Лекции по ФМЯ -2005г.

Лекции №10 и №11

1. Парамагнетизм вещества. Классическая теория Ланжевена.

2.Элементы квантовой теории пара -зма неметаллических соединений.

3.Диамагнетизм металлов; эффект де-Гааза и Ван-Альфена.

Лекция-10

1.Парамагнетизм вещества. Классическая теория Ланжевена.

***Введение**: общие сведения.*

Парамагнетизм [парамагнитный эффект] - заключается в том, что под влиянием внешнего магнитного поля в теле возникает результирующий магнитный момент, ориентированный в направлении поля $\vec{H}: x. > 0, x \approx 10^{-2} \div 10^{-5}; x = f(T)$.Восприимчивость парамагнетиков $x > 0$ и в, так называемых нормальных парамагнетиков, существенно зависит от температуры $x = f(T)$, и в слабых полях не зависит от $\vec{H}$. Парамагнетики помещенные в неоднородное магнитное поле втягиваются в него. Парамагнетики обладают свойством насыщения в очень сильных магнитных полях ($H \approx 10^{10}\ А/м \div 10^{11}\ А/м$) при комнатной температуре и в средних магнитных полях ($H \approx 10^{6}\ А/м$) при низких температурах ($T = 1 - 4K°$) намагниченность $\vec{I}$ стремится к определенному пределу ($M = M_S$).

Температурная зависимость восприимчивости для нормальных парамагнетиков (ориентационных) подчиняется экспериментально установленному закону Кюри $x = \dfrac{C}{T}$ или закону Кюри-Вейсса $x = \dfrac{C}{T - \Delta}$. Однако имеются и парамагнитные металлы (Na, Li, Al), для которых x практически не зависит от температуры $x \neq f(T)$ (например, щелочные металлы парамагнетизм которых обусловлен парамагнетизмом свободных электронов – парамагнетизм Паули) и парамагнетики с аномальной температурной зависимость x (титан).

Примечание 1:

Рисунок 10.1 *а)- Зависимость намагниченности парамагнетиков от внешнего поля, б)- температурная зависимость восприимчивости парамагнетиков, в) зависимость* $1/x = f(T)$ *по закону Кюри, в) зависимость* $1/x = f(T)$ *по закону Кюри-Вейсса.*

Парамагнетизмом обладают вещества, атомы, молекулы и ионы которых в отсутствие внешнего магнитного поля обладают некомпенсированными (не равными нулю $M_J \neq 0$) магнитными моментами. Примерами таких веществ являются: пары щелочных металлов (газ атомов натрия), соли и раствор солей переходных элементов (редкоземельных элементов, элементов группы железа), газы не взаимодействующих атомов и молекул (NO- окись азота, O_2- молекулярный кислород и др.). Большое число твердых и жидких металлов также парамагнитные; парамагнетизм переходных металлов обусловлен как наличием магнитных моментов у атомов кристаллической решетки металла, так и парамагнетизмом газа электронов проводимости (парамагнетизм Паули!) который не зависит от температуры.

Основы теории Ланжевена.

Рассмотрим вещество (парамагнитную соль гадолиния $Gd(C_2H_5SO_4)_3 \times 9H_2O$ окись азота NO, O_2- молекулярный кислород, соли (сульфаты железа) $FeSO_4$, $CoCl_2$, $MnCO_3$, $GrCl_3$), содержащее в единице объема n не взаимодействующих (слабо взаимодействующих) ионов, атомов или молекул, обладающими некомпенсированными магнитными компонентами $\vec{m}$. В отсутствие внешнего магнитного поля тепловые движения препятствуют упорядоченному расположению этих моментов. Поэтому, при $\vec{H} = 0$ результирующая намагниченность парамагнетика всегда равна нулю ($\vec{M} = 0$). Преимущественная ориентация магнитных моментов $\vec{m}$, а тем самым и намагниченность $\vec{M}$ в немагнитной среде возникает лишь при наложении внешнего магнитного поля ($\vec{H} \neq 0$).

