Понятие структурной устойчивости. АФЧХ астатических САУ

САУ может быть неустойчивой по двум причинам: неподходящий состав динамических звеньев и неподходящие значения параметров звеньев.

САУ, неустойчивые по первой причине называются *структурно неустойчивыми*. Это означает, что изменением параметров САУ нельзя добиться ее устойчивости, нужно менять ее структуру.

Например, если САУ состоит из любого количества инерционных и колебательных звеньев, она имеет вид, показанный на рис.72. При увеличении коэффициента усиления САУ K каждая точка ее АФЧХ удаляется от начала координат, пока при некотором значении $\mathbf{K_{крит}}$ АФЧХ не пересечет точку (**-1, j0**). При дальнейшем увеличении **K**, САУ будет неустойчива. И наоборот, при уменьшении **K** такую САУ в принципе возможно сделать устойчивой, поэтому ее называют *структурно устойчивой*.

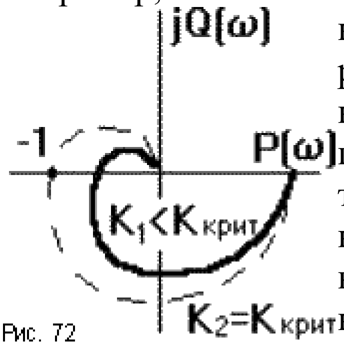

Рис. 72

Если САУ астатическая, то при ее размыкании характеристическое уравнение можно представить в виде: $\mathbf{p^{\nu}D_1p(p) = 0}$, где **n** - *порядок астатизма*, равный количеству последовательно включенных интеграторов. Это уравнение имеет нулевые корни, поэтому при $\omega \to 0$, АФЧХ стремится к ∞(рис.71в и 71г).

Например, пусть $\mathbf{W_p(p)} = \dfrac{\mathbf{K}}{\mathbf{p(Tp+1)}}$, здесь $\nu = 1$, тогда АФЧХ разомкнутой САУ:

$$\mathbf{W(j\omega)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{j\omega(j\omega T+1)}} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{j\omega - \omega^2 T}} = \frac{\mathbf{K\omega^2 T - jK\omega}}{\mathbf{\omega^2 + \omega^4 T^2}} = \mathbf{P(\omega) + jQ(\omega).}$$

Так как порядок знаменателя больше порядка числителя, то при $\omega \to \mathbf{0}$ имеем $\mathbf{P(\omega)} \to -\infty$, $\mathbf{Q(\omega)} \to -\mathbf{j}\infty$. Подобная АФЧХ представлена на рис.73.

Так как АФЧХ терпит разрыв, трудно сказать, охватывает ли она точку **(-1,j0)**. В этом случае пользуются следующим приемом: если АФЧХ терпит разрыв, уходя в бесконечность при $\omega \to \mathbf{0}$, ее дополняют мысленно полуокружностью бесконечного радиуса, начинающейся на положительной вещественной полуоси и

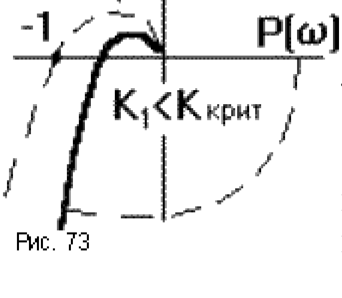

Рис. 73

продолжающейся до АФЧХ в отрицательном направлении. После этого можно применить критерий Найквиста. Как видно из рисунка, САУ, имеющая одно интегрирующее звено, является структурно устойчивой.

Если САУ имеет два интегрирующих звена (порядок астатизма ν **= 2**), ее АФЧХ

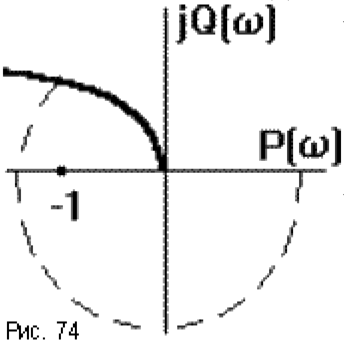

Рис. 74

уходит в бесконечность во втором квадранте (рис.74). Например, пусть $\mathbf{W_p(p)} = \dfrac{\mathbf{K}}{\mathbf{p^2(Tp+1)}}$, тогда АФЧХ САУ:

$$\mathbf{W(j\omega)} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{(j\omega)^2(j\omega T+1)}} = \frac{\mathbf{K}}{\mathbf{-\omega^2 - j\omega^3 T}} = \frac{\mathbf{-K\omega^2 + jK\omega^3 T}}{\mathbf{\omega^4 + \omega^6 T^2}} = \mathbf{P(\omega) + jQ(\omega).}$$

