Лекция №1 (ФМЯ – 2005 г.)

Уравнения Максвелла для напряженности $\vec{H}$ магнитного поля в веществе. Граничные условия для векторов $\vec{H}$ и $\vec{B}$.

Содержание

I. Уравнения Максвелла для магнитного поля стационарных токов в вакууме.

$$grad\varphi = \vec{\nabla}\varphi = \vec{\imath}\,\frac{\partial\varphi}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial\varphi}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial\varphi}{\partial z} \qquad \vec{\nabla} = \vec{\imath}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z}$$

$$div\vec{A} = (\vec{\nabla}\cdot\vec{A}) = (\vec{\imath}\,\frac{\partial}{\partial x} + \vec{j}\,\frac{\partial}{\partial y} + \vec{k}\,\frac{\partial}{\partial z})(\vec{\imath}A_x + \vec{j}A_y + \vec{k}A_z) \qquad \vec{\nabla}^2 = \vec{\Delta} = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \tag{1.1}$$

$$div\vec{A} \Longrightarrow \frac{\partial A_x}{\partial x} + \frac{\partial A_y}{\partial y} + \frac{\partial A_z}{\partial z}$$

$$rot\vec{A} = [\vec{\nabla}\times\vec{A}] = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{j} & \vec{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix} = \vec{\imath}\,(\frac{\partial}{\partial y}A_z - \frac{\partial}{\partial z}A_y) + \vec{j}\,(\frac{\partial}{\partial z}A_x - \frac{\partial}{\partial x}A_z) + \vec{k}\,(\frac{\partial}{\partial x}A_y - \frac{\partial}{\partial y}A_x)$$

Электрический ток i создает в окружающем пространстве магнитное поле (поле сил Ампера). Основными характеристиками, такого поля являются векторы $\vec{B}_0$ и $\vec{H}_0$ $\Rightarrow$ В вакууме эти величины удовлетворяют ряду законов и уравнений:

<u>Закон Био-Савара-Лапласа</u>

$$d\vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\cdot\frac{\iota[d\vec{l}\times\vec{r}]}{r^3}; \qquad \vec{B}_0 == \frac{\mu_0}{4\pi}\oint_l \frac{\iota[d\vec{l}\times\vec{r}]}{r^3} \tag{1.2}$$

$$d\vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\vec{j}\times\vec{r}]}{r^3}dV \qquad \vec{B}_0 = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_V \frac{[\vec{j}\times\vec{r}]}{r^3}dV \tag{1.3}$$

$$\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}$$

$$[H]=\left[\frac{A}{м}\right]; \qquad [B]=[\mu_0 H]=\left[\frac{A}{м}\cdot\frac{Гн}{м}\right]=\left[\frac{Вб}{м^2}\right]=[Тл]$$

закон Ампера

$d\vec{F}=\iota[d\vec{l}\times\vec{B}]$ Сила Ампера **(**1.4**)**

$d\vec{F}-$ направление силы по правилу «левой руки» (лучше по правилу векторного произведения векторов $d\vec{l}$ и $\vec{B}$).

$$d\vec{F}_{12}=\frac{\mu_0}{4\pi}\frac{[\iota_2 d\vec{l}_2\times[\iota_1 d\vec{l}_1\times\vec{r}_{12}]}{r_{12}^3}=[\vec{\iota}d\vec{l}_2\times d\vec{B}_{12}]=\iota_2[d\vec{l}_2\times d\vec{B}_{12}]$$

$d\vec{F}=\iota[d\vec{l}\times\vec{B}]$; $\vec{F}=\iota[\vec{l}\times\vec{B}]$ сила Ампера (1.5)

$F_л=e_0\left[\vec{V}\times\vec{B}\right]$ сила Лоренца

Уравнение Максвелла: $div\vec{B}_0=0$; $div\vec{H}_0=0$ -дифференциальное

$$\oint\vec{B}d\vec{S}=0; \qquad \oint\vec{H}d\vec{S}=0 \qquad (1.6)$$

Получаются непосредственным диферинцированием формулы Био-Савара-Лапласа это уравнение означает, что нет истоков магнитного поля: линии магнитной индукции не имеют ни начала, ни конца, т.е. изолированных магнитных зарядов – монополей Дирака в природе не обнаружено.

