Интегрирование (14.134) по всем частотам в соответствии с (14.129) дает средний квадрат ошибки

$$\overline{x^2}(i)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|\Phi_x^*(j\lambda)\right|^2 S_g^*(\lambda)d\lambda}{1+\lambda^2\dfrac{T^2}{4}}+\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\left|\Phi^*(j\lambda)\right|^2 S_n^*(\lambda)d\lambda}{1+\lambda^2\dfrac{T^2}{4}}. \qquad (14.135)$$

Подобным же образом могут быть найдены расчетные формулы и для других возможных случаев (см. §11.8).

Глава 15
ЦИФРОВЫЕ СИСТЕМЫ

§ 15.1. Общие сведения

Цифровой системой, как отмечалось в главе 1, называется система автоматического управления, в состав управляющего устройства которой включена цифровая вычислительная машина или специализированное цифровое вычислительное устройство. В дальнейшем будем сокращенно обозначать их как ЦВМ.

Непосредственно в целях управления ЦВМ используется для формирования программ управления (§ 2.1) и цифровой реализации алгоритмов управления (§ 2.2) или корректирующих средств (§ 10.1).

Как правило, целесообразно вводить ЦВМ в систему управления в тех случаях, когда для решения указанных задач требуется сложная обработка информации или выполнение таких операций, которые не могут быть осуществлены с требуемой точностью при помощи аналоговых средств (умножение, деление, преобразование координат и т. п.). Это относится, например, к программам наведения типа (2.8), нелинейным алгоритмам управления, алгоритмам самонастройки и другим.

Вместе с тем в ряде случаев вполне оправданной оказывается цифровая реализация линейных корректирующих средств, которые обычно выполняются с использованием R-, C-, L-элементов. Это связано с тем, что характеристики таких элементов изменяются с течением времени и под влиянием внешних факторов, а их надежность сравнительно невысока.

Помимо непосредственного участия в управлении объектом ЦВМ может выполнять такие операции, как контроль состояния элементов и устройств системы, самоконтроль и др.

В общем случае на ЦВМ может возлагаться решение задач с обслуживанием нескольких зависимых или независимых каналов управления с разделением функций управления между ними по времени или по приоритету [93].

Один из вариантов функциональной схемы цифровой системы автоматического управления при наличии двух каналов показан на рис. 15.1. Управляемые величины y_1

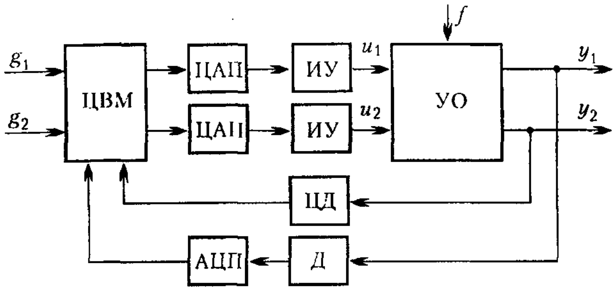

Рис. 15.1

и y_2 измеряются соответственно аналоговым датчиком Д и цифровым датчиком ЦД. Так как ЦВМ оперирует не с аналоговыми величинами (токами, напряжениями), а с числовыми (цифровыми) кодами, в систему вводится преобразователь аналоговой величины в цифровой код АЦП. Для связи ЦВМ с аналоговыми исполнительными устройствами *ИУ* используются преобразователи цифрового кода в аналоговые величины ЦАП. Задающие воздействия g_1 и g_2 формируются самой ЦВМ в виде программы управления или вводятся в нее извне. В последнем случае преобразования этих воздействий в цифровые коды осуществляется преобразователями АЦП. Функции сравнивающего устройства, как правило, возлагаются на ЦВМ. Кроме исполнительных устройств в систему могут входить и другие аналоговые устройства, например, усилители.

ЦВМ представляет собой устройство дискретного действия. Это связано с тем, что решение задач управления осуществляется в ней путем выполнения арифметических операций. Поэтому в отличие от непрерывных систем реализация ею (ЦВМ) алгоритма управления происходит не мгновенно, а за конечный промежуток времени τ. Иными словами если информация поступает на вход ЦВМ в момент времени $t = t_1$, то результат вычислений может быть получен лишь при $t = t_1 + \tau$. Величина τ зависит от сложности алгоритма и быстродействия ЦВМ. К ней добавляется еще и время, затрачиваемое на преобразования в ЦАП и АЦП.

Таким образом, результаты реализации алгоритма управления ЦВМ может выдавать лишь дискретно, т. е. в моменты времени $t = iT$, $i = 0, 1, 2, \ldots$, причем $T > \tau$. Значения τ и T могут быть различными для каждого из каналов.