Потенциальная энергия U_m взаимодействия магнитного момента с внешним полем $\vec{H}$, как известно, равна скалярному произведению

$$U_m = -\vec{m}\vec{H}\mu_0 = -mB\cos\theta \qquad (1)$$

Если поле не очень велико, так что энергия U_m мала по сравнению к тепловой энергии атомов kT, т.е. при $mH << kT$, то, как показывает опыт, намагниченность парамагнетика возрастает прямо пропорционально величине поля : $M \approx X_{ПМ} H$, (2)

где парамагнитная восприимчивость $X_{ПМ}$ не зависит (я: но только в слабых полях и при средних температурах, когда $mH << kT$) от поля, но существенно зависит от температуры. Вместе с тем, необходимо отметить, что имеются парамагнитные вещества (например, щелочные металлы: Na, Li, K, Rb, Gs) у которых $X_{ПМ}$ практически не зависит от температуры.

И так, пусть в единице объема вещества содержится n частиц; обладающих магнитным моментом $\vec{m}$, результирующий магнитный момент единицы объема вещества (намагниченность $\vec{M} = \dfrac{d\vec{m}}{dV}$) очевидно, будет равен нулю ($\vec{m} = \sum_{i=1}^{n} \vec{m}_i = 0$) . При включении поля ($\vec{H} \neq 0$), благодаря энергии (1), появится преимущественная ориентация магнитных моментов $\vec{m}$ по направлению поля $\overrightarrow{H}$, что и приведет к возникновению отличного от нуля результирующего магнитного момента (намагниченности $\vec{M}$) вещества.

В сферической системе координат ***(см. Рисунок 2)*** направления конечного магнитного момента $\vec{m}$ задается полярным θ и азимутальным φ углами. Угол θ отсчитывается от оси z, вдоль которой направлено поле $\overrightarrow{H}$. Энергия U_m магнитного момента $\vec{m}$ во внешнем магнитном поле $\overrightarrow{H}$ не зависит от угла φ и равна (1):

$$U_m = -\overrightarrow{m}\overrightarrow{B} = -\overrightarrow{m}\mu_0\overrightarrow{H}$$

$$U_m = -m\mu_0 H \cos\theta$$

В следствии независимости (1) от угла φ, имеется одинаковая вероятность обнаружить магнитные моменты ($\vec{m}_1$ и $\vec{m}_2$ и т. д.) с одинаковыми полярными углами θ и различными азимутальными углами φ. Поэтому нормальные составляющие m_i к полю $\overrightarrow{H}$ моментов $\vec{m}_i$ взаимно компенсируется и результирующий момент (его величина) тела будет равен алгебраической сумме проекций $(\vec{m}_1)_H$, параллельных $\overrightarrow{H}$:

$$M = M_{(n)} = \sum_{1}^{n} \left(\vec{m}_i\right)_H = \sum_{i=1}^{n} m_i \cos\theta_i \,, \tag{3}$$

где суммирование ведется по всем моментами $\vec{m}_i$ (число которых равно n).

Поскольку в классической физике $\cos\theta$ может принимать любые (непрерывные) значения, то для подсчета числа атомов с тем или иным значениям $m\cos\theta$ используется статистика Больцмана (статистика Больцмана в его обычном виде, предполагающая использовать операцию интегрирования).

