**Moodle mathématiques**

**Unité I L’origine des mathématiques**

1.1 **MATHÉMATIQUE**

Science qui étudie, par le moyen du raisonnement déductif, les propriétés d’objets abstraits tels que les nombres, les figures géométriques, les fonctions, les espaces, les structures, etc., et les relations qui s’établissent entre eux.

1. *Mathématiques pures*

Disciplines mathématiques qui s’intéressent aux propriétés des nombres et des figures d’une manière abstraite.

1. *Mathématiques appliquées*

Disciplines mathématiques considérées dans leurs applications aux sciences physiques.

**EXEMPLES**

1. L’algèbre et la géométrie sont des domaines qui appartiennent au champ des mathématiques pures.
2. L’astronomie et la mécanique sont des domaines qui appartiennent au champ des mathématiques appliquées.

2.1 **NOTE HISTORIQUE**

Le mot « mathématique » tire son origine du mot grec mathesis (μαθησισ), qui signifie « action ou désir d’apprendre ou de s’instruire » ou de mathema (μαθημα), qui signifie « enseignement ». Le philosophe grec Platon prétendait ainsi que nul ne pouvait se considérer parfaitement instruit sans développer ses capacités mentales, c’est-à-dire sa capacité d’apprendre. Les mathématiques ont contribué ainsi, à travers les âges, à développer des outils qui ont aidé les gens, à diverses époques, à mieux comprendre et interpréter le réel et à le décrire à travers des modèles appropriés.

Le mot «mathématiques» a d’abord été utilisé au pluriel (l’origine latine mathematica est d’ailleurs un mot pluriel). Encore, jusqu’à la première moitié du XXe siècle, on enseignait dans des cours et avec des manuels différents des sujets comme l’Arithmétique, la Géométrie plane, la Géométrie analytique, l’Algèbre, la Trigonométrie, les Statistiques et le Calcul différentiel et intégral. Ce n’est que récemment (XIXe siècle) que différentes tentatives d’unification de la discipline en une science entièrement déductive, formelle et axiomatisée ont imposé une écriture au singulier.

 2.2. Par ses multiples ***branches*** et ***spécialisations***, les mathématiques offrent plusieurs ***domaines*** d’application, dont :

* la cryptographie;
* l’informatique quantique;
* la météorologie;
* la finance;
* la physique;
* l’imagerie cérébrale;
* les biotechnologies.

**Avez-vous bien compris?**

1. ***Répondez aux questions*** :
2. Quel est l’objet d’études des mathématiques?
3. A quoi s’intéressent des mathématiques pures?
4. A quoi s’intéressent des mathématiques appliquées ?
5. Quels domaines appartiennent au champ des mathématiques pures?
6. Quels domaines appartiennent au champ des mathématiques appliquées ?
7. Quel est l’origine du mot « mathématique » ?
8. ***Trouvez la signification des mots et des expressions suivants :***

l’origine; le raisonnement déductif; la propriété; les nombres; les figures géométriques; les fonctions; les espaces; les structures; l’application; le domaine; considérer; contribuer à; les capacités mentales;

1. ***Dites si c’est vrai ou faux***
2. Mathématiques pures sont considérées dans leurs applications aux sciences physiques.
3. Le mot « mathématique » provient du mot grec mathesis.
4. Le philosophe grec Platon disait qu’on ne pouvait pas se considérer parfaitement instruit sans développer ses capacités mentales.
5. L’écriture du mot « mathématique » au singulier est imposé à la première moitié du XXe siècle.
6. ***Traduisez par écrit l’extrait*** 2.1 «NOTE HISTORIQUE»
7. ***Faites le résumé écrit du texte lu.***

***Unité II L’histoire des mathématiques***

L'origine des mathématiques est très lointaine.

***2.1 Mésopotamie.***

Les mathématiques mésopotamiennes sont les mathématiques pratiquées par les peuples de l'ancienne Mésopotamie (dans l’Irak actuel), depuis l'époque des Sumériens jusqu'à la chute de Babylone en 539 av. J.-C.. Alors que l'on ne dispose que de très rares sources sur les mathématiques en Égypte antique, notre connaissance des mathématiques babyloniennes s'appuie sur environ 400 tablettes d'argile mises au jour depuis les années 1850. Écrites en cunéiforme, ces tablettes furent travaillées sur de l'argile encore humide, puis cuites dans un four ou séchées au soleil. La plupart des tablettes qui nous sont parvenues datent de 1800 à 1600 av. J.-C., et traitent de fractions, d’équations algébriques (équations du second degré et du troisième degré), Les mathématiciens mésopotamiens donnaient à (Pi) la valeur approchée 3. La relation, dite de Pythagore, entre le carré de l'hypoténuse et la somme des carrés des côtés d'un triangle rectangle leur était connue, à défaut d'avoir su la démontrer.