2-е ур-ние носит название закона полного тока или теоремы о магнитном напряжении.

$$\oint_L\vec{B}d\vec{l}=\mu_0\iota_{полн.}$$

$\oint_L \vec{H}d\vec{l}=\iota_{полн.}$ - интегральная форма 2-го закона Максвелла (1.7)

Читается как: циркуляция вектора $\vec{H}$ по замкнутому контуру L , охватывающему ток ι, не зависит от формы контура и определяется силой полного тока ι_n через поверхности ΔS, ограниченную контуром.

$$rot\vec{B}_0=\mu_0\vec{j}$$

$$rot\vec{H}_0=\vec{j} \qquad (1.8)$$

- в дифференциальной форме (вихревой характер магнитного поля, а не потенциальный), как для поля электрических зарядов g.

$rot\vec{H} = \vec{j} \Rightarrow$ превратим в $\varepsilon_m = \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \iota_{полн.}$ - интегральная форма уравнения .

По теореме Стокса:

$$\oint\limits_S rot\vec{H}d\vec{S} = \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l}$$

кроме того:

$$rot\vec{H} = \vec{j}$$

поэтому $rot\vec{H} \cdot d\vec{S} = \vec{j} \cdot d\vec{S}$ таким образом получаем:

$$\oint\limits_l \vec{H}d\vec{l} = \oint\limits_l H_e dl = \iota_{полн.}$$

Таким образом, уравнения Максвелла для магнитного поля (и электрического), создаваемого в вакууме стационарными токами проводимости $\vec{j}_{пров.}$ выглядят так:

1. $div\vec{B} = 0$; $\oint\limits_S \vec{B}d\vec{S} = 0$.

($div\vec{H} = 0$; $rot\vec{B} = \mu_0\vec{j}$)

2. $rot\vec{H} = \vec{j}$; $\oint\limits_l \vec{H}d\vec{l} == \iota_{полн.}$.
3. $div\vec{D} = \rho$;
4. $rotE = 0$;
5. $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$
6. $\vec{D} = \varepsilon_0\vec{E}$
7. $\vec{j} = \gamma\vec{E}$

Для меняющихся со временем полей:

1. $div\vec{B} = 0$
2. $rot\vec{H} = \vec{j} + \dfrac{\partial\vec{D}}{\partial t}$
3. $div\vec{D} = \rho$
4. $rotE = -\dfrac{\partial\vec{B}}{\partial t}$
5. $B = \mu_0\mu H = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M}$
6. $D = \varepsilon_0\varepsilon E = \varepsilon_0\vec{E} + \vec{P}$
7. $\vec{j} = \gamma \cdot \vec{E}$

II . Уравнения Максвелла для магнитного поля в веществе.

И так, как уже упоминалось, опыт свидетельствует, что все вещества, при помещении их во внешнее магнитное поле (B_0 , H_0) изменяют свое состояние так, что сами становятся источниками дополнительного магнитного поля. При этом, индукция результирующего поля $\vec{B}_{рез.}$ в самом магнетике (вещества) и в пространстве около намагниченного тела равна сумме индукций внешнего магнитного поля $\vec{B}_0$ и индукции магнитного поля $\vec{B}^1$, порождаемого магнетиком:

$$\vec{B}_{рез.} \equiv \vec{B} = \vec{B}_0 + \vec{B}^1 \qquad (2.1)$$

Независимо от механизма намагничивания веществ (а в различных веществах эти механизмы различны), интенсивность этого процесса количественно можно охарактеризовать с помощью известной Вам физической величины – намагниченности вещества:

$\vec{I} = \dfrac{\Delta\vec{M}}{\Delta\vec{V}}$, где: $\Delta\vec{M} = \sum\limits_{\Delta V} \vec{P}_{mi}$ магнитный момент элемента объема ΔV .

$\vec{P}_{mi}$ – магнитные моменты атомов и молекул.