При $\omega \to$ **0** имеем $\mathbf{P(\omega) \to -\infty}$, $\mathbf{Q(\omega) \to + j\infty}$**.** Такая САУ не будет устойчива ни при каких значениях параметров, то есть она структурно неустойчива.

Структурно неустойчивую САУ можно сделать устойчивой, включив в нее корректирующие звенья (например, дифференцирующие или форсирующие) или изменив структуру САУ, например, с помощью местных обратных связей.

10.2. Понятие запаса устойчивости

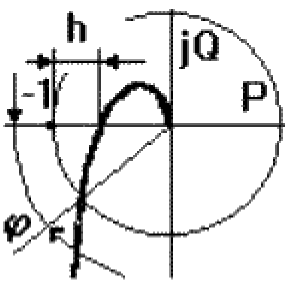

Рис. 75

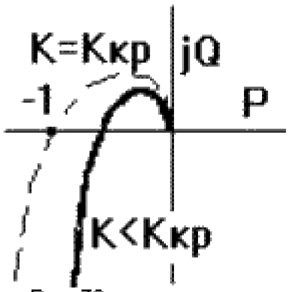

Рис. 76

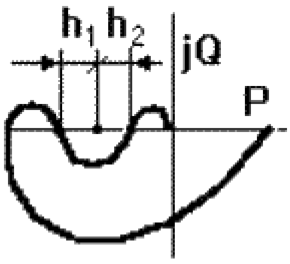

Рис. 77

В условиях эксплуатации параметры системы по тем или иным причинам могут меняться в определенных пределах (старение, температурные колебания и т.п.). Эти колебания параметров могут привести к потере устойчивости системы, если она работает вблизи границы устойчивости. Поэтому стремятся спроектировать

САУ так, чтобы она работала вдали от границы устойчивости. Степень этого удаления называют *запасом устойчивости*.

Согласно критерия Найквиста, чем дальше АФЧХ от критической точки **(-1, j0)**, тем больше запас устойчивости. Различают запасы устойчивости по модулю и по фазе.

Запас устойчивости по модулю характеризует удаление годографа АФЧХ разомкнутой САУ от критической точки в направлении вещественной оси и определяется расстоянием **h** от критической точки до точки пересечения годографом оси абсцисс (рис.75).

Запас устойчивости по фазе характеризует удаление годографа от критической точки по дуге окружности единичного радиуса и определяется углом φ между отрицательным направлением вещественной полуоси и лучом, проведенным из начала координат в точку пересечения годографа с единичной окружностью.

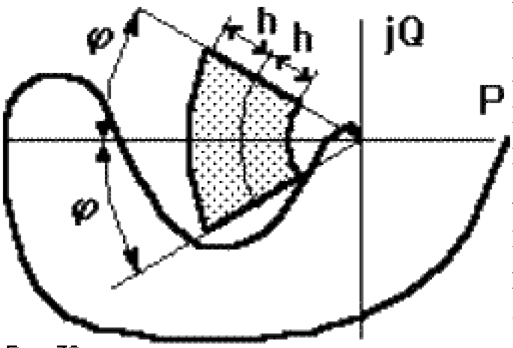

Рис. 78

Как уже отмечалось, с ростом коэффициента передачи разомкнутой САУ растет модуль каждой точки АФЧХ и при некотором значении **K = K**$_{кр}$ АФЧХ пройдет через критическую точку (рис.76) и попадет на границу устойчивости, а при **K > K**$_{кр}$ замкнутая САУ станет неустойчива. Однако в случае "клювообразных" АФЧХ (получаются из-за наличия внутренних обратных связей) не только увеличение, но и уменьшение **K** может привести к потере устойчивости замкнутых САУ (рис.77). В этом случае запас устойчивости определяется двумя отрезками $\mathbf{h_1}$ и $\mathbf{h_2}$, заключенными между критической точкой и АФЧХ.