***2.2.Egypte.***

Les procédés de calcul des anciens Egyptiens étaient moins avancés que ceux des Babyloniens, leurs formules métriques n'étaient souvent que grossièrement approchées; ils n'en ont pas moins légué aux Grecs des méthodes dont la tradition s'est conservée jusqu'à la chute de l'Empire byzantin, notamment l'emploi, exclusif chez eux, de fractions ayant pour numérateur l'unité, sauf celle de 2/3.

***- Les mathématiques antiques***

Quant à la traditon mathématique occidentale, il faut aller en chercher l'origine dans la Grèce ancienne, où la discipline se constitue pleinement en tant que science abstraite.

***2.3. Grèce.***

Le mot mathématique vient du grec mathema, lequel a le sens général de science qui s'enseigne; la signification technique remonte à l'école pythagoricienne, où l'on distingue quatre mathèmes.

« Il y a quatre degrés de la sagesse, l'arithmétique, la musique, la géométrie, la sphérique, rangées 1, 2, 3, 4. » (Pseudo-Pythagore, De Dits.)

Dès cette époque (Ve siècle av. J.-C.) le caractère spécial de ces sciences est donc déterminé, et elles sont classées d'après le développement qu'ont alors reçu leurs diverses branches.

Chez les Grecs, les sciences mathématiques se sont développées rapidement et ont pris une forme classique bien connue, celle d'un ensemble de propositions isolées, mais rigoureusement démontrées les unes par les autres à partir de définitions ou d'axiomes en petit nombre.

Thalès (né 600 ans av. J.-C.) est le premier nom connu, qui ait considéré d'une manière abstraite les concepts géométriques.

Pythagore est un mathématicien grec de la fin du 6è siècle avant J.-C, probablement le plus connu de tous. Comme pour la plupart des savants de son époque, on ne dispose d'aucun document écrit de sa main, et les premières biographies qui racontent sa vie sont écrites plusieurs siècles après sa mort.

On connaissait la propriété de Pythagore "Dans un triangle rectangle, le carré de l'hypothénuse est égal à la somme des carrés des deux autres côtés" bien avant cette époque. On a en effet découvert des tablettes d'argile gravées par les Babyloniens, probablement vers 1800 av J-C, donnant les longueurs des côtés de 15 triangles rectangles différents.

Ce serait du vivant de Pythagore que son nom aurait été associé à la fameuse relation, et la légende rapporte que Pythagore en fut si fier qu'il sacrifia aux dieux une hécatombe, c'est-à-dire 100 boeufs. L'école de Pythagore a peut-être été la première à donner une preuve du théorème. Depuis, les Chinois, les Hindous, les Arabes, les Occidentaux (parmi lesquels Léonard de Vinci) ont imaginé des centaines de démonstrations. Dans un livre, The Pythagorean proposition, Elisha Scott Loomis en a réuni 370.

Anaxagore de CIazomène (vers l'an 460) compose un traité sur la quadrature du cercle. Mais le véritable essor de la géométrie date de Platon (vers l'an 400), dont la partie mathématique de l'oeuvre est encore d'inspiration pythagoricienne. Platon introduit la méthode analytique, la théorie des sections coniques et la doctrine des lieux géométriques.

Aristote, disciple de Platon, aborde les questions de l'infini et du continu. Sa logique sera la seule que connaîtront les mathématiciens jusqu'au XIXe siècle.

***2.4. Les mathématiques alexandrines.***

En rassemblant les découvertes de ses devanciers et les siennes, Euclide de Cnide établit le lien entre l'école platonicienne et l'école mathématique d'Alexandrie. Il réunit les propositions qui avaient été découvertes par ses prédécesseurs, et en compose son célèbre ouvrage des Éléments. L'ouvrage, où apparaît notamment, pour la première fois, la méthode de réduction à l'absurde, se compose de quinze livres, dont les treize premiers ont été écrits par Euclide lui-même, et les deux derniers paraissent avoir été ajoutés par Hypsiclès d'Alexandrie.

Après Euclide, on voit briller Archimède, Apollonius, Eratosthène, Nicomède, et quelques autres, qui parviennent à constituer ce que nous dénommons aujourd'hui les mathématiques élémentaires.

