Лекции 4 -5 (2005г)

Энергия магнитного поля в веществе и - магнетиков в магнитном поле"

Лекция 4

4.1. Энергия, расходуемая источником сторонних э.д.с. в процессе намагничивания вещества.

4.2. Энергия магнитного поля в веществе; плотность этой энергии (в том числе и для ферромагнетиков).

Лекция 5

5.1. Потенциальная энергия намагниченного тела: во внешнем поле H^e; в собственном размагничивающем поле $H_{\square}$.

5.2 Потери энергии на статический гистерезис.

Лекция 4

4.1. Энергия, расходуемая источником сторонних э.д.с. в процессе намагничивания вещества.

4.2. Энергия магнитного поля в веществе; плотность этой энергии (в том числе и для ферромагнетиков).

Литература:

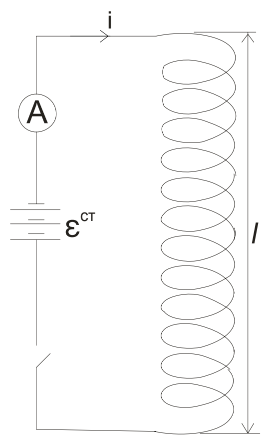
1. *Вонсовский С. В., Шур Я. С. Ферромагнетизм. 1948 г.*

2. *Кринчик Г. С. Физика магнитных явлений. 1985 г..*

4.1. Энергия, расходуемая источником сторонних э.д.с. в процессе намагничивания вещества.

Вывод формулы: $dA \approx dU_m = \int\limits_V \vec{H} d\vec{B} dV$ **.**

Для того чтобы намагнитить вещество необходимо создать в пространстве, где оно находится магнитное поле H, которое, как известно, порождается наиболее часто электрическими токами проводимости. Остановимся на примере длинного соленоида, внутри которого находится сплошной однородный магнетик. По обмотке соленоида протекает электрический ток силой i, обусловленный источником сторонних э.д.с. $\mathcal{E}^{cm}$.



Пусть: i – сила тока в соленоиде,

S – сечение соленоида (магнетика в нем),

$n = \dfrac{N}{L}$ - линейная плотность витков соленоида,

l– длина соленоида,

$\mathcal{E}^{cm}$ – источник сторонних э.д.с.

Электрический ток i создает внутри очень длинного соленоида магнитное поле напряженностью

$$\boldsymbol{H=n \cdot i} \qquad (4.1)$$

Будем увеличивать силу тока в цепи соленоида. Работа dA (энергия, затрачиваемая источником тока), совершаемая источником $\mathcal{E}^{cm}$ на изменение (увеличение) силы тока i ($i=i(t)$) (на перемещение заряда $dq=idt$) за промежуток времени dt очевидно будет равна (как работа по перемещению в цепи электрического заряда $dq=idt$):

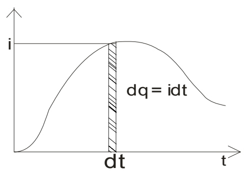
$$\boldsymbol{dA = \mathcal{E}^{cm} \cdot i \cdot dt} \tag{4.2}$$

При изменении (увеличении) силы тока i в цепи соленоида за счет источника сторонних э.д.с. $\mathcal{E}^{cm}$ (на бесконечно малую величину di) за промежуток времени dt имеет место увеличение потока магнитной индукции $d\Phi_1 = dB \cdot S$ через поверхность S, ограниченную одним витком соленоида.

Связанное с изменением электрического тока в соленоиде изменение потока магнитной индукции $d\Phi$ за то же время dt порождает в соленоиде э.д.с. самоиндукции $\mathcal{E}_{инд}$:

$$\boldsymbol{\mathcal{E}_{инд} = -\, d\Phi/dt.} \tag{4.3}$$

При вычислении заряда dq перемещаемого за промежуток времени dt сила тока в цепи принимается постоянной $i = const$, как обычно при операции интегрирования.



$$dq = idt, \quad q = \int_0^t dq = \int_0^t idt$$

Согласно закону Ленца, $\mathcal{E}_{инд}$ направлена так, что противодействует увеличению тока i (как причины, вызывающей ее); то есть $\mathcal{E}_{инд}$ в каждый момент времени (если процесс изменения тока рассматривается как квазистационарный – то есть как процесс равновесных состояний с $\mathcal{E}_{инд} = -\,\mathcal{E}^{cm}$) в процессе увеличения тока направлена противоположно $\mathcal{E}^{cm}$ и равна последней:

$$\mathcal{E}^{cm} = -\,\mathcal{E}_{инд} \tag{.4}$$

С учетом (4.4), выражение (4.2) запишется в виде:

$$dA = \mathcal{E}^{cm} \cdot i \cdot dt \approx -\,\mathcal{E}_{инд} \cdot i \cdot dt \tag{4.4^a}$$

о приближенности этого равенства речь пойдет чуть ниже.