Из (2.2) следует, что магнитный момент $d\vec{M}$ элемента объема dV равен:

$$d\vec{M} = \vec{I}dV \qquad (2.2)$$

- вектор $\vec{I}$ - намагниченность вещества, является основной величиной, характеризующей магнитное состояние вещества, в поле $\vec{B}'$ порождаемом магнетиком. Зная $\vec{I}$, можна определить (расчитать), как магнитное поле (векторы $\vec{B}_{рез.} = \vec{B}$ и $\vec{H}$) внутри самого вещества, так и магнитное поле вне самого намагниченного тела ($\vec{B}'$).
(Причем, это сравнительно просто делается для слабомагнитных веществ и более сложно для ферромагнетиков.) Излагаемая ниже теория относится главным образом к диа- и парамагнетикам, если не оговорено последнее.

$div\vec{B} = 0$; $\oint\limits_S \vec{B}d\vec{S} = 0$.

- *Согласно макроскопической теории, особенностью поля в магнетиках является то, что оно порождается (оно является следствием) и токами проводимости $\vec{j}_{пров.} \equiv \vec{j}$ и молекулярными токами $\vec{j}_{мол.}$ (токами намагничивания). То есть влияние среды (вещества на поле создаваемое токами проводимости в вакууме; формально сводится к действию некоторых дополнительных токов – токов намагничивания $\vec{j}_м$ (или молекулярных токов).*

Именно поэтому в уравнениях индукция и потенциал магнитного поля ($\vec{B}$ *,* $\vec{A}$ *) в веществе (и магнитного поля, создаваемого в окружающем пространстве намагниченными телами например:)*

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi}(\int_V \frac{j}{r}dV + \int_V \frac{rot\vec{M}}{r}dV + \int_S \frac{(\vec{n}\times[\vec{M}_1 - \vec{M}_2])}{r}dS \qquad (2.3)$$

появляются дополнительные члены, содержащие

$\vec{j}_м = rot\vec{M}$ $\quad \vec{j}_{м.п} = \vec{n}\times[\vec{M}_1 - \vec{M}_2]$ *эти токи* $[j] = (A/м^2)$ *- поверхностная плотность*

токов.

•Согласно этим представлениям, индукция магнитного поля в веществе, как и индукция поля в вакууме, <u>все же создается исключительно токами</u>!, то и для такого поля – магнитного поля в веществе как и индукция поля в вакууме, <u>все же создается исключительно токами!, то и для такого поля,</u> - магнитного поля в веществе, очевидно будет справедливо уравнение Максвелла (утверждающее, что магнитные силовые линии замкнуты, т.е. изолированных магнитных зарядов не существует):

$div\vec{B} = 0$;

$\vec{B} = \mu_0 \mu H$ - индукция в веществе, также в интегральной форме: $\oint_S \vec{B}d\vec{S} = 0$.

В силу выше изложенного, очевидно, уравнение $rot\vec{B}_0 = \mu_0\vec{j}$ Максвелла для магнитного поля (создаваемого токами проводимости) в вакууме преобразуется в уравнение Максвелла для магнитного поля в веществе (необходимо ток $\vec{j}$ дополнить током $\vec{j}_м$):

$$rot\vec{B} = (\vec{j} + \vec{j}_м)\mu_0 \qquad (2.4)$$

и с учетом $\vec{j}_м = rot\vec{M}$ получаем

$$rot\vec{B} = (\vec{j} + rot\vec{M})\mu_0 \qquad (2.5)$$

здесь: $\vec{B} -$ индукция в веществе, $\vec{M} -$ намагниченность вещества. Из (2.5) легко получить выражение для $rot\vec{H}$ в веществе:

$$rot(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}) = \vec{j} \qquad (2.6)$$

$$rot\vec{H} = j$$

В (2.6) напряженность магнитного поля в веществе (безграничном)

$\vec{H} = \dfrac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$; $\vec{j}$ -плотность токов проводимости. $[j] = \left[\dfrac{A}{м^2}\right]$ (2.7)

И так, для напряженности поля в безграничном магнетике $\vec{H}$ имеем такую формулу, см. (6.3) как и для напряженности магнитного поля $\vec{H}_0$ в вакууме:

$rot\vec{H} = \vec{j}$; (2.8)

($rot\vec{H}_0 = \vec{j}$);

$\vec{j}$ - это плотность тока проводимости.