На основании изложенного, структурную схему одного канала цифровой системы (при условии независимости этого канала от других) можно представить так, как показано на рис. 15.2. При этом полагается, что ЦВМ реализует линейный алгоритм управления, а суммарное время запаздывания τ отнесено к непрерывной части системы.

Процесс преобразования аналоговой величины $g(t)$ или $y(t)$ в цифровой код $\bar{g}$ или $\bar{y}$, осуществляемый АЦП, можно условно представить состоящим из трех операций: квантования по времени, квантования по уровню и кодирования.

Квантование по времени возникает из-за того, что информация вводится в АЦП по командам, поступающим от ЦВМ, лишь в моменты времени $t = iT$. На рис. 15.2 эту операцию выполняют ключи.

В процессе квантования по уровню весь диапазон изменения непрерывной величины, например $y(t)$, разбивается на μ_1 равных частей (квантов). Величина

$$\delta_1 = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{\mu_1} \tag{15.1}$$

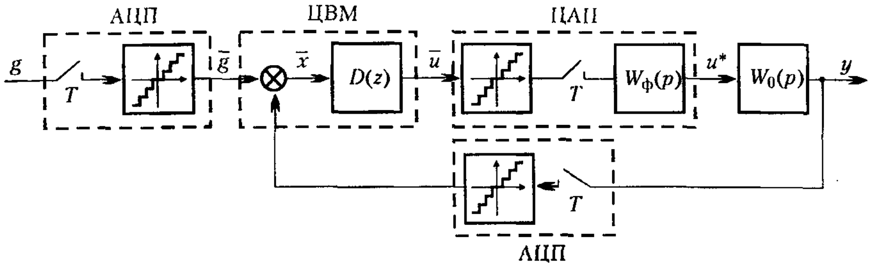

Рис. 15.2

по существу определяет разрешающую способность АЦП. В результате величина на выходе АЦП может принимать только определенные фиксированные значения, отличающиеся друг от друга на величину δ_1. На рис. 15.2 это отражено наличием звена с многоступенчатой релейной характеристикой.

В процессе кодирования каждому из μ_1 интервалов присваивается определенный двоичный код. Чтобы такое присвоение было однозначным, должно выполняться условие

$$\mu_1 = 2^{\alpha_1} - 1, \tag{15.2}$$

где α_1 — число двоичных разрядов (без учета знакового разряда). Тогда разрешающая способность (15.1)

$$\delta_1 = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{2^{\alpha_1} - 1}. \tag{15.3}$$

В преобразователях АЦП число разрядов обычно велико ($\alpha_1 \geqslant 10$). При $\alpha_1 = 10$ число ступеней нелинейной характеристики $\mu_1 = 1023$. Если, например, АЦП преобразует напряжение в код, а напряжение изменяется в пределах ±10 В, то разрешающая способность такого преобразователя согласно (15.3) $\delta_1 \approx 0{,}02$ В. Это означает, что нелинейностью АЦП можно пренебречь, заменив нелинейную характеристику линейной. Коэффициент передачи АЦП для линеаризованной характеристики

$$k_1 = 1/\delta_1. \tag{15.4}$$

ЦАП преобразует код $\bar{u}$, поступающий с выхода ЦВМ, в аналоговый сигнал u^*, обычно представляющий собой электрическое напряжение или ток.

В процессе преобразования каждому значению кода $\bar{u}$ ставится в соответствие определенное фиксированное (эталонное) значение непрерывного сигнала u, что означает наличие квантования по уровню и отражено на рис. 15.2 в виде многоступенчатой релейной характеристики. Число отличных от нуля разрешенных уровней

$$\mu_2 = 2^{\alpha_2} - 1, \tag{15.5}$$

где α_2 — число разрядов ЦАП.

В моменты времени $t = iT$ значения полученного непрерывного сигнала $u(iT)$ фиксируются и удерживаются на одном уровне в течение периода дискретности T (или части его), что соответствует наличию в ЦАП формирующего устройства с передаточной функцией $W_ф(p)$, имеющей вид (14.59) или (14.55).

Число разрядов серийно выпускаемых преобразователей кода в напряжение $\alpha_2 \geqslant 10$. Поэтому, как и у АЦП, нелинейностью статической характеристики ЦАП можно пренебречь. Коэффициент передачи для линеаризованной характеристики $k_2 = \delta_2$, где δ_2 — единица младшего разряда для выходной величины u.

ЦВМ формирует требуемый алгоритм управления или осуществляет дискретную коррекцию в виде вычислительной процедуры, задаваемой линейным разностным уравнением

$$q_0u(i+k) + q_1u(i+k-1) + ... + q_ku(i) = p_0x(i+s) + p_1x(i+s-1) + ... + p_sx(i),\ s \leqslant k, \quad (15.6)$$

где переменные u и x представляются в виде цифровых кодов.

