

ПРАКТИЧНЕ ЗАВДАННЯ №2. Апроксимування емпіричних даних функцією двох змінних засобами табличного редактора (зокрема, MS Excel) і за допомогою системи комп'ютерної алгебри (зокрема, Maple)

§1 Завдання для виконання і варіанти практичного завдання №2

Методом найменших квадратів побудувати апроксимуючі залежності $z = a_0 + a_1x + a_2y$ для функції, що задана таблично (див. табл. 2.1).

Таблиця 2.1

x_i	0	0	0	1	1	2	2	2
y_i	1,5	2,5	3,5	1,5	3,5	1,5	2,5	3,5
z_i	2,3	$4 + 0,3 \cdot n$	$2 - 0,1 \cdot n$	$5 + 0,2 \cdot n$	$4 - 0,2 \cdot n$	$6,1 + 0,2 \cdot n$	$6,5 - 0,1 \cdot n$	7,2

Знайти

- 1) квадратичне відхилення,
- 2) значення функції у точці $(x; y) = (1.5; 3)$.

Тут n – номер варіанту.

§2 Методичні рекомендації до виконання практичного завдання №2

Задача 2.1 Розв'язати задачу, запропоновану в ПЗ 2 відповідно до таблиці з даними

x_i	0	0	0	1	1	2	2	2
y_i	1.5	2.5	3.5	1.5	3.5	1.5	2.5	3.5
z_i	2.3	10	0	9	0	10.1	4.5	7.2

Розв'язання.

Реалізація ПЗ 2 у табличному процесорі MS Excel.

Розв'яжемо ту саму задачу, що і вище, при $n = 20$. Викладений в теоретичній частині алгоритм розв'язання даної задачі, аналогічний до II способу випадку функції однієї змінної. Вносимо дані до таблиці (див. рис. 2.1). Дії над матрицями виконуємо згідно з формулою (2.7). Відповідні дії підписано на рис. 2.1.

Після отримання коефіцієнтів a_0, a_1, a_2 лінійної функції $z = a_0 + a_1x + a_2y$ обчислюємо **квадратичне відхилення** (див. діапазон B32:G40 на рис. 2.1). Формули, що відповідають коміркам E33, F33 таблиці розрахунку, винесено поруч з таблицею. В комірки E34:F40 формули копіюються за допомогою маркера заповнювача.

