

## Раздел 1. Общие понятия об автоматизации

### 1.1 Основные понятия

Процесс, агрегат, устройство, подлежащее управлению, называется *объектом управления (ОУ)*.

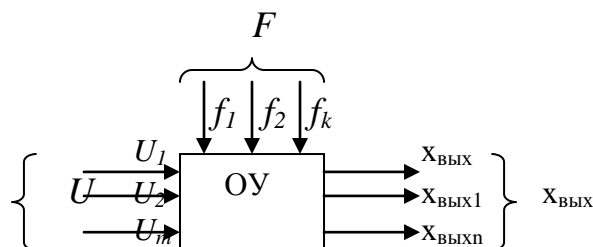


Рисунок 1.1 – Характеристики объекта управления:

$X_{\text{ВЫХ}}$  – вектор состояния, набор величин, по значению которых судят о состоянии объекта управления;

$U$  – вектор управления, - совокупность управляющих воздействий на объект, обеспечивающих требуемое значение  $X_{\text{ВЫХ}}$ ;

$F$  - вектор возмущения.

*Возмущение* – воздействие, приложенное к объекту управления, вызывающее отклонение выходных величин, вектора состояния в нежелательном направлении.

Количество управляющих воздействий  $m$  должно быть больше или равно количеству выходных величин  $n$  – это условие управляемости объекта.

### 1.2 Принципы управления

*I принцип* – управление по отклонению (с отрицательной обратной связью)

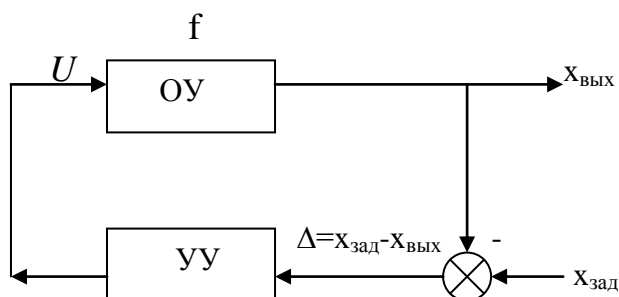


Рисунок 1.2 – Структурная схема принципа управления по отклонению.

Достоинство принципа: минимум используемой информации

Недостатки принципа: 1. Даже теоретически нельзя обеспечить полное соответствие выходной величины заданию.

2. Существует возможность возникновения неустойчивой работы системы из-за запаздывания по времени выходного сигнала.

Совокупность объекта и управляющего устройства называют системой автоматического управления – САУ.

Управляющее устройство, реализующее принцип управления по отклонению, называется *регулятор*.

Поэтому совокупность объекта и регулятора называют также системой автоматического регулирования - САР.

2 принцип – управление по возмущению

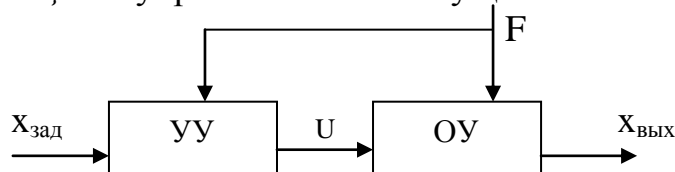


Рисунок 1.3 - Структурная схема принципа управления по возмущению.

Достоинства принципа: 1. Теоретически возможно обеспечить полное соответствие выходной величины заданию.

Данный принцип также называют *инвариантным*, т.е. таким, с помощью которого можно выполнить условие независимости состояния объекта от возмущений.

2. В системах, построенных по принципу управления по возмущению, не возникает вопросов об устойчивости систем, т.к. в них нет замкнутых контуров.

Недостаток принципа: требуется большой объем информации о воздействиях, которые приложены к объекту.

3 принцип – комбинированное управление, реализует управление по отклонению с учетом возмущающих воздействий.

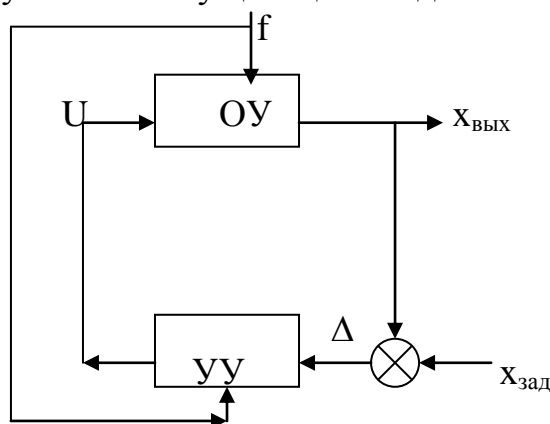


Рисунок 1.4 - Структурная схема комбинированного принципа управления.

### 1.3 Классификация систем автоматического управления (САУ)

1. По характеру изменения задания  $x_{зад}$ :
  - 1.1 система стабилизации  $x_{зад}=const$ ;
  - 1.2 система программного управления (задание меняется и является детерминированной функцией от времени)  $x_{зад}=f(t)$ ;
  - 1.3 следящая система (система соотношения)  $x_{зад}=\psi(Y)$ , где  $Y$ -случайная величина.
2. По используемому принципу управления:
  - 2.1 замкнутые системы (системы, использующие принцип управления по отклонению);
  - 2.2 разомкнутые системы (системы, использующие принцип управления по возмущению);
  - 2.3 комбинированные системы (системы, использующие принципы управления по возмущению и отклонению).
3. По виду используемой информации:
  - 3.1 детерминированные (САУ, в которых используется только априорная информация);
  - 3.2 информационные (САУ, в которых используется и априорная, и текущая информация о состоянии объекта управления).
4. По виду используемых сигналов:
  - 4.1 аналоговые (сигналы являются непрерывной функцией времени);
  - 4.2 дискретные (сигналы прерываются во времени, изменения в системе происходят только в определенные моменты времени).
5. По виду математического описания:
  - 5.1 линейные (САУ, построенные с использованием только линейных звеньев);
  - 5.2 нелинейные (САУ, в структуре которых выделяется хотя бы одно нелинейное звено).

### 1.4 Вопросы для самопроверки

- Что называется объектом управления?  
Чем характеризуется объект управления?  
Достоинства принципа управления по возмущению.  
При использовании какого принципа управления возникает обратная связь?  
В чем состоит сущность комбинированного управления?  
По каким признакам осуществляется классификация систем управления?

## Раздел 2 Математический аппарат линейных САУ

В инженерной практике решается 2 задачи:

1. Задача анализа – по заданной структуре и параметрам системы определить ее динамические свойства.

2. Задача синтеза – исходя из требуемых динамических свойств системы, необходимо определить структуру и параметры системы.

При решении задач сложная система, характеризующаяся векторами состояния и управления, разбивается на простейшие звенья, которые устанавливают зависимость между одной входной и выходной величинами. Степень разбиения должна быть такой, чтобы математическое описание отдельных звеньев было как можно проще и звено не теряло свойства детектируемости (однаправленности). Путем соединения простейших звеньев между собой обеспечивается сохранность исходной структуры и параметров сложной системы.



### 2.1 Статические характеристики звеньев

Статические характеристики устанавливают взаимосвязь между входной и выходной величинами в установившемся режиме, т.е. когда входные и возмущающие воздействия, действующие на звено, не изменяются во времени.

Статическую характеристику звена нагляднее представлять графически в прямоугольной системе координат. В зависимости от математического описания звеньев статические характеристики носят различный характер. Наиболее распространены три вида статических характеристик (рис. 2.1).