Это уравнение по существу представляет собой рекуррентную формулу, позволяющую вычислять текущее значение управляющего воздействия $u(i)$ в зависимости от текущего значения ошибки $x(i)$, а также предшествующих значений ошибки и управляющего воздействия:

$$u(i) = \frac{1}{q_0}[-q_1u(i-1) - q_2u(i-2) - ... - q_ku(i-k) + p_0x(i+s-k) + \\ + p_1x(i+s-k-1) + ... + p_sx(i-k)]. \quad (15.7)$$

Из (15.7) видно, что в программу вычислений входят операции сложения и умножения на постоянные коэффициенты, а также операции запоминания результатов вычисления и значений ошибки на предшествующих шагах.

Применив к левым и правым частям уравнения (15.6) z-преобразование при нулевых начальных условиях (см. 14.3) получим передаточную функцию

$$D(z) = \frac{U(z)}{X(z)} = \frac{p_0z^s + p_1z^{s-1} + ... + p_s}{q_0z^k + q_1z^{k-1} + ... + q_k}, \quad (15.8)$$

которую в дальнейшем будем называть передаточной функцией ЦВМ.

С учетом всех сделанных выше допущений структурную схему цифровой системы (рис. 15.2) можно представить так, как показано на рис. 15.3.

Коэффициенты передачи АЦП и ЦАП, а также запаздывание τ здесь отнесены к непрерывной части системы. Погрешности, возникающие в результате замены много-

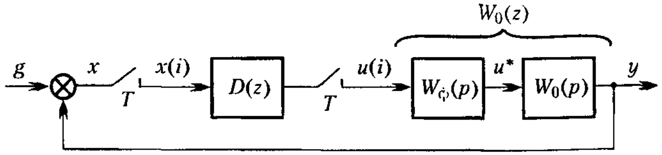

Рис. 15.3

ступенчатых релейных характеристик линейными в случае необходимости могут быть учтены в виде шумов [28].

Структурная схема (рис. 15.3) отличается от структурной схемы импульсной системы (рис. 14.7) лишь наличием дополнительного звена с передаточной функцией $D(z)$. Передаточная функция $W_0(z)$ в главе 14 обозначалась $W(z)$, так как она представляла собой передаточную функцию разомкнутой импульсной системы.

В тех случаях, когда запаздывание τ значительно меньше периода дискретности T, для определения $W_0(z)$ можно использовать формулы (14.60) или (14.58), а в противном случае — формулу (14.61). Модифицированная передаточная функция $W_0(z, \varepsilon)$ определяется по формуле (14.62).

Передаточная функция разомкнутой цифровой системы (рис. 15.3)

$$W(z) = D(z)\ W_0(z), \tag{15.9}$$

так как

$$Y(z) = W_0(z)\ U(z), \qquad U(z) = D(z)\ X(z).$$

Модифицированная передаточная функция разомкнутой системы

$$W(z, \varepsilon) = D(z)\ W_0(z, \varepsilon). \tag{15.10}$$

С учетом (15.9) и (15.10) передаточные функции замкнутой цифровой системы определяются из выражений (14.64), (14.65) и (14.77). Таким образом, на цифровые системы распространяются все методы исследования устойчивости и качества, рассмотренные в главе 14.

§ 15.2. Дискретные алгоритмы управления и дискретная коррекция

При непрерывном управлении реализация алгоритма управления (§ 2.2) и корректирующих средств (§ 10.1) осуществляется за счет введения в систему дополнительных устройств: тахогенераторов, интегрирующих приводов, R-, C-, L-цепей и т. п. В цифровых системах как алгоритмы управления, так и корректирующие средства реализуются программным путем в виде вычислительной процедуры, организованной в соответствии с разностным уравнением (15.7).

Разностное уравнение (15.7) может быть физически реализовано, если для вычисления значения управляющего воздействия в момент времени $t = iT$, т. е. $u(i)$, не требуются будущие значения ошибки, т. е. $x\ (i+1)$, $x\ (i+2)$,... Нетрудно убедиться, что это условие выполняется, если $s \leqslant k$. Если же например $s = k + 1$, то в правой части уравнения (15.7) появится слагаемое $p_0\, x(i\ + 1)$.

Применительно к передаточной функции ЦВМ (15.8) условие физической реализуемости выполняется, если степень полинома ее числителя не превышает степени полинома знаменателя.

Вообще говоря, в цифровой системе могут быть использованы и непрерывные алгоритмы управления или непрерывные корректирующие устройства. Тогда передаточная функция ЦВМ $D(z) = 1$. При этом цифровая система формально превращается в