Задача решается в сферической системе координат. Выделим элементарный телесный угол $d\Omega$ (с вершиной в начале координат). Разумеется у которой части dn из всех n атомов (ионов) магнитные моменты $\vec{m}$ будут ориентироваться в пределах этого телесного угла (т.е. в пределах $\theta \pm d\theta$ и $\varphi \pm d\varphi$):

$$d\Omega = \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \,. \tag{4}$$

Причем, указанные dn атомов будут обладать потенциальной энергией (1) (зависит только от угла θ, так как $d\theta$ - мало)

$$U_m = -m\mu_0 H \cos\theta = -mB\cos\theta \,.$$

Вышеуказанные числа частиц (атомов, ионов, молекул) dn с энергией (5), магнитные моменты $\vec{m}$ которых ориентированы в пределах телесного угла $d\Omega$ (т.е. в пределах от θ до $\theta \pm d\theta$ и от φ до $\varphi \pm d\varphi$), согласно классическому распределению (по энергии) Больцмана равно:

$$dn = Ae^{-\frac{U_m}{kT}} d\Omega = Ae^{\frac{mB\cos\theta}{kT}} \sin\theta \cdot d\theta \cdot d\varphi \tag{5}$$

Для вычисления результирующего (суммарного) магнитного момента $d\vec{M}$ (его проекции на направлении $\overrightarrow{H}$) этих частиц

$$dM = dn \cdot m\cos\theta \tag{6}$$

необходимо найти значение постоянной A в формуле (5).

Для нахождения A, проинтегрируем (5) по всем значениям θ и φ:

$$n = A\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} e^{\frac{mB\cos\theta}{kT}} \sin\theta \cdot d\theta$$

обозначив $a = \dfrac{mB}{kT}$, получаем

$$n = -A \cdot 2\pi \int_0^{\pi} e^{\cos\theta} d(\cos\theta) = -A \cdot 2\pi \int_1^{-1} e^{ax} dx = -A \cdot 2\pi \frac{1}{a} e^{ax} \Big|_1^{-1} = 2\pi \frac{A}{a}(e^{a} - e^{-a})$$

$$n = 2\pi \frac{A}{a}(e^{a} - e^{-a}) = 2\pi \frac{A}{a} 2sha$$

Последнее дает

$$A = \frac{na}{4\pi sha} = \frac{nBm}{kTsh\dfrac{Bm}{kT}} \qquad (7)$$

Подставляя в (6) dn из (5) с учетом (7), получим для суммарного момента dM частиц

$$dM = \frac{\mu na}{4\pi sh(a)} = l^{a\cos\theta} \cos\theta \sin\theta d\theta d\varphi \qquad (8)$$

Чтобы найти результирующий магнитный момент всей системы из n частиц (т.е. магнитный момент единицы объема вещества $I = \dfrac{M}{V}$) выполнить интегрирование (8) по всем значениям полярного θ углов:

$$M_{(n)} = M = \frac{mna}{4\pi sh(a)} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} e^{a\cos\theta} \sin\theta \cos\theta \cdot d\theta .$$

Обозначив: $x = \cos\theta$, $dx = -\sin d\theta$, получаем:

$$M=\frac{mna}{4\pi sh(a)}2\pi(-1)\int_{1}^{-1}xe^{ax}dx=\frac{mna}{4\pi sh(a)}2\pi e^{ax}\left[\frac{1}{a^2}-\frac{x}{a}\right]\Bigg|_{1}^{-1}=\frac{mna}{2sh(a)}e^{a\cos\theta}\left[\frac{1}{a^2}-\frac{\cos\theta}{a}\right]\Bigg|_{0}^{\pi}=$$

$$=\frac{mna}{2sh(a)}\left[\frac{1}{a}\left(\underbrace{e^{a}+e^{-a}}_{2ch(a)}\right)-\frac{1}{a^2}\left(\underbrace{e^{a}-e^{-a}}_{2sh(a)}\right)\right]$$

$$M=nm_a(ctha-\frac{1}{a})=nm_aL(a) \qquad (9)$$

Функцию $L(a)=ctha-\frac{1}{a}$, где $a=\frac{mB}{kT}=\frac{m\mu_0H}{kT}$ называют функцией Ланжевена.

Это и есть формула Ланжевена, выражающая зависимость намагниченности $\vec{M}$ парамагнетиков от поля $\vec{H}$ и температуры T.