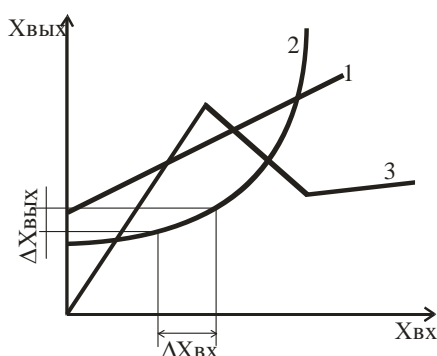


Рисунок 2.1 – Графическое представление статической характеристики: 1 – линейная характеристика; 2 – нелинейная характеристика; 3 – существенно нелинейная характеристика.

Нелинейную характеристику (2) можно заменить линейной. Для этого характеристика разбивается на отдельные участки, на которых коэффициент наклона характеристики можно принять постоянным и записать выражение

$$\Delta x_{\text{вых}} = k \cdot \Delta x_{\text{вх}},$$

где  $k$  – коэффициент передачи (усиления) звена.

Звено, имеющее статическую характеристику, называется *статическим* звеном. Если данную характеристику невозможно построить, то такое звено называется *астатическим*.

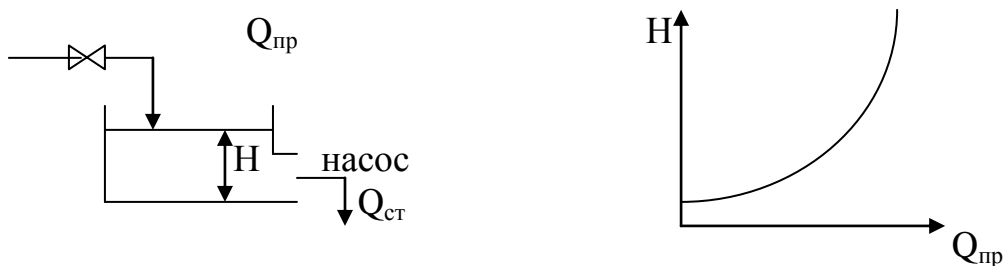


Рисунок 2.2 - Иллюстрация статических свойств объектов: если установить насос, то объект является астатическим.

## 2.2 Динамические характеристики

Динамические характеристики определяют изменение выходной величины звена во времени при изменении входной величины.

Существуют стандартные изменения входной величины:

а) однократное ступенчатое изменение входной величины.

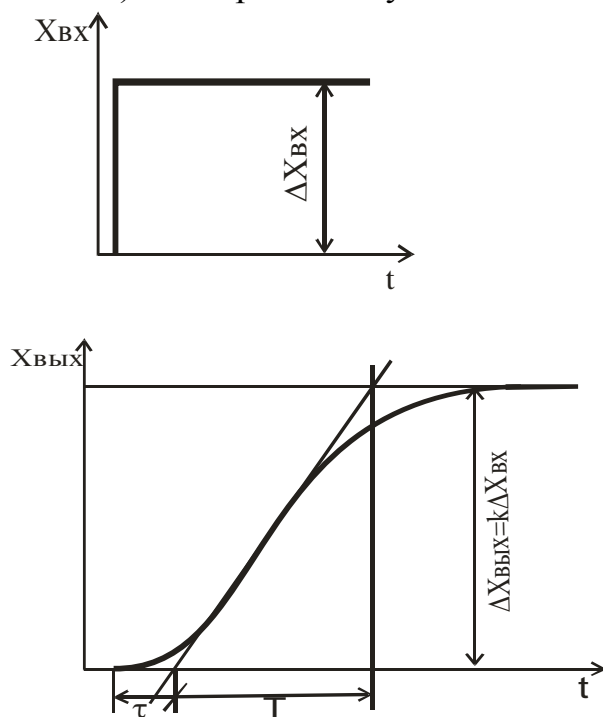


Рисунок 2.3 - Кривая разгона звена:  $\tau$  – транспортное запаздывание;  $T$  – постоянная времени звена;  $k$  - коэффициент передачи звена.

*Кривая разгона* – это изменение выходной величины во времени при однократном ступенчатом изменении входной величины.

Для определения характеристик кривой разгона используется метод касательной: на самом крутом участке кривой выбирается точка и к ней проводится касательная, которая отсекает на временной оси отрезки, соответствующие транспортному запаздыванию и постоянной времени звена.

б) гармонические изменения входного сигнала.

$$x_{вх} = A_{вх} \cdot \sin \omega t$$

Выходной сигнал в этом случае определяется зависимостью:

$$x_{вых} = A_{вых} \cdot \sin(\omega t + \varphi),$$

где  $A$  – амплитуда;  $\omega$  – угловая частота, [рад/с],  $\varphi$  – фазовый сдвиг.

### 2.3 Дифференциальные уравнения звеньев

Статические и динамические характеристики звеньев наглядны, но не дают полного представления о функционировании сложной САУ во времени. И.А. Вишнеградский предложил использовать для описания динамики звеньев неоднородные линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами (НЛДУ). В общем виде уравнение имеет вид:

$$a_n \frac{d^n x_{вых}}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} x_{вых}}{dt^{n-1}} + \dots + a_0 x_{вых} = b_m \frac{d^m x_{вх}}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d^{m-1} x_{вх}}{dt^{m-1}} + \dots + b_0 x_{вх}.$$

Задавшись функцией изменения входной величины во времени можно найти решением дифференциального уравнения реакцию этого звена, т.е.  $X_{вых}$ .

Для решения НЛДУ второго порядка разработан аналитический метод, согласно которого решение находится в виде суммы свободного и вынужденного движения звена:

$$X_{вых}(t) = X_{вых}^{св}(t) + X_{вых}^{вын}(t).$$

Свободное движение определяется левой частью дифференциального уравнения, решение находится в зависимости от корней характеристического уравнения, полученного для левой части НЛДУ.

Вынужденное движение определяется видом правой части исходного уравнения, решение зависит от полученного уравнения свободного движения.

В связи с трудностями аналитического решения дифференциальных уравнений выше второго порядка в автоматике используется операторный метод решения с помощью преобразования Лапласа.

Сущность преобразования Лапласа в том, что вместо переменных  $X_{вх}$  и  $X_{вых}$ , которые являются функциями времени, подставляются новые переменные  $X_{вх}$  и  $X_{вых}$ , которые являются функциями комплексного числа  $p$ :  $X_{вх}(p)$  и  $X_{вых}(p)$ .

$$L[x_{вых}(t)] = x_{вых}(p) \text{ - прямое преобразование Лапласа;}$$

$L^{-1}\left[x_{\text{вых}}(p)\right] = x_{\text{вых}}(t)$  - обратное преобразование Лапласа.

$x_{\text{вых}}(t)$  - оригинал выходной величины;  $x_{\text{вых}}(p)$  - изображение выходной величины.

При нулевых начальных условиях переход от оригинала дифференциального уравнения к его изображению можно выполнить формально, заменив знак дифференцирования  $\frac{d}{dt} = p$

$$a_n p^n x_{\text{вых}}(p) + a_{n-1} p^{n-1} x_{\text{вых}}(p) + \dots + a_0 x_{\text{вых}}(p) = b_m p^m x_{\text{вх}}(p) + b_{m-1} p^{m-1} x_{\text{вх}}(p) + \dots + b_0 x_{\text{вх}}(p)$$

$$x_{\text{вых}}(p) \left[ a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0 \right] = x_{\text{вх}}(p) \left[ b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0 \right]$$

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}$$

Передающая функция звена  $W(p)$  – это отношение изображения по Лапласу выходной величины к изображению по Лапласу входной величины при нулевых условиях.