Обычно при создании САУ задаются требуемыми запасами устойчивости **h** и φ, за пределы которых она выходить не должна. Эти пределы выставляются в виде сектора, вычерчиваемого вокруг критической точки, в который АФЧХ разомкнутой САУ входить не должна (рис.78).

Пример

пределить запас устойчивости по амплитуде и по фазе.

1. Запасом устойчивости по амплитуде называется число, которое показывает во сколько раз нужно изменить коэффициент передачи разомкнутой системы для того чтобы не изменяя фазового сдвига вывести его на границу устойчивости.

Запас по ампитуде $\Delta K = \frac{1}{A} = \frac{1}{|W(j\omega *)|}$

где ω* - частота при которой фазовый сдвиг в системе достигает значения – π.

При ω* мнимая часть = 0 т.е.

$\Im m\, W(j\omega *) = 0 \;\; \omega * \neq 0 \;\; \omega * = 25{,}878$

Тогда $|W(j\omega *)|$=0,6337 ⇒ $\Delta К = \frac{1}{0{,}6337} = 1{,}578$

ΔL – запас устойчивости по амплитуде в дБ.

ΔL-3,96 дб

2. Запас устойчивости по фазе называется числом которое показывает на сколько нужно увеличить фазовый сдвиг разомкнутой системы для того чтобы не изменяя коэффициент передачи вывести ее на график устойчивости.

Запас устойчивости ΔQ=π+Q(ωср) где ωср –часть среза.

$|W(j\omega ср)| = 1 \Rightarrow \sqrt{\mathrm{Re}^2(\omega ср) + \Im^2\,(\omega ср)} = 1$

$\omega ср = 20{,}56$

Q$(\omega ср) = arctg\frac{\Im(\omega ср)}{\mathrm{Re}(\omega ср)} = arctg\frac{-0{,}213}{-0{,}978} = arctg 0{,}2178$

Q$(\omega ср) = 12{,}286^{\circ}$

Тогда ΔQ= $-12{,}286^{\circ}$

Запас по фазе составляет: $-12{,}286^{\circ}$

3. Влияние на устойчивость параметров и структуры сау

1. Изменение коэффициента усиления САР.

Для главной цели характерным является последовательное соединение звеньев $W(p) = W_1(p)W_2(p)... = k\phi'(p) + jk\psi(p)$ причем коэффициент усиления САР $k = k_1 \cdot k_2 \cdots$ находится в числителе передаточной функции.

Увеличение k увеличивает $j(\varpi)$и$f(\varpi)$и расширяет АФХ, приближая ее к критической точке (-1, j0).

При значительном увеличении коэффициента усиления САР может стать неустойчивой.

2. **Влияние на устойчивость последовательного включения апериодического звена.**

$$\underline{A = A_c A_{зв}} \quad \underline{\theta = \theta_c + \theta_p}$$

Для апериодического звена фаза $\theta_з = -arctg(\varpi T)$, т.е. при построении результирующей АФХ каждый из векторов надо поворачивать на угол *$q_з$* и одновременно увеличивать модуль $R_у = R_c + R_{зв}$. При этом все точки АФХ приблизятся к критической *(-1,j0)* и устойчивость САР уменьшиться.

Вывод: чем больше постоянная времени звена *T*, тем больше будет *$Q_з$*, больше разворот АФХ к критической точке, больше склонность САР к неустойчивости.

То же будет и при включении последовательно с системой нескольких апериодических звеньев.

Последовательное включение в главную цепь устойчивого звена второго порядка подобно поведению САР при включении двух апериодических звеньев, т.к.

$$(1 + pT_1)(1 + pT_2) = T_1 T_2 p^2 + (T_1 + T_2)p + 1.$$

В статической САР отсутствуют интегрирующие звенья. Тогда при *ϖ=0* точка АФХ лежит на положительном луче вещественной оси, т.к.

$W(j\varpi) = \dfrac{k(1 + j\varpi T_3)...}{(1 + j\varpi T_1)(1 + j\varpi T_2)...}$, т.е. при *$\varpi$=0, W(j$\varpi$)=k*.