Далее, имея в виду (4.3) получаем:

$$dW_{ист} = -\mathcal{E}_{инд} \cdot i \cdot dt = \frac{d\Phi}{dt} \cdot i \cdot dt = id\Phi = i \cdot N \cdot dB \cdot S = \underbrace{i \cdot n}_{H} \cdot \underbrace{l \cdot S}_{V} \cdot dB = V \cdot H \cdot dB = dA. \tag{4.5}$$

$d\Phi_1$ – изменение потока через один виток

$d\Phi = n \cdot l \cdot d\Phi_1$, *где* **$d\Phi = N \cdot d\Phi_1$,**

Поскольку в соленоиде: $\vec{H} \parallel \vec{B}$, тогда $\vec{H}d\vec{B} = H \cdot B$ и наконец записав $V = \int_V dV$, получаем окончательно формулу для **энергии (работы), расходуемой источником сторонних э.д*.с. в процессе намагничивания вещества (магнетика):***

$$dA = dW_{ист} \approx \int_v \vec{H}d\vec{B}dV \tag{4.6}$$

В то же время, исходя из сделанного нами предположения (см. 4.4, 4.4[a]):

$\mathcal{E}^{ст} = -\mathcal{E}_{инд} = d\Phi/dt$ следует вывод, что энергия источника в процессе намагничивания вещества системы пошла на **изменение магнитной энергии dU_m системы (состоящей из токов и магнетиков),** то есть можно обозначить:

$$\int_v \vec{H}d\vec{B}dV = dU_m \tag{46^a}$$

Здесь V – объем всего пространства, где существует магнитное поле $\vec{H}$ (в нашем случае только внутри соленоида).

Это выражение представляет собой **изменение магнитной энергии системы** (состоящей из токов и магнетиков; причем V – весь объем, занимаемый системой, объем, где имеется магнитное поле с напряженностью $H = ni$) **при бесконечно малом изменении индукции $d\vec{B}$ поля с напряженностью $\vec{H}$ в объеме V рассматриваемой системы.**

$$d\omega_m = \frac{dU_m}{\int_V dV} = \vec{H}d\vec{B} \tag{4.7}$$

представляет собой **изменение объемной плотности магнитной энергии системы** (состоящей из токов и магнетиков).

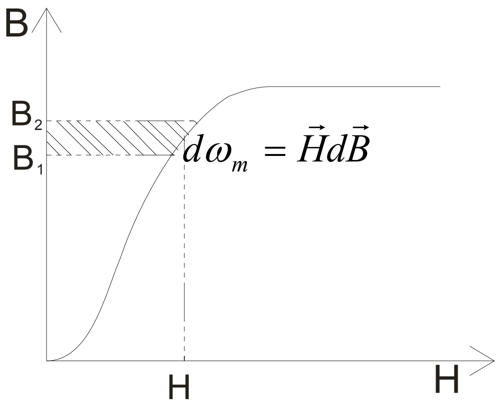
Наконец, очевидно, проинтегрировав (4.6) по индукции $\vec{B}$ в интервале от $B_н=0$ до $B_к=B$ мы получим выражение для величины магнитной энергии всей системы (включая энергию поля токов и энергию магнетиков в этом поле) в поле с напряженностью $\vec{H}$ и индукцией $\vec{B}$ **:**

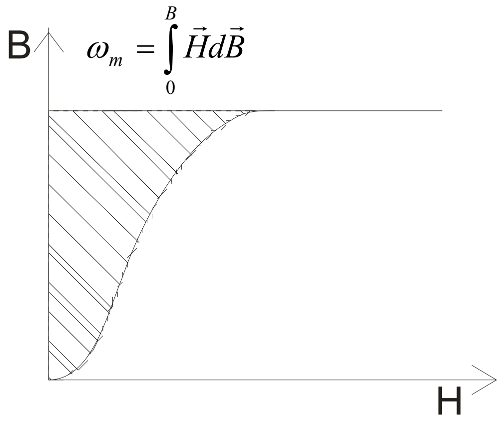
$$U_m = \int dU_m = \int_V dV \int_0^B \vec{H} d\vec{B} \qquad (4.8)$$

И аналогично (4.7), получаем выражение для плотности магнитной энергии системы в точке пространства с напряженностью поля $\vec{H}$ и индукцией $\vec{B}$ **:**

$$\omega_m = \int_0^B \vec{H} d\vec{B} \qquad (4.9)$$

Наконец, следует заметить., что полная магнитная энергия системы (состоящей из токов – т.е. из энергии поля этих токов и энергии магнетиков в этом поле) (13.8) по своей сути представляет собой энергию, затрачиваемую источником на намагничивание вещества от $B_н=0$ до $B_к=B$.





