варіанти екзаменаційних завдань формуються з питань і задач, включених у загальний список (базу даних предмета). Усі типи завдань бази даних є у цьому збірнику конкурсних тестових завдань. Формування білетів здійснює комп'ютер випадковим вибором завдань з кожного розділу.

Зразок сформованого комп'ютером білета:

**Львівський національний університет  
імені Івана Франка****Варіант \*\*\*\*\*****Математика**

**Вказівки:** Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть числову відповідь десятковим дробом. Відповіді запишіть також у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення у записах не допускаються! За кожен правильну відповідь на завдання від 1 до 10 – 1 бал, від 11 до 20 – 2 бали, від 21 до 30 – 3 бали.

1. (.....) Сума 11-го та 99-го членів арифметичної прогресії дорівнює 31,4. Чому дорівнює 55-й член прогресії?
2. (.....) Визначити суму розв'язків рівняння  $|x + 2| = 9$ .
3. (.....) Знайти найбільший (у градусах) розв'язок рівняння  $\sin x = 1$ , який лежить у проміжку  $0^0 < x < 160^0$ .
4. (.....) Обчислити довжину ребра куба, діагональ якого дорівнює  $2\sqrt{3}$ .
5. (.....) Визначити найбільший цілий від'ємний розв'язок нерівності  $x^2 > 9 - 8x$ .
6. (.....) Розв'язати рівняння  $\log_4\left(\frac{x}{2} - 1\right) = -1$ .
7. (.....) Обчислити  $9\sqrt{2} \sin 2\alpha$ , якщо  $\sin \alpha = 1/3$ ,  $\frac{\pi}{2} < \alpha < \pi$ .
8. (.....) Функції  $f(x)$ ,  $g(x)$  – непарні і  $f(7) = -3$ ,  $g(-3) = 10$ . Обчислити  $-3f(-7) - 2g(3)$ .

9. (.....) У рівнобічній трапеції діагоналі взаємно перпендикулярні. Обчислити площу трапеції, якщо середня лінія трапеції дорівнює 8.
10. (.....) Визначити найменший розв'язок нерівності  $\left(\frac{2}{5}\right)^{x+2} \leq \left(\frac{5}{2}\right)^2$ .
11. (.....) Визначити найбільше значення параметра  $a$ , при якому розв'язками нерівності  $(a^2+7a+10)x > a+3$  є всі дійсні числа.
12. (.....) Обчислити суму найбільшого і найменшого розв'язку нерівності  $\sqrt{2x+6} - \sqrt{2x-2} \geq 2$ .
13. (.....) Обчислити  $-4(\cos(10\pi/3) - \sin(29\pi/6))$ .
14. (.....) Визначити (у градусах) найменший додатний розв'язок рівняння  $\sin 5x - \cos 5x = \sqrt{2}$ .
15. (.....) Визначити найбільший цілий розв'язок нерівності  $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+2} > 4,8$ .
16. (.....) Визначити значення параметра  $a$ , при якому система  $\begin{cases} y - |x+11| = 2, \\ y + x + a = 0 \end{cases}$  має безліч розв'язків.
17. (.....) Скільки цілих розв'язків нерівності  $(x-3)^2/(1-x) > 0$  лежать у проміжку  $(-5; 5)$ ?
18. (.....) Розв'язати рівняння  $3\log_5(x/2-2) - 2\log_5(2-x/2)^2 = 1$ .
19. (.....) Площа перерізу куба площиною, яка проходить через діагоналі верхньої та нижньої основи куба, дорівнює  $100\sqrt{2}$ . Обчислити площу поверхні куба.
20. (.....) У геометричній прогресії  $b_{25}b_7 = 89,1$ . Обчислити  $b_{15}$ , якщо  $b_{17} = 5,4$ .
21. (.....) У трикутнику ABC:  $CB = CA = 15$  і  $AB = 24$ . Обчислити площу трикутника BOA, де O – точка перетину медіан трикутника ABC.