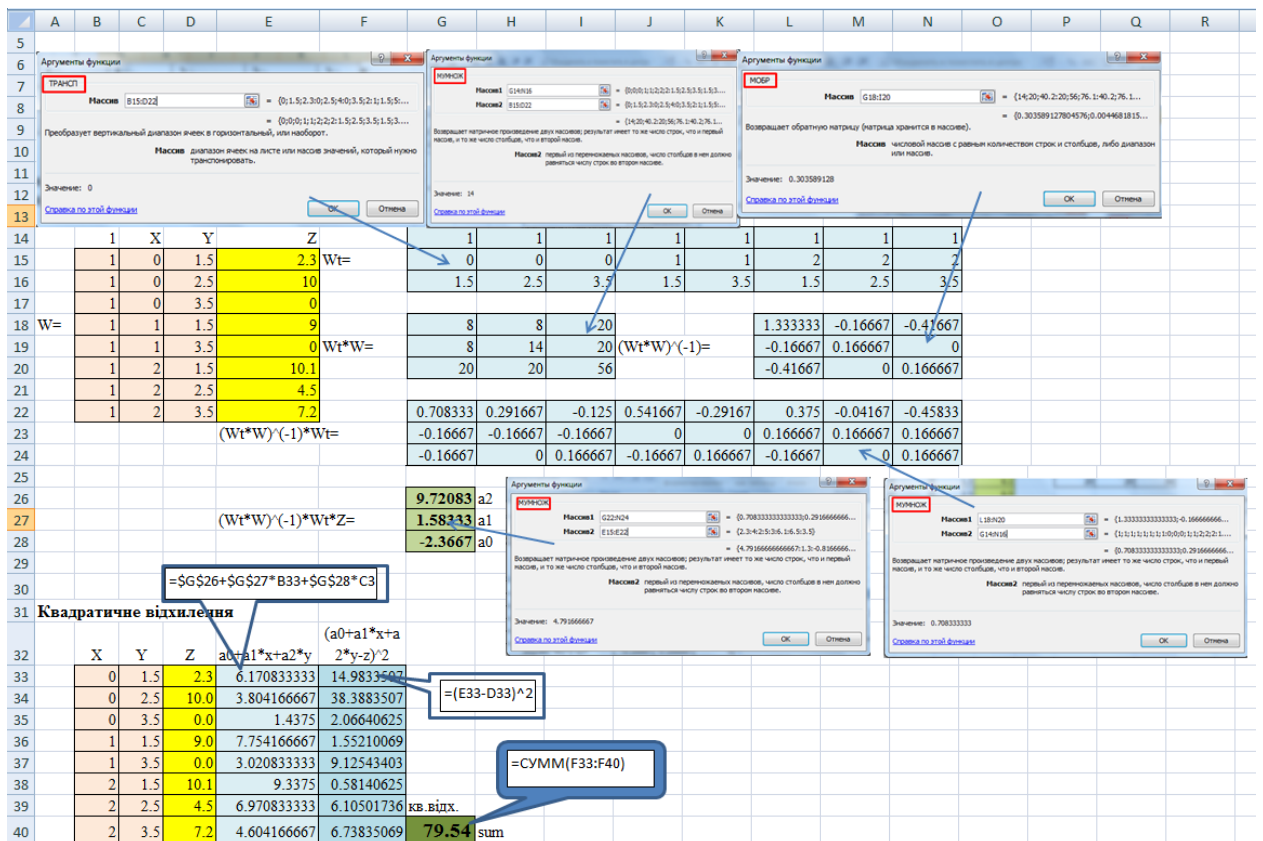


Рис. 2.1

Реалізація ПЗ 2 в системі комп'ютерної алгебри Maple

1. Вносимо дані, що підлягають апроксимації:

- > restart
- > $X := [0, 0, 0, 1, 1, 2, 2, 2] :$
- > $Y := [1.5, 2.5, 3.5, 1.5, 3.5, 1.5, 2.5, 3.5] :$
- > $Z := [2.3, 10.0, 0., 9.0, 0., 10.1, 4.5, 7.2] :$

2. Квадратичне відхилення зручно записати у вигляді

$$Q := \text{sum}((a[0] + a[1]*X[j] + a[2]*Y[j] - Z[j])^2, j=1..8);$$

3. Утворення системи і пошук її розв'язку реалізується аналогічно ПЗ 1.

4. Якщо після отримання розв'язку системи буде застосовано оператор assign, то квадратичне відхилення набуде числового значення.

5. Шукана функція матиме вигляд $z = a[0] + a[1]*x + a[2]*y$.

Обидві реалізації (в MS Excel і в Maple) дають однаковий результат.

Значення отриманої апроксимуючої функції

$$z = 9.720833333 + 1.583333333 x - 2.366666667 y$$

в точці $(x, y) = (1.5; 3)$ дорівнює 4.995833329.

За бажанням можете побудувати графік знайденої площини разом з точками, що підлягали апроксимуванню, наприклад так, як це показана на рис. 2.2.

З рис. 2.2 видно, що сума квадратів відстаней від заданих точок до площини вздовж напрямків, паралельних осі аплікату, є значною. Це дає

візуальне підтвердження причини такого значення квадратичного відхилення як $Q \approx 79.54$.

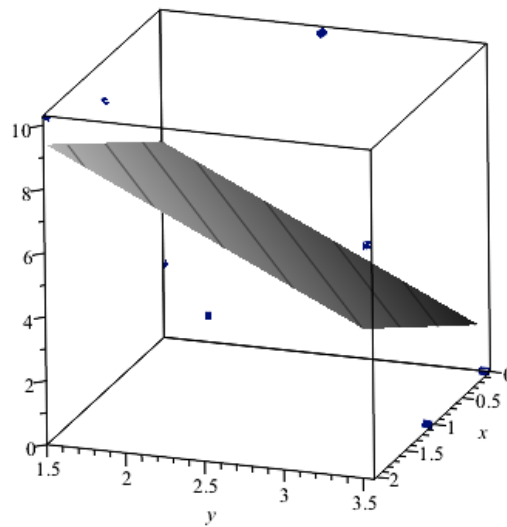


Рис. 2.2

Питання для самоконтролю з теми 2:

1. Апроксимування емпіричних даних функцією двох змінних: основні ідеї, способи отримання розв'язку, вигляд СЛАР відносно невідомих коефіцієнтів і методи її розв'язання.
2. Виробнича функція Кобба-Дугласа. Побудова виробничої функції методом найменших квадратів.
3. Апроксимування емпіричних даних функцією двох змінних засобами табличного редактора (зокрема, MS Excel) і за допомогою системи комп'ютерної алгебри (зокрема, Maple).