Приравняв все операторы  $p$  к нулю, получается статическая характеристика звена с коэффициентом передачи  $k = \frac{b_0}{a_0}$ .

## 2.4 Частотные характеристики звеньев

Для описания динамических характеристик звеньев также используются частотные характеристики, которые можно получить двумя способами:

1) экспериментально, подавая на вход звена гармонические колебания  $x_{\text{вх}} = A_{\text{вх}} \cdot \sin \omega t$ ,

где  $A$  – амплитуда;  $\omega$  – угловая частота, [рад/с];

2) теоретически, непосредственно из передаточной функции путем подстановки  $p = i \cdot \omega$ , где  $i = \sqrt{-1}$

$$W(i\omega) = \frac{x_{\text{вых}}(i\omega)}{x_{\text{вх}}(i\omega)} = \frac{b_m (i\omega)^m + b_{m-1} (i\omega)^{m-1} + \dots + b_0}{a_n (i\omega)^n + a_{n-1} (i\omega)^{n-1} + \dots + a_0} = \frac{U(\omega) + iV(\omega)}{M(\omega) + iN(\omega)} =$$

$$\text{Re}(\omega) + i \text{Im}(\omega) = \sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)} \cdot e^{i \arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)}}$$

где  $W(i\omega)$  - амплитудно-фазовая характеристика АФХ;

$\text{Re}(\omega)$  - вещественно-частотная характеристика ВЧХ;

$\text{Im}(\omega)$  - мнимо-частотная характеристика МЧХ;

$\sqrt{\text{Re}^2(\omega) + \text{Im}^2(\omega)} = A(\omega)$  - амплитудно-частотная характеристика АЧХ;

$\arctg \frac{\text{Im}(\omega)}{\text{Re}(\omega)} = \varphi(\omega)$  - фазово-частотная характеристика ФЧХ;

$U(\omega)$  и  $M(\omega)$  - полиномы, соответствующие действительной части числителя и знаменателя;

$V(\omega)$  и  $N(\omega)$  - полиномы, соответствующие мнимой части числителя и знаменателя.

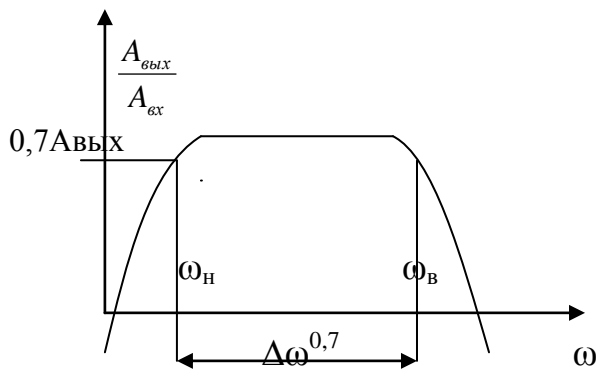


Рисунок 2.4 - Амплитудно-частотная характеристика:  $\Delta\omega$  – полоса пропускания частот.

Полоса пропускания звена – это диапазон частот, в пределах изменения которого коэффициент передачи звена не превышает допустимого значения.

Чем больше полоса пропускания, тем меньше инерционность звена.

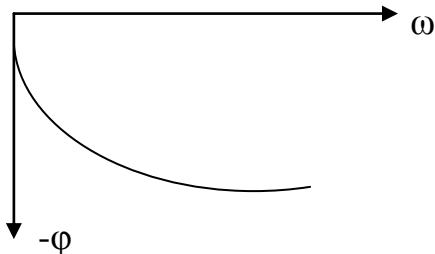


Рисунок 2.5 - Фазо-частотная характеристика ФЧХ  $\varphi=f(\omega)$ .

Практически всегда выходной сигнал звена отстает от входного (т.е. имеется транспортное запаздывание), поэтому фазовый сдвиг  $\varphi$  выходного сигнала отрицательный.

Амплитудно-фазовая характеристика строится на комплексной плоскости и показывает изменение амплитуды и фазы выходного сигнала от частоты



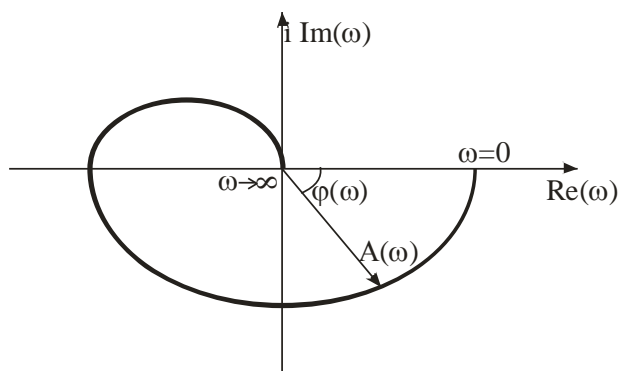
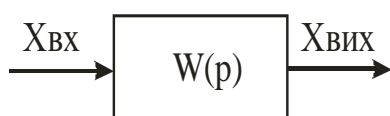


Рисунок 2.6 - Амплитудо-фазовая характеристика.

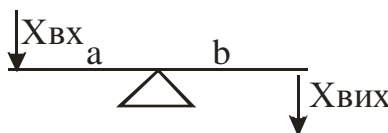
## 2.5 Типовые элементарные звенья

### 1. Пропорциональное звено (усилительное, безинерционное звено)



Примером пропорционального звена могут служить усилители, трансформаторы и рычажные весы

$$k = b/a$$



Дифференциальное уравнение звена:

$$x_{\text{вых}} = k \cdot x_{\text{вх}}$$

$W(p) = k$  - Передаточная функция звена

$$x_{\text{вых}}(p) = k \cdot x_{\text{вх}}(p)$$

АФХ безинерционного звена  $W(i\omega) = k + i0 = \sqrt{k^2 + 0^2} \cdot e^{i \arctg \frac{0}{k}} = k \cdot e^{i0}$ ;

АЧХ  $A(\omega) = k$ ;

ФЧХ  $\varphi = 0$ . Фазовый сдвиг между входным и выходным сигналом отсутствует, т.к. транспортное запаздывание звена несоизмеримо мало по сравнению с транспортным запаздыванием технологического процесса.