Анализ формулы*(9).*

При не очень сильных магнитных полях ($H\approx10^6\,{}^{A}\!/\!{}_{м}$) и комнатных температурах ($T\approx300°K$), когда $a<<1$ $(a\approx10^{-3})$ *и* $ctha=\frac{1}{a}+\frac{a}{3}-\frac{a^3}{45}\dots$ формула (9) принимает следующий вид (при условии, что $mB<<kT$):

$$M=nm\frac{a}{3}=\frac{nm^2B}{3kT}=\frac{C}{T}H$$ (применяя разложение *ch(a)* в ряд)

Выражение $M=\frac{nm^2\mu_0}{3RT}H=\frac{C}{T}H$ **представляет собой Закон Кюри.** (10)

Для парамагнитной восприимчивости:

$$X_{пм}=\frac{nm^2\mu_0}{3RT}=\frac{C}{T}\ , \qquad \mathbf{(11)}$$

где $C=\frac{nm^2\mu_0}{3R}$ **- постоянная Кюри.**

Результат, полученный теоретически Ланжевеном в 1905г. в форме (10) или (11) был получен ранее экспериментально известным физиком Кюри .

Еще раз подчеркнем, что (10) или (11) справедливо только для случая средних температур и не слишком высоких полей когда $mB << kT$.($H \le 10^6 \, A/м, T \approx 300°K$)

В пределах, когда $a \to \propto$ ($mB << kT$), то есть в случае низких температур ($T = 1 \div 4°K$, температура жидкого гелия) и сильных магнитных полей $H = 50 \div 100 кэ$ ($\approx 10^7 \; A/м$) [Г.С. Кринчик. 1985г. стр33, Ч. Киттель.1978г. стр. 519] функция Ланжевена $L(a) = ctha - \frac{1}{a} \approx 1 - \frac{1}{\propto} \approx 1$, где учтено $cth = 1 + 2\left(e^{-2a} + e^{-4a} + e^{-6a} + \ldots\right)$ и формула (9) дает

$$M = nm_a^{эф} = M_S \tag{12}$$

то есть парамагнетик намагничивается до насыщения $M = M_S$, таким образом, измеряя экспериментально $M = M_S$, можно вычислить эффективный магнитный момент атома m_a .

$$m_a = \frac{M_S}{n} \tag{13}$$

имеющиеся экспериментальные факты [Г.С. Кринчик. 1985г. стр33], [Ч. Киттель.1978г. стр. 519] подтверждают вышеуказанное для образцов (кристаллов) различных солей переходных элементов группы железа и редких земель. [Ч. Киттель.1978г. стр. 519]

Выражение Кюри-Вейсса** *(учет сил взаимодействия между отдельными носителями магнитного момента (посредством введения молекулярного поля Вейсса).**

Экспериментальные исследования температурной зависимости магнитной восприимчивости парамагнетиков показывают что во многих случаях она подчинена более сложному закону Кюри-Вейсса (рис. 1. г)):

$$X_{пм} = \frac{C}{T - \Delta}, \tag{14}$$

где Δ - постоянная Вейсса.

Причиной этого служит наличие сил взаимодействия между элементами магнитными моментами парамагнитных веществ. Согласно Вейссу учет этого взаимодействия можно осуществить по средствам введения некоего молекулярного поля, действующего (помимо внешнего H) внутри магнетика и пропорционально его намагниченности:

$$H_{мол} = nM \tag{15}$$

Таким образом, при наложении внешнего поля H в парамагнетике на магнитные моменты атомов действует эффективное поле:

$$H_{эф} = H_{мол} + H = nM + H\ , \tag{16}$$

где n - некоторый коэффициент пропорциональности.
В данном случае после подстановки (16) в (10) получаем

$$M = \frac{C}{T}(H + nM)\ . \tag{17}$$

Иих (17), находим выражение для x:

$$X_{пм} = \frac{M}{H} = \frac{C}{T - nC} = \frac{C}{T - \Delta} \tag{18}$$

Примечание 2. Температурная зависимость $X_{пм}$ *никеля и его сплавов с неферромагнитными компонентами выше точки Кюри (в парамагнитной области) изменяется с температурой по закону:*

$$X = X_э + \frac{C}{T - \theta_p}\ ,$$ *где* $X_э$ *- восприимчивость, не зависящая от температуры.*

2. Элементы квантовой теории парамагнетизма.