То есть, можно заключить, что токи проводимости $\vec{j}$ создают в вакууме ($\vec{H}_0$) и безграничном магнетике ($\vec{H}$) магнитные поля, имеющие одинаковые векторы напряженности

$\vec{H} = \vec{H}_0$ (2.9)

конечно, в магнетике конечных размеров $\vec{H} \neq \vec{H}_0$, ибо появляется дополнительное магнитное поле, создаваемое внутри самого магнетика (и вне его!), магнитными диполями(зарядами связанными) на концах магнетика – размагничивающее поле с напряженностью $\vec{H}_0$.

Конечно, при этом (когда $\vec{H} = \vec{H}_0$) индукции полей в вакууме ($\vec{B}_0$) и веществе ($\vec{B}$) не совпадают:

$\vec{B}_0 = \mu_0\vec{H}$ ($\mu = 1$)

$\vec{B} = \mu_0\mu\vec{H}$ ($\mu \neq 1$) $\vec{B} \neq \vec{B}_0$

Дифференциальные уравнения Максвелла (6.2) и (6.3) легко переводятся в интегральные уравнения Максвелла для магнитного поля в веществе:

$rot\vec{H} \cdot d\vec{S} = \vec{j} \cdot d\vec{S}$;

по теореме Стокса: $\int\limits_S rot\vec{H}d\vec{S} = \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l}$ -- циркуляция вектора $\vec{H}$ по контуру L.

Поэтому : $\oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \int\limits_S \vec{j}d\vec{S} = \iota_{пров.}$ ***(2.10)***

($\iota_{пров.} = \int\limits_S jdS$; $\varepsilon_m = \oint\limits_L \vec{H}d\vec{l} = \iota_{пров.}$)

Это уравнение Максвелла – закон полного тока для напряженности магнитного поля $\vec{H}$ в <u>магнетике безграничных размеров</u> (для ограниченного магнетика $\vec{H} \neq \vec{H}_0$) совпадает с аналогичным законом $\oint \vec{H}_0 d\vec{l} = \iota_{пров.}$ для напряженности $\vec{H}_0$ магнитного поля в вакууме.

Примечание: из (2.10) легко получить выражение для $rot\vec{B}$

$$\vec{B} = \mu_0\vec{H} + \mu_0\vec{M} \; ; \qquad \vec{H} = \frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}$$

$$\oint_L \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{M}\right) d\vec{l} = \iota_{пров.} \; ; \qquad \frac{1}{\mu_0}\oint_L (\vec{B} - \mu_0\vec{M}) d\vec{l} = \iota_{пров.}$$

$$\oint \vec{B} dl = \mu_0 \left(\iota_{пров.} + \oint \vec{M} d\vec{l}\right)$$

Условия применимости уравнений Максвелла:

1. Материальные тела в поле (где изучается поле) неподвижны.
2. Материальные константы среды, (входящие в материальные уравнения: $\vec{D} = \varepsilon_0 \varepsilon E$; $\vec{B} = \mu_0 \mu \vec{H}$); $\vec{j} = \gamma \vec{E}$)

μ , ε , γ - могут зависеть от координат (x , y , z), но не должны зависеть от времени t , а также от векторов $\vec{E}$ и $\vec{H}$; в противном случае нарушается линейность уравнений Максвелла относительно $\vec{H}$ и $\vec{E}$ (как например в ферромагнетике).

3. В пространстве, где определяется поле не должны присутствовать ферромагнетики (и сегнетоэлектрики); в противном случае нарушается второе условие $[\mu \neq f(H)]$.