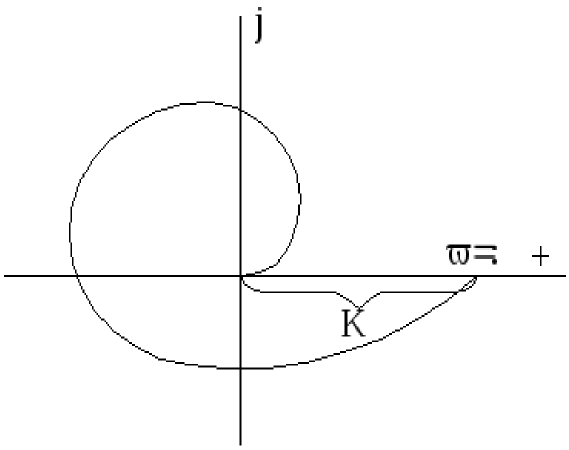

Рисунок 6.13 Влияние коэффициента усиления на точку ϖ=0

При включении последовательно со статической САР интегрирующего звена $W(j\varpi)=\frac{k}{j\varpi}$ и $\theta_{min}=-\frac{\pi}{2}$ каждый из векторов системы, определяемый скобками, повернется на угол $-\frac{\pi}{2}$.

$$W(j\varpi)=\frac{k_1k(1+j\varpi T_3)}{j\varpi(1+j\varpi T_1)(1+j\varpi T_2)}=-j\frac{k_1k(1+j\varpi T_3)}{\omega(1+j\varpi T_1)(1+j\varpi T_2)}$$

и при $\varpi=0$ $W(j\varpi)=$ -j¥, т.е. при малых положительных значениях ϖ АФХ располагается в III квадранте и при *w®0* уходит в-*j¥*. Такая система с одним интегрирующим звеном называется САР с астатизмом первого порядка.

Вывод: последовательное включение в систему интегрирующего звена резко ухудшает устойчивость САР.

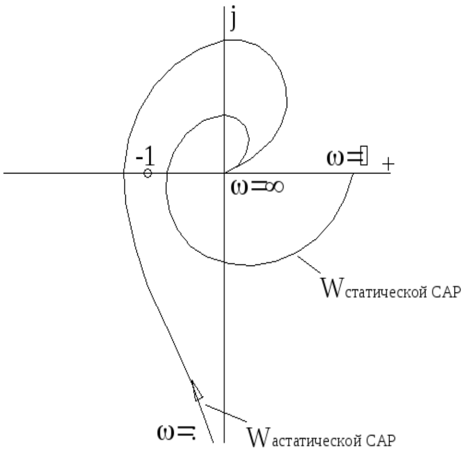

Рисунок 6.14 Различия между АФЧХ статической и астатической систем

3. **Включение последовательно со статической сар двухкратноинтегрирующих звеньев.**

При включении последовательно со статической САР двухкратноинтегрирующих звеньев получается САР с астатизмом второго порядка:

$$W(j\varpi)=\frac{k_1k(1+j\varpi T_3)}{(j\varpi)^2(1+j\varpi T_1)(1+j\varpi T_2)}=-\frac{k_1k(1+j\varpi T_3)}{\varpi^2(1+j\varpi T_1)(1+j\varpi T_2)}$$

при малых значениях ϖ АФХ располагается уже во втором квадранте и при $\varpi=0$ $W(j\varpi)=-\infty$.

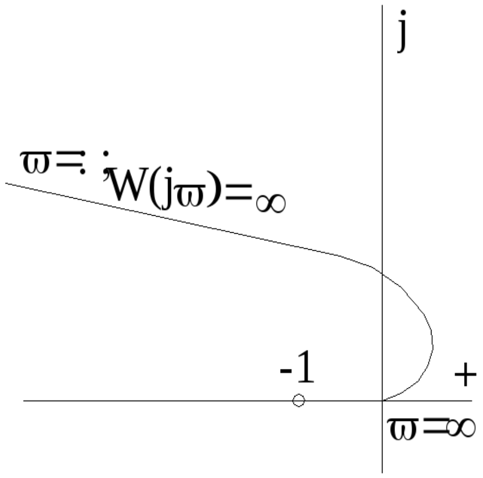

Рисунок 6.15 АФХ двукратно интегрирующей системы

Вывод: при включении последовательно со статической САР двухкратноинтегрирующих звеньев АФХ полученной САР всегда охватывает точку *(-1,j0)*и САР будет неустойчивой при любых параметрах системы. Это явление носит название структурной неустойчивости САР.