$\omega_m = \int_0^B \vec{H} d\vec{B}$ **-** представляет собой энергию, затрачиваемую источником тока (поля $\vec{H}$) в процессе намагничивания единицы объема магнетика (в том числе ферромагнетика) от $B_н=0$ до $B_к=B$**.** Графически ее можно выразить, как площадь ограниченную кривой *B(H)* и осью индукции *0B*.

$d\omega_m = \vec{H} d\vec{B}$ - энергию, затрачиваемую источником в процессе намагничивания единицы объема вещества на *dB* $(dB=B_2-B_1)$.

***•Примечание*. (Некоторые замечания относительно приближенного условия**

$dA=\mathcal{E}^{ст}\cdot i\cdot dt \approx - \mathcal{E}_{инд}\cdot i\cdot dt=dU_m$.*)*.

В ходе вывода формулы: $dA \approx dU_m = HdB\int\limits_v dV$ *было сделано предположение о том, что работа (энергия)* $dA=\mathcal{E}^{ст}\cdot i\cdot dt$, *совершаемая источником сторонних э.д.с.* $\mathcal{E}^{ст}$ *при изменении силы тока* $i=i(t)$ *в соленоиде за время* dt, *полностью идет на изменение магнитной энергии системы (на изменение* $d\vec{B}$ *магнитной индукции* $\vec{B}$ *вещества в магнитном поле* $H=n\cdot i$, *что не возможно без создания самого поля* $\vec{H}$*). Такое предположение (оно состоит в принятии равенства* $\mathcal{E}^{ст}\cdot i\cdot dt = - \mathcal{E}_{инд}\cdot i\cdot dt$, *т.е.* $\mathcal{E}^{ст}= - \mathcal{E}_{инд}$*) очевидно выполняется лишь приближенно в силу ряда причин. Укажем основные из них:*

1. *Прежде всего, часть работы* $dA=\mathcal{E}^{ст}\cdot i\cdot dt$, *которую выполнил источник сторонних э.д.с. (часть энергии, которую расходовал источник) при изменении силы тока в соленоиде, конечно же расходуется на нагревание провода соленоида, т.е. превращается в теплоту (рассеивается в окружающее пространство). эта часть энергии равна:* $dA' = R\cdot i\cdot dt$ *(см. Савельев т.2, стр. 209)*
2. *Кроме того, всякий магнетик (диа-, пара-, ферромагнетик и др.) помещенный в магнитное поле* $\vec{H}$, *испытывает изменение формы и размеров (магнитострикцию), что вызывает процессы упругих, а иногда и пластических деформаций. Поэтому, часть работы* dA'' *(чему она рана здесь мы не будем рассматривать) от работы* $dA=\mathcal{E}^{ст}\cdot i\cdot dt$ *расходуется и на протекание этих процессов.*

Эти и ряд других ***неэлектродинамических*** *(не чисто электродинамических) процессов [см. Вонсовский и Шур, стр. 32], существование которых скрыто в изменениях (при изменении* $\vec{H}$ *и* $\vec{E}$*) материальных констант (μ, ε, γ), входят в основание уточнения электродинамики Максвелла (где они: μ, ε, γ, считаются не зависящими от* $\vec{H}$ *и* $\vec{E}$*) нами не учитывались.*

Поэтому, предположение о том, что $\mathcal{E}^{ст}\cdot i\cdot dt \approx - \mathcal{E}_{инд}\cdot i\cdot dt= dU_m = \int\limits_V HdBdV$.

исключает не электромагнитные процессы (хотя реальные процессы, строго говоря, не могут быть чисто электродинамическими). [см. Вонсовский и Шур. 1948 г. стр.31].

4.2. Энергия магнитного поля в веществе; плотность этой энергии (в том числе и для ферромагнетиков).