III. Граничные условия для векторов $\vec{H}$ и $\vec{B}$ магнитного поля в веществе.

Уравнения Максвелла (для магнитного поля) в дифференциальной форме, предполагают, что входящие в них величины ($\vec{H}, \vec{B}, \mu, \varepsilon$) могут меняться только непрерывно (тогда можно их дифференцировать) и поэтому эти уравнения не описывают поведение векторов $\vec{H}, \vec{B}$ магнитного поля на границах сред где величины $\vec{H}$ и $\vec{B}$ терпят разрыв, - меняются скачкообразно. Поэтому дифференциальные уравнения Максвелла:

$div\vec{B} = 0$;
$rot\vec{H} = \vec{j}$
(Эти дифференциальные уравнения, как и другие уравнения типа ур-ий Пуассона $\nabla^2 \varphi_m = 0$ *на границах раздела сред не выполняются.)*

для придания им большей общности дополняют граничными условиями – т.е. уравнениями, которым должны удовлетворять векторы $\vec{H}$ и $\vec{B}$ магнитного поля на границах раздела сред. Эти условия содержатся и извлекаются из интегральных уравнений Максвелла (последние справедливы и в тех случаях, когда $\vec{H}, \vec{B}, \mu$ - меняются скачкообразно).

Граничные условия для нормальных составляющих $\vec{B}_n$ и $\vec{H}_n$ векторов $\vec{H}$ и $\vec{B}$.

Эти условия легко получить из интегрального у-ния Максвелла

$$\oint_S \vec{B} d\vec{S} = 0 \qquad (3.1)$$

Пусть во внешнее магнитное поле помещены две среды «1» и «2» с проницаемостями μ_1 и μ_2, разделенные границей раздела – поверхностью раздела MN.
$\vec{n}$ - внешняя нормаль к этой поверхности.

(рисунок)

Рассмотрим элементарный прямоугольный параллелопипед, одно из оснований которого ΔS_1 -лежит в среде «1», а второе ΔS_2 - в среде «2». И вычислим поток магнитной индукции через поверхность параллелопипеда:
$S = \Delta S_1 + \Delta S_2 + 2\Delta S_{бок.} \approx \Delta S_1 + \Delta S_2$
если высота параллелопипеда стремится к нулю.

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \int_{\Delta S_2} \vec{B}_2 d\vec{S}_2 + \int_{\Delta S_1} \vec{B}_1 d\vec{S}_1 = 0$$

$$\Phi = \oint_S \vec{B} d\vec{S} = \int_{\Delta S_2} B_{2n} dS_2 - \int_{\Delta S_1} B_{1n} dS_1 = B_{2n} \cdot \Delta S_2 - B_{1n} \Delta S_1 = \Delta S (B_{2n} - B_{1n}) = 0$$

Поэтому: $B_{2n} - B_{1n} = 0$

$$B_{2n} = B_{1n} \qquad (3.2)$$

(рисунок)

Таким образом,

нрмальная составляющая магнитной индукции не терпит разрыва (скачка) на границе раздела двух сред; т.е. линии магнитной индукции непрерывны.

Используя соотношение $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$, запишем для нормальных составляющих индукции:

$B_{1n} = \mu_0\mu_1 H_{1n} = B_{2n} = \mu_0\mu_2 H_{2n}$

откуда получаем:

$\mu_1 H_{1n} = \mu_2 H_{2n}$ либо (3.3)

$\frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$

Нормальная составляющая напряженности магнитного поля H_n терпит разрыв (меняется скачкообразно) на границе раздела двух сред. Нормальные составляющие напряженности магнитного поля различны по обе стороны границы раздела.

Граничные условия для тангенциальных составляющих B_τ и H_τ векторов $\vec{B}$ и $\vec{H}$ стационарного магнитного поля.

Напряженность магнитного поля $\vec{H}$ в магнетике безграничных размеров (как выше показано) совпадает с напряженностью магнитного поля $\vec{H}_0$ намагничивающих катушек (токов проводимости $\vec{j}$) в вакууме; и удовлетворяет <u>закону полного тока</u> (теория о циркуляции напряженности магнитного поля по замкнутому контуру L, ограничивающему площадку).Еще она называется теоремой о магнитном напряжении и представляет собой ур-ния Максвелла в интегральной форме для стационарных полей.

$$\oint_L \vec{H}d\vec{l} = \oint_L H_l dl = \iota_{полн.} = \int_S j_n dS \qquad (3.4)$$

(рисунок)

Пусть имеются два магнетика с границей (поверхностью их раздела) между ними, которые помещены во внешнее магнитное поле с напряженностью $\vec{H}$, создаваемого токами проводимости (в самих магнетиках токов проводимости нет: $j = 0$).

