

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4-2.

ПОБУДОВА ІНФОРМАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ ТЕСТУ.

Мета: розрахувати і побудувати інформаційну функцію тесту

ТЕОРЕТИЧНІ ВІДОМОСТІ

Згідно А. Бірнбаума [Челишковська Л.В] кількість інформації, забезпечена j -м завданням теста в даній точці θ_j - це величина, обернено пропорційна стандартній похибці вимірювання даного значення θ_j за допомогою j -го завдання. Для описання інформації, що відповідає завданню вводиться *інформаційна функція* $I(\theta)$ [9, 16].

$$I_j(\theta) = \frac{(P_j'(\theta))^2}{P_j(\theta) \cdot Q_j(\theta)}$$

Для однопараметричної моделі Раша

$$P_j' = 1,7P_jQ_j,$$

тоді $I_j(\theta) = 2,89P_j(\theta)Q_j(\theta)$, де $Q_j(\theta) = 1 - P_j(\theta)$ - ймовірність невірної відповіді на j -е завдання.

Оскільки

$$Q_j(\theta) = \left(\frac{1}{1 + e^{1,7(\theta - \beta_j)}} \right)$$

то вираз для інформаційної функції перепишемо в наступному вигляді

$$I_j(\theta) = 2,89 \frac{e^{1,7(\theta - \beta_j)}}{(1 + e^{1,7(\theta - \beta_j)})^2}$$

Для двопараметричної моделі

$$I_j(\theta) = 2,89\sigma_j^2 P_j(\theta)Q_j(\theta),$$

У трипараметричній моделі інформаційна функція має вигляд

$$I_j(\theta) = \frac{2,89 \alpha_j^3 (1 - \alpha_j)}{\left[\alpha_j + e^{1,7 \alpha_j (\theta - \theta_j)} \right] \cdot \left[1 + e^{-1,7 \alpha_j (\theta - \theta_j)} \right]^2}$$

Відзначимо, що числений коефіцієнт 2,89 з'явився через наявність масштабного множника 1,7. Якщо вважати його рівним одиниці, то, наприклад, для однопараметричної моделі отримаємо (F.Baker)

$$I_j(\theta) = P_j(\theta)Q_j(\theta).$$

У цьому випадку максимальне значення інформаційної функції дорівнює 0,25.

Побудуємо інформаційну функцію для однопараметричної моделі.

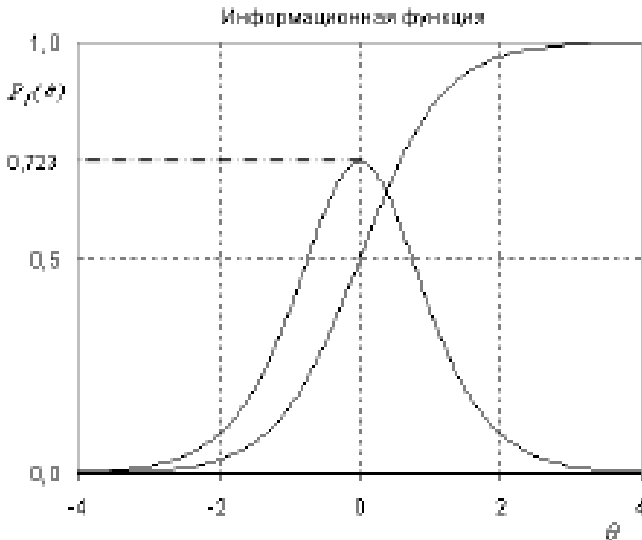


Рис. 1. Інформаційна функція завдання з нульовою складністю.

На рис. 1. показана характеристична крива завдання з рівнем складності $b=0$ та інформаційна функція для цього завдання.

Видно, що максимум інформаційної функції досягається при такому значенні θ , коли має місце перегин характеристичної кривої завдання, тобто ймовірність виконання завдання дорівнює 0,5.

Таким чином, завдання найбільш інформативно, коли його складність приблизно дорівнює рівню підготовленості досліджуваного.

Інформаційні функції мають властивість адитивності

$$I(\theta) = \sum_{j=1}^N I_j(\theta)$$

Це значить, що можна побудувати інформаційну функцію всього тесту. На рис. 2. наведений приклад тесту із трьох завдань зі труднощами -1 (графік №1), 0 (графік №2) та +1 (графік №3). Для цих трьох інформаційних функцій тестових завдань побудована інформаційна функція всього тесту (графік №4).