***2.5. Rome.***

Quant aux Romains, comme on l'a dit, ils s'arrêtèrent peu aux spéculations désintéressées des mathématiques. Notons simplement que Pline et Varron montrent qu'ils savent compter sur leurs doigts en traitant de la numération dactylique, et ajoutons que les Romains adoptèrent aussi un système de numération dans lequel les signes se trouvaient répétés un nombre de fois égal à celui qui exprimait leur valeur absolue. Se conformant peut-être au système des Étrusques, qui notaient les époques avec des clous, ils se servirent des lettres I, V, X; L, C, D, M, pour indiquer 1, 5, 10, 50, 100, 500, 1000, les combinant diversement pour les nombres intermédiaires et pour les multiples.

**Avez-vous bien compris?**

1. ***Répondez aux questions :***
2. Sur quoi s'appuie notre connaissance des [mathématiques babyloniennes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Babylone_%28royaume%29)?
3. Quels étaient les procédés de [calcul](http://www.cosmovisions.com/calcul.htm) des anciens Egyptiens?
4. Quelle est l'origine du mot mathématique ?
5. Quel mathématicien grec était **le plus connu?**
6. Qui est l’auteur du célèbre ouvrage des Éléments?
7. ***Trouvez la signification des mots et des expressions suivants:***

s'appuyer sur; les [tablettes d'argile](https://fr.wikipedia.org/wiki/Tablette_d%27argile); en [cunéiforme](https://fr.wikipedia.org/wiki/Cun%C3%A9iforme); cuire dans un four; le [carré](http://www.cosmovisions.com/carre.htm) de l'hypoténuse ; la somme des carrés des côtés d'un [triangle](http://www.cosmovisions.com/triangle.htm) rectangle; les procédés de [calcul](http://www.cosmovisions.com/calcul.htm); les [concepts](http://www.cosmovisions.com/concept.htm) géométriques; la quadrature du cercle; la méthode analytique; la théorie des [sections coniques](http://www.cosmovisions.com/sectionsconiques.htm); l'infini; le continu; un prédécesseur; un ouvrage; parvenir à; compter sur les doigts; la numération dactylique; un système de [numération](http://www.cosmovisions.com/numeration.htm);

 ***III. Dites si c’est vrai ou faux***

1. Notre connaissance des [mathématiques babyloniennes](https://fr.wikipedia.org/wiki/Babylone_%28royaume%29) s'appuie sur environ 400 [tablettes d'argile](https://fr.wikipedia.org/wiki/Tablette_d%27argile).
2. On dispose de nombreux documents écrits par Pythagore.
3. Anaxagore compose un traité sur la quadrature du cercle.
4. Platon aborde les questions de l'infini et du continu.
5. Des [Étrusques](http://www.cosmovisions.com/ChronoEtrusques.htm) se servirent des lettres I, V, X; L, C, D, M, pour indiquer les chiffres.

***IV. Traduisez par écrit l’extrait 2.1 «Mésopotamie»***

 ***V. Faites le résumé écrit du texte lu.***

***Unité III L’histoire des mathématiques***

***3.1 Les mathématiques au Moyen âge***

Le rôle joué dans l'histoire des mathématiques par Médiévaux, qu'ils soient Arabes ou Latins, est principalement celui de relais. Ils ont recueilli et transmis les connaissances acquises en Inde, en Grèce ou à Byzance(où l'on n'étudie plus les livres anciens que comme des curiosités sans grande application en dehors de l'astrologie). Cela permettra aux mathématiques, à partir de la Renaissance, de retrouver leur fil. Des progrès ont été accomplis pendant cette longue période, mais force est de constater qu'ils ont été mineurs : on a souvent moins affaire à des résultats nouveaux qu'à des remaniements de concepts anciens.

***3.2 La tradition mathématique orientale.***

Les Arabes ont emprunté l'algèbre et les chiffres numériques à l'Inde. Et c'est probablement à l'extrême Orient qu'ils ont emprunté les germes des connaissances dont on fait preuve leurs mathématiciens. De fait, les mathématiques de la Chine et de l'Inde ont déjà une longue histoire.

Les Arabes ont aussi contribué grandement à l'histoire des mathématiques à travers de brillants mathématiciens.

***AL-KHWARIZMI ou HUWARIZMI (788 – 850), perse :***

Il écrit un livre ‘‘Al-Jabr’’ d’où vient le mot Algèbre. Cet ouvrage est considéré comme le meilleur exposé élémentaire de l’algèbre jusqu’à l’avènement des temps modernes.

Il traite aussi d’arithmétique, d’astronomie, de géographie et de calendrier dans d’autres livres. Il établit des tables de sinus.

C’est du nom ‘‘Al-Khwarizmi’’ latinisé que vient le mot Algorithme, procédé de calcul de caractère répétitif.