### 2. Интегрирующее звено

Дифференциальное уравнение звена:

$$x_{\text{вых}} = \varepsilon \int x_{\text{вх}} dt$$

$$\frac{dx_{\text{вых}}}{dt} = \varepsilon x_{\text{вх}}$$

Физический смысл интеграла – это площадь, следовательно, у интегрирующего звена при действии во времени входного сигнала происходит изменение выходного сигнала. При этом, чем дольше действует входной сигнал, тем больше значение сигнала на выходе.

$$p x_{\text{вых}}(p) = \varepsilon x_{\text{вх}}(p)$$

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{\varepsilon}{p} \quad \text{– Передаточная функция ланки;}$$

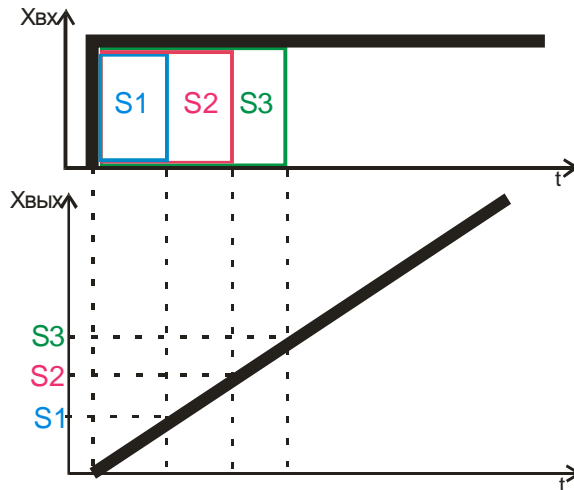


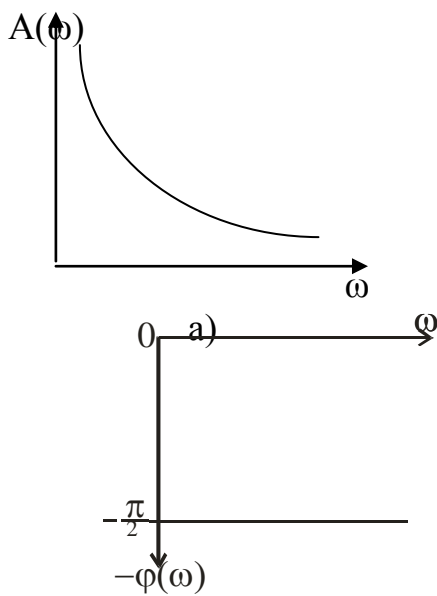
Рисунок 2.7 – Динамическая характеристика интегрирующего звена

$$W(i\omega) = \frac{\varepsilon}{i\omega} = -\frac{\varepsilon \cdot i}{\omega} + 0 = \sqrt{0^2 + \left(\frac{\varepsilon}{\omega}\right)^2} \cdot e^{i \arctg -\frac{\varepsilon}{\omega \cdot 0}} = \frac{\varepsilon}{\omega} \cdot e^{-i \frac{\pi}{2}} \quad \text{–}$$

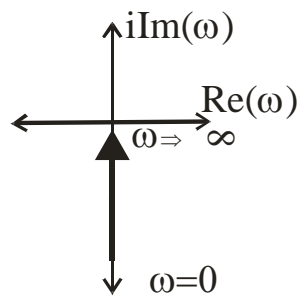
АФХ интегрирующей ланки;

$$A(\omega) = \frac{\varepsilon}{\omega} \quad \text{– АЧХ ланки;}$$

$$\varphi(\omega) = -\frac{\pi}{2} \quad \text{– ФЧХ ланки.}$$



Из амплитудно-частотной характеристики можно сделать вывод, что звено обладает фильтрующими свойствами, т.е. хорошо пропускает низкие частоты и плохо пропускает высокие частоты.



б)

в)

Рисунок 2.8 – Частотные характеристики интегрирующего звена: а – АЧХ; б – ФЧХ; в – АФХ.

Интегрирующие звенья используются для снижения влияния высокочастотных помех. С помощью этих звеньев описываются динамические свойства двигателей постоянного тока (в т.ч. исполнительных механизмов), пневмо- и гидроцилиндров.

### 3. Идеальное дифференцирующее звено

Дифференциальное уравнение звена

$$x_{\text{вых}} = T_D \frac{dx_{\text{вх}}}{dt}.$$

Математическая интерпретация динамической характеристики: выходной сигнал звена пропорционален скорости изменения входного. В момент времени, когда  $X_{\text{вх}} = 0$  и когда  $X_{\text{вх}} = \text{const}$  (до и после перехода)  $\frac{dX_{\text{вх}}}{dt} = 0$  и выходной сигнал также равен нулю. В момент резкого скачкообразного изменения входного сигнала  $\frac{dX_{\text{вх}}}{dt} \rightarrow \infty$ , следовательно, амплитуда выходного сигнала за время  $\Delta t \cong 0$  также стремится к бесконечности.

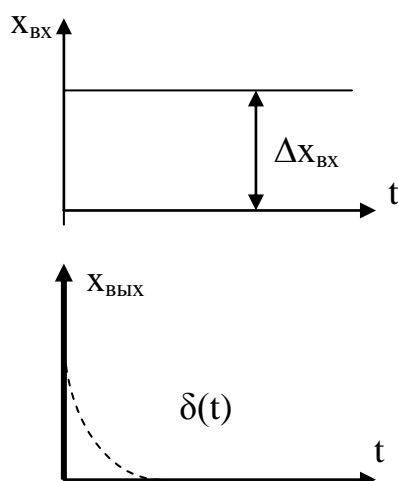


Рисунок 2.9 – Динамическая характеристика идеального дифференцирующего звена:  $\delta(t)$  – дельта-импульс.

Передаточная функция идеального дифференцирующего звена:

$$W(p) = p \cdot T\partial$$

Амплітудно - фазова характеристика ланки:

$$W(i\omega) = i\omega \cdot T\partial + 0 = \sqrt{0^2 + (\omega T\partial)^2} \cdot e^{i \arctg \frac{\omega T\partial}{0}} = \omega T\partial \cdot e^{i \cdot \frac{\pi}{2}}$$

$A(\omega) = \omega \cdot T\partial$  - АЧХ ідеальної диференціюючої ланки

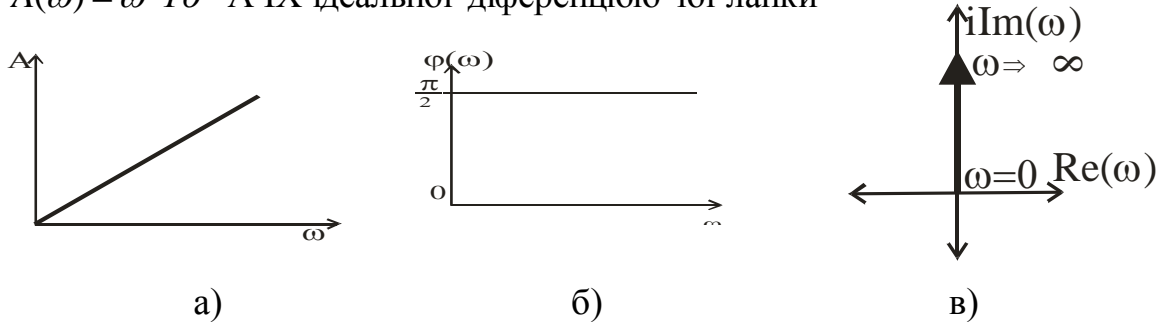


Рисунок 2.10 - Частотные характеристики идеального дифференцирующего звена: а – АЧХ; б – ФЧХ; в – АФХ.

По АЧХ идеального дифференцирующего звена можно сделать заключение, что данное звено плохо пропускает низкие и хорошо пропускает высокие частоты.

Фазовый сдвиг звена составляет  $+\frac{\pi}{2}$ , что соответствует опережению выходного сигнала по отношению ко входному. Поэтому дифференцирующие звенья также называются звеньями предварения.

Реальные дифференцирующие звенья отличаются от идеальных наличием в динамике звеньев транспортного запаздывания, поэтому передаточная функция таких звеньев:  $W(p) = \frac{T_{\partial} p}{T_{\partial} p + 1}$ .