Н границе раздела этих веществ с проницаемостями μ_1 и μ_2, выберем прямоугольный контур с бесконечно малой высотой $h \to 0$ и ребром l, и вычислим циркуляцию вектора $\vec{H}$ по этому контуру ABCD с помощью формулы (7.4). Так как $h \to 0$, то вкладом в циркуляцию вносимым боковыми сторонами можно пренебречь, в итоге получаем:

$$\oint_L H_e dl = \int_{AD} H_{1t} dl + \int_{BC} H_{2t} dl = H_{2t} \cdot l - H_{1t} \cdot l = l(H_{2t} - H_{1t}) \qquad (3.5)$$

где: H_{2t} и H_{1t} - касательные (тангенциальные) составляющие магнитного поля к границе раздела сред «1» и «2». Поскольку контур не охватывает макроскопических токов, т.е. $j = 0$, что предполагалось выше, то циркуляция (7.9) должна быть равна нулю

$$\oint_L H_e dl = (H_{2t} - H_{1t})l = 0$$

откуда получаем:

$$(H_{2t} - H_{1t}) = 0 \qquad H_{2t} = H_{1t} \qquad (3.6)$$

То есть, тангенциальная составляющая напряженности магнитного поля (касательная к поверхности раздела двух сред) при переходе через границу раздела двух сред не изменяется составляющие H_t - непрерывные.

Примечание: Даже если бы рассматриваемый контур и охватывал токи проводимости $j \neq 0$; т.е. если бы токи существовали в объеме первого или второго вещества; то при $h \to 0$, при стремлении высоты контура к нулю и площади контура $S \to 0$, а стало быть полный ток проводимости через площадь, ограниченную контуром будет равен нулю $\iota_{полн.} = \int jdS \to 0$ при $dS \to 0$. И только в том случае, когда через границу (поверхность) раздела в очень тонком её слое $\Delta h \to 0$ течет поверхностный ток $j_{пов.} \neq 0$ тогда

$$H_{2t} - H_{1t} = \iota_{пов.}$$

[см. например: Сивухин т.III стр.255
Вонсовский и Шур Ферромагнетизм 1948 г. стр.18]

Но эти случаи, когда имеются поверхностные токи весьма редки.

В соответствии с формулой $\vec{B} = \mu\mu_0 \vec{H}$ для тангенциальных составляющих индукции на границе раздела двух сред будем иметь:

$$B_{2t} = \mu_0 \mu_2 H_{2t} \qquad\qquad B_{1t} = \mu_0 \mu_1 H_{1t}$$

откуда следует с учетом (7.6):

$$H_{1t} = H_{2t} = B_{1t} \cdot \mu_2 = B_{2t} \mu_1$$

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad (3.7)$$

То есть, при переходе через границу раздела сред, тангенциальная составляющая индукции поля испытывает скачок (разрыв)- изменяется во сколько раз, во сколько изменяется проницаемость сред.

Преломление линий магнитной индукции $\vec{B}$ на границе раздела двух сред; явление магнитной экранировки.

И так, на границе раздела двух сред с μ_1 и μ_2 выполняются соотношения, называемые граничными условиями для магнитного поля:

$$B_{1n} = B_{2n} \qquad \frac{H_{1n}}{H_{2n}} = \frac{\mu_2}{\mu_1}$$

$$\frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \qquad H_{2t} = H_{1t} \quad . \tag{3.8}$$

Из формул (3.8) и вытекает закон преломления линий магнитной индукции на границе раздела двух сред:

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{3.9}$$

где α_1 ,α_2 - углы между нормалью $\vec{n}$ к поверхности раздела и линиями $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$ в средах «1» и «2».