1. Квантовая теория парамагнетизма системы атомов (ионов). (Элементарная квантовая теория)

[Ч. Киттель.1978г. стр. 519-523];

[Кринчик П.С. ФМЯ 1985 г. стр. 32-34];

Последовательную (строгую) теорию парамагнетизма неметаллических соединений разработал Ван-Флек: и эта теория приводит внешне (по формуле) к такому же выражению для парамагнитной восприимчивости $X_{пм}$, как и классическая теория упрощенный (элементарный) квантовый расчет, основанный на векторной модели сложения моментов в атоме. [Вонсовский С.В. Магнетизм 1953 г. стр.135].

Кратко остановимся на сути расчета [Ч. Киттель.1978г. стр 519-523]; [Кринчик П.С. ФМЯ 1985 г. стр. 32-34] парамагнитной восприимчивости, учитывающего пространственное квантование магнитного момента атома $M_j = g_j \sqrt{j(j+1)}\mu_б$(в рамках векторной модели атома) и сохраняющего подход к решению задачи(принципиально не меняющий классический подход к решению задачи) аналогичный классическому.

Учет пространственного квантового магнитного момента сводится к тому, что угол θ между $\overrightarrow{H}$ и M_j в (8) принимает не любые значения , а лишь дискретный ряд значений:

$$\cos\theta = \frac{m_j}{\sqrt{j(j+1)}} \tag{19}$$

таких, что проекция эффективного магнитного момента атома $\vec{M}_j$ с модулем $M_j = g_j \sqrt{j(j+1)}\mu_б$ на направлении поля $\overrightarrow{H}$ принимает значения

$$\left(\overrightarrow{M}_j\right)_H = g_j m_j \mu_б \tag{20}$$

где g_j - фактор Ланде; $\mu_б = \frac{l_0\hbar}{2m}$ - магнетон Бора; m_j - магнитное квантовое число результирующего момента $\overrightarrow{P_j}$ атома, которое может иметь значение

$$m_j = j, j-1, \ldots 0, \ldots, -(j-1), -j \tag{21}$$

Часто в качестве эффективного момента атома используют максимальное значение его проекции (M_j), так на направлении поля $\vec{H}$ она равна

$$\left(\vec{M}_j\right)^{\max}_H = g_j m_j^{\max} \mu_б = g_j j \mu_б \qquad (22)$$

При этом потенциальная энергия магнитного момента M_j атома в магнитном поле $\vec{H}$ также квантуется

$$U_m = -(\overrightarrow{M_j}\vec{H})\mu_0 = -\mu_0 M_j H\cos\theta$$

$$U_m = -g_j m_j \mu_б H \mu_0 \qquad (23)$$

то есть в соответствии с (21) принимает ($2j+1$) значений (фиксированных). Как говорят, энергетический уровень атома расщепляется во внешнем поле $\vec{H}$ на ($2j+1$) подуровней, располагающихся выше и ниже основного уровня W_{iH} (при $H=0$). Интервал между этими подуровнями и равен

$$\Delta W_{iH} = U_m = -g_j m_j \mu_б H \mu_0 \qquad (24)$$

[см. Белов К. П. 1980г. стр. 19]

При наличии $\vec{H}$ и теплового движения атомы занимают (или, как часто говорят, - заселяют) те или иные зеемановские подуровни. Причем, вероятность заселения различных уровней неодинакова. (вот ее то нам и надо будет использовать для расчета количества атомов с тем или иным значением ($\left(\vec{M}_j\right)_H$), а значит неодинакова вероятность того или иного значения $\left(M_j\right)_H$.