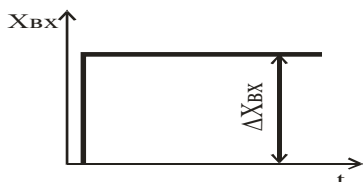
#### 4. Аperiodическое звено первого порядка (инерционное звено первого порядка)

Дифференциальное уравнение звена записывается в виде НЛДУ первого порядка:

$$T \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = k x_{\text{вх}},$$

где  $T$  – коэффициент, имеющий размерность времени; постоянная времени звена;  $k$  – коэффициент передачи звена.

Переходная функция:  $x_{\text{вых}} = k(1 - e^{-\frac{t}{T}})$



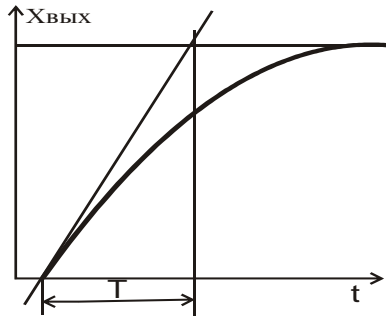


Рисунок 2.11 – Динамическая характеристика инерционного звена первого порядка.

Передаточная функция :  $W(p) = \frac{k}{T \cdot p + 1}$

Частотные характеристики звена:

Амплитудо – фазовая характеристика  $W(i\omega) = \frac{k}{Ti\omega + 1}$ .

Після перетворення вираз приймає вигляд  $W(i\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+T^2\omega^2}} e^{-i \arctg T\omega}$ .

АЧХ  $A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}$

ФЧХ  $\varphi(\omega) = -T\omega$ .

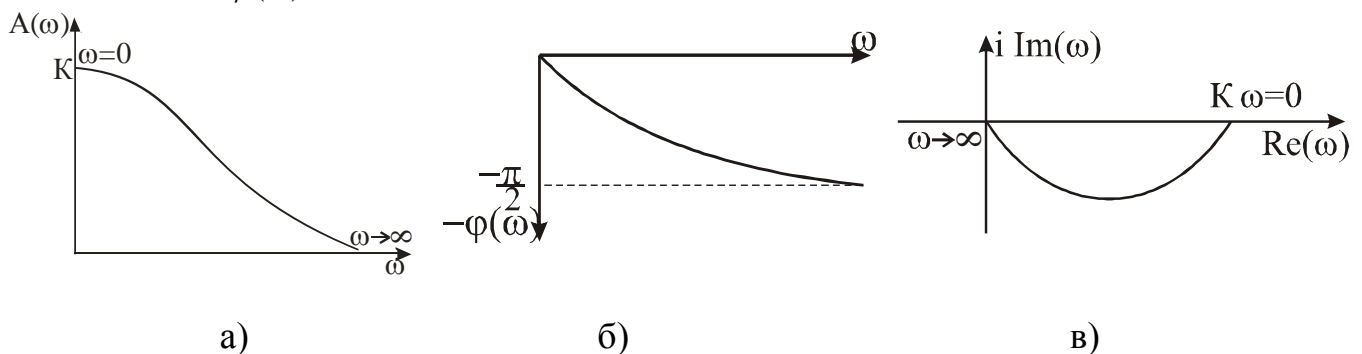


Рисунок 2.12 - Частотные характеристики аperiodического звена первого порядка: а – АЧХ; б – ФЧХ; в – АФХ.

### 5. Инерционное звено второго порядка

Дифференциальное уравнение звена записывается в виде НЛДУ второго порядка:

$$T_2 \frac{d^2 x_{\text{вых}}}{dt^2} + T_1 \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = kx_{\text{вх}},$$

где  $T_1$  и  $T_2$  – постоянные времени.

Для определения вида кривой разгона инерционного звена 2 порядка решается характеристическое уравнение представленного дифференциального уравнения

$$T_2 \cdot z^2 + T_1 \cdot z + 1 = 0$$

Корни характеристического уравнения :

$$z_{1,2} = \frac{-T_1 \pm \sqrt{T_1^2 - 4T_2}}{2T_2}$$

При различных значениях  $T_1$  и  $T_2$  возможно появление следующих вариантов решения характеристического уравнения:

1) Если  $D \geq 0$ , то решение характеристического уравнения имеет вид:

$x_{ввх}^{св} = A_1 \cdot e^{z_1 t} + A_2 \cdot e^{z_2 t}$ , что соответствует аperiodическому звену второго порядка.

2) Если  $D < 0$ , то корни характеристического уравнения записываются в виде комплексных чисел  $z_{1,2} = \alpha \pm i\omega$ , а решение имеет вид:

$x_{ввх}^{св} = e^{2t} (A_1 \sin \omega t + A_2 \cos \omega t)$ , что соответствует колебательному звену второго порядка.

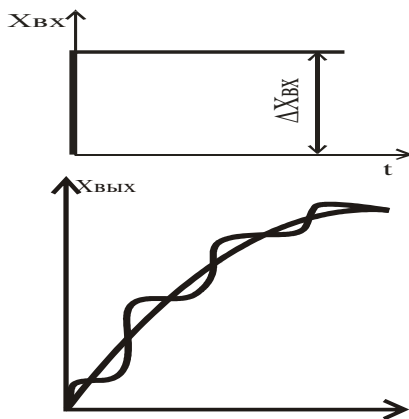


Рисунок 2.13 – Динамические характеристики инерционного звена второго порядка.

Передаточная функция звена:

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + T_1 p + 1}$$

Для того, чтобы получить частотные характеристики, в уравнение передаточной функции вместо  $p$  нужно подставить  $i\omega$ :

Амплітудо – фазова характеристика  $W(i\omega) = \frac{k}{T_2^2(i\omega)^2 + iT_1\omega + 1}$ .

Після перетворення вираз приймає вигляд:

$$W(i\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T_2^2\omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}} e^{-i \arctg \left( \frac{T_1\omega}{1-T_2^2\omega^2} \right)}$$

АЧХ  $A(\omega) = \frac{k}{\sqrt{(1-T_2^2\omega^2)^2 + (T_1\omega)^2}}$

ФЧХ  $\varphi(\omega) = \frac{T_1\omega}{1-T_2^2\omega^2}$ .

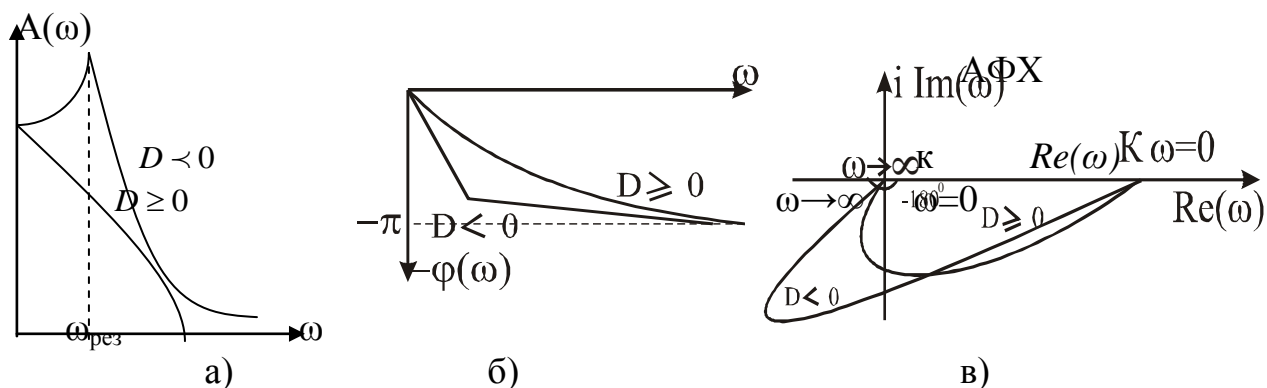


Рисунок 2.14 - Частотные характеристики аperiodического звена второго порядка: а – АЧХ; б – ФЧХ; в – АФХ.

