

Приклади розв'язання задач до теми «Похідна функції».

Приклад 1. Знайти похідну функції $y = 4x^7 - 8$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної різниці та таблицею похідних

$$y' = (4x^7 - 8)' = (4x^7)' - (8)' = 4 \cdot 7x^6 - 0 = 28x^6.$$

Приклад 2. Знайти похідну функції $y = \frac{4}{x} + 5x$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної суми та таблицею похідних

$$y' = \left(\frac{4}{x} + 5x \right)' = \left(\frac{4}{x} \right)' + (5x)' = 4 \cdot \left(-\frac{1}{x^2} \right) + 5 \cdot 1 = -\frac{4}{x^2} + 5$$

Приклад 3. Знайти похідну функції $y = 6x^8 - 7\sqrt{x}$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної різниці та таблицею похідних

$$y' = (6x^8 - 7\sqrt{x})' = (6x^8)' - (7\sqrt{x})' = 6 \cdot 8x^7 - 7 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} = 48x^7 - \frac{7}{2\sqrt{x}}$$

Приклад 4. Знайти похідну функції $y = 4\log_3 x - 6\arcsin x$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної різниці та таблицею похідних

$$y' = \frac{4}{x \ln 3} - \frac{6}{\sqrt{1-x^2}}$$

Приклад 5. Знайти похідну функції $y = (6x - 8) \cdot (3x^5 + 7x - 2)$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної добутку та таблицею похідних

$$\begin{aligned} y' &= (6x - 8)' \cdot (3x^5 + 7x - 2) + (6x - 8) \cdot (3x^5 + 7x - 2)' = \\ &= 6 \cdot (3x^5 + 7x - 2) + (6x - 8) \cdot (15x^4 + 7) = \\ &= 18x^5 + 42x - 12 + 90x^5 + 42x - 120x^4 - 56 = 108x^5 - 120x^4 + 84x - 68 \end{aligned}$$

Приклад 6. Знайти похідну функції $y = \frac{3x^4 + 7}{5 - 4x^2}$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної частки та таблицею похідних

$$\begin{aligned} y' &= \frac{(3x^4 + 7)'(5 - 4x^2) - (3x^4 + 7)(5 - 4x^2)'}{(5 - 4x^2)^2} = \\ &= \frac{12x^3 \cdot (5 - 4x^2) - (3x^4 + 7) \cdot (-8x)}{(5 - 4x^2)^2} = \frac{60x^3 - 48x^5 + 24x^5 + 56x}{(5 - 4x^2)^2} = \\ &= \frac{-24x^5 + 60x^3 + 56x}{(5 - 4x^2)^2}. \end{aligned}$$

Приклад 7. Знайти похідну функції $y = \cos 8x - 4\operatorname{tg}(5x + 3)$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної різниці, таблицею похідних та правилом диференціювання складеної функції

$$\begin{aligned} y' &= (\cos 8x - 4\operatorname{tg}(5x + 3))' = (\cos 8x)' - (4\operatorname{tg}(5x + 3))' = \\ &= -\sin 8x \cdot (8x)' - 4 \cdot \frac{1}{\cos^2(5x + 3)} \cdot (5x + 3)' = -8\sin 8x - 4 \cdot \frac{1}{\cos^2(5x + 3)} \cdot 5 = \\ &= -8\sin 8x - \frac{20}{\cos^2(5x + 3)} \end{aligned}$$

Приклад 8. Знайти похідну функції $y = 5^{3x-1} + (4x^2 - 5x + 1)^3$.

Розв'язання. Скористаємось правилом для похідної суми, таблицею похідних та правилом диференціювання складеної функції

$$\begin{aligned} y' &= (5^{3x-1})' + ((4x^2 - 5x + 1)^3)' = 5^{3x-1} \ln 5 \cdot (3x - 1)' + 3(4x^2 - 5x + 1)^2 (4x^2 - 5x + 1)' = \\ &= 5^{3x-1} \ln 5 \cdot 3 + 3(4x^2 - 5x + 1)^2 (8x - 5) \end{aligned}$$

Приклад 9. Знайти похідну функції $y = 6\operatorname{arctg}(9 - 3x^4)$.

Розв'язання. Скористаємось правилом диференціювання складеної функції

$$\begin{aligned}
 y = \left(6 \operatorname{arctg}(9 - 3x^4)\right)' &= 6 \cdot \frac{1}{1 + (9 - 3x^4)^2} \cdot (9 - 3x^4)' = \frac{6}{1 + (9 - 3x^4)^2} \cdot (0 - 3 \cdot 4x^3) = \\
 &= \frac{-72x^3}{1 + (9 - 3x^4)^2}
 \end{aligned}$$