22. (.....) Визначити найбільше ціле значення параметра  $a$  ( $a > 0$ ), при якому площа, обмежена лініями  $y = -ax + 2$ ,  $x = 0$ ,  $y = 0$ ,  $x + y = 8$ , буде менша за  $S = 31,8$ .
23. (.....) Скільки коренів має рівняння  $2 \sin^2 x - 5 \sin x \cos x + 3 \cos^2 x = 0$  на проміжку  $[0, 2\pi]$ ?
24. (.....) Скільки розв'язків має рівняння  $\log_{1/3} x = 2 \cos x$ .
25. (.....) Розв'язати рівняння  $\log_4 \log_2 x + \log_2 \log_4 x = 2$ .
26. (.....) Скільки цілих розв'язків нерівності  $(9-x)^3(x+6)(x+2)^2 < 0$  лежить у проміжку  $[-10; 10]$ ?
27. (.....) Два кола дотикаються ззовні. Відстань від точки дотику кіл до їхньої спільної дотичної дорівнює 3,2. Обчислити радіус більшого кола, якщо радіус меншого – 2.
28. (.....) Основою прямого паралелепіпеда є ромб. Площа бічної поверхні паралелепіпеда дорівнює 78, а площа одного з діагональних перерізів – 36. Обчислити площу другого діагонального перерізу паралелепіпеда.
29. (.....) Визначити найбільше значення параметра  $m$ , при якому нерівність  $5x^2 + 3x + 7 - 4m > 0$  виконується при всіх додатних значеннях  $x$ .
30. (.....) Скільки цілих розв'язків має нерівність  $\log_{\left(\frac{x}{2}-2\right)}(11-x) \leq 1$ ?

## **Додаток 2. Заповнення талонів відповідей**

Талон відповідей є єдиним документом, на основі якого оцінюються записані абітурієнтом відповіді. Талон видається індивідуально кожному абітурієнтові з зазначенням назв предметів, номера екзаменаційного листка, групи, варіанту, місця для запису відповідей, тощо. Загальний вигляд талона на стор. 134.

Заповнювати талон відповідей слід дуже акуратно. Для запису відповідей використовується лише ручка з пастою *чорного* кольору. Усі відповіді мають бути числами, які каліграфічно записують наведеними у зразку цифрами та знаками.

Відповідь на завдання записують у полі з відповідним номером, починаючи від крайньої лівої клітинки. Кожен символ, у тому числі знак “,” (кома), записують у окремій клітинці. Заборонено перекреслювати та виправляти відповіді.

Якщо Ви не знаєте відповіді, запишіть у першій клітинці поля з відповідним номером велику букву “X”. Обов’язково запишіть номери варіантів для кожного предмету.

Робити помітки чи будь-які інші записи на талоні відповідей не можна.

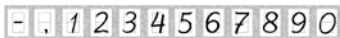
Відповідальність за дотримання правил заповнення талона покладається на абітурієнта.

Якщо абітурієнт порушив правила, то він зобов’язаний на вимогу чергового екзаменатора, присутнього в аудиторії під час тестування, поставити свій підпис у тому полі або тому місці талона, де є порушення. Підпис засвідчує не відмову від відповіді, а недотримання правил абітурієнтом. Якщо порушення виявлені в декількох полях (клітинках) чи місцях талона, то підпис абітурієнт ставить біля кожного поля чи місця окремо.

## Львівський національний університет імені Івана Франка

Будьте акуратні. Комп'ютерна система зчитує талон без участі людей. Ваша робота може бути анульована, якщо Ви не будете дотримуватись таких правил.

1. Талон заповнюють ручкою чорного кольору.
2. Усі відповіді мають бути числами, які каліграфічно записують наведеними у зразку цифрами та знаками.
3. Відповідь на завдання записують у полі з відповідним номером, починаючи від крайньої лівої клітинки.
4. Кожен символ, в тому числі знак "кома", записують у окремій клітинці.
5. Заборонено перекреслювати та виправляти відповіді.
6. Якщо Ви не знаєте відповіді, запишіть у першій клітинці поля з відповідним номером велику букву X.
7. Обов'язково запишіть номери варіантів для кожного предмету.