Для колебательных звеньев амплитудно-частотная характеристика имеет пик на частоте, которая называется резонансной.

В инерционных звеньях второго порядка выходной сигнал всегда отстает по фазе от входного и максимум отставания  $\varphi = -\pi$ .

### 6. Звено транспортного запаздывания

Это такое звено, у которого выходной сигнал полностью повторяет входной сигнал, но спустя некоторое время  $\tau$  (время транспортного запаздывания)

$$x_{вых}(t) = x_{вх}(t - \tau)$$

Передавальна функція ланки:

$$W(p) = e^{-\tau p}$$

Амплітудо - фазова характеристика:

$$W(i\omega) = 1 \cdot e^{-i\omega\tau}$$

$A(\omega) = 1$ . При любой частоте входного сигнала амплитуда выходного равна единице.

$\varphi(\omega) = -\omega\tau$ . Чем больше транспортное запаздывание, тем больше отставание по фазе выходного сигнала.

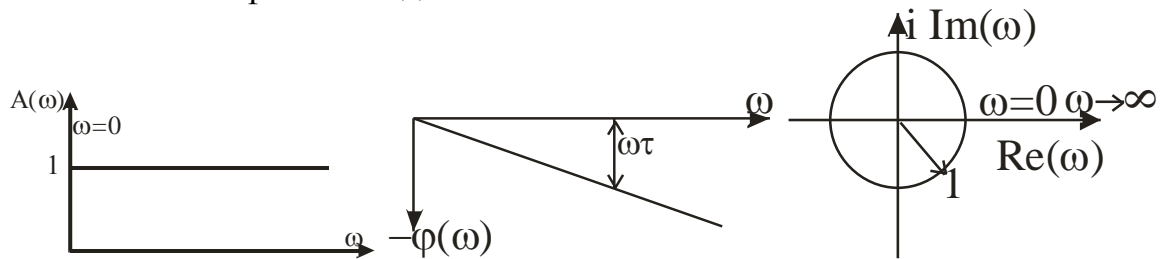


Рисунок 2.15 - Частотные характеристики звена транспортного запаздывания: а – АЧХ; б – ФЧХ; в – АФХ.

## 2.6 Соединение звеньев

С помощью элементарных звеньев, соединенных между собой определенным образом, можно построить структурную схему линейной САУ с заданными свойствами.

Различают следующие соединения:

### 1. Последовательное соединение

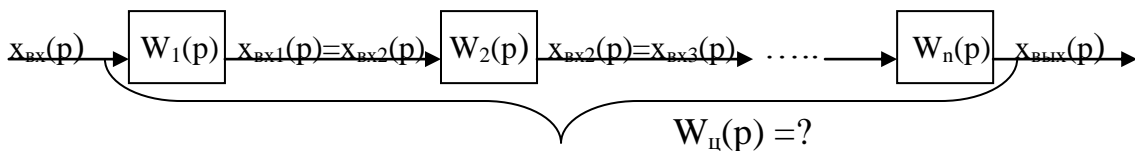


Рисунок 2.15 – Последовательное соединение звеньев.

Особенность такого соединения заключается в том, что выходной сигнал  $n$ -го звена является одновременно входным для звена  $(n+1)$ . Исходя из этого, выходной сигнал цепи последовательно соединенных звеньев записывается следующим образом:

$$x_{вых}(p) = x_{вх}(p) \cdot W_1(p) \cdot W_2(p) \cdot \dots \cdot W_n(p)$$

Таким чином, можна зробити висновок, що передавальна функція ланцюга :

$$W_{ц}(p) = \sum_{k=1}^n W_k(p)$$

При последовательном соединении звеньев общая передаточная функция цепи равна произведению передаточных функций отдельных звеньев.

Если свойства звеньев заданы с помощью частотных характеристик, тогда:

$$W_{ц}(i\omega) = W_1(i\omega) \cdot W_2(i\omega) \cdot \dots \cdot W_n(i\omega) = A_1(\omega)e^{i\varphi_1(\omega)} \cdot A_2(\omega)e^{i\varphi_2(\omega)} \cdot \dots \cdot A_n(\omega)e^{i\varphi_n(\omega)}$$



После преобразования

$$W_y(i\omega) = A_1(\omega) \cdot A_2(\omega) \cdot \dots \cdot A_n(\omega) \cdot e^{i[\varphi_1(\omega) + \varphi_2(\omega) + \dots + \varphi_n(\omega)]}$$

Таким образом, при последовательном соединении амплитудно-частотные характеристики отдельных звеньев суммируются, а фазо-частотные характеристики складываются.

2. *Параллельное соединение звеньев* - такое соединение, при котором входной сигнал подается на вход нескольких звеньев, а выходные сигналы алгебраически суммируются.

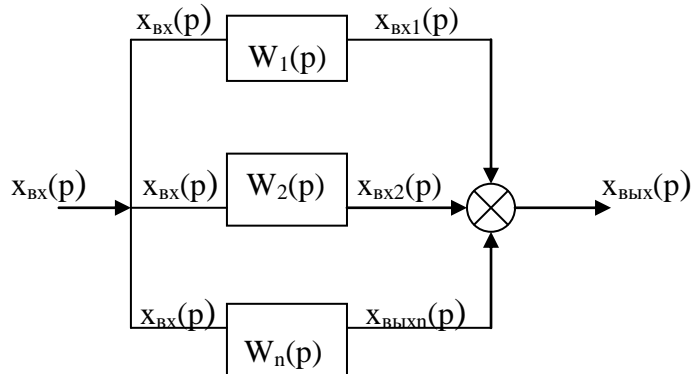


Рисунок 2.16 – Параллельное соединение звеньев.

Выходной сигнал в этом случае определяется выражением:

$$\begin{aligned} x_{\text{вых}}(p) &= x_{\text{вых1}}(p) + x_{\text{вых2}}(p) + x_{\text{выхn}}(p) = \\ &= x_{\text{вх}}(p) \cdot W_1(p) + x_{\text{вх}}(p) \cdot W_2(p) + x_{\text{вх}}(p) \cdot W_n(p) \end{aligned}$$

А передавальна функція ланцюга:

$$W(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = W_1(p) + W_2(p) + W_n(p) = \sum_{k=1}^{k=n} W_k(p)$$

При параллельном соединении звеньев общая передаточная функция цепи равна алгебраической сумме передаточных функций отдельных звеньев.

Если динамика звеньев задана с помощью частотных характеристик, то АФХ цепи определяется как геометрическая сумма АФХ отдельных звеньев:

$$W_y(i\omega) = A_1(\omega)e^{i\varphi_1(\omega)} + A_2(\omega)e^{i\varphi_2(\omega)} + \dots + A_n(\omega)e^{i\varphi_n(\omega)}$$

### 3. *Встречно-параллельное соединение звеньев (с обратной связью)*

Так как типовые звенья обладают свойством детектируемости (однонаправленности), то с помощью только последовательного и параллельного соединений нельзя создать в структуре САУ замкнутые контуры.

Встречно-параллельное соединение звеньев – это такое соединение, при котором сигнал с выхода одного звена с помощью другого звена подается на вход первого звена.

Такое соединение называется системой.