(рисунок)

Действительно:

$$tg\alpha_1 = \frac{B_{1t}}{B_{1n}}; \qquad tg\alpha_2 = \frac{B_{2t}}{B_{2n}} \;.$$

Поэтому :

$$\frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{B_{1t}}{B_{2t}}\frac{B_{1n}}{B_{2t}} = \frac{B_{1t}}{B_{2t}} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \;. \tag{3.10}$$

***Примечание**:*

Векторы $\vec{B}$ и $\vec{H}$ как показано на рисунках, в изотропных средах параллельны друг другу. Поэтому, при переходе из одной изотропной среды в другую (см. рисунки) линии напряженности поля $\vec{H}$ преломляются по тому же закону, что и линии $\vec{B}$, т.е. для векторов $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ имеем:

$$\vec{H}_1 \parallel \vec{B}_1; \qquad \vec{H}_2 \parallel \vec{B}_2; \qquad \frac{tg\alpha_1}{tg\alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \tag{3.11}$$

Вместе с тем, составляющие напряженности поля $\vec{H}$, изменяются не так как составляющие индукции $\vec{B}$, в результате чего и абсолютные величины $\vec{H}_1$ и $\vec{H}_2$ при переходе из среды в среду меняются не так как $\vec{B}_1$ и $\vec{B}_2$:

$$\left|\vec{B}_2\right| < \left|\vec{B}_1\right| \quad ; \quad \left|\vec{H}_2\right| > \left|\vec{H}_1\right| \quad ; \qquad (3.12)$$

$$B_{1n} = B_{2n} \quad ; \qquad H_{2t} = H_{1t} \quad ; \qquad (3.13)$$

$$B_{2t} < B_{1t} \ ; \qquad H_{2n} > H_{1n} \quad . \qquad (3.13)$$

В результате этого эффекта магнитные силовые линии будут гуще концентрироваться в среде с $\mu_1 > \mu_2$.

Таким образом линии магнитной индукции $\vec{B}$ магнитного поля преломляются на границе раздела двух сред по закону (8.1), и это преломление тем больше. Чем больше различия между μ_1 и μ_2. Откуда из (8.1), следует. что при переходе из среды с меньшей магнитной проницаемостью в среду с большей магнитной проницаемостью линии магнитной индукции отклоняются от нормали $\vec{n}$ к поверхности раздела (расчет B_{2t} при неизменной $B_{2n} = B_{1n}$), что приводит к их концентрации (сгущению) в среде «2» с $\mu_2 > \mu_1$, и к их разрежению (к ослаблению) в среде с μ_1.
Концентрация (сгущение) линий магнитной индукции в веществе с большей проницаемостью дает возможность формировать магнитные потоки (пучки) т.е. придавать им необходимую форму и направление. В частности благодаря закону (8.1) можно осуществить магнитную защиту (экранировку) некоторого объема, т.е. значительно (в десятки и сотни раз) уменьшить величину магнитной индукции в этом объеме. С этой целью такой объем пространства окружают экраном из вещества с большой магнитной проницаемостью. В результате линии магнитной индукции (величина индукции будет расти в толще экрана) будут сгущаться в толще экрана и заметно ослабляться в полости (с $\mu \approx 1$) например в воздушной, окруженной экраном (железом; $\mu_2 = 20000$)

(рисунок)

Таким способом поле (индукцию $\vec{B}$) можно ослабить в сотни – тысячи раз. Однако следует отметить, [см. Сивухин стр.258] что оболочка из магнитного экрана не защищает. Внешние тела от воздействия магнитных полей токов или магнитов помещенных внутри самого экрана, если линии магнитной индукции, создаваемых ими полей не пересекают поверхности экрана.[см. Сивухин стр.258; см. Калашников стр. 219]. Так например, если на прямой длинный провод с током надеть длинную железную ($\mu_2 = 20000$) трубу экран, коаксиально с проводом, то линии индукций поля создаваемого током имеющим вид концентрических окружностей, не будут пересекать ни внутреннюю ни внешнюю поверхность трубы; и магнитное поле во всем пространстве, кроме толщи самой трубы, будет таким же, как и до надевания трубы. В самом же теле трубы магнитная индукция, естественно увеличится в μ раз:

$B_0 = \mu_0 H$ и $B = \mu_0 \mu H$.

(Конец лекции).