Приклади розв'язування задач на визначення статистичних параметрів розподілу

1. За даним розподілом вибірки

x_i	1	4	6
n_i	10	15	25

знайти середнє арифметичне вибірки (незміщену оцінку генерального середнього (математичного сподівання)) та вибіркове середнє квадратичне відхилення.

Розв'язування

За означенням середнього арифметичного вибірки маємо:

$$\overline{x_B} = \left(\sum n_i x_i\right)/\,n = \left(10 \cdot 1 + 15 \cdot 4 + 25 \cdot 6\right)/\,50 = 4{,}4$$

Вибіркове середнє квадратичне відхилення дорівнює

$$\sigma_{\hat{A}} = \sqrt{D_B}$$

$$D_B = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{k} n_i\left(x_i - \overline{x_B}\right)^2$$

Таким чином маємо

$$D_B = \frac{1}{50}\left[10(1-4{,}4)^2 + 15(4-4{,}4)^2 + 25(6-4{,}4)^2\right] = \frac{1}{50}\left[115{,}6 + 2{,}4 + 64\right] = \frac{182}{50} = 3\frac{16}{25}$$

звідки

$$\sigma_B = \frac{4}{5}\sqrt{3}$$

2. Контрольні виміри радіуса 200 циліндрів дали результати, які наведені в табл. 10.4. Знайти числові характеристики вибіркової сукупності.

Розв'язування

Перенесемо таблицю 10.4 на лист MS Excel у діапазон A1:J20. За допомогою функцій ДИСП, СТАНОТКЛ, МОДА, МЕДИАНА обчислюємо відповідні характеристики. Те ж саме можна зробити за допомогою пакета аналізу, що входить до складу Microsoft Excel. Для цього треба діапазон A1:J20 перетворити у стовпчик A1:A200, вибрати команду **Анализ данных** в меню **Сервис.** Далі вибрати розділ **Описательная статистика** і виконувати команди в режимі діалогу. Результати розрахунків наведені в табл. 11.1.

Зауваження. Якщо команда **Анализ данных** відсутня в меню **Сервис,** то необхідно запустити програму установки Microsoft Excel. Після установки пакета аналізу його необхідно вибрати і активізувати за допомогою команди **Настройки.**

Середнє	7,41645
Стандартна помилка	0,007629
Медіана	7,41
Мода	7.4
Стандартне відхилення	0.107889
Дисперсія	0.01164
Ексцес	- 0.32286
Асиметрія	- 0,00894
Інтервал	0,56
Мінімум	7,13
Максимум	7,69
Сума	1483.29
Обчислення	200

Таблиця 11.1

3. Випадкова величина розподілена за нормальним законом з параметром σ = 2. Зроблена вибірка об'єму n = 25. З надійністю у = 0,95 знайти довірчий інтервал невідомого параметра *a* цього розподілу.

Розв'язування

Із рівності

$$\Phi(t) = \frac{y}{2} \Rightarrow \hat{o}(t) = 0{,}475$$

За таблицею Д.2 інтегральної функції Лапласа знайдемо число t = 1,96. Тоді за формулою (11.10) точність оцінки буде

$$\delta = \frac{t\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{2 \cdot 1{,}96}{\sqrt{25}} = 0{,}784$$

Отже, довірчий інтервал буде ($\overline{x}_B$ -0,784; $\overline{x}_B$ +0,784). Якщо $\overline{x}_B$ =2,8, то з надійністю 95% інтервал (2.016; 3.584) покриває параметр *a* = 2,8.

4. Випадкова величина розподілена за нормальним законом з параметром σ. Знайти мінімальний об'єм п вибірки, щоб з надійністю у та точністю δ8 виконувалася рівність $\overline{x}_B = a$, якщо σ = 0,5; у = 0,95; δ = 0,1.

Розв'язування

Для у = 0,95 згідно з формулою (11.11) маємо

Ф(t) = 0,475$\Rightarrow$t = 1,96

Використовуючи формулу (11.12), знайдене t та задані σ, δ, дістанемо

$$n = \left(\frac{1{,}96 \cdot 0{,}5}{0{,}1}\right)^2 = (9{,}8)^2 = 96{,}04$$

Отже, мінімальний об'єм вибірки n = 96.

Завдання для самостійного розв'язування задач на визначення статистичних параметрів розподілу

1. Знайти надійний інтервал для оцінки з надійністю 0,95 невідомого математичного сподівання a нормально розподіленої ознаки X генеральної сукупності, якщо генеральне середнє квадратичне відхилення $\sigma_в$ = 5, вибіркове середнє $\bar{x}_B$ =14 і об'єм вибірки n = 25. {12,04 < a <I5,96}

2. Фірма з виробництва ламп освітлювання проводить контроль якості своєї продукції. На контрольних випробуваннях 16 ламп були визначені оцінки математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення їх терміну служби, які дорівнюють 3000 та 20 годин відповідно. Вважаючи, що термін служби кожної лампи є нормальною випадковою величиною, визначити: а) довірчий інтервал для математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення з довірчою ймовірністю 0,9; 6) з якою ймовірністю можна стверджувати, що абсолютна похибка визначення математичного сподівання не перевищить 10 годин, а помилка у визначенні середньоквадратичного відхилення буде меншою 2 годин?