## ТАЛОН ВІДПОВІДЕЙ АБИТУРІЄНТА

Група АБ-01С

Екзаменаційний листок № 8800025С

Назва предмета Математика			
Варіант № <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>			
№ завд.	Відповідь	№ завд.	Відповідь
1	<input type="text"/>	16	<input type="text"/>
2	<input type="text"/>	17	<input type="text"/>
3	<input type="text"/>	18	<input type="text"/>
4	<input type="text"/>	19	<input type="text"/>
5	<input type="text"/>	20	<input type="text"/>
6	<input type="text"/>	21	<input type="text"/>
7	<input type="text"/>	22	<input type="text"/>
8	<input type="text"/>	23	<input type="text"/>
9	<input type="text"/>	24	<input type="text"/>
10	<input type="text"/>	25	<input type="text"/>
11	<input type="text"/>	26	<input type="text"/>
12	<input type="text"/>	27	<input type="text"/>
13	<input type="text"/>	28	<input type="text"/>
14	<input type="text"/>	29	<input type="text"/>
15	<input type="text"/>	30	<input type="text"/>

Назва предмета Укр. мова та література	
Варіант № <input type="text"/> <input type="text"/> <input type="text"/>	
№ завд.	Відповідь
31	<input type="text"/>
32	<input type="text"/>
33	<input type="text"/>
34	<input type="text"/>
35	<input type="text"/>
36	<input type="text"/>
37	<input type="text"/>
38	<input type="text"/>
39	<input type="text"/>
40	<input type="text"/>
41	<input type="text"/>
42	<input type="text"/>
43	<input type="text"/>
44	<input type="text"/>
45	<input type="text"/>

Особистий підпис  
абітурієнта

## Зміст

Розділ 1.	Перетворення алгебраїчних виразів	4
Розділ 2.	Перетворення виразів з показниками і логарифмами	6
Розділ 3.	Перетворення тригонометричних виразів	9
Розділ 4.	Алгебраїчні та раціональні рівняння	17
Розділ 5.	Ірраціональні рівняння	23
Розділ 6.	Показникові рівняння	29
Розділ 7.	Логарифмічні рівняння	31
Розділ 8.	Рівняння з модулями	34
Розділ 9.	Тригонометричні рівняння	37
Розділ 10.	Властивості функції	41
Розділ 11.	Похідна функції та її застосування	44
Розділ 12.	Первісна та інтеграл	50
Розділ 13.	Алгебраїчні та раціональні нерівності	54
Розділ 14.	Ірраціональні нерівності	57
Розділ 15.	Показникові нерівності	61
Розділ 16.	Логарифмічні нерівності	63
Розділ 17.	Нерівності з модулями	67
Розділ 18.	Тригонометричні нерівності	69
Розділ 19.	Вектори	70
Розділ 20.	Планіметрія - 1 (трикутник)	74
Розділ 21.	Планіметрія - 2	82
Розділ 22.	Стереометрія - 1	88
Розділ 23.	Стереометрія - 2	92
Розділ 24.	Рівняння з параметрами	97
Розділ 25.	Системи рівнянь з параметрами	100
Розділ 26.	Нерівності з параметрами	104
Розділ 27.	Прогресії	107
Розділ 28.	Задачі на складання рівнянь	114
Розділ 29.	Елементи комбінаторики та теорії ймовірностей	123
Розділ 30.	Задачі на екстремум	126
Додатки.	Додаток 1. Приклад екзаменаційного білету	130
	Додаток 2. Заповнення талонів відповідей	133

Навчальне видання

Григорій Григорович Цегелик, професор  
Ігор Йосипович Гуран, доцент  
Ігор Михайлович Дудзяний, доцент  
Михайло Ярославович Бартіш, професор  
Богдан Михайлович Бокало, доцент  
Святослав Іванович Тарасюк, доцент  
Володимир Володимирович Бабенко, асистент

**Збірник типових конкурсних  
тестових завдань з математики**

**Тринадцяте видання**

Редактор *М.М.Мартиняк*  
Комп'ютерна верстка і макетування *І.М.Дудзяний*

Підп. до друку . . . 2006. Формат 60×84 <sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Папір друк. Друк на різогр.  
Умовн друк. арк. 7,9. Обл.-вид. арк. 8,9. Тираж 1000 прим. Зам.

Видавничий центр Львівського національного університету імені Івана Франка.  
79000, м. Львів, вул. Дорошенка, 41