И так, энергия , расходуемая источником тока в процессе увеличения индукции магнетиков от $B_н=0$ до $B_к=B$ равна:

$$W_{ист} \approx U_m = \int_V dV \int_0^B \vec{H} d\vec{B} \qquad (4.10)$$

то есть энергия источника $W_{ист}$ превращается в магнитную энергию системы (токов и магнетиков) $W_{м.}$ Выясним вопрос о том, что представляет собой эта энергия, что скрывается за словами: магнитная энергия системы токов и магнетиков, какой физический смысл кроется в последней формуле .

При выводе формулы для U_m не делалось никаких специальных предположений относительно вида магнетиков: диа-, пара-, ферромагнетики (хотя сами уравнения Максвелла справедливы для диа-, парамагнетиков и малоприменимы для решения с их помощью конкретных задач применительно к ферромагнетикам; где зависимость между $\vec{B}$ и $\vec{H}$ нелинейная). То есть не делалось никаких предположений относительно зависимости $\vec{B}$ от $\vec{H}$. Значит уравнение (4.10) можно считать справедливым для любых веществ, т. е. при любой зависимости $\vec{B}$ от $\vec{H}$: $\vec{B} = \mu\mu_0\vec{H}$.

Случай диа- и парамагнетиков. В случае линейной и однозначной зависимости $\vec{B}$ от $\vec{H}$, когда $\mu \neq f(H)$, ферромагнетики отсутствуют в системе, мы имеем дело лишь со слабомагнитными веществами: диа-, и парамагнетиками. В таком случае формула (4.10) принимает вид:

$$\vec{B} = \mu_0\mu \cdot \vec{H};\ \mu \neq f(H);$$
$$d\vec{B} = \mu_0\mu \cdot d\vec{H};$$
$$(4.11)$$
$$U_m = \int_V dV \int_0^B \vec{H} d\vec{B} = \int_V dV \int_0^H \mu_0\mu \cdot \vec{H} d\vec{H} = \frac{1}{2}\mu_0\mu \cdot H^2 \int_V dV .$$

Используя место переход от (4.10) можно получить

$$U_{mc} = \frac{1}{2}\int \vec{H} \cdot \vec{B} dV = U_{м.поля} . \qquad (4.11\text{-a})$$

Поэтому в случае **диа- и парамагнетиков:**

$$W = \int_V dV \int_0^B HdB = \frac{1}{2} HB \int_V dV \,, \qquad \textbf{(4.12)}$$

где: $\vec{H}$, $\vec{B}$ - соответственно, напряженность и индукция магнитного поля в веществе

V – объем системы, включая весь объем пространства, где существует магнитное поле.

Таким образом, вся энергия $W_{ист}$, затрачиваемая источником в процессе намагничивания диа- и парамагнетиков (изменение dB их индукции от $B_н=0$ до $B_к=B$) поностью расходуется на создание магнитного поля в веществе (во всем объеме пространства, где имеется поле, в том числе и объеме магнетика) и может быть записана в виде (14.2).

Если в рассматриваемой системе (токов и магнетиков) имеются ферромагнетики где проницаемость зависит от напряженности поля, тогда энергия источника тока не равна энергии поля.

Примечание *Для ферромагнетиков, когда* $\mu = f(H)$ *формула (4.10) не превращается в формулу (4.12) для энергии пол). Выражение типа (4.11) для ферромагнетиков содержит и другие слагаемые , что буде показано ниже.*

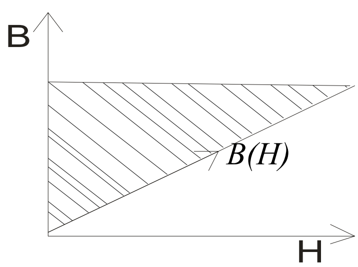
Из формулы (4.12) легко получить формулу для объемной плотности энергии магнитного поля в веществе:

$$dU_m = \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}dV; \quad \omega_m = \frac{dU_m}{dV} = \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B};$$

$$\omega_{м.поля} = \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}, \quad \omega_{м.поля} = \frac{1}{2}\mu_0\mu\cdot\vec{H}^2 \qquad (4.13)$$

плотность энергии поля в точке пространства с векторами $\vec{B}$ и $\vec{H}$.

Графически, в координатах " $\vec{B}-\vec{H}$ ", плотность энергии поля для диа-, парамагнетиков (энергии, затраченной на намагничивание единицы объема магнетика от $B_н=0$ до $B_к=B$) ограниченной линией $B(H)$ и осью OB.



В процессе намагничивания магнетика (диа-, парамагнетика) на создание магнитного поля с плотностью энергии $\omega_{м.поля} = \frac{1}{2}\vec{H}\cdot\vec{B}$ была израсходована энергия источника сторонних э. д. с. (выраженная указанной площадью).