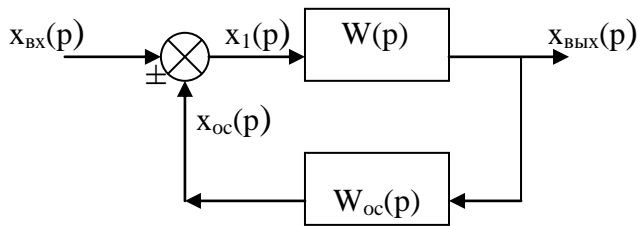


Рисунок 2.17 – Встречно параллельное соединение звеньев:  $W_{oc}(p)$  - передаточная функция звена обратной связи;  $x_{oc}(p)$  – сигнал обратной связи.

Обратная связь может быть положительной и отрицательной. При положительной обратной связи  $X_1 = X_{вх} + X_{ос}$ , при отрицательной обратной связи  $X_1 = X_{вх} - X_{ос}$ .

Передаточная функция системы:

$$W_c(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} \text{ -- ?}$$

$$\frac{x_1(p)}{x_{вых}(p)} = \frac{x_{вх}(p)}{x_{вых}(p)} \pm \frac{x_{ос}(p)}{x_{вых}(p)}$$

$$\frac{1}{W(p)} = \frac{1}{W_c(p)} \pm W_{oc}(p)$$

$$W_{oc}(p) \mp \frac{1}{W(p)} = \frac{1}{W_{oc}(p)}$$

$$W_c(p) = \frac{W(p)}{1 \mp W_{oc}(p) \cdot W(p)}$$

При встречно-параллельном соединении звеньев общая передаточная функция системы равна дроби, в числителе которой находится передаточная функция цепи, заключенная между входом и выходом системы в направлении подачи сигнала, а в знаменателе всегда стоит «1 +» в случае отрицательной обратной связи, или «1 –» в случае положительной обратной связи, передаточная функция разомкнутой системы.

## 2.7 Типовые динамические характеристики объектов регулирования

Динамические характеристики объектов могут быть представлены с помощью дифференциальных уравнений, передаточных функций, частотных характеристик и чаще всего, с помощью экспериментально снятых временных характеристик – кривых разгона. Особенностью теплоэнергетических объектов регулирования является то, что кривые

разгона являются монотонными плавными функциями времени. В общем случае объект регулирования характеризуется набором выходных величин.

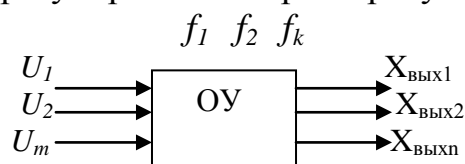


Рисунок 2.18 – Объект управления:  $X_{\text{вых}}$  – величины, характеризующие состояние объекта;  $U$  – управляющие воздействия;  $f$  – возмущения.

По числу выходных величин объекты бывают одно-, двух-, и  $n$ -мерные.

Для возможности математического описания объект разбивается на отдельные каналы воздействия, для которых и определяются кривые разгона. Когда объект нельзя разбить на отдельные каналы или каналы взаимосвязаны – математическое описание объектов усложняется.

Объект представляется в виде простейших звеньев, каждое из которых характеризуется входной и выходной величинами.

Для этого простейшего звена кривые разгона могут быть двух видов:

а) статический (с самовыравниванием)

Статический объект аппроксимируется аperiodическим звеном первого порядка, соединенным последовательно со звеном транспортного запаздывания.

$$W(p) = \frac{k_{об}}{T_{об} \cdot p + 1} \cdot e^{-\tau_{об} \cdot p}$$

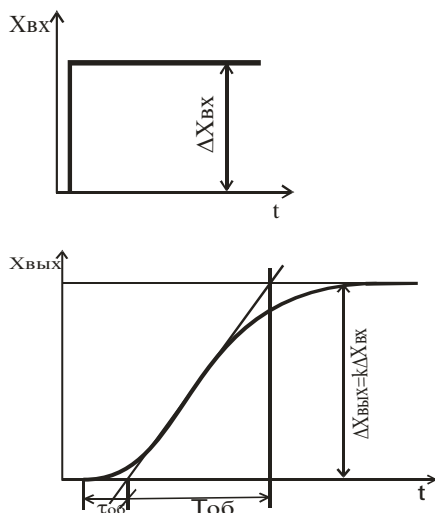
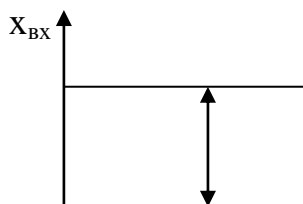


Рисунок 2.19 - Динамическая характеристика статического звена

Задача нахождения передаточной функции объекта (математического описания) называется *задачей идентификации*.

б) астатический (без самовыравнивания)



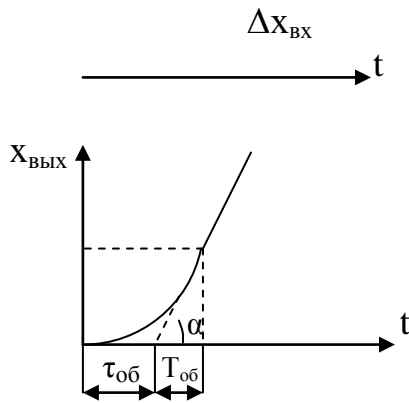


Рисунок 2.20 - Динамическая характеристика астатического звена

Условный коэффициент передачи объекта:  $\bar{k}_{об} = \frac{1}{T_{об}} = tg \alpha$ ,

где  $\bar{T}_{об}$  - условная постоянная времени.

Астатические объекты аппроксимируются последовательно соединенными интегрирующим и звеном транспортного запаздывания:

$$W_{об}(p) = \frac{1}{T_{об} \cdot p} \cdot e^{-\tau_{об} \cdot p} = \frac{\bar{k}_{об}}{p} \cdot e^{-\tau_{об} \cdot p}$$

## 2.8 Регуляторы

*Регулятором* называется управляющее устройство, включенное в цепь отрицательной обратной связи по отношению к объекту и воздействующее на объект таким образом, что обеспечивается требуемое значение выходной величины объекта независимо от приложенных возмущений.

На рис. 25 приведена общая схема автоматического управления, в которой элементарные звенья разделены по выполняемым функциям.

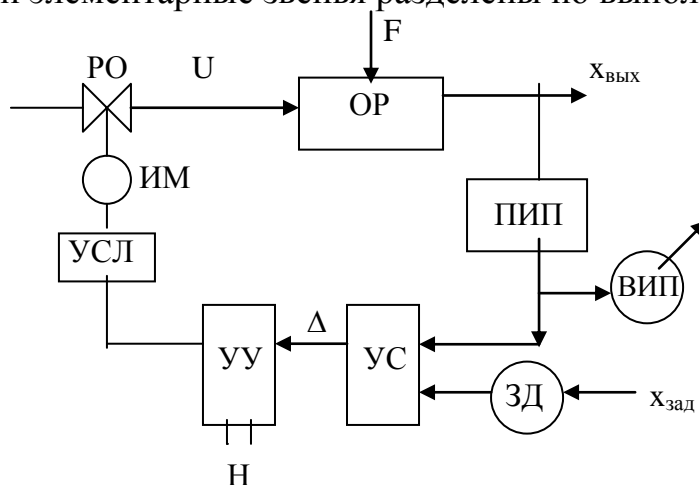


Рисунок 2.22 - Функциональная схема системы автоматического регулирования: ПИП - первичный измерительный преобразователь

(термопара, датчик анализатора); *ВИП* – вторичный измерительный прибор для возможного визуального контроля; *H* – настройки; *OP* – объект регулирования; *ЗД* – задатчик, орган, с помощью которого в систему вводится требуемое значение регулируемой величины; *УС* – устройство сравнения; *УУ* – управляющее устройство (регулятор); *УСЛ* – усилитель; *ИМ* – исполнительный механизм; *РО* – регулирующий орган.

