

Приклади розв'язання задач до теми «Пряма на площині».

Приклад 1. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $M_0(-1,3)$ перпендикулярно вектору $\vec{n} = (3,4)$.

Розв'язання. За рівнянням (7.2)

$$3(x - (-1)) + 4(y - 3) = 0, \text{ або}$$

$$3x + 4y - 9 = 0.$$

Приклад 2. Знайти рівняння прямої. Яка проходить через точку $M_0(2,-5)$ паралельно вектору $\vec{a} = (-3,7)$.

Розв'язання. За рівнянням (7.3)

$$\frac{x-2}{-3} = \frac{y+5}{7},$$

$$7(x-2) = -3(y+5), \text{ або}$$

$$7x + 3y + 1 = 0.$$

Приклад 3. Записати рівняння прямої, яка проходить через точки $M_1(3,-6)$ і $M_2(5,2)$.

Розв'язання. За рівнянням (7.4)

$$\frac{x-3}{5-3} = \frac{y+6}{2+6},$$

$$\frac{x-3}{2} = \frac{y+6}{8}, \text{ або}$$

$$4x - y - 18 = 0.$$

Приклад 4. Знайти рівняння прямої, яка відтинає від осі Oy відрізок $b = 5$ і утворює кут $\alpha = 60^\circ$ з додатним напрямом осі Ox .

Розв'язання. Скористаємось рівнянням (7.5). Знайдемо кутовий коефіцієнт $k = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 60^\circ = \sqrt{3}$. Тоді $y = \sqrt{3}x + 5$ - рівняння шуканої прямої.

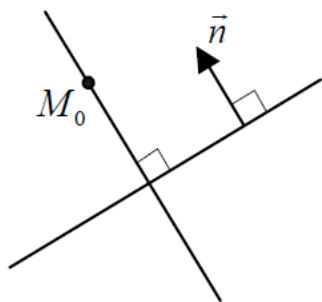
Приклад 5. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $M(-3,1)$ і утворює кут $\alpha = 30^\circ$ з додатним напрямом осі Ox .

Розв'язання. Скористаємось рівнянням (7.6). Знайдемо кутовий коефіцієнт $k = \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}$. Тоді $y - 1 = \frac{\sqrt{3}}{3}x - (-3)$, або $\sqrt{3}x - 3y + 12 = 0$.

Приклад 6. Знайти рівняння прямої, яка проходить через точку $M_0(-1, 4)$ і: а) перпендикулярна до прямої $2x - 3y + 6 = 0$; б) паралельна прямій $4x - 3y + 5 = 0$.

Розв'язання.

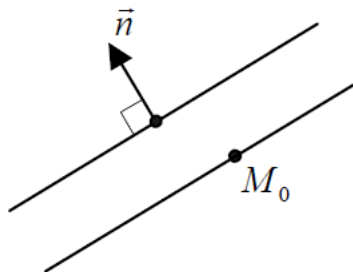
а) Якщо шукана пряма перпендикулярна до заданої прямої, то вона буде паралельною до її нормального вектора $\vec{n} = (2, -3)$,



тобто вектор $\vec{n}$ буде напрямним для шуканої прямої. Підставимо координати точки M_0 та вектора $\vec{n}$ в рівняння (7.3)

$$\frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-3}, \text{ або } -3x - 2y + 5 = 0.$$

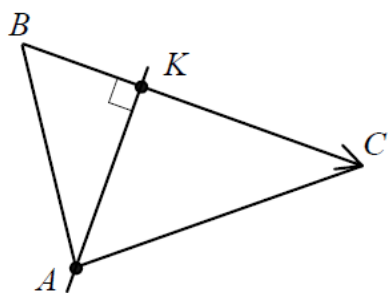
б) Якщо шукана пряма паралельна до заданої прямої $4x - 3y + 5 = 0$, то її нормальним вектором може бути вектор $\vec{n} = (4, -3)$.



Підставимо координати точки M_0 та вектора $\vec{n}$ в рівняння (7.2)

$$4(x+1) - 3(y-4) = 0, \text{ або } 4x - 3y + 16 = 0.$$

Приклад 7. В трикутнику, заданому вершинами $A(2, -3)$, $B(-5, 2)$, $C(1, 3)$ знайти рівняння висоти, проведеної з вершини A до сторони BC .



Розв'язання. Висота AK перпендикулярна до вектора $\overrightarrow{BC} = (6, 1)$ та проходить через точку A . Тому можемо скористатись рівнянням (7.2)

$$6 \cdot (x - 2) + 1 \cdot (y + 3) = 0, \text{ або } 6x + y - 9 = 0.$$

Приклад 8. Знайти кут між прямими

а) $-x + 5y + 4 = 0$ і $2x + 3y - 9 = 0$;

б) $y = \frac{1}{2}x + 5$ і $y = 3x - 8$

Розв'язання.

а) Знайдемо нормальні вектори заданих прямих: $\bar{n}_1 = (-1, 5)$ і $\bar{n}_2 = (2, 3)$. Тоді за формулою (7.7)

$$\cos \varphi = \frac{-1 \cdot 2 + 5 \cdot 3}{\sqrt{(-1)^2 + 5^2} \sqrt{2^2 + 3^2}} = \frac{13}{\sqrt{26} \sqrt{13}} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \quad \varphi = \arccos \frac{1}{\sqrt{2}} = 45^\circ.$$

б) Випишемо кутові коефіцієнти заданих прямих $k_1 = \frac{1}{2}$, $k_2 = 3$. Тоді за формулою (7.10)

$$\operatorname{tg} \varphi = \frac{3 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{2} \cdot 3} = \frac{\frac{5}{2}}{\frac{5}{2}} = 1, \quad \varphi = \operatorname{arctg} 1 = 45^\circ.$$

Приклад 10. Знайти відстань від точки $A(4, 3)$ до прямої $6x - 8y + 1 = 0$.

Розв'язання. За формулою (7.13)

$$d = \frac{|6 \cdot 4 - 8 \cdot 3 + 1|}{\sqrt{6^2 + (-8)^2}} = \frac{1}{\sqrt{100}} = \frac{1}{10}.$$