Вследствие теплового движения атомы могут переходить с одного уровня на другой и обратно, поглощая или испуская энергию $g_j \mu_б H \mu_0$. При этом согласно квантовой теории (правило запрета) переходы возможны только между соседними подуровнями, когда m_j изменяется на единицу: $m_j = \pm 1$.

Если считать, что у рассматриваемого идеального газа магнитных моментов (атомов), вырождение энергетических уровней в поле H отсутствует (нет совпадения отдельных W_{iH}), тогда для подсчета числа атомов dn с тем или иным значениям W_{iH} (а значить с тем или иным значениям $\left(M_j\right)_H$) можно воспользоваться классической статистикой Больцмана (я: конечно, в отличие от ранее выполненного расчета $X_{пм}$, когда $cos\theta$ меняется непрерывно, и применялись при подсчетах операции интегрирования, здесь в силу (дискретности) прерывности значений $cos\theta$ или $g_j \mu_б \mu_0$ интегрирование должно быть заменено суммированием).

Согласно этой статистике относительное число частиц (атомов), с энергией (23) $U_m = -g_j m_j \mu_б H \mu_0$ (т.е. вероятность обнаружить эту энергию у атома) приближенно можно оценить с помощью функции Больцмана:

$$\frac{dn}{n} = Ae^{-\frac{U_m}{kT}} = Ae^{-\frac{g_j m_j \mu_b H \mu_0}{kT}} \qquad (25)$$

Отсюда видно, что большее число атомов будет занимать подуровни, расположенные выше основного $\left(U_m < 0\right)$, нулевого уровня, так как для них $\vec{M}_j \uparrow\uparrow \vec{H}$ в то же самое время подуровни, расположенные ниже $\left(U_m > 0\right)$ основного уровня, займет меньшее число атомов, поскольку для них $\overrightarrow{M_j} \uparrow\downarrow \vec{H}$ антипараллельны. Превышение числа первых атомов над вторыми и создает результирующую намагниченность $\vec{M} \neq 0$.

В данном случае намагниченность $\vec{M}$ выражается формулой вида

$$M = M_{so} B_j\left(a\right) = n g_j j m_j \mu_б B_j(a) \qquad (26)$$

$$\text{где } a = \frac{g_j j \mu_б B}{k_б T} \qquad (27)$$

$$M_{so} = n g_i j \mu_Б = n \cdot \left(M_j^H\right)_{\max} \qquad (28)$$

-это намагниченность насыщения парамагнетика при $T = 0°K$

n - концентрация магнитных атомов в единицу объема вещества.

$$B_j(a) = \frac{2j+1}{2j} cth \frac{2j+1}{2j} a - \frac{1}{2j} cth \frac{a}{2j} \quad (29)$$

Функция Бриллюэна.

Анализ формул (26-29): [Ч. Киттель.1978г. стр 522];

[Белов К. П. 1980г. стр. 20]

[Кринчик П.С. 1985 г. стр. 32-33].

При $a << 1$ (т. е. при больших T и не слишком больших Н, например, при $T = 300°K$ и $H \leq 20000э$), разложение вряд функции Бриллюэна дает ($ctha = \frac{1}{a} + \frac{a}{3} - \frac{a^3}{45} + ...$)

$$B_j(a) = \frac{j+1}{3j} a - \frac{(j+1)^2 + j^2(j+1)}{27j^3} a^3 ...,$$

и уравнение (26) принимает вид:

$$M = \frac{nj(j+1)g^2{}_j \mu^2{}_б \mu_0}{3kT} H \quad (30)$$

Приняв во внимание что $g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_Б = M_j$, запишем уравнение (30) в форме, совпадающей с (10):