***AL-KARKHI (vers 960 – 1024), perse :***

Grâce à son œuvre, il ouvre la porte à des études systématiques des équations de degré 3 et 4.

***AL-BIRUNI (973 – 1048), perse :***

Il est l’auteur d’une histoire de l’Inde qui fournit le meilleur compte-rendu que nous possédons sur les mathématiques indiennes.

***Omar KHAYYAM(1048 – 1123), perse :***

Il est à la fois homme de lettres, astronome, mathématicien et physicien. C'est l’un des plus grands poètes persans.

Il écrit 14 ouvrages scientifiques. Seuls deux nous sont parvenus. Le premier traite de la géométrie d’Euclide et de ses postulats (ou axiomes). Dans l’autre, il étudie les équations du second degré, mais aussi celles du troisième et quatrième degré. Khayyâm utilise assez souvent un équivalent du triangle de Pascal mais donne aussi certaines solutions géométriques aux équations. Il est à l'origine de la notion de polynôme.

Il considère déjà que le rapport de deux grandeurs de même nature est toujours un nombre.

***3.3 Le nouveau langage mathématique (XVIe siècle).***

L'oeuvre principale du XVIe siècle est la création de l'algèbre sous sa forme actuelle. Cette branche des mathématiques existait dans la tradition occidentale au moins depuis Diophante, et l'on sait qu'on pouvait en trouver déjà les bases chez les Babyloniens, En Egypte, en Inde, etc.

 ***L'algèbre, un langage en quête de son vocabulaire.***

Dès le début du XVIe siècle, l'algèbre est cultivée par un grand nombre de mathématiciens. Scipion Ferreo, professeur de mathématiques à Bologne, vers 1505, rompt le premier les barrières où, jusqu'alors, l'algèbre avait été emprisonnée et parvient à résoudre un problème du 3e degré, mais ne rend pas publique sa découverte. .

Mais le véritable fondateur de l'algèbre, au sens où nous le concevons aujourd'hui, fut François Viète. Né à Fontenay dans le Poitou en 1540, mort à Paris en 1603, Viète, conseiller au Parlement de Bretagne, puis maître des requêtes à Paris et conseiller privé, fait imprimer à ses frais, à partir de 1571, des opuscules qu'il envoie aux mathématiciens de tous les pays. Viète expose les premiers principes de sa méthode dans son Introduction à l'art analytique (Isagoge in artem analyticam).

***- 3.4 La création de puissants outils (XVIIe s.).***

L'arithmétique, l'algèbre et même la vieille géométrie héritée des Grecs, vont encore faire de nouveaux progrès, mais les créations capitales du XVIIe siècle en mathématiques sont la géométrie analytique, due à Descartes et qui permet de traiter des propriétés géométriques d'une figure à l'aide des procédés ordinaires de l'algèbre, et surtout le calcul infinitésimal, préparé par Cavalleri (en transformant la méthode d'exhaustion d'Archimède, il aboutit à sa géométrie des indivisibles), et Fermat et Barrow (méthode des tangentes) et fondée par Newton et Leibniz, et qui va augmenter prodigieusement la puissance des mathématiques pour leur ouvrir des domaines nouveaux, non seulement en mathématiques pures, mais aussi en mécanique et en physique.

Un mathématicien, astronome et physicien écossais, John **NAPIER** (1550-1617), plus connu en France sous le nom de **NEPER**, inventa un procédé de calcul très performant qu’utilisèrent tous ceux qui avaient des calculs longs et fastidieux à effectuer. Il décrit sa découverte dans sa Logarithmorum canonis descriptio(Edimbourg, 1614), mais sans exposer les moyens employés pour y parvenir.

 Jusqu'à l'avénément des calculateurs électroniques, dans la seconde moitié du XXesiècle, **les logarithmes** sont restés le meilleur moyen d'aborder les calculs numériques compliqués.

 ***Théorie des nombres. Fermat.***

La théorie des nombres renaît au XVIIe siècle. Le grand créateur est ici **Pierre Fermat** (1601-1665), conseiller au Parlement de Toulouse, l'égal dans toutes les parties de la science des meilleurs mathématiciens de son temps. Son oeuvre arithmétique nous est connue par la publication qu'a faite, en 1670, son fils Samuel Fermat, d'une édition de Diophante accompagnée des notes que Pierre Fermat avait inscrites en marge de son exemplaire; on y trouve les solutions de ces problèmes sur les nombres, avec lesquels Fermat désespérait ses correspondants, et aussi des théorèmes tels que, pour l'un au moins, la démonstration complète a dû attendre 1994. Fermat possédait peut-être, pour l'étude des nombres, une méthode simple qui nous est inconnue; en arithmétique, il est resté sans égal.