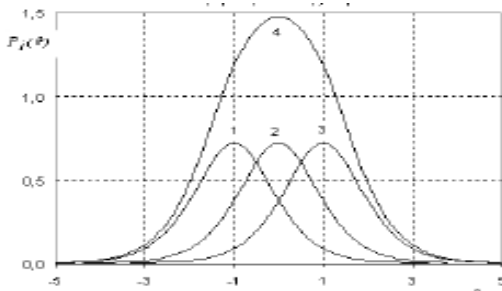


Рис. 2. Інформаційна функція «гарного» тесту

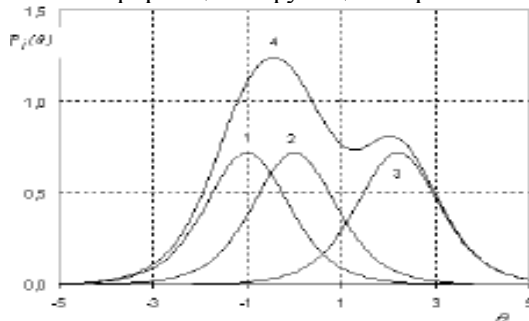


Рис. 3. Інформаційна функція «поганого» тесту

Інформаційна функція тесту повинна мати один чітко виражений максимум (рис. 2). Якщо це не так, то тест потребує доопрацювання, в нього необхідно додати завдання із трудностями, що відповідають областям провалу інформаційної функції тесту.

На рис. 3. наведені інформаційні функції завдань із трудностями -1 (графік №1), 0 (графік №2) та 2,2 (графік №3). Для тесту, що складається з цих трьох завдань, інформаційна функція (графік №4) має два максимуми. Цей тест явно потребує ще завдань із трудностями в області +1 логіт.

Покращення інформаційної функції тесту можна досягти і не змінюючи числа завдань у ньому. Для цього необхідно зсунути завдання №3 вліво, тобто зменшити його трудність.

Характер інформаційної функції для дво - і трипараметричної моделей в цілому зберігається.

У двопараметричної моделі нахил характеристичної кривої у точці $\theta = \beta$ может значно перевищувати величину 0,25 для однопараметричної моделі. З одного боку це добре, так як інформаційна функція має досить гострий пік, а з іншого – зменшується робоча область завдання. Якщо в однопараметричній моделі одне завдання задовільно перекриває діапазон $\beta \pm 1$ логіт, то у двопараметричній моделі для цього ж діапазона можуть знадобитися два або більше завдань в залежності від величини параметра диференціюючої зданості α_j .

У трипараметричній моделі параметр псевдовгадування c_j значно знижує точність оцінок θ і β , а також сповільнює збіжність ітераційних процедур, що використовуються для пошуку стійких значень θ і β .

Інформаційна функція досягає максимуму у точці

$$\theta_{\max} = \beta_j + \frac{1}{3,4\alpha_j} \left(+ \sqrt{1 + 8c_j} \right)$$

Розрахунки інформаційної функції показують, що зі зменшенням c_j відбувається зростання інформативності завдання. Це зрозуміло і з загальних міркувань. Якщо c_j характеризує вгадування, то її більша величина свідчить про дуже великий внесок вгадування в результати тестування. Звісно, що ці результати мають мало спільного з реальними знаннями досліджуваних, тобто інформативність тесту в цьому випадку дуже низька.

Приклад виконання роботи подано у файлі [Lab 8](#)

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ.

1.. Робота є логічним продовженням попередніх. У якості первинних балів згенерувати дані згідно варіанту.

Варіант	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Кількість респодентів	10	15	20	25	30	35	24	18	16	14	26	28	12	40
Кількість завдань	30	25	20	20	15	10	20	22	30	30	20	24	30	10

2. Виконати розрахунки за запропонованою схемою та побудувати графіки інформаційних функцій завдань та інформаційної функції всього тесту, який ми досліджуємо.

3. Проаналізувати отримані результати. Які висновки можна зробити щодо набору завдань та учасників тестування?

4. Підготувати звіт виконаної лабораторної роботи, який має містити титульну сторінку з відомостями про виконану роботу, а також знімки екрану всіх кроків процесу виконання даної роботи.