$$M = \frac{nM_j^2 \mu_0}{3kT} H \quad (31)$$

Откуда для магнитной восприимчивости получается Закон Кюри:

$$X_{пм} = \frac{C}{T} = \frac{nM_j^2 \mu_0}{3kT} \cdot \frac{1}{T} \quad (32)$$

Таким образом, и квантовая (приближенная) теория дает линейную зависимость $X_{пм}$ от величины $\frac{1}{T}$, (конечно при условии $a << 1$), что на основе экспериментальных результатов (по наклону прямой $tg\alpha = C$) позволяет оценить величину магнитного момента атома :

$$M_j = g_j \sqrt{j(j+1)} \mu_Б = P_{эф} \mu_Б$$

где $g\sqrt{j(j+1)} = P_{эф}$ - эффективное число магнетонов Бора на формальную единицу (на этом, ион).

j - оно определяется для основных состояния атома по правилам Хунда.

Соотношение (3.2), носящее название закона Кюри, выполняется для некоторых разбавленных растворов (солей!) в которые входят ионы грутпы железа, а также для некоторых соединений редкоземельных элементов (их солей: например $Gd(C_2H_2SO_4)_3 \times 9H_2O$ - ч. Киттель стр. 522)

Рис. Температура зависимость обратной восприимчивости $1/x$ для соли гадолиния $Gd(C_2H_2SO_4)_3 \times 9H_2O$. График имеет вид прямой и отвечает закону Кюри.

Указанные вещества подходят под категорию идеальных парамагнитных газов, то есть взаимодействие между их магнитными атомами (как магнитные, так и электрические) малы.

Большее число парамагнитных веществ подчиняются закону Кюри-Вейсса (14):

$$X_{пм} = \frac{C}{T - \Delta} \quad (14)$$

где Δ - постоянная Вейсса, часто называемая парамагнитной температурой (точкой) Кюри. Основанием последнего названия является то, что на графике зависимости $1/x$ от T величина Δ представляет собой отрезок на оси температур, который отсекает прямая $1/x(T)$; Δ учитывает взаимодействие между магнитными атомами в парамагнетике (как магнитные, так и электрические).

Если $\Delta > 0$, то в ансамбле магнитных атомов указанные взаимодействия вызывают тенденцию к параллельной ориентации магнитных моментов M_j (слабая ферромагнитная ориентация); если $\Delta < 0$, то взаимодействия вызывают тенденцию к антипараллельной ориентации моментов M_j (слабая антиферромагнитная ориентация моментов).

Случай низких температур (гелиевых: 1-3 $^\circ K$) и сильных полей ($H \approx 50000э$), когда $g_j j\mu_б H\mu_0 >> RT$ (т.е. $a \Rightarrow \infty$)

Если намагничивание парамагнетиков производится при низких (гелиевых) температурах и при этом в очень сильных полях ($H \approx 40 \div 50кэ$), то прямая $I(H)$ искривляется и наблюдается парамагнитное насыщение. В состоянии парамагнитного насыщения (при $a \Rightarrow \infty$) намагниченность

$$M = M_S = ng_j j\mu_б \qquad (33)$$

А проекция $\left(\overrightarrow{M_j}\right)^{\max}_H$ эффективного магнитного момента $\overrightarrow{M_j}$ на направление внешнего поля $\vec{H}$ достигает максимального значения

$$\left(\overrightarrow{M_j}\right)^{\max}_H = g_j m^{\max}{}_j \mu_б = g_j j\mu_б = P^{\max}_{эф}\mu_б$$

Измерения намагниченности насыщения $I = I_S$, позволяют таким образом определить максимальное значение $\left(\overrightarrow{M_j}\right)^{\max}_H$ проекции магнитного момента $\overrightarrow{M_j}$ на направление внешнего поля $\vec{H}$

$$P^{\max}_{эф} = I_S/n$$

$\mu_б$ - эффективное число магнетонов Бора на один атом.