Представленная схема работает следующим образом: сигнал, характеризующий состояние объекта ( $X_{\text{вых}}$ ), с помощью первичного преобразователя преобразуется из неэлектрического в электрический. Далее этот сигнал передается одновременно на вторичный показывающий прибор для мониторинга и устройство сравнения. Для оценки состояния объекта текущий сигнал сравнивается с другим сигналом, который определяет желаемое состояние объекта. Этот сигнал называется заданием и вводится в устройство сравнения с помощью задатчика. Задание может быть установлено оператором вручную или быть получено от ЭВМ. Устройство сравнения формирует сигнал рассогласования  $\Delta = X_{\text{зад}} - X_{\text{вых}}$ , поступающий на управляющее устройство, где формируется управляющее воздействие  $U$ . Т.к. этот сигнал очень слабый, то перед исполнительным механизмом ставится усилитель мощности. Регулирующий орган изменяет материальный или энергетический поток, поступающий в объект регулирования.

Регулятором в схеме является управляющее устройство.

Уравнение, которое устанавливает взаимосвязь во времени между входной величиной регулятора  $\Delta(p)$  и выходной величиной  $U(p)$ , называется *законом регулирования* или *алгоритмом управления*.

Алгоритм управления реализуется в регуляторе с помощью настроек.

## 2.9 Типовые законы (алгоритмы) регулирования

Существуют следующие типовые законы регулирования:

### 1. Пропорциональный или П-закон регулирования

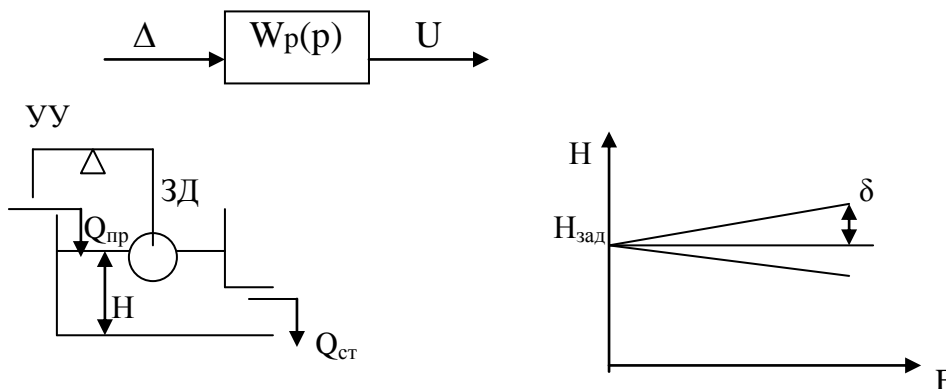


Рисунок 2.23 - Иллюстрация пропорционального закона регулирования:  $\delta$  - неравномерность регулирования или статическая ошибка.

На рис. 2.22 представлен поплавковый регулятор уровня, предложенный И.И. Ползуновым в 1865 г. При изменении уровня происходит перемещение рычагов относительно точки равновесия и изменяется количество подаваемой воды. В схеме существует жесткая зависимость между уровнем и положением регулирующего органа. Роль задатчика выполняет тяга, настройкой регулятора является положение опоры. По сравнению со схемой, представленной на рис. 2.22, здесь отсутствуют усилитель и исполнительный механизм.

Регуляторы, в которых перемещение регулирующего органа осуществляется за счет мощности, развиваемой в измерительной цепи, называются *регуляторами прямого действия*.

Выходная величина регулятора (управляющее воздействие)  $U$  определяется уравнением:

$$U = k_{рег} \cdot \Delta$$

а передаточная функция регулятора  $W(p) = k_{рег}$ .

Достоинства: 1. Быстро включается в работу (безинерционный);

2. Имеет одну настройку  $K_{рег}$ .

Недостаток: наличие статической ошибки.

### 2. Интегральный или И-закон регулирования

Алгоритм управления реализует уравнение:

$$U = \varepsilon \int \Delta dt$$

В И-регуляторе при появлении сигнала рассогласования меняется скорость перемещения регулирующего органа  $\frac{dU}{dt} = \varepsilon \cdot \Delta$ ,

где  $\varepsilon$  – скорость регулирования или коэффициент передачи.

Достоинства: 1. Отсутствие статической ошибки;

2. Имеет одну настройку  $\varepsilon$ .

Недостаток: регулирование затягивается во времени.

3. *ПИ (пропорционально-интегральный или изодромный) закон регулирования* реализует алгоритм управления:

$$U = k_{рег} \cdot \Delta + \varepsilon \int \Delta dt = k_{рег} \left( \Delta + \frac{1}{T_{и}} \int \Delta dt \right)$$

где  $k_{рег}$  – коэффициент передачи регулятора;

$T_{и}$  – время изодрома.

В данном регуляторе совмещены достоинства П-регулятора (быстродействие) и И-регулятора (отсутствие статической ошибки).

$$W_{рег}(p) = \frac{U(p)}{\Delta(p)} = k_{рег} \cdot \left( 1 + \frac{1}{T_{и} \cdot p} \right)$$

Структурная схема представляет собой два параллельно включенных звена: пропорциональное звено и интегрирующее звено. При возникновении сигнала рассогласования ПИ-регулятор в первый момент времени работает как пропорциональный (быстро включается в работу и уменьшает рассогласование), а затем как интегральный (компенсирует статическую ошибку) регулятор.

4. ПИД (пропорционально-интегрально-дифференциальный или изодромный регулятор с предварением)

Алгоритм управления представляется уравнением:

$$U = k_{рег} \left( \Delta + \frac{1}{T_i} \int_0^{\infty} \Delta dt + T_d \frac{d\Delta}{dt} \right)$$

где  $k_{рег}$  – коэффициент передачи регулятора;

$T_i$  – время изодрома;

$T_d$  – время дифференцирования (предварения).

Достоинство: высокое качество регулирования.

Недостаток: 3 настройки, требуется предварительный расчет настроек.

Перед практическим использованием регуляторов производят градуировку настроечных параметров регулятора. Градуировка производится путем снятия ряда кривых разгона регулятора при различных настройках.

## 2. 10 Вопросы для самопроверки

1. Что называется элементарным звеном?
2. Что называется статической характеристикой?
3. Как делятся звенья по виду статической характеристики?
4. Какое звено называется астатическим?
5. Что называется динамической характеристикой?
6. Какие бывают виды входных воздействий на звено?
7. Что называется кривой разгона? Какие характеристики звена она отображает?
8. Что называется передаточной функцией звена?
9. Как теоретически получить частотную характеристику звена?
10. Перечислите виды частотных характеристик звена.
11. Перечислите и охарактеризуйте типовые звенья.
12. Каким образом соединяются типовые звенья? Как связаны между собой передаточные функции и частотные характеристики цепочки и входящих в нее звеньев?
13. Что называется регулятором?
14. Что называется алгоритмом (законом) регулирования? Перечислите стандартные законы регулирования.
15. Охарактеризуйте типовые объекты управления.